

## 외란 관측기를 이용한 영구자석 동기전동기의 비선형 속도 제어

李 那 英, 金 庚 和, 尹 明 重

A Nonlinear Speed Control for a Permanent Magnet Synchronous Motor  
Using a Simple Disturbance Estimation Technique

Na-Young Lee, Kyeong-Hwa Kim, Myung-Joong Yoon

### 요 약

본 논문에서는 간단한 외란 관측 기법을 이용한 영구자석형 동기 전동기(Permanent Magnet Synchronous Motor: PMSM)의 비선형 속도 제어 기법이 제안된다. 피드백 선형화 (feedback linearization) 기법을 이용함으로써 비선형 요소가 효과적으로 제거되고 출력 오차 동특성을 선형 제어 기법에 기반하여 설정할 수 있다. 그러나 이 방식은 제어기의 파라미터들이 실제 모터의 파라미터들과 일치하지 않으면 만족스러운 성능을 기대할 수 없다. 본 논문에서는 파라미터 변동에 의한 비선형 외란을 제거하기 위해 외란 관측 기법을 이용한다. 제안한 방식에는 두 개의 축소 차수 관측기만 이용되므로 관측기 설계가 상당히 간단하고 파라미터 추정을 위한 제어기의 계산량에 많은 부담을 주지 않는다. 제안한 관측기를 이용한 비선형 속도 제어 알고리즘이 파라미터 변동에 대해 장인한 제어 특성을 가짐을 시뮬레이션과 실험 결과로 입증하였다.

### ABSTRACT

A nonlinear speed control for a permanent magnet synchronous motor (PMSM) using a simple disturbance estimation technique is presented. By using a feedback linearization scheme, the nonlinear motor model can be linearized in a controllable canonical form, and the desired speed dynamics can be obtained based on the linearized model. This technique, however, gives an undesirable output performance under the mismatch of the system parameters and load conditions. To cancel disturbance by parameter variation, the controller parameters will be estimated by using a disturbance observer theory where the disturbance torque and flux linkage are estimated. Since only the two reduced order observers are used for the parameter estimations, the observer designs are considerably simple and the additional load for computation of the controller is negligibly small. The proposed control scheme is implemented on a PMSM using DSP TMS320C31 and the effectiveness is verified through the comparative simulations and experiments.

**Key Words :** PMSM, Nonlinear speed control, Feedback linearization, Observer, DSP

### 1. 서 론

PMSM의 속도 제어기의 내부 루프에 전류 제어기를 사용하지 않고 속도 제어기를 설계하는 것은 두 개의 제어기를 각각 설계하는 것보다 더 효율적이다. 속도 제어기를 직접 설계하기 위한 방법으로 최근 피드백 선형화 기법이 있다. 이 기법의 기본 개념은 비선

형 시스템을 비선형 피드백을 이용해 선형 시스템으로 변환하고, 잘 알려진 선형 제어 기법을 이용해 제어기 설계하는 것이다.<sup>[1]</sup> 이러한 설계 기법을 이용함으로써 비선형 요소가 효과적으로 제거할 수 있지만, 제어기의 파라미터들이 실제 모터의 파라미터들과 일치하지 않으면 만족스러운 성능을 기대할 수 없다. 따라서 파라미터의 변동과 미지의 부하 상태에 대해

강인한 응답 특성을 보장하기 위해 제어기 파라미터들을 파라미터의 변동에 대해 적절히 바꾸어 주어야 한다. 참고문헌 [2]에서는 PMSM의 속도 제어를 위해 입출력 선형화 기법 (input-output linearization)과 적분 제어기가 적용되었다. 비록 적분 제어기에 의해 정상 상태 응답은 향상될 수 있지만 일반적으로 파라미터 값이 변화함에 따라 좋은 과도 상태 응답을 얻을 수 없다. 최근 적용 입출력 선형화 (adaptive input-output linearization) 기법<sup>[3]</sup>과 슬라이딩 모드 제어와 비선형 제어를 결합한 기법<sup>[4]</sup>이 PMSM의 비선형 속도 제어 알고리즘에 도입되었다. 이러한 제어 방식들은 좋은 성능을 보이지만 제어기 설계가 비교적 복잡해지는 단점이 있다.

이 논문에는 간단한 외란 관측 기법을 이용한 PMSM의 비선형 속도 제어 기법이 제안된다. 부하 토크와 쇄교 자속의 크기가 미지의 파라미터라 가정하고 PMSM의 비선형 시스템을 입출력 선형화 기법을 이용하여 선형화 한다. 도출된 모델은 부하 토크와 쇄교 자속의 변화에 따라 입출력 관계에 비선형 외란을 가진다. 비선형 외란을 제거하기 위해 외란 관측기를 이용하여 부하 토크와 쇄교 자속을 추정하고, 추정한 값을 비선형 제어를 위한 전압 명령의 계산에 이용한다.

제안한 방식에는 두 개의 축소 차수 관측기만 이용되므로 관측기 설계가 상당히 간단하고 파라미터 추정을 위한 제어기의 계산량에 많은 부담을 주지 않는다. 제안한 관측기를 이용한 비선형 속도 제어 알고리즘이 파라미터 변동에 대해 강인한 제어 특성을 가짐을 시뮬레이션과 실험 결과로 검증하였다.

## 2. 입출력 선형화 기법

PMSM은 3상 Y결선의 고정자와 영구자석으로 이루어진 회전자로 이루어져 있으며 구조상 동기전동기와 동일하다. PMSM의 회전자 축으로 변환된 고정자의 전압 방정식은 다음과 같다.<sup>[5]</sup>

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + L_s \frac{di_{qs}}{dt} + L_s \omega_r i_{ds} + \lambda_m \omega_r \quad (1)$$

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + L_s \frac{di_{ds}}{dt} - L_s \omega_r i_{qs} \quad (2)$$

여기서  $v_{qs}$ ,  $v_{ds}$ 는 q축과 d축의 전압이며  $i_{qs}$ ,  $i_{ds}$ 는 q축과 d축의 전류이다.  $R_s$ 는 고정자 저항,  $L_s$ 는 고정자 인덕턴스,  $\omega_r$ 는 회전자의 전기 각속도이며,  $\lambda_m$ 은 영구 자석에 의한 쇄교 자속을 나타낸다.

속도 동특성은 다음과 같다.

$$\dot{\omega}_r = \frac{3}{2} \frac{p^2}{J} \lambda_m i_{qs} - \frac{B}{J} \omega_r - \frac{p}{J} T_L \quad (3)$$

여기서  $p$ 는 극의 쌍수(number of pole pair)이고,  $J$ 는 회전자의 관성 모멘트이며,  $B$ 는 점성 마찰 계수이고,  $T_L$ 은 부하 토크이다.  $\omega_r$ ,  $i_{qs}$ , 및  $i_{ds}$ 를 상태 변수로 하여 PMSM의 비선형 상태 방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x} = f(x) + g_1 v_{qs} + g_2 v_{ds} \quad (4)$$

$$\text{여기서 } x = [\omega_r \ i_{qs} \ i_{ds}], \ g_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_s} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$g_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L_s} \end{bmatrix}^T$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \frac{p^2}{J} \lambda_m i_{qs} - \frac{B}{J} \omega_r - \frac{p}{J} T_L \\ -\frac{R_s}{L_s} i_{qs} - \omega_r i_{ds} - \frac{\lambda_m}{L_s} \omega_r \\ -\frac{R_s}{L_s} i_{ds} + \omega_r i_{qs} \end{bmatrix}$$

식 (4)의 비선형 모델을 선형화하기 위해 제어 변수를 입력이 나타날 때까지 시간에 대해 미분한다.

이것은 벡터 필드  $f(x) = (f_1, \dots, f_n)$ 에서  $h(x): R^n \rightarrow R$  상태 함수의 Lie 미분 연산자를 도입함으로써 쉽게 이뤄진다.<sup>[1]</sup>

$$L_f h = \nabla h \cdot f = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} f_i(x) \quad (5)$$

$$L_f^i h = L_f (L_f^{(i-1)} h) \quad (6)$$

PMSM의 파라미터와 부하를 정확히 알고 있을 때 식 (4)의 비선형 상태 방정식은 입출력 선형화 기법을 통해 선형 분리된 제어 가능한 정규형으로 변환된다.<sup>[3]</sup>

그러나 PMSM 구동 시스템에는 외란 또는 파라미터의 변동이 존재하며 이것에 의해 비선형 상태 방정식은 불완전하게 선형화된다. 특히, 기계적 파라미터들의 변화에 의한 외란 토크와 쇄교 자속의 변동이 속도 제어성능에 직접적인 영향을 끼치므로 이들이 주요 파라미터들로 간주된다. 발생 토크와 기계적부하의 관계로부터 기계적 토크 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$T_e = J_o \left( \frac{1}{p} \right) \frac{d\omega_r}{dt} + B_o \left( \frac{1}{p} \right) \omega_r + T_d \quad (7)$$

$$T_d = \Delta J \left( \frac{1}{p} \right) \frac{d\omega_r}{dt} + \Delta B \left( \frac{1}{p} \right) \omega_r + T_L \quad (8)$$

여기서  $\Delta J = J - J_o$ ,  $\Delta B = B - B_o$ , “ $\circ$ ”는 제어기의 nominal 파라미터를 나타내고  $T_d$ 는 외란 토크이다.

식 (7)을 이용하면 속도 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\omega}_r = \frac{3}{2} \frac{p^2}{J_o} \lambda_m i_{qs} - \frac{B_o}{J_o} \omega_r - \frac{p}{J_o} T_d \quad (9)$$

외란 토크와 쇄교 자속이 미지의 파라미터라는 가정 하에 식 (4)는 추정치를 이용하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{x} = \hat{f}(x) + g_1 v_{qs} + g_2 v_{ds} + d_1 \Delta T_d + d_2 \Delta \lambda_m \quad (10)$$

여기서  $\Delta T_d = T_d - \hat{T}_d$ ,  $\Delta \lambda_m = \lambda_m - \hat{\lambda}_m$

$$d_1 = \begin{bmatrix} -\frac{p}{J_o} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$d_2 = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \frac{p^2}{J_o} i_{qs} & -\frac{\omega_r}{L_s} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\hat{f}(x) = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \frac{p^2}{J_o} \hat{\lambda}_m i_{qs} - \frac{B_o}{J_o} \omega_r - \frac{p}{J_o} \hat{T}_d \\ -\frac{R_s}{L_s} i_{qs} - \omega_r i_{ds} - \frac{\hat{\lambda}_m}{L_s} \omega_r \\ -\frac{R_s}{L_s} i_{ds} + \omega_r i_{qs} \end{bmatrix}$$

여기서 “ $\hat{\cdot}$ ”는 추정치를 의미한다. zero dynamic을 방지하기 위해  $\omega_r$ 과  $i_{ds}$ 를 출력으로 선정한다.<sup>[3]</sup> 제어의 목적은 속도와 d축 전류를 원하는 동특성을 가지면서 각각의 명령을 추종하게 하는 것이다. 이를 위해 다음의 새로운 상태 변수들을 정의한다.

$$z_1 = h_1(x) = \omega_r \quad (11)$$

$$z_2 = L_f h_1(x) = \dot{\omega}_r$$

$$= \frac{3}{2} \frac{p^2}{J_o} \hat{\lambda}_m i_{qs} - \frac{B_o}{J_o} \omega_r - \frac{p}{J_o} \hat{T}_d \quad (12)$$

$$z_3 = h_2(x) = i_{ds} \quad (13)$$

여기서  $z_1$ 은 속도,  $z_2$ 는 추정된 파라미터들을 이용하여 계산에 의해 얻어진 가속도이며,  $z_3$ 는 d축 전류이다. 상태 변수  $z_2$ 는 선형 제어 방식을 구현하기 위해 실제 가속도 대신 도입된 값이다.  $\hat{\lambda}_m$  및  $\hat{T}_d$  값이 실제 값에 일치하게 됨에 따라 상태 변수  $z_2$ 는 실제

가속도의 값에 접근하게 된다. 입출력간의 선형 관계를 유도하기 위해 (11)-(13) 식을 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{z}_1 = z_2 + L_{d1} h_1 \cdot \Delta T_d + L_{d2} h_1 \cdot \Delta \lambda_m \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= L_{g1} L_f h_1 \cdot v_{qs} + \hat{T}_d \cdot L_{d1} h_1 + \hat{\lambda}_m \cdot L_{d2} h_1 \\ &\quad + L_{d1} L_f h_1 \cdot \Delta T_d + L_{d2} L_f h_1 \cdot \Delta \lambda_m + L_f^2 h_1 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\dot{z}_3 = L_f h_2 + L_{g2} h_2 \cdot v_{ds} \quad (16)$$

$$\text{여기서 } L_{d1} h_1 = -\frac{p}{J_o}, \quad L_{d2} h_1 = \frac{3}{2} \frac{p^2}{J_o} i_{qs},$$

$$L_{g1} L_f h_1 = \frac{3}{2} \frac{p^2}{J_o} \frac{\hat{\lambda}_m}{L_s}, \quad L_{d1} L_f h_1 = \frac{p B_o}{J_o}$$

$$L_{d2} L_f h_1 = -\frac{3}{2} \frac{p^2}{J_o} \left[ \frac{\hat{\lambda}_m}{L_s} \omega_r + \frac{B_o}{J_o} i_{qs} \right]$$

$$L_f^2 h_1 = -\frac{R_s}{L_s} i_{ds} + \omega_r i_{qs}, \quad L_{g2} h_2 = -\frac{1}{L_s}$$

$$\begin{aligned} L_f^2 h_1 &= \frac{3}{2} \frac{p^2}{J_o} \hat{\lambda}_m \left[ -\frac{R_s}{L_s} i_{qs} - \omega_r i_{ds} - \frac{\hat{\lambda}_m}{L_s} \omega_r \right] \\ &\quad - \frac{B_o}{J_o} z_2 \end{aligned}$$

식 (14)-(16)의 비선형 상태 방정식을 선형화 하기 위한 제어 입력 전압  $v_{qs}^*$ 과  $v_{ds}^*$ 는 다음과 같이 표현된다

$$\begin{pmatrix} v_{qs}^* \\ v_{ds}^* \end{pmatrix} = D(x)^{-1} \begin{pmatrix} -L_f^2 h_1 - \hat{T}_d \cdot L_{d1} h_1 \\ -L_f^2 h_2 \end{pmatrix}$$

$$+ D(x)^{-1} \begin{pmatrix} -\hat{\lambda}_m \cdot L_{d2} h_1 + v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (17)$$

여기서  $v_1$ 과  $v_2$ 는 원하는 출력 동특성을 설정하기 위한 선형 제어 입력이며  $D(x)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$D(x) = \begin{pmatrix} L_{g1} L_f h_1 & 0 \\ 0 & L_{g2} h_2 \end{pmatrix} \quad (18)$$

식 (17)을 계산하기 위해서는  $D(x)$ 의 역행렬을 구할 수 있어야 한다.  $\det D(x)=0$ 의 식을 이용하면  $\hat{\lambda}_m = 0$ 이 될 때  $D(x)$ 는 특이값(singular value)을 가진다.

이 특이값을 제외한 모든 값에서 식 (17)의 제어 입력 전압을 계산할 수 있다. 파라미터의 변화가 없을 때는 식 (17)의 제어 입력 전압에 의해 비선형 모터 모델은 제어 가능한 정규형의 선형 모델로 변환되지만, 변동이 있는 경우 불완전한 선형화 모델이 되며 아래의 식으로 표현된다.

$$\dot{z}_1 = z_2 + L_{d1} h_1 \cdot \Delta T_d + L_{d2} h_1 \cdot \Delta \lambda_m \quad (19)$$

$$\dot{z}_2 = v_1 + L_{d1} L_f h_1 \cdot \Delta T_d + L_{d2} L_f h_1 \cdot \Delta \lambda_m \quad (20)$$

$$\dot{z}_3 = v_2 \quad (21)$$

제어기의 파라미터와 실제 시스템의 파라미터가 일치하지 않는 경우, 이것에 의해 제어 시스템의 입출력 관계에는 비선형 외란이 존재하게 되며 이러한 외란은 속도 제어 성능에 직접적인 영향을 끼쳐 정상 상태 오차와 큰 과도 상태 응답을 유발한다.

식 (19)~(21)의 상태 변수  $z$ 를 이용하여 선형 제어 입력은 다음과 같이 설정된다.

$$v_1 = -k_{\omega 1}(z_1 - \omega_r^*) - k_{\omega 2}(z_2 - \dot{\omega}_r^*) + \ddot{\omega}_r^* \quad (22)$$

$$v_2 = -k_{id}(z_3 - i_{ds}^*) \quad (23)$$

여기서  $\omega_r^*$ 과  $i_{ds}^*$ 는 각각 속도와 d축 전류의 명령값이다. 제어기와 시스템의 파라미터가 일치하는 경우 즉,  $\Delta T_d=0$ ,  $\Delta \lambda_m=0$ 일 때 식 (22)와 (23)의 선형 제어기는 다음과 같이 이차의 속도 오차 동특성과 일차의 d축 전류 오차 동특성을 가지게 된다.

$$(s^2 + k_{\omega 2}s + k_{\omega 1})e_{\omega} = se_{\omega}(0) + \dot{e}_{\omega}(0) \quad (24)$$

$$(s + k_{id})e_{id} = e_{id}(0) \quad (25)$$

여기서  $e_{\omega} = \omega_r - \omega_r^*$ ,  $e_{id} = i_{ds} - i_{ds}^*$ 이고 s는 라플라스 연산자이다. 원하는 극점은 pole placement technique을 이용해 제어기 이득(gain)을 적절히 인가하여 얻을 수 있다. 또한 정상 상태에서 제어 성능을 향상하기 위해 다음과 같이 선형 제어기에 적분기를 첨가하였다.

$$v_{11} = -k_{\omega 1} \int (z_1 - \omega_r^*) dt - k_{\omega 1}(z_1 - \omega_r^*) - k_{\omega 2}(z_2 - \dot{\omega}_r^*) + \ddot{\omega}_r^* \quad (26)$$

$$v_{12} = -k_{id} \int (z_3 - i_{ds}^*) dt - k_{id}(z_3 - i_{ds}^*) \quad (27)$$

### 3. 외란 관측기를 이용한 파라미터 추정

일반적으로 속도 동특성 방정식인 식 (3)을 이용하여 외란 토크와 쇄교 자속을 동시에 추정하는 것은 간단하지 않다<sup>[6]</sup>. 또한 이들 파라미터의 추정을 위해 적응 제어 기법을 이용하기 위해서는 복잡한 비선형 상태 관측기를 설계할 필요가 있다<sup>[7]</sup>. 따라서, 보다 쉽고 간단하게 파라미터를 추정하기 위해 기존의 외란 관측기를 사용하고자 한다. 외란 관측기는 추정될 파라미터를 미지의 상수 또는 천천히 변하는 값이라고 가정한다. 쇄교 자속  $\lambda_m$ 은 온도 상승에 따라 천천히 바뀌는 값이므로 샘플링 구간 동안 일정하다고 가정할 수 있다.

$$\lambda_m = 0 \quad (28)$$

관성 모멘트, 점성 마찰 계수와 같은 기계적 파라미터들의 변동은 식 (8)과 같이 각각 속도, 가속도와 곱해지기 때문에 천천히 바뀌는 값이라고 할 수 없다.

하지만, 샘플링 시간이 충분히 빠르다면  $T_d$ 는 샘플링 구간 동안 다음과 같이 일정한 값이라고 가정할 수 있다.<sup>[8]</sup>

$$T_d = 0 \quad (29)$$

식 (28)과 식 (1)의 q축 전류 동특성을 이용하여 쇄교 자속을 추정하기 위한 시스템을 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$\dot{x}_1 = Ax_1 + Bu_1 + d \quad (30)$$

$$y_1 = C_1 x_1 \quad (31)$$

$$\text{여기서 } x_1 = [x_{1a} \ x_{1b}]^T = [i_{qs} \ \lambda_m]^T, \ u_1 = v_{qs}, \ y_1 = i_{qs},$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & -\frac{\omega_r}{L_s} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_s} \\ 0 \end{pmatrix}, \ d = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_r i_{ds} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C_1 = [1 \ 0]$$

식 (30)과 (31)의 시스템 가관측성 행렬 (observability matrix)은 다음과 같이 표현된다.

$$W_1 = [C_1^T \ A^T C_1^T] \quad (32)$$

행렬  $W_1$ 의 랭크(rank)는 2이므로 전 상태 벡터는 관측 가능하다. 식 (30)의 상태 변수는 측정 가능한 것과 그렇지 않은 것이 있다. 측정할 수 없는 상태 변수를 추정하기 위한 축소 차수 관측기를 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\begin{aligned}\hat{x}_{1b} &= (a_{22} - L_1 a_{12}) \hat{x}_{1b} + a_{21} x_{1a} + b_2 u_1 + d_2 \\ &+ L_1 (\dot{x}_{1a} - a_{11} x_{1a} - b_1 u_1 - d_1)\end{aligned}\quad (33)$$

여기서  $L_1$ 은 쇄교 자속 추정을 위한 관측기의 이득이다. 식 (33)을 구현하기 위해서는 측정 전류의 미분치가 필요하다. 그러나 전류 신호는 일반적으로 잡음이 많아 전류의 미분치  $\dot{x}_{1a}$ 를 직접 이용하는 것은 좋지 않다. 이 문제를 해결하기 위해 새로운 상태 변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{x}_{cl} = \hat{x}_{1b} - L_1 y_1 = \hat{x}_{1b} - L_1 x_{1a} \quad (34)$$

식 (34)를 이용하면 쇄교 자속 추정을 위한 관측기는 다음 식으로 표현된다.<sup>[9]</sup>

$$\begin{aligned}\dot{x}_{cl} &= (a_{22} - L_1 a_{12}) \hat{x}_{1b} + (a_{21} - L_1 a_{11}) x_{1a} \\ &+ (b_2 - L_1 b_1) u_1 + d_2 - L_1 d_1\end{aligned}\quad (35)$$

따라서 전류 신호의 미분치는 더 이상 직접적으로 쓰이지 않는다. 추정오차를  $e_1 = x_{1b} - \hat{x}_{1b}$ 로 설정하면 관측기의 오차 동특성은 다음과 같다.

$$\dot{e}_1 = (a_{22} - L_1 a_{12}) e_1 \quad (36)$$

또한 관측기 동특성은 관측기의 이득에 의해 쉽게 결정될 수 있다. 외란 토크  $T_d$ 를 추정하기 위해 식 (29)와 식 (9)의 속도 동특성 방정식으로부터 다음과 같은 시스템을 설정할 수 있다.

$$\dot{x}_2 = Gx_2 + Hu_2 \quad (37)$$

$$y_2 = C_2 x_2 \quad (38)$$

$$\text{여기에서 } x_2 = [x_{2a} \ x_{2b}]^T = [\omega_r \ T_d]^T$$

$$C_2 = [1 \ 0], \ u_2 = i_{qs}, \ y_2 = \omega_r$$

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{B_o}{J_o} & -\frac{p}{J_o} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \frac{p^2}{J_o} \lambda_m \\ 0 \end{pmatrix}$$

식 (37)과 (38)의 시스템 가관측성 행렬은 다음과 같다.

$$W_2 = [C_2^T \ G^T C_2^T] \quad (39)$$

$W_2$ 의 랭크는 2이므로 전 상태 벡터는 관측 가능하다. 쇄교 자속 관측기를 설계한 것과 같은 방식으로 설계하면 외란 토크 관측기는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x}_{cl} = \hat{x}_{2b} - L_2 y_2 = \hat{x}_{2b} - L_2 x_{2a} \quad (40)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_{cl} &= (g_{22} - L_2 g_{12}) \hat{x}_{2b} + (g_{21} - L_2 g_{11}) x_{2a} \\ &+ (h_2 - L_2 \hat{h}_1) u_2\end{aligned}\quad (41)$$

$$\text{여기서 } \hat{h}_1 = \frac{3}{2} \frac{p^2}{J_o} \lambda_m \text{이고, } L_2 \text{는 외란 토크를 추}$$

정하기 위한 관측기의 이득이다. 외란 토크 추정을 위한 축소 차수 관측기는 자속의 추정치를 사용하게 된다. 추종 오차를  $e_2 = x_{2b} - \hat{x}_{2b}$ 로 하면 관측기의 오차 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{e}_2 = (g_{22} - L_2 g_{12}) e_2 - \Delta h_1 \cdot L_2 u_2 \quad (42)$$

$$\text{여기서 } \Delta h_1 = h_1 - \hat{h}_1 = \frac{3}{2} \frac{p^2}{J_o} \Delta \lambda_m \text{이다. } \Delta h_1 \text{은 추}$$

정된 쇄교 자속이 실제 값에 접근해감에 따라 0으로 수렴하므로 관측기의 동특성은 관측기 이득  $L_2$ 에 의해 결정될 수 있다. 파라미터 추정을 위해 단 두 개의 축소 차수 관측기가 사용되므로 관측기 설계가 상당히 간단하다. 따라서 복잡한 제어기를 설계하지 않고도 파라미터 변동에 대한 강인성을 얻을 수 있다.

#### 4. 시뮬레이션 결과

제안된 제어 방식의 전체 블록 다이어그램은 그림 1과 같다. 전체 시스템은 비선형 속도 제어기, PWM 인버터, PMSM 그리고 파라미터 추정을 위한 두 개의 관측기로 구성된다. 속도 추종 명령은 다음과 같다.

$$\omega_r^* = \frac{\omega_{rf}}{T_f} t - \frac{\omega_{rf}}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_f}\right) \quad (46)$$

$$\dot{\omega}_r^* = \frac{\omega_{rf}}{T_f} - \frac{\omega_{rf}}{T_f} \cos\left(\frac{2\pi t}{T_f}\right) \quad (47)$$

$$\ddot{\omega}_r^* = 2\pi \frac{\omega_{rf}}{T_f^2} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_f}\right) \quad (48)$$

여기서  $\omega_{rf}$ 는 원하는 속도이고  $T_f$ 는 속도 명령이

$\omega_{rf}$ 에 도달할 때까지의 시간이며,  $T_f=0.2[\text{sec}]$  및  $\omega_{rf}=120\pi[\text{rad/sec}]$ 로 설정하였다. 실험에서 사용된 PMSM의 정격은 표 1과 같다. 부하 토크 변동에 대한 시뮬레이션을 위해 정격의 약 40%인 0.5[Nm]의 스텝 부하를 사용하였다.

제안된 방식의 성능과 비교하기 위해, 다음의 세 가지 방식을 이용하였으며 이것은 표 2와 같다.

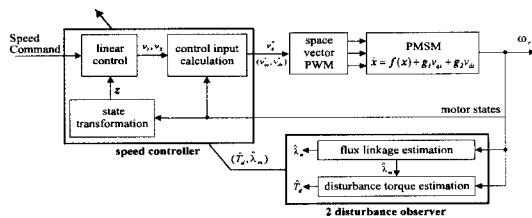


그림 1 제안된 속도 제어 알고리즘

Fig. 1 Overall block diagram for the proposed control scheme

표 1 PMSM의 정격

Table 1 Specification of a PMSM

정격 용량	400 W	정격 속도	3000 rpm
정격 토크	1.27 Nm	극 수	4
쇄교 자속	0.153 Wb	고정자 저항	3.0 $\Omega$
고정자 인덕턴스	10.5 mH	관성 모멘트	$1.75 \times 10^{-4}$ Nm · s <sup>2</sup>

표 2 제어 성능 비교를 위한 4가지 제어 방식

Table 2 Four control methods for the performance comparison

방식 A	외란 토크 관측기가 없는 식 (22)와 (23)의 feedback linearization 제어
방식 B	외란 토크 관측기를 추가한 식 (22)와 (23)의 feedback linearization 제어
방식 C	외란 토크 관측기를 추가한 식 (26)과 (27)의 feedback linearization 제어
방식 D	외란 토크와 자속 관측기를 추가한 식 (26)과 (27)의 feedback linearization 제어

그림 2는 외란 토크 관측기와 적분기�이 없는 feedback linearization의 결과이다(방식 A). 속도 오차 동특성의 극은  $-200 \pm j200$ , 전류 오차 동특성의 극은  $-1000$ 으로 설정하였으며 이 때의 이득은  $k_{\omega 2}=400$ ,  $k_{\omega 1}=80000$ , 및  $k_{id}=1000$ 이다. 파라미터 변화가 없을 때는 각각의 명령을 잘 추종하지만, 관성 모멘트가 변할 때 과도 상태에서 큰 오차가 발생한다. 파라미터

오차로 인해 식 (17)의 제어 입력 전압과  $z_2$  계산에 오차가 생기기 때문이다.

그림 3은 외란 토크 관측기만을 이용한 결과이다(방식 B). 식 (41)과 같이 외란 토크 관측기에는 쇄교 자속 값이 필요하며, 쇄교 자속의 변화시 외란 토크를 정확히 추정할 수 없다. 따라서 쇄교 자속의 변동에 의해 속도 응답에 오차가 생긴다.

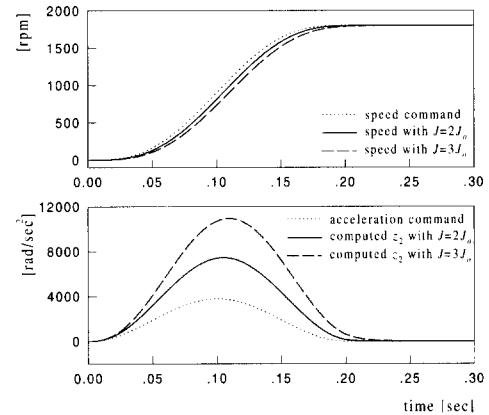


그림 2 관성모멘트가 변동할 때 방식 A의 속도와 가속도 응답

Fig. 2 Speed and acceleration responses of method A under a variation of inertia moment

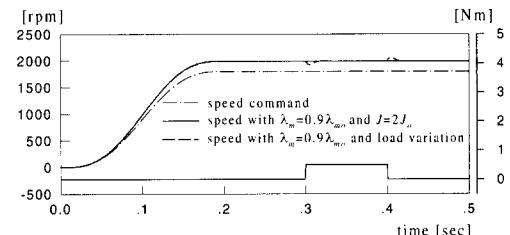


그림 3 쇄교 자속의 변동이 있을 때 방식 B의 속도 응답

그림 4는 외란 토크 관측기와 적분기이 있는 속도 제어의 결과이다.(방식 C) 적분기에 의해 외란 토크 관측기의 추정 오차를 없앨 수 있기 때문에 정상 상태 속도 오차를 영으로 할 수 있지만 쇄교 자속의 변화시 큰 과도 상태 응답을 가진다.

그림 5는 쇄교 자속과 관성 모멘트가 변화할 때 제안된 제어 알고리즘의 결과이다. 선형 제어기의 이득은 그림 2에서의 값들과 동일하다. 관측기의 이득은  $L_1=-0.012$ ,  $L_2=-0.1$ 로 설정하였다. 그림 3 및 그림 4와 비교해 그림 5 (a)의 속도 응답은 쇄교 자속과 관성 모멘트의 변화 시 향상된 속도 응답을 보인다. 그

그림 5 (b)는 파라미터 추종 성능을 나타내며 파라미터들이 실제 값으로 추종되고 있음을 볼 수 있다.

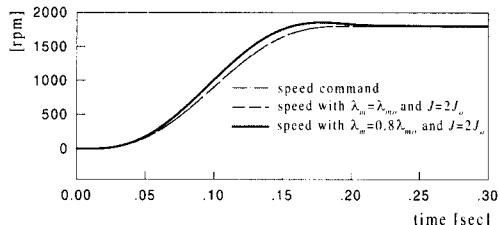
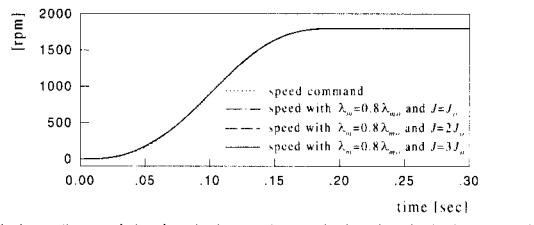
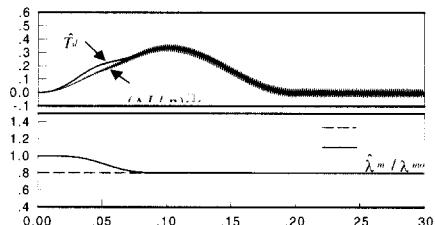


그림 4 쇄교 자속의 변동이 있을 때 방식 C의 속도 응답  
Fig. 4 Speed responses of the method C under the flux linkage variation



(a) 쇄교 자속과 관성 모멘트 변화 시 제안된 방식의 속도 응답



(b)  $J=2J_o$ ,  $\lambda_m=0.8\lambda_{mo}$  일 때 외란 추종 성능

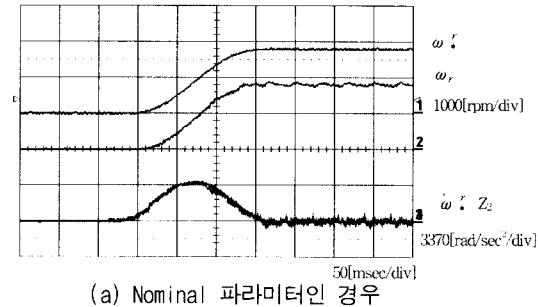
그림 5 제안된 방식의 속도 응답

Fig. 5 Speed transient responses of the proposed control scheme

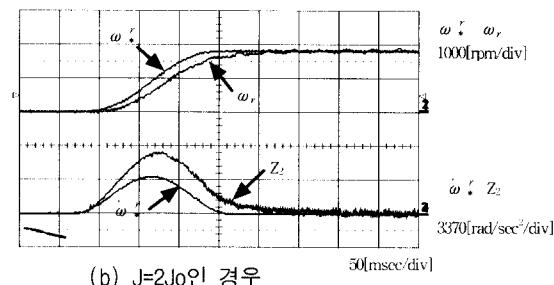
## 5. 실험 결과

그림 6은 방식 A의 실험 결과이다. 속도 제어기의 이득은 시뮬레이션에서와 동일하다. 파라미터와 부하의 변동이 없을 때 속도와 가속도 명령을 잘 추종하지만, 관성 모멘트가 변할 때 속도와 가속도는 각각의 추종 명령을 잘 따라가지 못하는 것을 볼 수 있다.

그림 7은 방식 B의 실험 결과이다. 관성 모멘트의 변동만이 있을 때는 속도와 가속도 응답에 오차가 없지만 쇄교 자속이 변화하는 경우 그림 7 (b)와 같이 속도 응답은 정상 상태 오차를 가지게 된다.



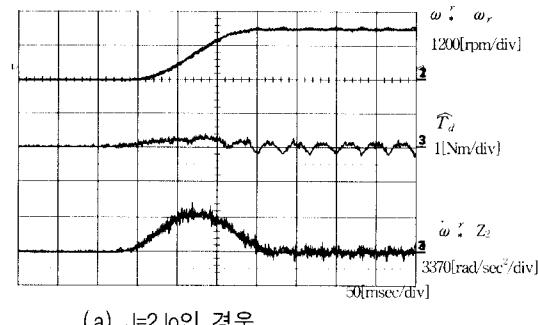
(a) Nominal 파라미터인 경우



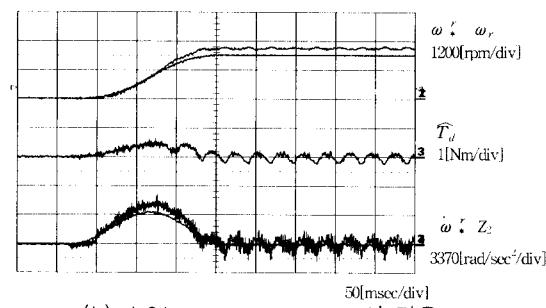
(b)  $J=2J_o$ 인 경우

그림 6 방식 A의 실험 결과

Fig. 6 Experimental results of the method A



(a)  $J=2J_o$ 인 경우



(b)  $J=2J_o$ ,  $\Delta\lambda_m = -0.2\lambda_{mo}$ 인 경우

그림 7 방식 B의 실험 결과

Fig. 7 Experimental results of the method B

그림 8은 방식 C의 실험 결과이다. 정상 상태 오차는 영으로 수렴하지만 과도 상태 응답이 좋지 않다.

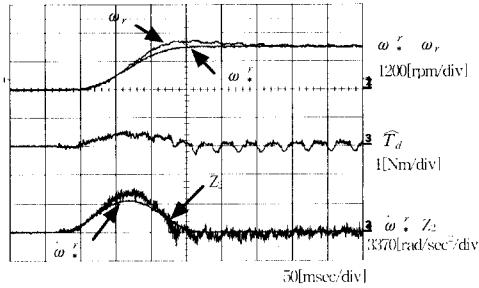
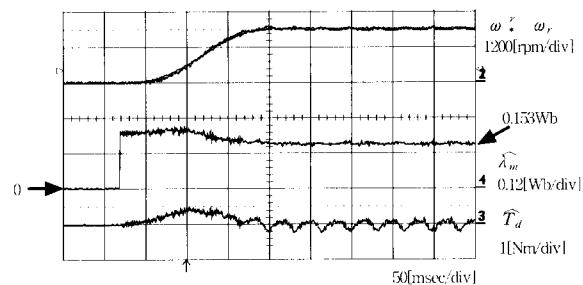
그림 8  $J=2Jo$ ,  $\Delta\lambda_m = -0.2\lambda_{mo}$  일 때 방식 C의 실험 결과

Fig. 8 Experimental results of the method C under  
 $J=2Jo$  and  $\Delta\lambda_m = -0.2\lambda_{mo}$



(a) 속도 응답과 파라미터 추종 성능

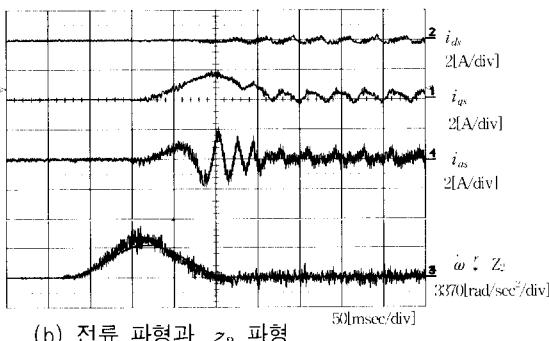
그림 9  $J=2Jo$ ,  $\Delta\lambda_m = -0.2\lambda_{mo}$  일 때 제안된 방식의 실험 결과

Fig. 9 Experimental results of the proposed control scheme under  $J=2Jo$  and  $\Delta\lambda_m = -0.2\lambda_{mo}$

그림 9는 쇄교 자속과 관성 모멘트가 변동할 때 제안된 알고리즘의 실험 결과이다.

그림 9 (a)는 관성 모멘트가  $2J_o$ 이고  $\Delta\lambda_m$ 이  $-20\%$  차이가 있는 경우의 속도 응답과 파라미터 추정 성능을 보여준다. 그림 9 (b)는 전류 파형과 계산된 가속도 응답이다. d축 전류는 영으로 제어되고 있으며, 가속도  $z_2$ 는 외란 토크와 쇄교 자속이 추정됨에 따라 가속도 명령에 잘 제어된다.

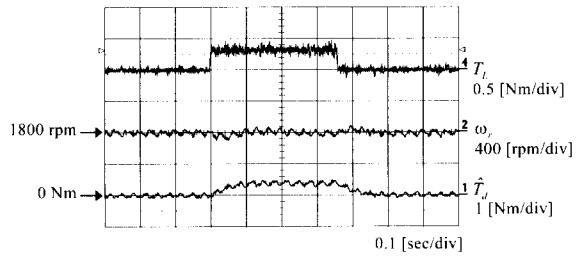
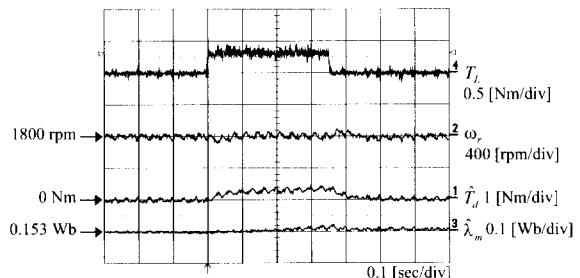
(a)  $\Delta\lambda_m = -0.2\lambda_{mo}$  일 때 방식 C(b)  $\Delta\lambda_m = -0.2\lambda_{mo}$  일 때 제안된 방식

그림 10 부하 토크 변동시 외란 제거 성능 비교

Fig. 10 Comparison of the disturbance suppression characteristics under load variation

그림 10은 부하 변화 시, 방식 C와 제안된 방식의 외란 제거 성능을 보여준다. 속도는 1800[rpm]이며 0.3 [Nm]의 부하 토크를 인가하였다. 방식 C에서 추정되는 외란 토크가 제안된 방식의 추정치 보다 다소 크다. 이에 따른 오차는 적분기에 의해 영으로 제어될 수 있어 두 방식은 거의 동일한 제어 특성을 보이지만, 과도 상태에서는 제안된 방식이 더 나은 속도 응답을 가진다.

## 6. 결 론

속도 추종 제어기의 설계를 위해 외란 관측기를 이용한 영구 자석형 동기 전동기의 비선형 속도 제어 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘을 이용하여 별도의 전류 제어기 없이 속도 제어기를 설계할 수 있다. 파라미터 변동이 있을 때 feedback linearization 기법은 불완전한 선형화로 인해 좋지 않은 과도 상태 응답은 물론 정상 상태 오차를 가지게 된다. 이를 해결하기 위해 외란 토크 관측기와 적분기를 추가할 수 있지만 오차들을 효과적으로 해결하지는 못한다.

이러한 문제를 해결하기 위해 외란 관측기를 이용하여 외란 토크와 쇄교 자속을 실시간으로 추정한다. 추

정된 파라미터를 feedback linearization에 사용함으로써 파라미터 변동에 강인한 제어 응답을 얻게 된다.

또한, 파라미터 추정을 위해 축소 차수 관측기 두 개 만을 사용하기 때문에 파라미터 추정을 위한 알고리즘 설계가 간단하며 파라미터 추정을 위해 필요한 계산량도 비교적 적다. 불완전한 선형화로 인한 비선형 외란들은 이러한 제어 알고리즘을 통해 효과적으로 제거되므로 원하는 속도 응답을 얻게 되며 정상 상태 오차도 영으로 수렴된다. 전체 제어 알고리즘은 DSP TMS320C31 소프트웨어를 이용하여 영구 자석형 동기전동기에 구현하였다. 다양한 조건의 시뮬레이션과 실험을 통해 관성 모멘트 변동 및 부하 토크 변화로 인한 외부 외란과 전동기 자체의 파라미터 변화에 대해 제안된 제어 알고리즘이 강인한 성능을 가지는 것을 확인하였다. 즉, 적응 제어 기법과 같은 복잡한 파라미터 추정 알고리즘 없이 파라미터 변화에 대하여 강인한 속도 응답을 보이는 것을 알 수 있다.

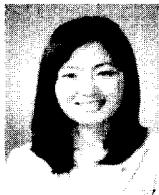
### 참 고 문 헌

- [1] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall International Editions, 1991.
- [2] B. Le Pioufle, Comparison of speed nonlinear control strategies for the synchronous servomotor, *Electric Machines and Power Systems*, vol. 21, pp. 151~169, 1993.
- [3] K. H. Kim, I. C. Baik, S. K. Chung, and M. J. Youn, Robust speed control of brushless DC motor using adaptive input-output linearisation technique, *IEE Proc. Electr. Power Appl.*, vol. 144, no. 6, pp. 469~475, 1997.
- [4] I. C. Baik, K. H. Kim, and M. J. Youn, Robust nonlinear speed control of PM synchronous motor using boundary layer integral sliding mode control technique, *IEEE Trans. Contr. Syst. Tech.*, vol. 8, no. 1, pp. 47~54, 2000.
- [5] P. C. Krause, *Analysis of Electric Machinery*. New York: McGraw-Hill, 1986.
- [6] L. A. Jones and J. H. Lang, A state observer for the permanent-magnet synchronous motor, *IEEE Trans. Indus. Electr.*, vol. 36, no. 3, pp. 374~382, 1989.
- [7] T. S. Low, T. H. Lee, and K. T. Chang, A nonlinear speed observer for permanent magnet synchronous motors, *IEEE Trans. Indus. Electr.*, vol. 40, no. 3, pp. 307~316, 1993.
- [8] M. Iwasaki and N. Matsui, Robust speed control of IM with torque feedforward control, *IEEE Trans. Indus.*

*Electr.*, vol. 40, no. 6, pp. 553~560, 1993.

- [9] G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. Emami-Naeini, *feedback Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley, 1994.

### 저 자 소 개



이나영(李那英)

1977년 3월생. 1999년 아주대 전기전자 공학부 졸업. 2001년 2월 KAIST 전자 및 전산학과 졸업(석사). 현재 한국항공 우주연구원 연구원.



김경화(金庚和)

1969년 3월생. 1991년 한양대 전기공학과 졸업. 1993년 2월 KAIST 전기 및 전자공학과 졸업(석사). 1998년 동 대학원 졸업(박사). 1998년~2000년 삼성전자냉 공조(사) 선임연구원. 현재 KAIST 전자 및 전산학과 BK21 연구교수.



윤명중(尹明重)

1946년 11월생. 1970년 서울대 졸업. 1974년 University of Missouri-Columbia 졸업(석사). 1978년 동 대학원 졸업(박사). 1978년부터 General Electric Columbia에서 Individual Contributor on Aerospace Electrical Engineering로 재직. 2001년 현재 KAIST 전자 및 전산학과 교수. 1999년 당 학회 회장 역임. 현재 당 학회 고문.