

구 접촉하에서의 피로균열 시작수명에 관한 연구

조용주[†] · 김태완* · 이문주**
(2001년 1월 30일 접수, 2001년 5월 25일 심사완료)

Study on the Fatigue Crack Initiation Life Under Spherical Contact

Yong-Joo Cho, Tae-Wan Kim and Mun-Ju Lee

Key Words: Fatigue Wear(피로마멸), Contact Fatigue(접촉피로), Subsurface Stress(표면아래응력), Rectangular Patch Solution(사각조각 표면의 해), Dislocation Dipole Model(전위쌍극자 모델), Crack Initiation life(균열시작수명)

Abstract

In case of contact fatigue, the accurate calculation of surface tractions and subsurface stress is essential to the prediction of crack initiation life. Surface tractions influencing shear stress amplitude have been obtained by contact analysis based on influence function. Subsurface stress has been obtained by using rectangular patch solutions. In this study, to simulate asperity contact under sliding condition, the tip of asperity was simulated by sphere and to calculate crack initiation life in the substrate, dislocation pileup theory was used.

기호설명

$2a$: 사각조각면의 크기
 $2a_s$: 미끄럼 대역의 크기
 B : 헤르쯔 접촉 면적의 반폭
 c : 미소 균열의 크기
 E : 상당 탄성계수
 ΔG : 깃스 자유에너지 변화량
 f : 비가역성 계수
 h : 미끄럼 대역간의 폭(전위 쌍극자)
 ij : x, y방향의 절점번호
 J_2 : 2차 불변량
 n : 하중 사이클 수

n_i : 균열시작 사이클 수
 p : 균일 수직응력
 P_0 : 최대 헤르쯔 접촉응력
 q : 균일 전단응력
 τ_f : 재료의 마찰응력
 $\Delta\tau$: 미끄럼면의 임계 전단 응력의 크기
 $\Delta\tau_I^D$: 미끄럼면 I에서의 전위 응력
 $\Delta\tau_{II}^D$: 미끄럼면 II에서의 전위 응력
 W_1 : 탄성변형률 에너지
 W_2 : 균열이 시작되는 순간의 기계적 에너지의 유출
 δ : 유효강체변위
 γ : 표면 에너지
 μ : 마찰계수
 $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$: 6개의 응력 성분

[†] 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부

E-mail : yjucho@pusan.ac.kr

TEL : (051)-510-2307 FAX : (051)512-9835

* 부산대학교 대학원 정밀기계공학과

** (주)삼성전자

1. 서론

대부분의 기계요소들은 윤활된 상태에서 접촉하고 접촉표면들은 윤활제에 의해 완전히 분리되어 있거나 부분적으로 분리되어 있다. 그러나 기계요소의 작동조건이 열악해지면서 윤활상태는 경계윤활이나 혼합윤활영역에 접어들게 되고 이때 거친 표면의 돌기(Asperity)들이 서로 직접 접촉하게 되면서 하중사이클 동안의 국부적인 응력 집중에 기인하는 피로마멸이 생겨 표면에 심각한 손상을 야기하게 된다. 이러한 접촉피로마멸의 중요성은 접촉현상의 존재가 접촉을 고려하지 않았을 때의 설계수명을 심각하게 단축시키며 따라서 안전한 설계가 되지 못하는데 있다.

일반적으로 피로거동은 균열의 시작, 균열의 전파, 미소균열들의 합체 등과 같은 독립적인 단계들로 세분화되고 각각의 단계들에 대해서 독립적으로 많은 연구가 진행되어왔다.

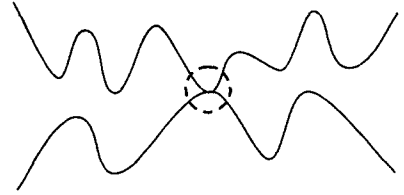
피로균열의 시작은 접촉피로과정에서 가장 중요한 단계들 중의 하나이다. 피로균열시작의 위치(Site)와 모드(Mode)는 금속의 미시적구조(Micro-structure), 작용하중의 형태, 시편들의 미시적-거시적 Geometry에 의존한다. 접촉피로균열의 경우 일반적인 피로문제와 달리 표면의 형상이 접촉피로균열거동에 미치는 영향은 절대적이다. 따라서, 접촉피로거동을 이해하기 위해서는 표면 형상을 고려한 접촉해석이 필수적이다. 최근에는 두 물체의 접촉을 미세한 돌기들간의 접촉으로 모델링하여 접촉문제를 해석하는 방법이 많이 연구되고 있다. 그러나 기존의 연구는 계산시간의 문제로 인해 2차원 문제에 국한되거나 돌기 효과를 고려하지 않은 경우가 많아서 개선의 여지가 많다.^(1,2)

Cho 등은 이러한 문제의 해결을 위해 FFT기법을 이용하여 Hertz 접촉해석을 수행함으로써 FFT 기법의 유용성을 확인하였다.⁽³⁾

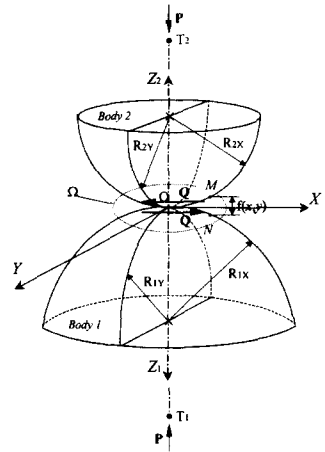
본 연구에서는 거친 접촉을 해석하기 위한 기초연구로서 돌기간의 접촉을 마찰을 고려한 구들의 접촉문제로 근사하여 접촉해석을 통해 피로균열의 시작에 대해 연구하고자 한다.

2. 접촉해석

2.1 접촉모델



(a) Rough contact



(b) Spherical contact

Fig. 1 Schematic diagram of two non-conformal contact bodies

거친 표면간의 돌기 접촉은 Fig. 1(a)와 같이 모델링될 수 있는데 점선 원 내부의 두 개의 돌기 간의 접촉을 Fig. 1(b)와 같이 두 개의 구들의 접촉으로 등가하여 접촉해석을 수행한다. Fig. 1(b)의 등방성이고 균질인 탄성체에 수직하중(P)과 접선하중(Q)이 작용할 때 접촉면 압력분포를 알기 위해 사각조각 표면에 작용하는 균일한 분포하중에 의한 변위의 관계를 이용하여 두 탄성체사이의 접촉문제를 수치적으로 해석할 수 있다.

Fig. 1(b)와 같은 탄성체의 접촉영역은 탄성체의 다른 크기에 비해 매우 작으므로 두 탄성체는 반 무한체로 생각할 수 있으며 탄성체 1과 2의 표면을 매끄럽다고 가정한다면 접촉부 근처의 표면을 2차 포물면으로 근사할 수 있다. 두 물체의 최초의 접촉점 O에 P와 Q가 동시에 작용할 때 표면 위의 점 $M(x,y,z)$ 과 $N(x,y,z)$ 은 접촉영역에서 접하게 된다. $f(x,y)$ 는 두 탄성체의 표면 위의 두

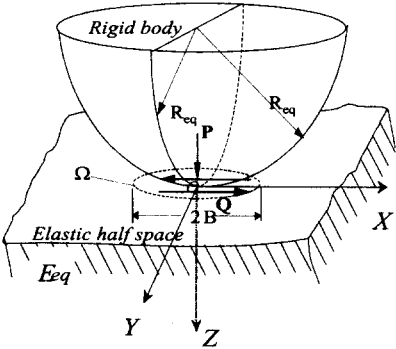


Fig. 2 Schematic diagram of an equivalent contact geometry

점 $M(x,y,z)$, $N(x,y,z)$ 사이의 접촉 전의 형태함수 (Shape function)이고 $e(x,y)$ 는 접촉 후의 형태함수라고 하자. 하중이 가해지면서 두 탄성체 위의 점들은 다음과 같은 관계를 가지며 $f(x,y)$ 에서 $e(x,y)$ 로 변한다.

$$e(x, y) = f(x, y) + u_{z1}^P + u_{z2}^P + u_{z1}^Q + u_{z2}^Q - \delta \quad (1)$$

여기서, u_{z1}^P, u_{z2}^P 과 u_{z1}^Q, u_{z2}^Q 은 각각 수직하중 P 와 접선하중 Q 에 의한 두 탄성체의 표면 위의 두 점 $M(x,y,z)$, $N(x,y,z)$ 에서의 변위로서 각 탄성체의 안 쪽을 양의 방향으로 한다. δ 은 표면에서 멀리 떨어진 점 T_1, T_2 의 유효강체변위(Effectively rigid displacement)이다. 식 (1)의 u_{z1}^P, u_{z2}^P 만을 고려한 경우, u_{z1}^Q, u_{z2}^Q 도 고려하는 경우로 나누어 접선하중의 작용에 따른 압력분포를 구한다.

2.1.1 수직하중만을 고려한 경우

본 논문에서는 Fig. 1(b)에서 각 탄성체의 주축 방향 곡률이 같은 경우($R_{1x}=R_{1y}, R_{2x}=R_{2y}$) 즉, 두 개의 구(Sphere)들의 접촉문제를 고려한다. 일반적으로 이러한 두 개의 구 면간의 접촉문제는 Fig. 2와 같이 제 3의 강체 구와 반 무한 평판의 접촉으로 등가시켜 해석한다. 강체 구의 등가 곡률반경은 다음과 같다.

$$R_{eq} = \left\{ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right\}^{-1} \quad (2)$$

여기서, $R_1=R_{1x}=R_{1y}, R_2=R_{2x}=R_{2y}$ 이다. Fig.2에서 E_{eq} 는 복합탄성계수로 다음과 같다.

$$E_{eq} = \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (3)$$

그리고 Fig. 2의 표면 위의 두 점간의 접촉 전 거리는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x, y) = R_{eq} - \sqrt{R_{eq}^2 - (x^2 + y^2)} \quad (4)$$

접선하중이 작용하지 않는 경우 두 탄성체의 표면 위의 두 점 $M(x,y,z)$, $N(x,y,z)$ 사이의 거리는 다음의 관계를 가진다.

$$e(x, y) = f(x, y) + u_{z1}^P + u_{z2}^P - \delta \quad (5)$$

접촉영역 Ω 내에서는 $e(x,y)=0$ 으로 식 (5)는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\int \int_{\Omega} (u_{z1}^b + u_{z2}^b) dx dy = \delta - f_i(x, y) \quad (6)$$

여기서, u_{z1}^b, u_{z2}^b 는 사각조각 표면에 작용하는 균일한 수직 분포하중에 의한 변위이다. 사각조각 표면 내에서는 균일한 압력을 가지므로 식 (6)은 다음과 같이 단순 이산화될 수 있다.

$$C_1 \sum_{j=1}^k F_{ij} p_j = \delta - f_i \quad (7)$$

여기서, $C_1 = (1-\nu_1^2)/\pi E_1 + (1-\nu_2^2)/\pi E_2$ 이고 k 는 접촉영역 Ω 내에서의 사각조각 표면들의 수이고, F_{ij} 는 요소 j 에서의 수직분포하중에 의한 요소 i 에서의 영향을 나타내는 영향함수(Influence function)이다.

2.1.2 마찰을 고려한 경우

수직하중과 접선하중이 동시에 작용할 때 접촉영역 Ω 내에서 두 탄성체위의 두 점 $M(x,y,z)$, $N(x,y,z)$ 간의 거리는 식 (1)로부터 다음과 같은 관계를 가진다.

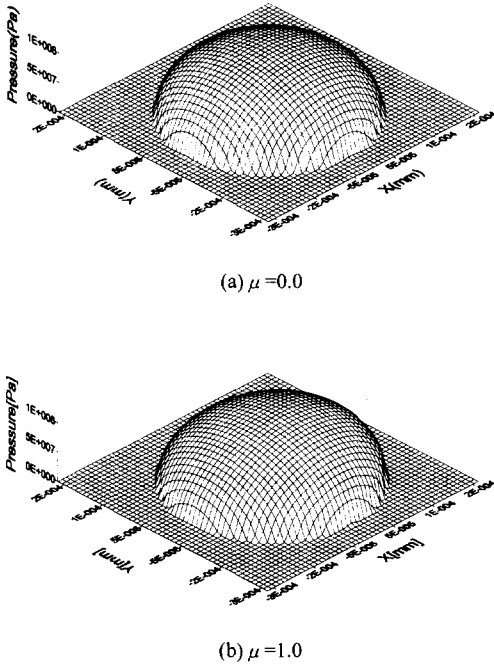


Fig. 3 Pressure distribution due to surface tractions (P and Q)

$$\int \int_{\Omega} (u_{z1}^p + u_{z2}^p + u_{z1}^q + u_{z2}^q) dx dy = \delta - f_i(x, y) \quad (8)$$

여기서 u_{z1}^q, u_{z2}^q 는 사각조각 표면에 작용하는 균일한 접선 분포하중에 의한 변위로서 부록에 제시하였다. 식 (8)을 단순 이산화하면

$$C_1 \sum_{j=1}^k F_{ij} p_j + C_2 \mu \sum_{j=1}^k F'_{ij} p_j = \delta - f_i \quad (9)$$

이다. 여기서 $C_2 = (1 - 2\nu_1)(1 + \nu_1)/2\pi E_1 - (1 - 2\nu_2)(1 + \nu_2)/2\pi E_2$ 이고 F'_{ij} 는 접선하중에 대한 영향 함수이다. Fig. 3은 마찰을 고려했을 때와 고려하지 않았을 때의 표면압력분포를 나타낸 것으로 마찰을 고려할 경우 표면압력분포의 형상이 접선하중의 작용방향으로 약간 치우쳐 있음을 알 수 있다.

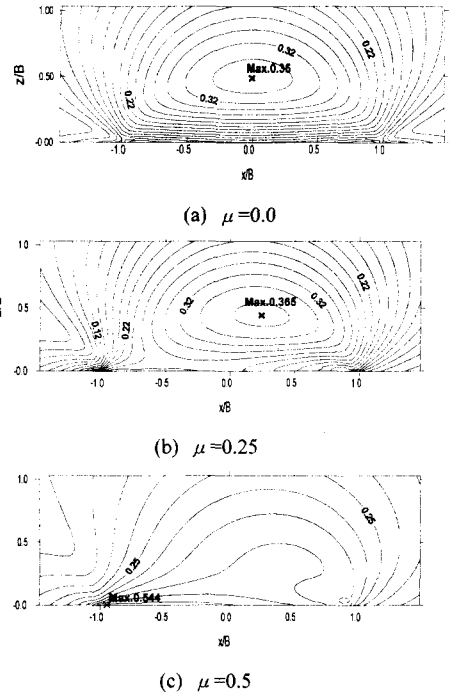


Fig. 4 Lines of constant $\sqrt{J_2}/P_0$ on plane $y=0$ beneath circular contact in the present study

2.2 표면아래응력분포

접촉해석 알고리즘의 타당성을 검증하고자 기존의 미끄럼 접촉을 하는 구(Sphere)의 표면아래 응력장에 대한 Hamilton^(4,5)의 정확해와 비교하였다.

표면아래 응력장의 수치적 계산을 위해 수직하중과 접선하중에 대해 각각 Love와 Cho 등의 식을 이용하였다.^(6,7) Fig. 4는 본 연구의 수치해석 알고리즘에 의한 구 접촉에서의 마찰계수의 변화에 따른 표면아래 응력분포를 보여준다. Hamilton의 결과는 $\mu = 0, 0.25, 0.5$ 에서 각각 최대 헤르쯔 압력에 대한 $\sqrt{J_2}$ 값의 비가 0.35, 0.37, 0.55인데 비해 본 연구 결과는 0.35, 0.365, 0.544로 거의 비슷한 결과를 보여주므로 본 연구의 수치해석 알고리즘의 정확성은 입증될 수 있다.

Figs. 5,6,7은 μ 에 따른 최대 항복파라미터 값 ($\sqrt{J_2}/P_0$)과 위치 등을 나타낸다. Figs. 5,6,7에서 공통적인 사실은 $\mu \approx 0.29$ 를 기준으로 변화의 양상이 급격하게 바뀐다는 사실이다. 이는 최대 항

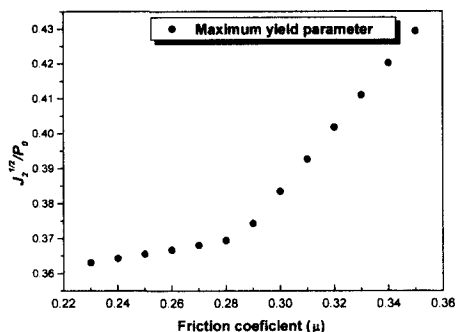


Fig. 5 Maximum $\sqrt{J_2}/P_0$ on plane $y=0$ according to μ beneath circular contact in the present study

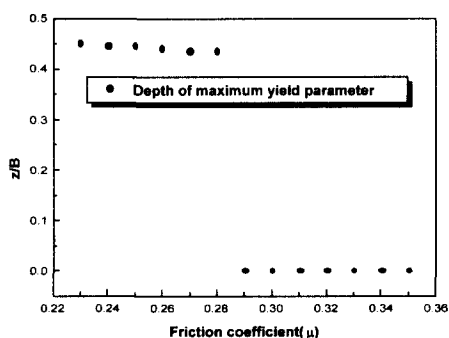


Fig. 6 Depth of maximum $\sqrt{J_2}/P_0$ on plane $y=0$ according to μ beneath circular contact in the present study

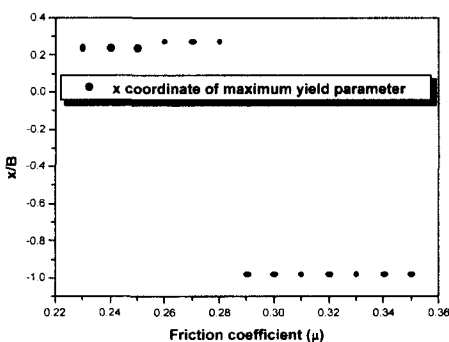


Fig. 7 x coordinate of maximum $\sqrt{J_2}/P_0$ on plane $y=0$ according to μ beneath circular contact

복 파라미터가 $\mu \approx 0.29$ 를 기준으로 마찰의 영향에 매우 민감해지기 때문이다.

W.Cheng 등⁽²⁾은 표면으로부터의 깊이에 따라 접촉피로균열시작의 모델을 3가지로 나누었다.

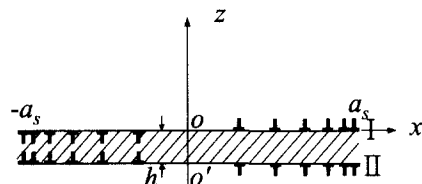


Fig. 8 Vacancy dislocation dipole model of the slip band of length $2a_s$ in an infinite body

이는 표면에서의 경계조건이 깊이에 따라 전위의 축적에 영향을 미치기 때문이다. 이처럼 접촉피로문제에서 균열의 시작거동은 표면으로부터의 깊이에 따라 표면균열문제와 표면에서 비교적 멀리 떨어진 균열문제로 나누어 연구할 필요가 있다. 본 연구에서는 균열시작의 위치가 표면으로부터 멀어서 표면의 영향이 적은 무한체(Infinite body)에서의 균열시작 수명에 대한 해⁽⁸⁾를 이용하여 접촉피로수명을 계산한다.

3. 균열시작

3.1 전위쌍극자모델(Dislocation dipole model)

Mura 등⁽⁸⁾은 두 개의 미끄럼 층에서의 전위축적(Dislocation pile-up)개념을 이용하여 피로 균열시작(Crack Initiation)에 대한 모델을 제시하였다. 그는 재료내부의 미끄럼 대역(Slip band)에서의 전단응력에 의한 역방향, 순방향 소성유동(Plastic flow)을 Fig. 8과 같이 두 개의 근접한 층들에서 움직이는 반대부호를 가진 전위들로 모델링하였다. 점 O, O' 는 전위 소스들이다. Fig. 8에서 층 I, II ($-a_s < x < a_s, y=0, -h$)는 응력 사이클동안에 생길 수 있는 근접거리(h)에 위치한 미끄럼 층(slip layer)들로서, 피로균열은 하중사이클이 계속되면서 재료내부에 증강된 탄성변형에너지가 어떤 임계값에 도달할 때 시작된다고 하였다. 전위 축적에 의한 n 사이클 후에 층 I, II에서의 전단응력은 다음과 같다.

$$\tau_{II}^D \cong n(\Delta\tau - 2\tau_f) \tag{10a}$$

$$\tau_{I}^D \cong -n(\Delta\tau - 2\tau_f) \tag{10b}$$

이 두 전단응력들은 미끄럼 대역에서의 층 I,

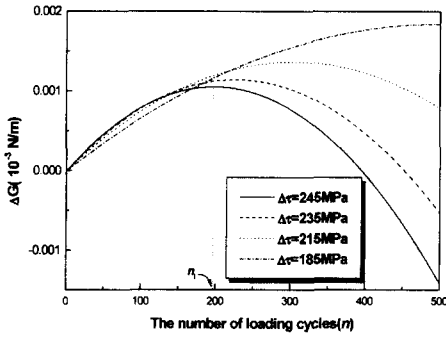


Fig. 9 Variation of Gibbs free-energy change ΔG with the number of loading cycles

II에 작용하면서 전위들이 입자 경계나, 다른 장애물에 축적되게 한다. 이러한 전위축적은 계내부의 Gibbs 자유에너지를 변화시킨다. Gibbs의 자유에너지 변화는 다음과 같다.

$$\Delta G = -W_1 - W_2 + 2c\gamma \quad (11)$$

여기서, γ 는 균열의 표면에너지이고 W_1 은 n 사이클후의 탄성변형에너지, W_2 는 균열이 시작되는 순간의 기계적 에너지 유출을 의미 한다. 식 (11)을 n 에 대해 도시하면 Fig. 9와 같다. Fig. 9에서 알 수 있듯이, Griffith이론에 유사하게 주어진 작용응력 $\Delta\tau$ 하에서 계는 어떤 n 에서 불안정(Unstable)하게 되고, 그때의 n 을 피로균열시작을 위한 임계 사이클 수(n_i)라고 하였다. 따라서, 균열 시작 사이클 수는 다음으로부터 얻어질 수 있다.

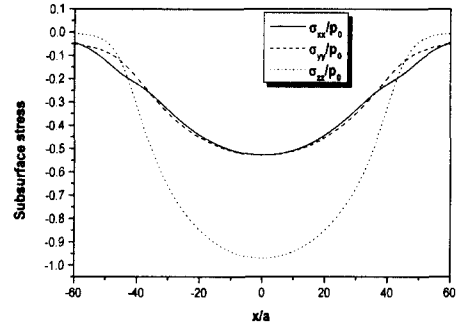
$$\frac{\partial}{\partial n}(\Delta G) = 0 \quad (12)$$

식 (12)로부터 피로균열 시작 수명은 다음과 같이 표현될 수 있다.

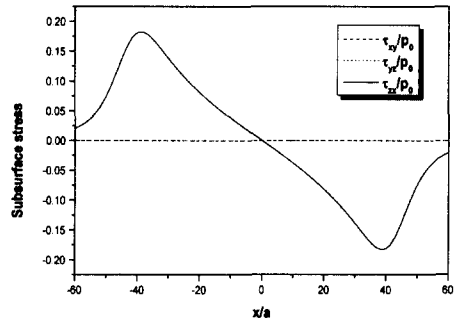
$$n_i = C \frac{2-f}{(\Delta\tau - 2\tau_f)f} \quad (13)$$

여기서, $C = \frac{\gamma}{h} \left[\ln\left(\frac{8a_s}{h}\right) - \frac{3}{2} \right]$ 이다.

3.1 $\Delta\tau$ 의 계산



(a) Normal stress components



(b) Shear stress components

Fig. 10 Subsurface stress components in a semi-infinite solid by spherical contact

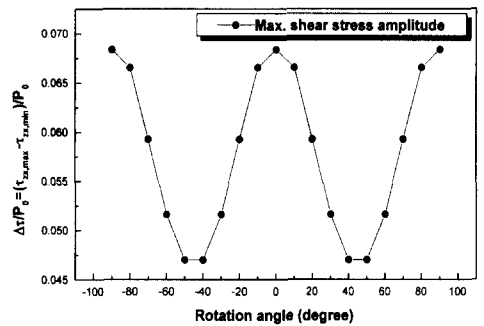


Fig. 11 Variation of maximum shear stress amplitude according to rotation angle around y axis

$\Delta\tau$ 의 값은 표면에서의 접촉압력과 마찰계수에 의해 결정되어 질 수 있다. Fig. 10은 양의 x 방향으로 접선하중이 작용하는 구 접촉에서의 표면아래 응력성분을 나타낸다. Fig. 10(a)에서 나타나는 모든 수직응력성분들은 음(-)의 값을 가지고, Fig. 10(b)에서는 τ_{xx}/p_0 을 제외한 두 전단응력 성분이

0이 됨을 볼 수 있다. 이 사실을 통해 τ_{zx} 만이 균열의 형성에 지배적인 영향을 미치는 응력성분임을 알 수 있다. Fig. 11은 z, x축을 고정된 y축 중심으로 좌표변환했을 때의 $\Delta\tau/p_0$ 의 변화를 보여 준다. $\Delta\tau/p_0$ 가 $-90^\circ, 0^\circ, 90^\circ$ 에서 모두 최대 값을 가지지만 -90° 와 90° 에서는 Fig. 10(a)의 큰 압축응력이 작용하므로 균열이 시작되기 어렵다. 따라서, 상대적으로 균열이 생길 수 있는 가능성이 가장 많은 각도는 0° (or 180°) 방향임을 알 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 균열시작수명의 예측을 위해 0° 방향에서의 τ_{zx} 성분의 변동만을 고려하였다.

3.2 해석결과

Figs. 12,13에 표면에 평행한 방향에서의 $\Delta\tau$ 의 값과 깊이를 μ 의 변화에 따라 계산한 결과를 도시하였다. Figs. 5,6,7에서의 J_2 값과 달리 Figs. 12,13에서의 $\Delta\tau$ 값과 깊이는 $\mu \approx 0.17$ 을 기준으로 변화의 양상이 급격하게 바뀐다. 이는 $\mu \approx 0.17$ 을 기점으로 표면의 경계조건의 영향에 매우 민감해지기 때문으로 판단된다. 따라서 Mura 등의 무한체에서의 수명식은 표면의 경계조건의 영향이 무시될 수 있을 정도로 작은 영역에서 적용가능하므로 구 접촉의 경우 Mura 등의 수명식이 적용가능한 한계 마찰계수는 $\mu \approx 0.17$ 정도로 사료된다.

Fig. 14는 마찰계수가 0부터 0.36까지 변할 때의 균열시작수명을 나타낸다. Fig. 14에서 알 수 있듯이 $\mu \approx 0.17$ 을 기점으로 기울기가 바뀔 수 있고, 마찰계수의 증가에 따라 균열시작수명은 줄어들음을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 3차원 구 접촉하에서의 피로균열시작에 대한 수명을 전위쌍극자모델을 이용하여 구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) Hamilton해와의 비교를 통해 본 연구의 접촉해석 알고리즘의 정확성을 입증할 수 있었고, 표면아래 응력해석에 의해 피로수명에 가장 큰 영향을 미치는 응력성분은 접선하중방향에 평행한 전단응력성분임을 알 수 있었다.

(2) 마찰계수가 약 0.17을 기준으로 $\Delta\tau$ 의 변화 양상이 급격하게 바뀐다. 따라서, 마찰계수 약

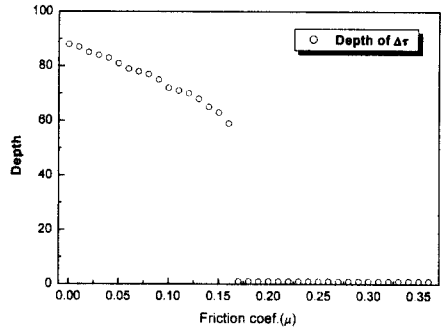


Fig. 12 Depth of $\Delta\tau$ according to the variation of μ under spherical contact

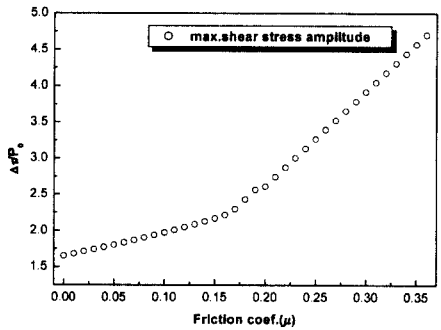


Fig. 13 $\Delta\tau$ according to the variation of μ under spherical contact

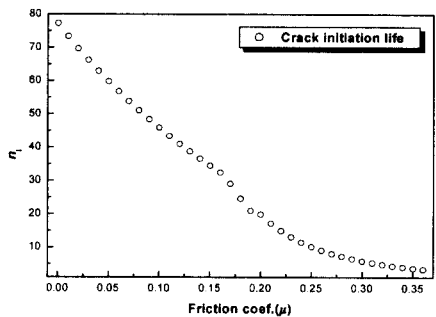


Fig. 14 Crack initiation life .vs. the variation of μ under spherical contact

0.17 이상에서는 표면의 미끄럼 경계조건이 크게 영향을 미칠 것으로 추측된다.

(3) 0.17 이하의 마찰계수에 대해서 무한체에서의 피로수명식을 적용한 결과, 마찰계수가 증가함에 따라 균열시작수명이 감소함을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- (1) Zhou, R.S., Cheng, H.S. and Mura, T., 1989, "Micropitting in Rolling and Sliding Contact Under Mixed Lubrication," *Journal of Tribology*, Vol. 111, pp. 605~613.
- (2) Cheng, W., Cheng, H.S., Mura, T. and Keer, L.M., 1994, "Micro-Mechanics Modeling of Crack Initiation Under Contact Fatigue," *Journal of Tribology*, Vol. 116, pp. 2~8.
- (3) Cho, Y.J., Koo, Y.P. and Kim, T.W., 2000, "A New FFT Technique for the Analysis of Contact Pressure and Subsurface Stress in a Semi-Infinite Solid," *KSME International Journal*, Vol. 14, No. 3, pp. 331~337.
- (4) Hamilton, G.M. and Goodman, L.E., 1966, "The Stress Field Created by a Circular Sliding Contact," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 33, pp. 371~376.
- (5) Hamilton, G.M., 1983, "Explicit Equations for the Stresses Beneath a Sliding Spherical Contact," *Proc. Instn. Mech. Engrs*, Vol. 197C, pp. 53~59.
- (6) Love, A.E.H., 1929, "The Stress Produced in a Semi-Infinite Solid by Pressure on Part of the Boundary," *Proc. Roy. Soc. London*, Vol. A228, p. 377.
- (7) 조용주, 이문주, 구영필, 2000, "반 무한체 위의 사각 조각 표면에 작용하는 접선하중에 의한 반 무한체내의 응력해석," *대한기계학회논문집 A권*, 제24권 제4호, pp. 1032~1038.
- (8) Mura, T. and Nakasone, Y., 1990, "A Theory of Fatigue Crack Initiation in Solids," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 1~6.