

## 부차 손실을 고려한 상용관로의 간편 설계

### Simplified Design of Commercial Pipes with Considering Secondary Losses

유 동 훈\* / 정 원 국\*\*

Yoo, Dong Hoon / Jeung, Won Kuk

---

#### Abstract

The friction factor of commercial pipe varies with wide range depending on pipe type and pipe size. Various methods can describe the wide variation of friction factor with good accuracy, but they normally require an iteration process even for solution of a simple case. Power law can result in an explicit form of solver so that the power law is rigorously employed for the development of direct solution technique. The parameters used in the present form of power law are allowed to have some variation with pipe size and Reynolds number as well as pipe type for wider coverage with good accuracy, while Hazen-Williams equation permits limited variation which accounts only for the roughness or the pipe type. Furthermore secondary loss is considered in the development of explicit equations for design of commercial pipes.

*keywords* : pipe type, pipe size, commercial pipes, frictional loss, secondary loss, direct solution, power law

---

#### 요 지

상용관로에서의 마찰 계수는 관의 종류, 관의 크기에 따라 아주 폭넓게 변한다. 지금까지 여러 연구자들에 의해 개발된 방법으로 정밀하게 여러 가지 마찰 계수를 산정할 수 있지만 일반적으로 간단한 경우의 해를 구하기 위해서는 반복적인 시안이 요구된다. 지수형 산정식은 양해적으로 그 해를 도출할 수 있으므로 직접적으로 해를 구하는 기법의 발전을 위하여 많이 적용되어 지고 있다. Hazen-Williams 방정식은 여러 다양성을 고려치 않았으며 단지 관의 거칠기 또는 관중에 대하여 고려하는 제한성을 보여주고 있다. 그러나 본 연구에서 사용되어지는 지수형 산정식의 매개 변수들은 폭 넓은 범위의 정밀한 해를 구하기 위하여 관의 크기, 레이놀즈수, 관의 종류를 포함한 다양성을 가질 수 있도록 허용하였다. 또한 상용관 설계를 위한 양해법 산정식을 개발하는데 있어 부차 손실을 고려하였다.

**핵심용어** : 관종, 관경, 상용관, 마찰손실, 부차손실, 양해법 해석, 지수형 산정식

---

\* 아주대학교 공과대학 토목공학과 교수

Professor, Department of Civil Engineering, Ajou University, Suwon 442-749, Korea  
(E-mail: dhyoo@madang.ajou.ac.kr)

\*\* 아주대학교 공과대학 토목공학과 석사과정

Graduate Student, Department of Civil Engineering, Ajou University, Suwon 442-749, Korea

## 1. 서 론

관로 흐름 문제의 설계에는 일반적으로 펌프동력, 관경 그리고 유량이 요구되어 진다. 관마찰계수가 관의 종류와 직경에 따른 거친 정도 그리고 레이놀즈수와 관련된 함수이기 때문에 오래 전부터 쓰여진 전통적인 방법은 비록 부차 손실을 무시한 단일 관로라 할지라도 그 해를 구하기 위해서 반복 시산적인 계산을 필요로 한다. 여러 연구자들은 이러한 단일 관로의 경우에 대하여 간단하고 직접적으로 해를 구할 수 있는 기법을 얻기 위하여 계속적인 연구를 해오고 있다.

Li(1974)는 적합한 관경을 구하는 문제에 있어 관련 물리량의 조합 형태인 세 개의 무차원수들의 관계도표를 작성하여 직접 해를 구할 수 있도록 유도하였으며 Swamee와 Jain(1976)은 유량과 관경을 산정할 수 있는 양해법 이론식을 개발하였다. Li(1974), Swamee와 Jain(1976) 등은 모두 상용관 마찰계수를 산정하기 위하여 Colebrook-White식을 사용하였다. 또한 Simon(1986)은 이디오피아의 Asthana가 유량을 직접 구할 수 있는 관계 도표를 작성하였음을 밝힌 바 있다. Asthana는 Hazen-William식을 사용하였던 것으로 보여지나 그는 각각의 여러 상용관로에 대하여 거칠기를 고려한 등가길이 사용을 제안하였다. Wallingford와 Barr(1998)는 온도 15°C에서의 한정된 경우에 대하여 Colebrook-White식을 적용시켜 관경과 유량을 직접 구할 수 있는 표를 작성하여 제시하였다.

현재 사용되고 있는 관마찰계수 산정기법에 있어서 여러 가지 문제는 관중, 관경에 대한 적용범위를 확장하는 것과 그 산정기법의 개선을 고려해야 하는 것이다. 첫째, 대부분의 연구자들이 사용하는 Colebrook-White식은 그 자체적인 연산 방법에 기본적인 모순을 가지고 있다. 동일한 관로에 있어서 매끈한 면과 거칠은 면이 각각 100%씩 존재한다는 논리적 모순과 매끈한 면은 항상 수리학적으로 매끈한 흐름이고 거칠은 면은 항상 수리학적으로 거칠은 흐름이라는 가정이다. 이것은 Colebrook-White식이 비논리적이고 비합리적인 것을 분명하게 나타내어 주는 것이다. 둘째, 설계해를 위하여 도표나 표를 이용할 때 또 다른 보간법을 사용해야 한다는 것이다. 컴퓨터 모델링에서 간단한 경우의 해에 대한 근사값을 사용할 때 이러한 문제는 상당한 어려움을 줄 수 있다. 셋째, 관경과 유량 산정에 있어서 과거 많은 연구자들이 명확하게 펌프 동력과

지형 경사에 대하여 중요하게 고려치 않았다. 넷째, 아직까지 대부분의 연구자들이 부차손실을 정량적으로 고려하고 있지 않다는 점이다.

유동훈(1995)은 상용관로의 마찰계수를 추정하는 새로운 방법을 제안하였는데 간단한 평균기법(MFF 기법)을 사용하였고 거칠기에 해당하는 등가길이와 거칠은 면의 분포율은 관경과 관중을 고려하여 산출되어졌다. 새로운 방법에 의한 산출 결과는 Colebrook(1938), Bernuth와 Wilson(1989)에 의하여 보고된 측정 데이터와 아주 잘 일치하는 것을 확인하였다. 그러나 MFF 방법은 단일 관로의 해를 구하기 위하여 반복적인 시산을 해야 하는 어려움을 가지고 있다. 한편, 유동훈과 강찬수(1996)는 일정치 않은 거칠기를 가진 관이 펌프 동력이 작음하고 자연 경사를 가진 경우에 대하여 유량과 관경, 펌프 동력을 결정할 수 있는 양해법식을 개발하였다. 여러 산정식들 중 지수형 산정식은 Nikuradse(1933) 실험에 의하여 구해진 마찰계수를 설명하고 적용하는데 가장 적합하다는 것을 밝혔다. 또한 유동훈과 강찬수(1998)는 지수형 산정식을 이용하여 부차손실이 없는 경우에 대하여 양해법 산정식을 개발하였다. 본고는 그들의 연구에 추가하여 부차손실의 영향을 포함하여 수식을 전개하였으며, Reynolds 수의 범위가 큰 경우에 대한 지수형 산정식은 MFF 기법으로 추정된 수치를 이용하여 적합한 적용범위를 추정하였다.

## 2. 지배방정식

마찰손실과 부차손실을 모두 고려할 때 관로 흐름 문제 설계에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$P = \rho g Q(h_f + h_{SL} - iL) \quad (1)$$

여기서 P는 펌프 동력,  $\rho$ 는 유체의 밀도, g는 중력가속도, Q는 유량,  $h_f$ 는 마찰 손실수두,  $h_{SL}$ 는 부차 손실수두, i는 관의 경사, L은 관의 길이이다. 일반적으로 마찰 손실수두와 부차 손실수두는 다음과 같이 속도수두  $V^2/2g$  와 비례관계를 가지고 있다.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (2)$$

$$h_{SL} = K_{SL} \frac{V^2}{2g} \quad (3)$$

여기서  $f$ 는 Darcy-Weisbach 관로 마찰계수,  $D$ 는 관경,  $V$ 는 평균 유속,  $K_{SL}$ 은 부차 손실계수이다. 부차 손실계수인  $K_{SL}$ 은 경험적인 계수로써 일반적으로 주어지거나 먼저 결정되어진다. 그러나 Darcy-Weisbach 관로 마찰계수는 거칠은 면의 분포율, 레이놀즈수 또는 관의 종류 그리고 속도의 함수이기 때문에 마찰계수는 특별한 경우 이외는 일반적으로 미리 결정할 수 없다.

펌프 동력 또는 경사를 요구하는 설계유형 A의 산정은 마찰계수가 양해적인 식으로 나타내어질 때 쉽게 얻을 수 있다. 이에 많은 연구자들은 Colebrook-White식 또는 어떤 경험적, 이론적인 식을 사용하여 반복 시산의 방법이 아닌 직접적으로 해를 구하는 기법에 대하여 개발하였다. 다시 말하자면 설계유형 A의 산정은 어떤 형식의 마찰계수식을 사용한다면 폭 넓은 흐름 조건에 있어서 마찰계수가 정확하고 명확하게 나타나지 않는다고 할 지라도 쉽게 얻을 수 있다는 것이다. 그러나 상용관로를 흐르는 유량  $Q$ 의 산정을 요구하는 설계유형 B 그리고 관경의 산정을 요구하는 설계유형 C는 오랜 반복 시산의 과정을 필요로 한다. 그리고 근사치는 일반적으로 반복 시산 과정의 수행을 위하여 초기의 어느 미지의 값을 필요로 하며 그것을 근거로 수치를 산정하게 되는 어려움이 있다.

Colebrook-White식과 Hazen-Williams식은 상용관 마찰계수 산정에 있어서 오늘날까지 일반적으로 적합하다고 간주되어지고 있다. 그리고 Manning식 또한 때때로 이러한 목적으로 사용되어지고 있다. 최근 유동훈(1995)은 상용관 마찰계수 산정을 위하여 마찰계수 평균법(MFF)과 영점높이 평균법(MZVP)이라는 새로운 기법을 개발하였다. 그가 제안한 영점높이 평균법(MZVP)은 근본적인 모순점을 가지고 있다는 것을 설명하였고 여러 연구자들에 의하여 보고된 실험 측정 자료를 바탕으로 영점높이 평균법(MZVP)보다 합리적이라고 판단되는 마찰계수 평균법(MFF)을 이용하여 거칠은 면의 분포율  $P_R$ , 거칠은 면의 등가조고  $k_R$ , 매끈한 면의 등가조고  $k_S$  등을 산정하였다. 또 다른 새로운 기법으로 공식개발에 있어서 다루기 쉬운 지수형 산정식은 실험 측정 자료와 마찰계수 평균법을 사용하여 분석하고 그 자료를 바탕으로 경험계수의 수치를 산정하였다. 마찰계수 평균법(MFF)에 의해 분석된 자료 중에 측정 범위를 벗어난 값은 지수형 산정식의 경험 계수 결정에 사용되어진다.

지수형 마찰 계수 산정식은 다음과 같이 나타낼 수

있다.

$$f = \alpha R^\beta \quad (4)$$

여기서  $R$ 은  $R=VD/\nu$ 로 정의된 레이놀즈수이며,  $V$ 는 평균 유속,  $D$ 는 관경,  $\nu$ 는 유체의 동점성 계수,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 경험계수이다. 만약 Hazen-Williams식을 지수형 마찰계수 산정식 (4)의 형태로 변형시키면  $\alpha \approx 1060 C_{HW}^{-1.85}$ ,  $\beta = -0.15$ 이 되고,  $C_{HW}$ 는 Hazen-Williams 계수이다. 그러나 본 연구에 있어서, 매개변수  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 관의 크기와 종류를 고려하고 다양한 값들을 적용하여 결정하였다.  $\beta$ 의 여러 가지 값들은 관의 크기와 종류에 따라 선택되어졌고  $\alpha$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha = \omega \left( \frac{D}{D_0} \right)^\zeta \quad (5)$$

여기서  $\omega$ 와  $\zeta$ 는 경험계수이며  $D_0=1m$ 인 기본값이다. Colebrook(1938)에 의하여 수집된 자료와 von Bernuth와 Wilson(1989)에 의하여 측정된 자료들은 여러 가지 종류와 크기의 상용 관로의 적절한 수치를 도출하기 위하여 사용되어졌다. 그 수치들은 표 1에 제시된 것과 같다.

표 1에 제시된 수치들은 레이놀즈수가 임계 수치보다 작은 구간으로 근거가 확실한 것들이다. 유동훈(1995)은 상용관로의 매끈한 면의 등가조고를 계산하였는데 매끈한 면의 등가조고가 일반적으로 매우 작게 나타남을 밝혀내었다(0.03mm의 인발관, 0.045mm의 연철관 등). 그러나 관경이 소형이며 레이놀즈수가 아주 큰 경우 매끈한 면의 흐름도 거칠은 면에서의 흐름과 같이 전난류 특성을 반영하게 된다. 이러한 경우 마찰계수가 그림 1에서 보여진 것과 같이 레이놀즈수와 무관하게 일정해진다.

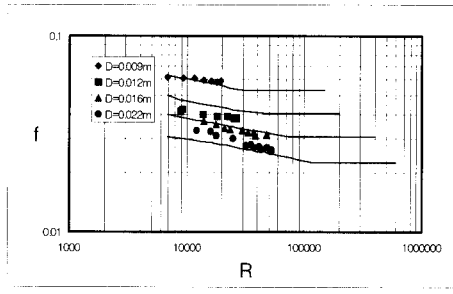
레이놀즈수의 임계값은 다음 식과 같이 관의 크기에 따라 결정된다.

$$R_C = a \left( \frac{D}{D_0} \right)^b \quad (6)$$

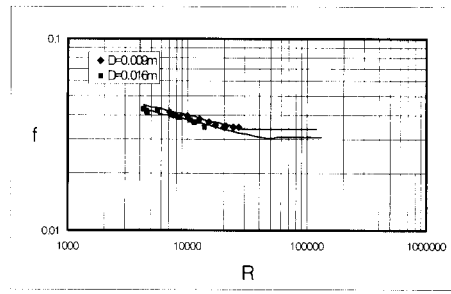
식 (6)에서 계수  $a$ 와  $b$ 에 대한 수치들은 표 1에 제시된 바와 같다. 레이놀즈수  $R$ 이 임계 레이놀즈수  $R_C$ 를 넘을 경우 마찰계수는 일정해 지고 식 (4)의 레이놀즈수  $R$  대신 식 (6)의 임계 레이놀즈수를 대입하면 다음과 같은 산정식을 얻을 수 있다.

표 1. 지수형 상용관 마찰계수 산정식의 경험계수(  $R < R_c$  ;  $R_c = a(D/D_0)^b$  )

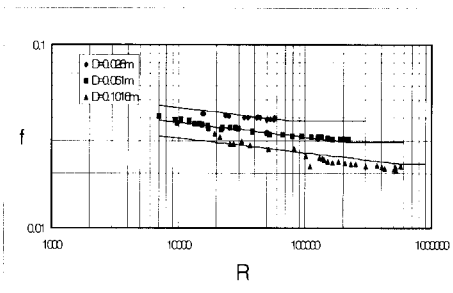
관 크기	관 종류	$\omega$	$\zeta$	$\beta$	a	b
소형관	인발관	0.004	-0.790	-0.11	$39.0 \times 10^6$	1.52
	연철관	0.101	-0.096	-0.15		
	PVC 관	0.269	-0.067	-0.256		
중형관	인발관	0.034	-0.282	-0.08	$17.0 \times 10^6$	1.46
	연철관	0.067	-0.135	-0.12		
	역청주철관	0.071	-0.255	-0.13		
대형관	역청주철관	0.042	-0.366	-0.08	$1.93 \times 10^6$	0.87



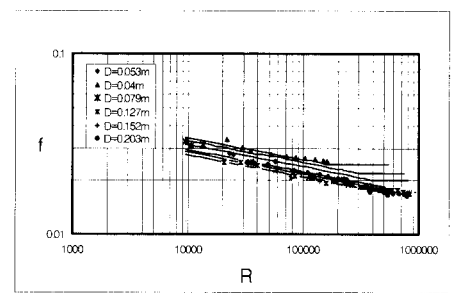
(a) 인발관 소형



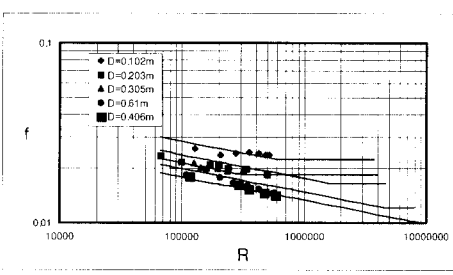
(b) 연철관 소형



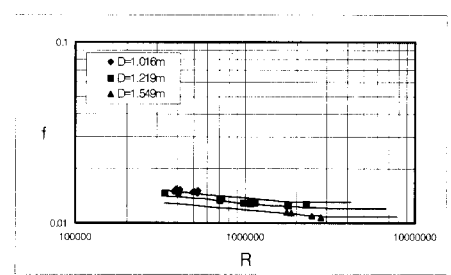
(c) 인발관 중형



(d) 연철관 중형



(e) 역청주철관 중형



(f) 역청주철관 대형

그림 1. Colebrook(1938)의 측정 자료와 지수형 마찰 계수 산정식의 산정 결과 비교

$$f = a^\beta \omega \left( \frac{D}{D_0} \right)^{\xi + b\beta} \quad (7)$$

유동훈과 강친수(1996)에 의하여 개발되고 본 연구에서 수정 보완된 제2 지수형 마찰계수 산정식의 산정결과와 관측결과와의 비교가 그림 1에 도시되어 있다. 비교된 바와 같이 관측조건외 전 범위에 걸쳐 매우 양호한 산정결과를 보여주고 있다. 더욱이 몇개 관측자료는 레이놀즈수가 어느 경계치를 초과하는 경우 마찰계수가 레이놀즈수와 관계없이 일정해지는데 새로운 산정식은 경계 레이놀즈수  $R_c$ 를 고려하여 이러한 경향을 잘 반영하고 있다.

### 3. 유량 산정 (설계 유형 B)

상용관로를 흐르는 유량 Q를 결정하기 위해서는 관경, 펌프동력, 지형 경사, 관의 길이, 관중, 유체의 밀도, 동점성계수, 중력가속도 등 여러 가지 조건이 주어 져야 한다. 산정식의 쉬운 조정과 명확한 표현을 위해 여러 가지 무차원수들이 식의 유도에 있어서 변형된 형태로 조합을 이루면서 소개되고 있다. 설계 유형 B의 산정을 위한 관련식은 직접적으로 속도와 유량에 관련된 레이놀즈수를 구하기 위하여 다시 수정된다.

설계유형 B의 일반식은 식 (1)에 지수형 마찰계수 산정식 (4)와 마찰 손실수두 산정식 (2), 부차 손실수두 산정식 (3)을 대입하여 다음과 같은 관경 레이놀즈수 R의 기본 산정식을 유도할 수 있다.

$$\alpha R^{3+\beta} + K_{SL} \frac{D}{L} R^3 - 2N^2 R - \frac{8}{\pi} J^3 = 0 \quad (8)$$

여기서  $R(=VD/\nu)$ 은 관경 레이놀즈수,  $N(=\sqrt{gD^3|i|}/\nu)$ 은 기울기를 포함한 무차원수로서 레이놀즈-경사후루드수, J는 확장무차원수 중의 하나로서 동력-관경수라 칭하며 다음과 같다.

$$R = \frac{VD}{\nu} \quad (9)$$

$$N = \frac{\sqrt{gD^3|i|}}{\nu} \quad \text{but} \quad N^2 = \frac{gD^3|i|}{\nu^2} \quad (10)$$

$$J = \frac{1}{\nu} \left( \frac{PD^2}{\rho L} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (11)$$

유량 산정을 위한 기본식 (8)에서 미지의 수는 오직 레이놀즈수이며 다른 여러 가지 무차원수, 상수들은 주어진 값들에 의하여 결정될 수 있다. 기본식 (8)을 풀기 위하여 음해적 반복 시산 기법이 요구되지만 주어진 식에서 한 가지 항 또는 두 가지 항이 무시되어 질 수 있다면 양해적 산정기법으로 해를 구할 수 있다. 이상 논의된 바와 같이 하나의 식으로 관내 통과 유량을 산출할 수 있으나 위 식은 N, J의 2개항을 따로 고려해서 산출해야 하며, 또한 부차 손실을 고려한 경우와 이를 무시하고 등가 길이에 포함시킨 경우에 대하여도 분리하여 논의할 필요가 있다.

#### 3.1 부차 손실을 고려하지 않은 경우의 유량 산정

동력 수평관(B-1:  $i=0$  or  $N=0$ )인 경우, 레이놀즈수는 다음과 같이 쉽게 구할 수 있다.

$$R_J = \gamma J^\delta \quad (12)$$

여기서

$$\gamma = \left( \frac{8}{\alpha\pi} \right)^{\frac{1}{3+\beta}}, \quad \delta = \frac{3}{3+\beta}$$

그림 2는 여러 가지 상용관에서 동력-관경수 J에 대한 레이놀즈수 R의 변화를 각각 소형관(0.01m), 중형관(0.2m), 대형관(1.2m)으로 분리하여 도시한 것이다.

무동력 경사관(B-2 :  $P=0$  or  $J=0$ )의 경우, 레이놀즈수 R은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R_N = \gamma N^\delta \quad (13)$$

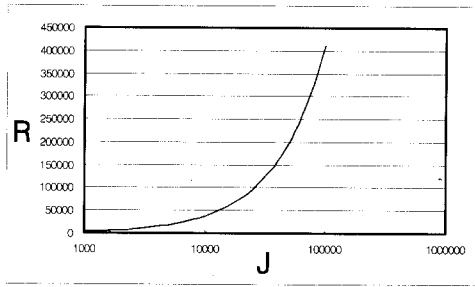
여기서  $\gamma = \left( \frac{2}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2+\beta}}, \quad \delta = \frac{2}{2+\beta}$

그림 3은 여러 가지 상용관에서 레이놀즈-경사후루드수 N에 대한 레이놀즈수 R의 변화를 각각 소형관(0.01m), 중형관(0.2m), 대형관(1.2m)으로 분리하여 도시한 것이다.

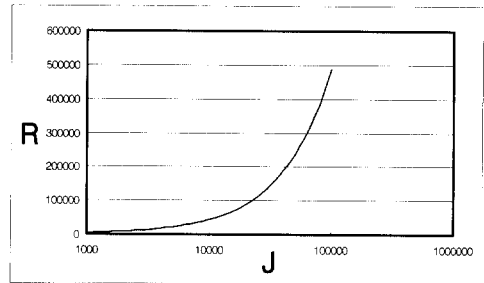
동력 경사관(B:  $P \neq 0$  and  $i \neq 0$ )의 경우, 레이놀즈수 R은 증감율  $\eta$ 에 의하여 다음과 같이 나타낸다.

$$R = \eta R_J \quad (14)$$

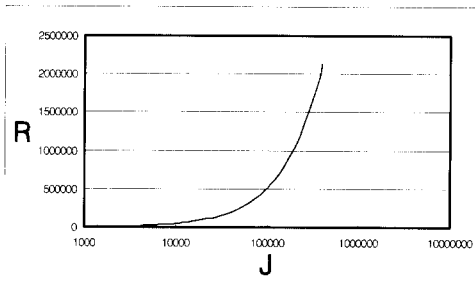
여기서  $R_J$ 는 식 (12)로 주어진 설계유형 B-1에 대한 레이놀즈수 R이며,  $\eta$ 는  $R_J$ 에 대한 R의 증감율이다. 부차 손실계수  $K_{SL}=0$ 으로 가정하고, 설계유형 B의 일



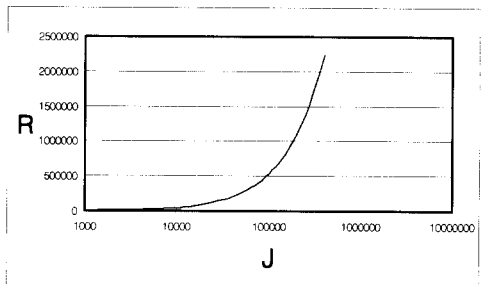
(a) 인발관 소형 (D=0.01m)



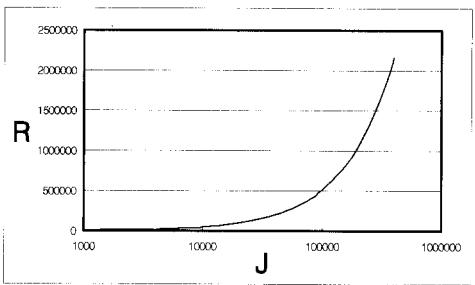
(b) 연철관 소형 (D=0.01m)



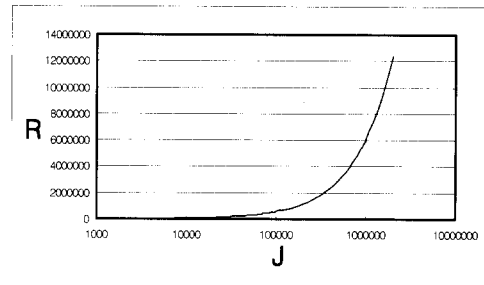
(c) 인발관 중형 (D=0.2m)



(d) 연철관 중형 (D=0.2m)



(e) 역청주철관 중형(D=0.2m)



(f) 역청주철관 대형 (D=1.2m)

그림 2. 여러 가지 상용관에서의 동력-관경수 J에 대한 R의 변이

반식 (8)에 증감율에 의하여 나타내어진 식 (14)를 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\eta^{3+\beta} - \frac{\pi}{4} N_J \eta - 1 = 0 \quad (15)$$

여기서

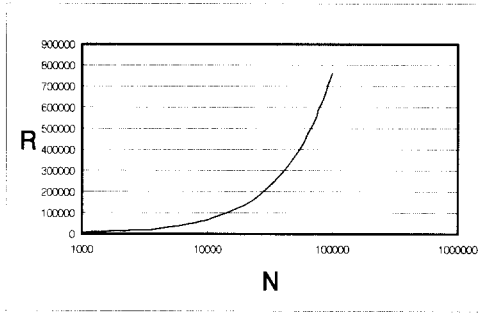
$$N_J = R_J N^2 J^{-3} = R_J \rho \nu g D L i P^{-1} \quad (16)$$

$N_J$  또한 무차원수이며 주어진 조건에 의하여 바로 계

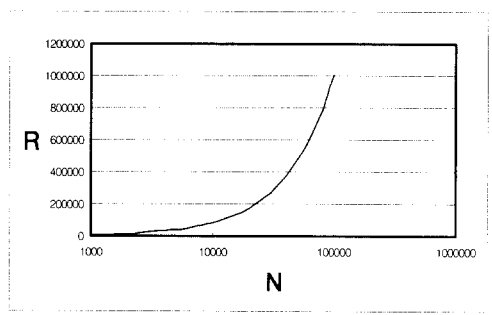
산되어질 수 있는 값이다. 그리고 증감율  $\eta$ 는  $N_J$ 와  $\beta$ 의 함수에 의하여 결정되어 진다. 이의 양해법 산정식은 다음과 같다.

$$\eta = -\frac{1.27}{N_J} \quad N_J \leq -6$$

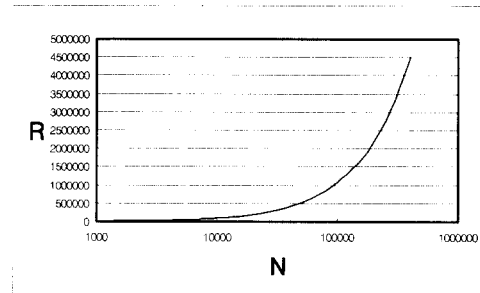
$$= (0.059 N_J^2 - 0.315 N_J + 1)^{-1} \quad -6 < N_J \leq 0$$



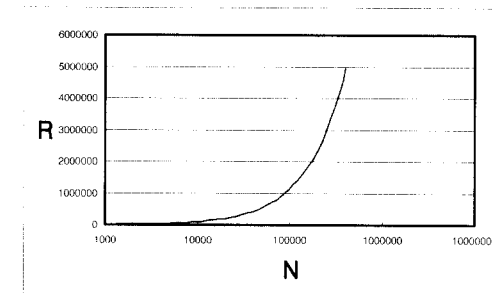
(a) 인발관 소형(D=0.01m)



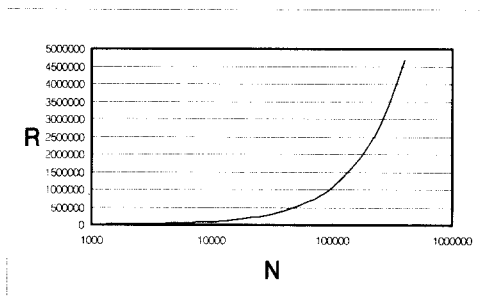
(b) 연철관 소형 (D=0.01m)



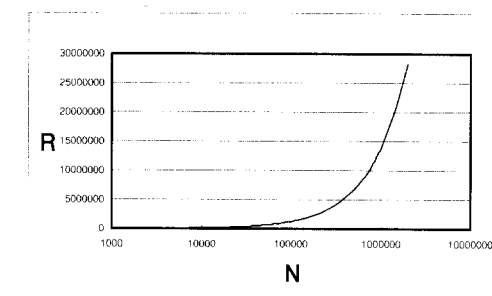
(d) 인발관 중형(D=0.2m)



(d) 연철관 중형 (D=0.2m)



(e) 역청주철관 중형 (D=0.2m)



(f) 역청주철관 대형 (D=1.2m)

그림 3. 여러 가지 상용관에서 레이놀즈-경사후루드수 N에 대한 R의 변이

$$\begin{aligned}
 &= -0.092(1+0.78\beta)N_j^2 \\
 &+ 0.263(1-0.57\beta)N_j + 1 \\
 &0 < N_j \leq 6 \\
 &= 0.823(1-1.76\beta)\sqrt{N_j} + 0.217(1+11.9\beta) \\
 &6 < N_j \leq 30 \\
 &(17)
 \end{aligned}$$

제시된  $\beta$ 값은 여러 가지 상용관의 종류와 크기가

다른 관에 대하여 나타낸 표 2에 의하여 결정되어 있다. 그림 4에는 여러 가지  $\beta$ 값에 따른 음해법 식 (15)를 반복 시산 과정으로 풀어서 구한  $\eta$ 의 정밀해와 양해법 산정식 (17)로 구한  $\eta$ 의 근사해가 비교·도시되어 있다. 도시된 바와 같이 두 수치해는 차이를 구분할 수 없을 정도로 매우 근접함을 알 수 있다.

### 3.2 부차 손실을 고려한 경우의 유량 산정

첫 번째로 동력 수평관(B-1:  $i=0$  or  $N=0$ )인 경우, 설계 유형 B의 기본식 (8)에 식 (14)를 대입하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

표 2. 부차 손실을 고려하지 않은 단일 상용관로의 간편설계식

설계 유형	관련식	$\gamma$	$\delta$	
B	B-1	$R_J = \gamma J^\delta$	$\left(\frac{8}{\pi\alpha}\right)^{\frac{1}{3+\beta}}$	$\frac{3}{3+\beta}$
	B-2	$R_N = \gamma N^\delta$	$\left(\frac{2}{a}\right)^{\frac{1}{2+\beta}}$	$\frac{2}{2+\beta}$
	B	$R = \eta R_J$		
C	$S_T = \gamma T^\delta$	$\left[\frac{1}{2}\left(\frac{4}{\pi}\right)^{2+\beta} \omega S_0^{-\zeta}\right]^{\frac{1}{5+\beta-\zeta}}$	$\frac{-5}{5+\beta-\zeta}$	

<주>  $N = \frac{\sqrt{gD^3|i|}}{\nu}$ ,  $S = \frac{\nu D}{Q}$ ,  $J = \frac{1}{\nu} \left(\frac{PD^2}{\rho L}\right)^{\frac{1}{3}}$ ,  $R = \frac{VD}{\nu}$ ,  $T = \frac{1}{\nu} \left[\frac{PQ^2}{\rho L} + Q^3 g i\right]^{\frac{1}{5}}$

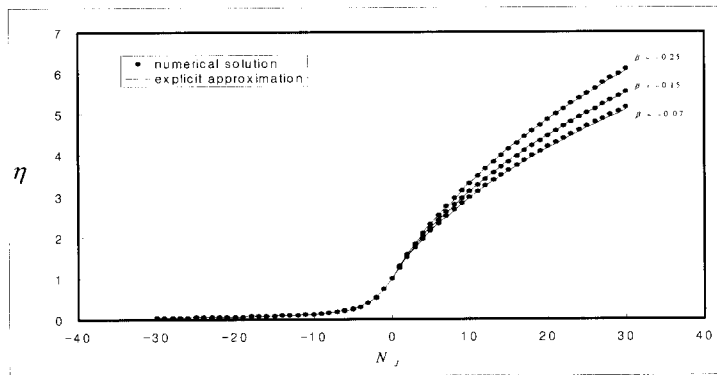


그림 4. 여러 β값에 따른 η의 음해법식에 의한 해와 양해법 근사식에 의한 해와의 비교

$$\eta^{3+\beta} + K_J \eta^3 - 1 = 0 \quad (18) \quad = 0.976K_J^{-0.33} \quad 9.5 < K_J \leq 9950$$

$$= 0.999K_J^{-0.333} \quad 9950 < K_J \quad (21)$$

여기서

$$K_J = K_a R_J^{-\beta} \quad (19)$$

$$K_a = \frac{K_{SL} D}{aL} \quad (20)$$

상기식 (18)에 여러 범위의  $K_J$ 를 설정하고, β값을 -0.11로 대입하여 산정된 분포곡선으로부터 양해법 산정식이 개발되었으며 그 형태는 다음에 제시된 바와 같다.

$$\eta = 1 - 0.24K_J^{0.869} \quad 0 < K_J \leq 0.5$$

$$= 0.781K_J^{-0.229} \quad 0.5 < K_J \leq 9.5$$

증감율 η의 변화에 있어서 β는 단지 작은 영향을 미치는 변수라는 것을 산술적인 실험으로부터 얻어낼 수 있다. 그림 5는 β값이 -0.11인 경우 β값에 따른 음해법 산정식 (18)을 반복 시산 과정으로 풀어 구한 η의 정밀해와 양해법 산정식 (21)로 구한 η의 근사해가 비교·도시되어 있다. β값이 -0.11로부터 상당히 벗어나게 될 때, 그 이상의 반복 시산이 요구되어 질 것임에 틀림없으나 식 (21)에 의하여 주어진 값은 β값에 따라 변화하는 폭넓은  $K_J$ 에 대하여 일반적으로 만족할 만한 결과를 나타낸다.

두 번째로 무동력 수평관(B-1; P=0, J=0)인 경우, 설계유형 B-1과 같이 레이놀즈수 R에 증감율을 고려하여 양해법 식을 개발할 수 있다. 먼저 R은 증감율



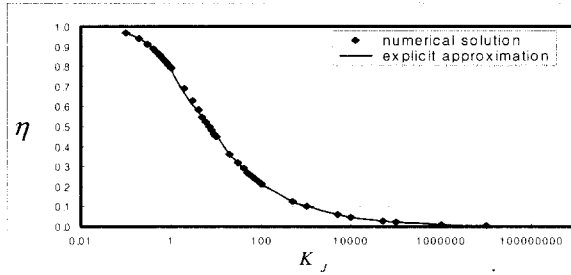


그림 5. 부차 손실을 고려한  $\eta$ 의 음해법 식에 의한 해와 양해법 근사식에 의한 해와의 비교

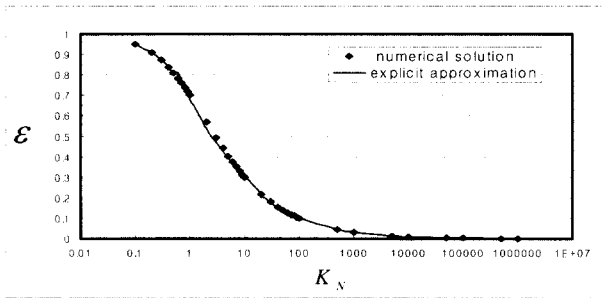


그림 6. 부차 손실을 고려한 설계 유형 B-2에서의  $\epsilon$ 의 음해법 식에 의한 해와 양해법 근사식에 의한 해와의 비교

$\epsilon$ 을 이용하여 다음과 같이 표현한다.

$$R = \epsilon R_N \quad (22)$$

위 식에서  $R_N$ 은 식 (13)에 소개된  $R$ 을 의미하는 것이며 증감율  $\epsilon$ 은  $R_N$ 에 대한 레이놀즈수  $R$ 의 비를 나타내는 것이다. 지형조건에 의하여 자연경사를 가진 관에 펌프 동력이 작동하지 않을 경우( $P=0$  or  $J=0$ ) 식 (22)를 설계 유형 B의 일반식 (8)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 증감율을 구하는 산정식이 구하여 진다.

$$\epsilon^{2+\beta} + K_N \epsilon^2 - 1 = 0 \quad (23)$$

여기서

$$K_N = K_a R_N^{-\beta} \quad (24)$$

상기식 (23)에 여러 범위의  $K_N$ 을 설정하고  $\beta$ 값을  $-0.11$ 로 대입하여 산정된 분포곡선으로부터 양해법 산정식이 개발되었으며 그 형태는 식 (25)에 제시된 바와 같다. 또한 제시된 바와 같이 음해법 식 (23)으로

부터 산정된  $\epsilon$ 의 분포형태를 살펴본 후 오차를 1%내외로 줄이기 위하여 네 개의 구간으로 나누어 개발되었다.

$$\begin{aligned} \epsilon &= 1 - 0.348 K_N^{0.844} & 0 < K_N \leq 0.5 \\ &= 0.68 K_N^{-0.337} & 0.5 < K_N \leq 9.5 \\ &= 0.945 K_N^{-0.49} & 9.5 < K_N \leq 9950 \\ &= 0.976 K_N^{-0.5} & 9950 < K_N \end{aligned} \quad (25)$$

증감율  $\epsilon$ 의 변화에 있어서  $\beta$ 는 단지 작은 영향을 미치는 변수라는 것을 산술적인 실험으로부터 얻어낼 수 있다. 그림 6은  $\beta$ 값이  $-0.11$ 인 경우  $\beta$ 값에 따른 음해법 산정식 (23)을 반복 시산 과정으로 풀어 구한  $\epsilon$ 의 정밀해와 양해법 산정식 (25)로 구한  $\epsilon$ 의 근사해가 비교·도시되어 있다. 도시된 바와 같이 두 수치해는 차이를 구분할 수 없을 정도로 매우 근접함을 알 수 있다.  $\beta$ 값이  $-0.11$ 로부터 상당히 벗어나게 될 때, 그 이상의 반복 시산이 요구되어 질 것임에 틀림없다.

그러나 식 (25)에 의하여 주어진 값은  $\beta$  값에 따라 변화하는 폭넓은  $K_N$ 에 대하여 일반적으로 만족할 만한 결과를 나타내었다.

세 번째로 동력 경사관( B:  $P \neq 0$  and  $i \neq 0$ )의 경우, 설계유형 B의 일반식 (8)에  $R_J$ 에 대한 R의 증감률  $\eta = R/R_J$ 를 도입하고, 식 (16)과 같은 조합 무차원수  $N_J$ 를 이용하면, 다음과 같이 동력경사관에 대한 산정식을 구할 수 있다.

$$\eta^{3+\beta} + K_J \eta^3 - \frac{\pi}{4} N_J \eta - 1 = 0 \quad (26)$$

동력 경사관( $P \neq 0$  and  $i \neq 0$ )의 산정 식 (26)은 반복 시산 과정을 수행해야 해를 얻을 수 있다. 그러나, 식 (17)에 의하여 구해진 값을 초기 근사치로 사용하면 용이하게 값을 구할 수 있다.

제시된 그림 1과 식 (6)의 임계 레이놀즈수  $R_C$ 에서 언급한 바와 같이, 마찰계수는 레이놀즈수 R이 임계 레이놀즈수  $R_C$ 를 넘어가거나 접근함에 따라 그 값은 일정하게 된다. 그러므로 흐름 조건이 이러한 임계 조건을 넘는지를 분명하게 검토해야 한다. 지수형 마찰계수 산정식을 이용하면 임계 레이놀즈수  $R_C$ 의 조건을 쉽게 얻을 수 있다. 설계 유형 B의 일반식 (8)에 레이놀즈수 R 대신 임계 레이놀즈수  $R_C$ 를 대입하면 다음과 같은 임계 조건을 얻을 수 있다.

$$(f_2 + K_{SL} \frac{L}{D}) R_C^3 \leq 2 R_C N^2 + \frac{8}{\pi} J^3 \quad (27)$$

여기서  $f_2$ 는 식 (7)에 의하여 구해진 구간에서의 Darcy-Weisbach 마찰계수이다. 임계 레이놀즈수  $R_C$ 는 식 (6)에 의하여 결정되어 진다. 만약 흐름이 임계 조건식 (27)을 만족한다면 그 흐름은 2구간 흐름 조건에 해당하는 것이며 그렇지 않은 경우는 1구간 흐름 조건을 만족하게 된다.

#### 4. 관경 산정 (설계 유형 C)

관경을 산정하기 위하여 유량과 관계되는 다음과 같은 무차원수를 도입할 필요가 있다.

$$S = \frac{\nu D}{Q} \quad (28)$$

여기서 S는 관경-유출수라 칭하며, 이 무차원수 S를 변형시키면 다음과 같이 레이놀즈수 R과 역비례하는 관계가 있음을 알 수 있다.

$$S = \frac{\pi}{4} R^{-1} \quad (29)$$

만약 관경-유출 무차원수 S를 알게 되면, 위의 관계식에서 알 수 있듯이 바로 레이놀즈수를 구하여 관경을 산정할 수 있게 된다. 그러나 일반적으로 유량이 주어진 경우 레이놀즈수는 2개의 미지수 V와 D를 가지며 관경-유출 무차원수 S는 1개의 미지수 D를 가지게 된다. 따라서, 관경 산정을 위한 양해법 산정식을 구하기 위해서 유량 산정에서와 마찬가지로 설계 유형 B의 일반식 (8)에 지수형 마찰계수 산정식 (4)와 상용관 마찰계수 지수형 산정식 (5)를 도입하고 관경-유출 무차원수 S의 관계식으로 표현하여 관경을 산정한다.

관경을 구하기 위한 일반식은 지배방정식 (1)을 정리하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$2T^5 S^{5+\beta-\xi} - \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 K_{SL} M S^{1+\beta-\xi} - \left(\frac{4}{\pi}\right)^{2+\beta} \omega S_0^{-\xi} = 0 \quad (30)$$

여기서 T는 조합 무차원수이며  $S_0$ 는 기준관경에 의한 S로서  $D=D_0=1m$ 인 기지의 값이고 M은 관경 산정을 위해 도입한 새로운 무차원수이며 각각 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$T = \frac{1}{\nu} \left[ \frac{PQ^2}{\rho L} + Q^3 g i \right]^{\frac{1}{5}} \quad (31)$$

$$S_0 = \frac{\nu D_0}{Q} \quad (32)$$

$$M = \frac{Q}{\nu L} \quad (33)$$

설계유형 C에서 무차원수 S를 제외한 모든 값들은 주어진 조건에 의하여 구할 수 있다. 그러나, 식 (30)은 단지 반복 시산에 의하여 구할 수 있는 산정식이다.

부차 손실을 무시하거나 그 영향을 등가 길이로 대체할 경우, 관경 산정을 위한 일반식 (30)은 다음과 같이 표기될 수 있다.

$$S = \gamma T^\delta \quad (34)$$

여기서

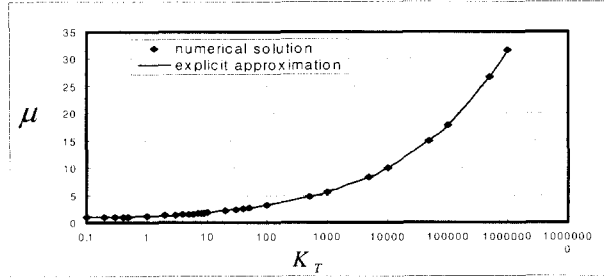


그림 7. 부차 손실을 고려한 설계 유형 C에서의  $\mu$ 의 음해법 식에 의한 해와 양해법 근사식에 의한 해와의 비교

$$\gamma = \left[ \frac{\omega}{2} \left( \frac{4}{\pi} \right)^{2+\beta} \right]^{\frac{1}{5+\beta-\zeta}} S_0^{\frac{-\zeta}{5+\beta-\zeta}}, \quad K_T = \left( \frac{\pi}{4} \right)^\beta \frac{K_{SL}}{\omega} M S_0^\zeta S_T^{1+\beta-\zeta} \quad (37)$$

$$\delta = \frac{-5}{5+\beta-\zeta}$$

그러므로 만약 부차 손실을 무시할 수 있거나 그 영향이 등가길이로 대체될 수 있다면 경사를 가지고 펌프 동력이 작용하는 일반적인 경우에 대하여 간단한 양해법 산정식을 얻을 수 있다.

부차 손실을 고려하여 관경을 구하는 경우, 유량 산정을 위한 식과 같이 설계유형 C의 일반식 (30)에 식 (35)와 같이  $S_T$ 에 대한 S의 증감률  $\mu$ 를 도입하고 식을 전개한 후 정리하면 식 (36)을 얻을 수 있다.

$$S = \mu S_T \quad (35)$$

$$\mu^{5+\beta-\zeta} - K_T \mu^{1+\beta-\zeta} - 1 = 0 \quad (36)$$

상기식 (36)에서  $\mu$ 는 항상 1보다 커야 하며 1을  $\mu$ 의 산정을 위한 초기값으로 사용하여야 한다. 관경 산정을 위한 양해법 산정을 위하여 여러 범위의  $K_T$ 를 설정하고,  $\beta - \zeta$  값을 0.15로 대입하여 산정된 분포곡선으로부터 양해법 산정식을 개발하였으며 그 형태는 식 (38)에 제시된 바와 같다. 또한 제시된 바와 같이 음해법 식 (36)로부터 산정된  $\mu$ 의 분포형태를 살펴본 후 오차를 1% 내외로 줄이기 위하여 네 개의 구간으로 나누어 개발하였다.

$$\begin{aligned} \mu &= 1 + 0.1868 K_T^{0.9857} & 0 < K_T \leq 0.5 \\ &= 1 + 0.1626 K_T^{0.7227} & 0.5 < K_T \leq 10 \\ &= 1.008 K_T^{0.2489} & 10 < K_T \leq 10000 \\ &= K_T^{0.25} & 10000 \leq K_T \end{aligned} \quad (38)$$

여기서

표 3. 부차 손실이 고려된 단일 상용관로의 간편설계식

설계 유형		관련식	적용되는 증감율 산정식
A	A-1	$P = \rho g Q [ (\alpha R^\beta \frac{L}{D} + K_{SL}) \frac{V^2}{2g} - iL ]$	표 1 ( $\alpha, \beta$ 값)
	A-2	$iL = (\alpha R^\beta \frac{L}{D} + K_{SL}) \frac{V^2}{2g} - \frac{P}{\rho g Q}$	
B	B-1	$R = \eta R_J$	식(18) 또는 식(21)
	B-2	$R = \epsilon R_N$	식(23) 또는 식(25)
	B	$R = \eta R_J$	식(26)
C	C	$S = \mu S_T$	식(36) 또는 식(38)

그림 7 에는  $\beta$ - $\zeta$  값에 따른 음해법식 (36)을 반복 시산 과정으로 풀어 구한  $\mu$ 의 정밀해와 양해법 산정식 (38)으로 구한  $\mu$ 의 근사해가 비교·도시되어 있다. 도시된 바와 같이 두 수치해는 차이를 구분할 수 없을 정도로 매우 근접함을 알 수 있다.

적합한 흐름 구간 (1구간 또는 2구간)을 구하기 위한 임계 흐름 조건은 식 (35)와 (29)를 통하여 레이놀즈수 R을 산정한 후 얻을 수 있다. 레이놀즈수 R이 임계 레이놀즈수  $R_c$ 를 넘었는지 검토한 후 처음 가정이 옳다면 그 관경 산정값은 적절한 것이 되는 것이다. 관경이 작을수록 2구간에서 처음 가정된 초기값이 선택되어질 확률이 높고 그렇게 되면  $\beta=0$ 이 된다. 그 이유는 레이놀즈수가 클 때 관경이 작을수록 매끈한 면의 흐름도 거칠은 면에서의 흐름과 같이 전란류 또는 천이난류 특성을 반영하기 때문이다. 그 이외의 대부분 흐름 조건의 경우는 1구간이 될 가능성이 높다.

## 5. 결론 및 토의

본 연구에서는 상용관의 간편설계 기법을 유도하기 위하여 지수형 상용관의 마찰계수 산정식을 도입하였다. 본고에서 언급한 바와 같이 상용관의 마찰계수에 사용되는 변수들은 레이놀즈수 R과 관의 종류, 관의 크기와 밀접한 관계가 있다. 지수형 상용관 마찰계수 산정식은 이러한 변수들의 값을 쉽게 적용할 수 있기 때문에 폭넓은 흐름 조건, 관종, 관경에 대하여 합리적으로 마찰계수를 산정할 수 있다.

간단한 단일 관로에 대한 관로 설계의 양해적 산정식을 개발하는데 있어 다양한 조건을 고려하였으며 펌프 동력이 작용하고 자연 경사를 가진 관에 대한 일반적인 경우까지 포함하였다. 또한 양해법 산정식 개발에 있어서 마찰손실과 함께 부차손실을 고려하여 보다 정확한 산정식이 도출되도록 조치하였다. 위에서 언급한 양해법 산정식 개발에 관한 연구에 대한 설계 유형별 요구치와 조건치 및 관련식을 요약하면 표 2와 3에 정리된 바와 같다.

표 2와 3에 제시된 바와 같이 지수형 마찰계수 산정식을 사용하면 펌프 동력이나 관의 경사를 반복 시산 과정 없이 용이하게 결정할 수 있다. 부차 손실을 무시하거나 그 영향을 등가 길이로 대신할 경우에도 무차원수들을 이용한 산정식으로 간단하게 그 해를 구할 수 있다. 또한 일반적으로 관로가 경사진 사면에 배치되어 있고 펌프 동력이 동시에 작용할 때 유량은 반복 시산 기법에 의하여 산정되어야 한다. 그러나 본

고에서는 지수형 상용관 마찰계수 산정식을 이용하여 반복 시산 없이 직접 해를 구할 수 있는 양해법 산정식을 제시하였다.

관경을 산정함에 있어서 부차 손실을 고려치 않는 경우 반복 시산의 과정이나 또는 근사치에 의한 방법 없이 명확하게 결정되어질 수 있다. 그러나 등가길이의 개념을 무시한 채 부차손실을 고려하면 관로 조건에 대하여 양해적인 해석을 내리기가 곤란하다. 본고에서는 지수형 상용관 마찰계수 산정식을 적용하고 부차손실을 고려하여 반복 과정을 거치지 않고 직접 해를 구할 수 있는 양해법식을 개발하였다.

이상과 같이 본고에서 도출한 유량과 관경 산정을 위한 양해법식은 반복 시산을 요구하는 여러 설계 조건에 대하여 반복 과정을 거치지 않고 관로 설계시 요구되는 해를 바로 구할 수 있기 때문에 계산 과정이 상당히 간편해졌다. 또한 본 연구에서 도출한 양해법식으로 구한 해와 반복 시산으로 구한 여러 해를 비교한 결과 잘 일치되고 있음이 확인되었으며 앞으로 본 연구 결과를 토대로 관로 설계에 있어서 광범위한 적용이 가능해지리라 판단된다.

## 감사의 글

본 연구는 1995년도 이주대학교 공동연구기금 구입에 따른 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사를 표합니다.

## 참고 문헌

- 유동훈 (1995). "복합면 마찰계수." 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제15권, 제3호, pp. 633~644.
- 유동훈 (1996). "균일조도관의 양해법 설계 기준식." 한국수자원학회지, 한국수자원학회, 제28권, 제5호, pp. 175~189.
- 유동훈, 강찬수 (1996). "균일조도 동력경사관의 양해법 설계." 한국수자원학회지, 한국수자원학회, 제29권, 제3호, pp. 163~175.
- 유동훈, 강찬수 (1998). "단일 상용관로의 간편설계." 한국수자원학회지, 한국수자원학회, 제31권, 제5호, pp. 565~574.
- Bernuth von, R.D. and Wilson, T. (1989). "Friction factors for small diameter plastic pipes." *J. Hydraulic Engrg.*, ASCE, Vol.115, No.2, pp. 183~192.

- Colebrook, C.F. (1938). "Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws." *J. Inst. Civil Engrg, London*, Vol.11, pp. 133~156.
- Wallingford, H.R. and Barr, D.I.H. (1998). *Tables for the hydraulic design of pipes, sewers, and channels*. 7th Edition, Thomas Telford.
- W.H. (1974). "Direct determination of pipe size." *J. Hydraulic Engrg.*, ASCE, Vol.44, No.6, pp. 567~575.
- Nikuradse, J. (1933). "Stroemungsgesetze in rauhen Rohren." *Ver. Dtsch Ing. Forsch*, No.361.
- Simon, A.L. (1986). *Hydraulics*. John Wiley & Sons.
- Swamee, P.K. and Jain, A.K. (1976). "Explicit equation for pipe flow problems." *J. Hydraulic Engrg.*, ASCE, Vol.102, No.5, pp. 657~664.
- (논문번호:00-063/접수:2000.10.12/심사완료:2001.01.26)