

## 역공학에서의 Delaunay 삼각형 분할에 의한 점 데이터 감소

허성민\*, 김호찬\*, 이석희†

(2000년 12월 23일 접수, 2001년 5월 17일 심사완료)

### Point Data Reduction in Reverse Engineering by Delaunay Triangulation

Sung-Min Hur, Ho-Chan Kim and Seok-Hee Lee

**Key Words:** Reverse Engineering(역공학), Delaunay Triangulation(Delaunay 삼각형 분할), Laser Scanner(레이저 스캐너), Triangular Net(삼각형망)

#### Abstract

Reverse engineering has been widely used for the shape reconstruction of an object without CAD data and the measurement of clay or wood models for the development of new products. To generate a surface from measured points by a laser scanner, typical steps include the scanning of a clay or wood model and the generation of manufacturing data like STL file. A laser scanner has a great potential to get geometrical data of a model for its fast measuring speed and higher precision. The data from a laser scanner are composed of many line stripes of points. A new approach to remove point data with Delaunay triangulation is introduced to deal with problems during reverse engineering process. This approach can be used to reduce a number of measuring data from laser scanner within tolerance, thus it can avoid the time for handling point data during modelling process and the time for verifying and slicing STL model during RP process.

#### I. 서 론

역공학(Reverse Engineering)이란 CAD 데이터가 존재하지 않는 기존의 형상이나 클레이(clay) 혹은 나무, 석고 등으로 제작되어진 측정물에 대하여 3차원 디지타이저(digitizer)를 이용하여 기하학적인 좌표(geometrical coordinate)를 측정한 뒤 가공을 위한 CAD 데이터를 생성하는 기법이다.

이것은 여러 산업 분야에서 존재하는 모델이 유용하게 사용될 수 없는 경우, 기하학적 데이터가 없는 물체를 측정해서 얻은 데이터를 CAD/

CAM에 이용할 수 있는 기하학적 형상모델로 변화시켜 생산에 이용하는 과정이다. 또한, 실존하는 부품의 복제, 실제 제품에 기본을 둔 디자인의 수정, 덮거나 손상된 부품의 수리 등을 위하여 사용되어질 수 있고, 새로운 제품의 개발과정에서 매우 유용하게 이용되고 생산 공정을 효율적으로 단축시켜주는 수단으로 사용된다.

역공학을 위한 3차원 데이터 측정기구로서 CMM(Coordinate Measuring Machine), 레이저 스캐너(Laser Scanner), CT(Computer Tomography) 등이 있는데 근래에 들어서는 비접촉식 측정기구인 레이저 스캐너가 많이 이용되고 있다. 레이저 스캐너는 측정속도가 빠르고 정도가 우수할 뿐만 아니라 점 데이터가 라인 형식으로 측정되어지기 때문에 단면 곡선을 이용해서 곡면을 생성하기에 용이하다. 반면에 형상 복원에 있어서 필요 이상

\* 부산대학교 대학원

† 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

E-mail : sehlee@hyowon.pusan.ac.kr

TEL : (051)510-1476 FAX : (051)514-0685

의 다수의 데이터가 측정되어 점 데이터의 효율적인 감소가 필요하다.

본 논문에서는 레이저 스캐너에서 측정된 데이터로부터 STL 파일을 생성하고 생성된 삼각형망의 일정 부분의 제거와 분할 과정을 거쳐서 데이터의 정도를 유지하면서 삼각형의 수를 효율적으로 줄이는 방법을 제시하고자 한다.

## 2. 관련연구

관련연구로서 Chen<sup>(1)</sup> 등은 RP 조형을 위한 최적화된 STL 데이터를 찾기 위하여 측정 점의 2차원 삼각형 분할에 있어서 유전자 알고리듬을 이용하였으며, 사용자의 입력에 의해 제거될 삼각형의 양을 규정하여 데이터를 감소하였다. Park<sup>(2)</sup> 등은 3차원상의 점들에서 면을 생성하고 주어진 오차를 만족할 때까지 면을 수정하여 삼각 Bezier 패치로 구성된 면을 생성하는 방법을 연구하였다. Volpin<sup>(3)</sup> 등은 자유 형상에 대해서 곡률 변화 구역을 나누고 사각 패치를 채울 수 있는 경계의 검출과 energy functional에 의해서 사각 패치로 자유곡면을 구성하는 방법을 연구하였다. Piegl<sup>(4)</sup> 등은 측정점으로부터 NURBS 곡면을 생성하는데 있어서 보간(interpolation) 방식과 근사(approximation) 방식에 대해 연구하였으며, 특히 단면 곡선(cross-sectional curve)의 적합성 부여에 대한 알고리듬을 제시하였다. Hamann<sup>(5)</sup> 등은 세 점에서의 곡률에 근거하여 가중치를 부여하고 낮은 가중치를 가진 삼각형을 반복적으로 제거하고 재생성하여 삼각 패치를 감소시키는 방법을 제안하였고, Hope<sup>(6)</sup> 등은 기하학적 형상과 데이터 감소와의 관계를 energy function으로 표시하였다. Cho<sup>(7)</sup> 등은 비전시스템을 통한 기하학적 경계 추출과 CMM에서 얻어진 데이터에 의해 생성된 B-spline 면을 결합하여 면생성하는 방법을 연구하였다.

## 3. 본 론

레이저 스캐너는 Fig. 1과 같이 광원에서 빛을 측정물에 조사하고 반사된 빛을 센서가 읽어서 좌표를 획득하는 방식을 이용한다. 측정점의 좌표는 광원과 센서와의 삼각법을 통해서 계산된다.

레이저 스캐너로부터 얻어진 데이터는 많은 양

의 점들을 포함하고 있으며 레이저 광원의 산란, 혹은 측정물의 품질에 의해 발생하는 노이즈도 포함하고 있다. 따라서 입력 데이터로 이용하기 이전에 노이즈를 제거하는 전처리 과정이 필요하다. 본 논문은 레이저 스캐너의 전용 소프트웨어에서 전처리 과정을 거친 IGES 파일을 대상으로 하며, Fig. 2는 전체적인 흐름을 나타낸다. Table 1은 데이터 획득에 사용된 LDI사의 Surveyor 1200의 규격을 나타낸다.

### 3.1 삼각망 생성

레이저 스캐너에서 측정된 점은 Fig. 3과 같이 Christiansen 알고리듬을 이용하면 STL 파일을 생성할 수 있는 삼각망을 구성할 수 있다.

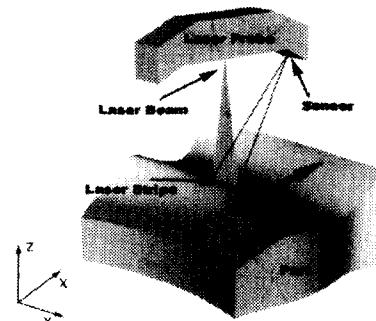


Fig. 1 Data acquisition in laser scanner

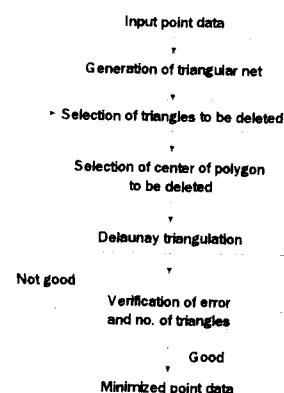
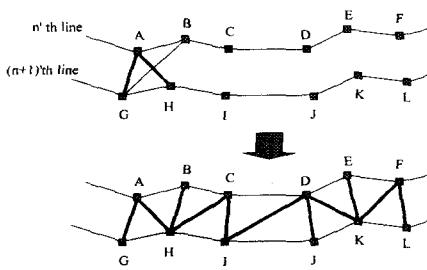
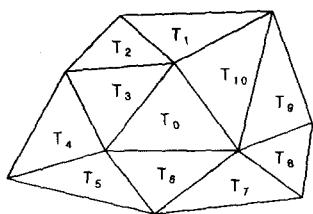


Fig. 2 Overall flowchart

**Table 1** Laser scanner specification

Work envelope size (xyz)	610 mm x 305 mm x 305 mm
Table Size	914 mm x 635mm
Scale Resolution	0.001 mm
Linear Accuracy	X axis = 0.0127 mm bandwidth Y axis = 0.0127 mm bandwidth Z axis = 0.0127 mm bandwidth

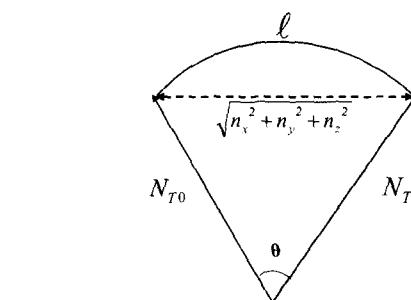
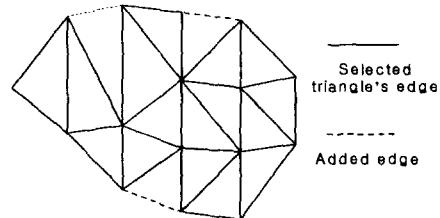
**Fig. 3** Chrisitiansen algorithm**Fig. 4** Selected triangles in terms of T0

### 3.2 제거될 삼각형 그룹 선택

STL 파일에 구성된 삼각형의 수를 줄이기 위해서는 Fig. 4와 같이 제거될 삼각형의 그룹을 선택해야 한다. 본 논문에서 제거될 삼각형 그룹의 선택 기준은 다음과 같다.

첫째, 삼각형 T0의 단위법선벡터와 삼각형 T0의 세 점과 접하고 있는 모든 삼각형 T1~T10의 단위법선벡터의 편차의 크기를 계산한다.

임의의 i 번째 삼각형의 세 점을 지나는 평면의 단위법선벡터를  $N_{Ti}$  라고 정의하면, 기준이 되는 삼각형 T0의 단위법선벡터와 다른 삼각형 T1~Tn의 각 단위법선벡터와의 편차의 평균적인 크기는 식 (1)과 같이 구한다.

**Fig. 5** Deviation of normal vector**Fig. 6** Scheme of triangle group to be deleted

$$\text{Deviation of } N_{T0} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (N_{Ti} - N_{T0})}{n} \quad (1)$$

Fig. 5에서 두 단위법선벡터 사이의 각도( $\theta$ )가 작은 경우에 편차는 흐의 길이( $\ell$ )에 대응된다.

그리고 모든 삼각형에 대하여 단위법선벡터와 그 주위의 삼각형의 단위법선벡터와의 차이에 따른 편차의 크기를 구하는 과정을 반복한다.

둘째, 각 삼각형에서 주위의 삼각형과의 단위법선벡터와의 편차의 크기가 일정한 값 이하인 삼각형들을 합쳐서 Fig. 6과 같이 제거될 삼각형 그룹을 형성한다. 이 값은 측정점의 개수와 분포에 따라 다르게 설정되나, 일반적으로 0.05~0.25(2.4도~14.3도)의 값을 측정 데이터에 적용할 수 있다. 이 값이 커질수록 삼각형 분할의 효율이 높아져 삼각형의 수는 많이 감소시킬 수 있으나, 측정 데이터와의 오차는 커진다. 특히, 평균 오차보다 최대 오차에 대한 영향이 커지므로 사용자의 목적에 적합한 값의 설정이 필요한데, 본 논문에서는 0.174(10도)의 값을 이용하였다.

이 때, 구성 삼각형의 면적에 의해서 삼각형 그룹을 균사하는 평면을 고려한다. 이 균사 평면

의 법선 벡터의 구성요소를  $nx$ ,  $ny$ ,  $nz$  라 하면 식 (2)와 같이 구한다. 새롭게 구성된 평면의 단위법선벡터와 합쳐질 각 삼각형의 단위법선벡터와의 편차의 크기가 전술한 값 이상이면 제거될 삼각형 그룹에서 탈락시킨다.

$$\begin{aligned} n_x &= \sum_{i=1}^n Area_i \times n_{ix} / \sum_{i=1}^n Area_i \\ n_y &= \sum_{i=1}^n Area_i \times n_{iy} / \sum_{i=1}^n Area_i \\ n_z &= \sum_{i=1}^n Area_i \times n_{iz} / \sum_{i=1}^n Area_i \end{aligned} \quad (2)$$

셋째, 제거될 삼각형으로 구성된 폴리곤에서 일정 각도 이하의 concave 형상이 되는 부분은 삼각형 분할의 효율을 높이기 위하여 Fig. 6과 같이 제거될 삼각형 그룹에 포함시킨다. 본 논문에서는 기준 각도를 20도로 하였다.

### 3.3 Delaunay 삼각형 분할

Delaunay 삼각형 분할<sup>(8)</sup>은 Fig. 7과 같이 임의의 세 점을 선택하여 내접원의 반지름을 구하고 이내접원에 다른 점들이 존재하지 않도록 삼각형 분할을 하는 것이다. STL 데이터 생성과 실제 파트 조형과정을 위해서 작은 각을 가진 삼각형을 피하여야 하며, 전체 삼각형을 통해서 가장 작은 각을 크게 만드는 것이 Delaunay 삼각형분할이다.

### 3.4 면적을 고려한 폴리곤의 중심점 구하기

삼각형 분할 과정에서 경계 내부에 존재하는 점들을 대표하는 새로운 중심점이 필요하다. 삼각형 분할의 효율이 높을수록 여러 삼각형이 분할되면서 생기는 오차가 커진다. 특히, 새롭게 분할된 삼각형 중에서 주위의 삼각형에 비해서 면적이 너무 큰 삼각형이 존재할 경우, 그 삼각형과 원래 삼각형 사이의 오차는 더욱 커진다. 따라서 면적을 고려한 폴리곤의 중심점을 고려하여 삼각형 분할을 함으로써 오차를 감소시킨다.

제거될 삼각형의 그룹이 Fig. 8(a)와 같이 존재하면 식 (2)에서 각 삼각형들의 합으로 구성된 평면의 단위법선벡터의 구성요소인  $nx$ ,  $ny$ ,  $nz$ 를 구한다.

삼각형 그룹내의 각 삼각형의 도심을  $C_i$ 라 하면 임시 중심점  $O'(x,y)$ 는 Fig. 8(b)와 같이 평면의 법선벡터로부터 좌표변환을 통하고 불균일한 점

의 분포 때문에 면적을 고려한 식 (3)을 이용하여 구한다.  $O'(z)$ 는 Fig. 8(b)에서 제거된 삼각형 그룹의 부피(V1)와 생성된 다각뿔의 부피(V2)가 같도록 식 (4)와 같이 정해준다.

다각면체의 부피와 같은 하는 다각뿔의 높이를  $Z_e$ 라 하면, 다각뿔의 부피는 다각면체의 1/3이고, 구해진  $O'(x,y,z)$ 로부터 좌표변환을 통하여  $O(x,y,z)$ 를 구한다.

$$O = - \frac{\sum_{i=1}^n A_i C_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (3)$$

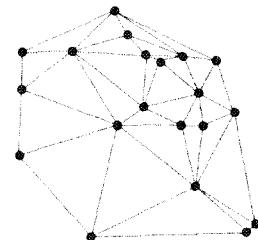


Fig. 7 Delaunay triangulation

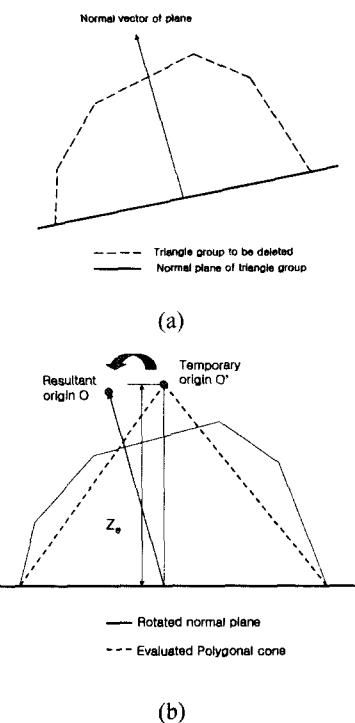


Fig. 8 Equivalent height of polyhedron

$$V_1 = \sum_{i=1}^n A_{Ti} Z_i$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n A_{pTi} Z_e = \frac{1}{3} Z_e \sum_{i=1}^n A_{pTi} \quad (4)$$

$$Z_e = \frac{3 \times \sum_{i=1}^n A_{Ti} Z_i}{\sum_{i=1}^n A_{pTi}}$$

$A_{Ti}$  : Area of triangle Ti

$A_{pTi}$  : Projected area of triangle Ti

$Z_i$  : Height of triangle Ti

$Z_e$  : Equivalent height of polygonal cone

### 3.5 Convex 폴리곤으로 분리

면적을 고려한 폴리곤의 중심점을 구하는 과정에서 convex 폴리곤이 아닌 경우에는 중심점이 폴리곤의 내부에 존재하지 않을 수 있다. 따라서 중심점이 폴리곤 내에 존재할 때까지 convex 폴리곤으로 나누는 과정이 필요하며 Fig. 9(a), (b)와 같은 과정을 거친다.

첫째, 폴리곤의 경계를 구성하는 점들을 임의의 점으로부터 반시계 방향으로 구하고, P0를 Pstart로 두어 탐색의 시작점으로 한다. 둘째, 다각형을 concave한 형상으로 만드는 CCW 방향 vertex(Pccw)를 찾기 위해, Pstart로부터 CCW방향의 vertex인 Pstart - 1(최초인 경우 Pend)을 Pccw라하고, Pstart로부터 Pccw를 연결하는 벡터를 V1ccw라하고, Pccw로부터 Pccw - 1 까지의 벡터를 V2ccw라 하여, V1ccw와 V2ccw의 사이각  $\theta_{ccw}$ 를 구한다. 만약  $\theta_{ccw}$ 가 양의 값( $0^\circ \sim 180^\circ$ )을 갖는다면, Pccw는 형상을 concave하게 만드는 점이 아니므로 다음 vertex를 검사하기 위하여 Pstart를 Pccw로 이동하며, Pstart가 P0에 도달하게 되면 다각형이 convex하여 나눌 필요가 없으며, 그렇지 않으면 계속 반복한다.  $\theta_{ccw}$ 가 음의 값( $-0^\circ \sim -180^\circ$ )을 갖는다면 Pccw가 형상을 concave하게 만드는 점이므로 세 번째 과정으로 진행한다.

셋째, Vccw의 연장벡터와 최초로 만나는 vertex 또는 edge를 찾는다. 직접적으로 vertex와 만나면 vertex를 Pcw,end라 두며, edge와 만나면 edge를 구성하는 두 vertex중 index가 낮은 CCW방향 vertex를 Pcw,end라 두고 폴리곤으로 분리한다.

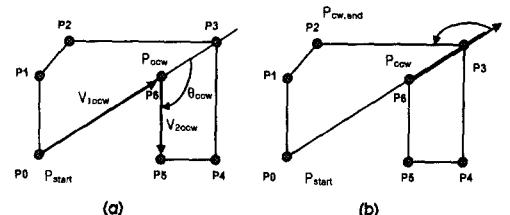


Fig. 9 Division into convex polygon

그리고 각 분리된 폴리곤에서 중심점이 폴리곤 내에 존재할 때까지 반복한다.

### 4. 적용예

본 논문에서는 제시된 삼각형 분할의 효율을 비교하기 위하여 일반적 삼각형 분할,<sup>(8)</sup> 중심점이 없는 Delaunay 삼각형 분할법과 비교하였다. Fig. 10의 (a)~(d)는 제거될 삼각형 그룹으로 구성된 폴리곤에 대하여 일반적인 삼각형 분할, 중심점 없이 Delaunay 삼각형 분할, 구해진 중심점을 가지고 Delaunay 삼각형 분할한 결과를 비교한 것이다.

19개의 삼각형으로 구성된 폴리곤에 대하여 일반적인 삼각형 분할은 9개의 삼각형으로 출일 수 있으나, 가늘고 긴 삼각형이 발생하여 수치 오류를 유발할 수 있다. 중심점이 없는 Delaunay 삼각형 분할은 폴리곤의 내부에 존재하는 삼각형의 영향을 나타내기 어려워 오차가 커진다.

Fig. 11은 레이저 스캐너로부터 1mm 간격으로 측정된 인족 (foot) 모형의 데이터이다. Fig. 12는 Christiansen 알고리듬으로 생성된 인족 모형의 STL 파일을 나타낸다.

Fig. 13은 전술한 알고리듬으로 생성된 인족 모형의 삼각형 망을 나타내며, Fig. 14는 상용 소프트웨어인 Surfacer를 이용한 원래의 측정점과 생성된 삼각형 망의 오차를 나타낸다.

55번의 반복된 Delaunay 삼각형 분할을 25792 개의 점을 가진 인족 모형에 대하여 실행한 결과 4983개의 점으로 감소하였으며, 원래 모델과는 최고 (+) 오차 0.391 mm, 평균 (+) 오차 0.076 mm, 최고 (-) 오차 -0.23mm, 평균 (-) 오차 -0.021 mm를 나타내었다.

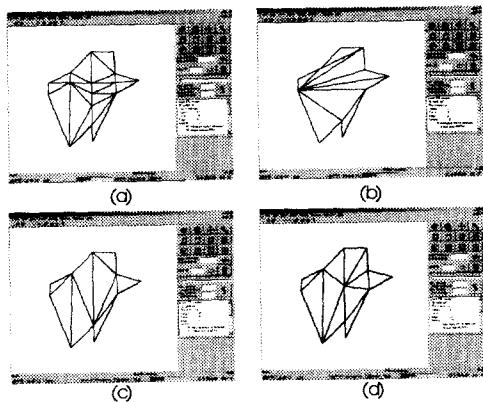


Fig. 10 Comparison of triangulation



Fig. 11 Scanline of foot model

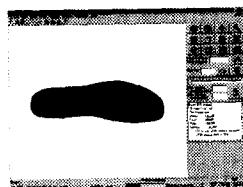


Fig. 12 STL figure of foot model

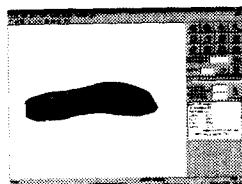


Fig. 13 Resultant triangular net

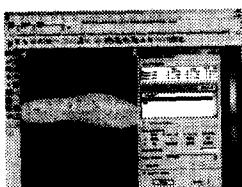


Fig. 14 Comparison of error

Fig. 15는 Delaunay 삼각형 분할의 반복 횟수에 따른 구조 삼각형의 수가 수렴되어 가는 상태를 그래프로 나타내고, Fig. 16은 Delaunay 삼각형 분할의 반복 횟수에 따른 최고 (+) 오차, 평균 (+) 오차, 최고 (-) 오차, 평균 (-) 오차의 변화를 나타낸다.

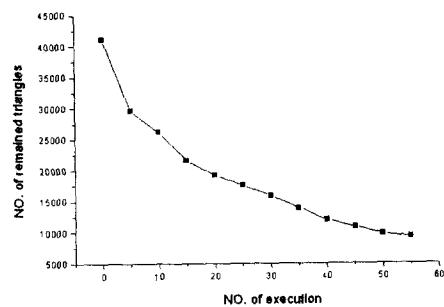


Fig. 15 Triangulation result of remained triangles

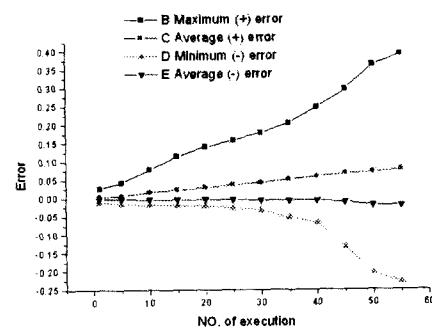


Fig. 16 Triangulation result of error

Table 2는 전술된 인족 모형에 대한 Delaunay 삼각형 분할의 최종적인 적용 결과를 나타낸다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 레이저 스캐너로부터 생성된 점 데이터로부터 STL 파일을 생성할 수 있는 삼각형 망을 생성하였다.

생성된 삼각형 망은 레이저스캐너로부터 얻어지는 많은 점들을 포함하고 있으므로 삼각형 법선 벡터에 의해 생성된 삼각형 그룹으로부터 형성하여 삼각형의 수를 줄이면서 정도를 유지할 수 있

Table 2 Comparison of Delaunay triangulation result

	size (mm)	No. of vertexes	No. of triangles	No. of Remained triangles	No. of remained vertexes	Maximum (+) error	Average (+) error	Minimum (-) error	Average (-) error
foot model	100 × 280	25792	41173	9251	4983	0.391	0.076	-0.23	-0.021

는 알고리듬을 제시하였다.

법선벡터를 이용한 제거될 삼각형 그룹의 선택 기준의 제시와 부피에 따른 평균 높이를 가진 제거 중심점을 이용한 Delaunay 삼각형 분할을 통해서 삼각형 감소에도 불구하고 실제 측정 데이터와 생성된 데이터의 오차 분석에서 좋은 결과를 얻었다.

제시된 방법은 레이저 스캐너에서 측정된 데이터의 수를 적은 오차의 범위에서 감소시키는데 이용될 수 있으며, RP 조형 과정에서 오류 검사나 슬라이싱 과정중에 발생하는 불필요한 계산 시간을 줄일 수 있다.

### 참고문헌

- (1) Chen, Y. H. and Wang, Y. Z., 1999, "Genetic Algorithms for Optimized Retriangulation in the Context of Reverse Engineering," *Computer Aided Design*, Vol. 31, No. 4, pp. 261~271.
- (2) Park, H. and Kim, K., 1995, "An adaptive Method for Smooth Surface Approximation to Scattered 3D Points," *Computer Aided Design*, Vol. 27, No. 12, pp. 929~939.
- (3) Volpin, O., Sheffert, A., Bercotier, M. and Joskowicz, L., 1998, "Mesh Simplification with Smooth Surface Reconstruction," *Computer Aided Design*, Vol. 30, No. 11, pp. 875~882.
- (4) Les Piegl and Wayne Tiller, 1996, "Algorithm for Approximate NURBS Skinning," *Computer Aided Design*, Vol. 28, No. 9, pp. 699~706.
- (5) Hamann, B., 1994, "A Data Reduction Scheme for Triangulated Surfaces," *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 11, No. 2, pp. 197~214.
- (6) Hoppe, H., DeRose, T., Duchamp, T., McDonald, J. and Stuetzle, W., 1993, "Mesh Optimization," *Computer GRAPHICS Proceedings*, pp. 19~26.
- (7) Myeong-Woo Cho, Tae-Il Seo, Jae-Doc Kim and Oh-Yang Kwon, 2000, "Reverse Engineering of Compound Surfaces using Boundary Detection Method," *KSME international Journal*, Vol. 14, No. 10, pp. 1104~1113.
- (8) Joseph O'Rourke, 1994, "Computational Geometry in C," Cambridge University Press.