

6-3 스투워드 플랫폼 운동장치의 새로운 기구학 해석방법

김낙인[†], 이종원^{*}

(2000년 10월 4일 접수, 2001년 6월 14일 심사완료)

A New Kinematic Analysis of 6-3 Stewart Platform Manipulator

Nag-In Kim and Chong-Won Lee

Key Words : Stewart Platform Manipulator(스튜워드 플랫폼 운동장치), Forward Kinematics (순 기구학), Denavit-Hartenberg Link Parameters(데나비-하텐버그 링크계수), Iterative Numerical Calculation(수치해석 계산)

Abstract

The kinematic analysis of Stewart platform manipulator (SPM) is carried out in order to reduce the calculation time for its forward kinematic solution when the iterative numerical method is employed. The kinematic equations for three substructures of the 6-3 SPM are newly derived by introducing Denavit-Hartenberg link parameters and using kinematic constraints associated with the SPM and substructure kinematics. It is shown that the forward kinematics can be easily solved from three nonlinear equations with three unknown variables only, leading to a great reduction in calculation time.

1. 서론

운동장치는 기하학적 형상에 의해 개 루프 운동장치 (open-loop manipulator) 와 폐 루프 운동장치 (closed-loop manipulator) 로 나눌 수 있다. 산업 현장에서 주로 사용하는 개 루프 운동장치와 달리 폐 루프 운동장치는 그 기구학 및 동역학적 특성이 달라, 작은 운동 영역에 큰 부하를 운용하는 영역이나, 다 자유도 고속 운동을 필요로 하는 일부 제한된 분야에 사용되어져 왔다. 이러한 폐루프 운동장치에 대한 특성 및 응용연구는 초기 Hunt 에 의해서 시작되어졌으며, 실제적인 응용으로 가장 많이 알려진 것은 1965 년 Stewart 에 의해서 제안된 스투워드 플랫폼 운동장치⁽¹⁾ (Stewart Platform Manipulator: SPM)로서 항공기 시뮬레이터의 6 자유도 운동재현장치로 개발되었다.

스튜워드 플랫폼 운동장치의 가장 일반적인 형태인 6-6 SPM 의 순 기구학은 아직까지 완전한 형태의 완전 해에 대한 연구 결과가 발표되고 있지

않다.⁽²⁾ 현재까지 연구 발표되어 적용되고있는 방법은 수치해석방법,⁽³⁾ 고차 다항식 방법,⁽⁴⁾ 여유 센서를 사용하는 방법⁽⁵⁾ 및 추정기 설계법 등의 다양한 순 기구학 해를 구하는 방식들이 있다. 고차 다항식 방법은, 고차의 다항식을 사용하기 때문에 작은 수치적인 오차에 의해서도 완전해와 큰 오차를 가지거나, 계산과정 중 발산할 가능성이 있다. 여유 센서를 이용한 방법은, 순 기구학의 비선형 방정식을 계산하기 위해서 필요한 미지수를 추가적인 센서를 이용하여 구한다. 이 방법은, 순 기구학 해를 비교적 빠르고, 정확하게 구할 수 있는 반면, 추가적인 센서 설치를 위한 공간적 제약을 받게 되는 단점이 있다. 수치해석 방법은 SPM 을 구성하는 액추에이터의 변위신호를 이용하여, 순 기구학 근접 해를 안전하게 구할 수 있는 장점이 있으나, 허용하는 오차를 갖는 해에 도달할 때까지 반복계산을 해야 하기 때문에 고속 운동을 수행하기 위한 실시간 제어에는 문제점을 가지고 있다. 하지만, 김 등⁽⁶⁾ 은 최근 다중 연산기를 이용한 제어시스템 설계를 통해, 이를 극복할 수 있는 연구가 발표되었다.

SPM 의 제작 및 설계 관점에서 6-6 SPM 이 제한적 요소를 가장 적게 가지는 구조지만, 액추에이터를 연결하는 상판, 혹은 하판관절 갯수를 3 개로 제작할 수 있는 6-3 SPM 은, haptic device 및 소형 고정도 SPM 과 같이 작은 크기의 운동장치를 필요로 하는 설계에 적절하다. 하지만, 6-3 SPM (혹은 3-

[†] 책임저자, 회원, 대우종합기계 중앙연구소

E-mail : nikim@dhltd.co.kr

TEL : (032)760-1420 FAX : (032)760-1964

^{*} 회원, 한국과학기술원 기계공학과 NOVIC 센터

6 SPM)은 일반적으로 6-6 SPM 의 순 기구학 방법을 그대로 사용하여, 상대적으로 많은 계산시간이 소요되는 단점이 있어, 6-3 SPM 에 대한 단일 연산 장치를 이용한 저가의 제어시스템 설계, 혹은 고속의 운동제어를 위해서 6-3 SPM 전용의 기구학적 해를 구할 수 있는 새로운 기구학 해석방법을 제시하고자 한다.

본 연구에서는 6-3 SPM 의 기구학 해를 구하기 위해 SPM 운동장치의 기구학적 운동 특성을 기준으로 시스템을 가상적으로 분류하여, 데나비-하텐버그 링크계수⁽⁷⁾ (Denavit-Hartenberg link parameters: D-H)를 이용한 기구학 관계식을 유도한 후, 각 부분에서 얻은 구속관계를 이용 SPM 의 기구학적 해를 구하였다. 결과적으로, 순 기구학은 3 개의 미지수를 가지는 비선형 방정식으로 유도되었으며, 이 미지수들을 구하기 위해 뉴우튼-랩슨 (Newton-Raphson method) 수치해석방법을 이용하여 보다 빠른 실시간 해를 구할 수 있도록 하였다.

2. 기하학적 형상 및 운동의 정의

SPM 은 Fig. 1 과 같이 상판과 하판으로 나뉘며 상, 하판의 관절 갯수에 따라 $n-m$ SPM 라고 일반적으로 정의한다. 여기서 n 은 하판의 관절 갯수이며 m 은 상판의 관절 갯수이다. 본 연구에서는 Fig. 1 과 같은 6-3 SPM 에 대한 기구학 해석으로서, 6 개의 동일한 선형 액추에이터가 상판과 하판에 연결되어 자유로운 6 자유도 운동을 한다.

SPM 의 기구학적 운동 특성을 고려하면, 상판과 하판에 Fig. 2 와 같이 동일한 3 개의 평면 운동장치가 연결된 운동장치로 볼 수 있다. 평면 운동장치는 상판에 연결된 1 개의 관절, u_i 과 하판에 연결된 2 개 관절 b_{i1}, b_{i2} 로 구성되며, 2 개의 선형 운동 액추에이터를 포함하고 있다. 여기서, 하첨자 ij 는 i 번째 평면 운동장치의 j 번째 액추에이터를 의미하며, 이 후 모든 정의는 이를 따른다. 이러한 3 개의 평면 운동장치가 가지는 운동은 선형 액추에이터의 운동으로 형성된 면내 운동과 하판에 연결된 2 개의 연결부를 연결하는 가상의 축 $b_{11}-b_{12}, b_{21}-b_{22},$ 및 $b_{31}-b_{32}$ 을 가지는 회전 운동으로 분류할 수 있다. 본 연구에서는 운동장치의 기구학 해석을 위해 D-H 의 링크계수 (Denavit-Hartenberg link parameters)를 이용하였으며, 전체 기구학 해를 구하기 위한 SPM 의 링크계수는 크게 2 가지 방향으로 정의 하였다. 첫째는 관성 좌표계 관점으로 정의되는 요구 제적링크 (Command line link: CLL)이며, Fig. 1 과 같이 하판의 중심, O_B 에서 시작하여 상판의 중심, O_U 을 거쳐 최종적으로 상판과 액추에이터가 연결되는 관절, u_i 로 연결되는 3 개의 독립 루프링크 군이다.

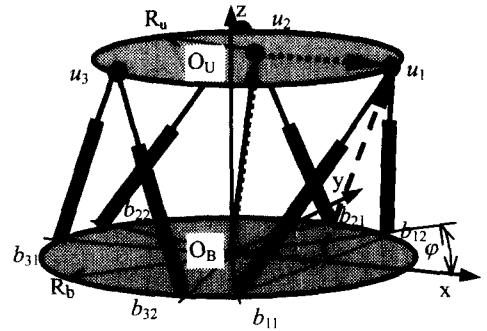


Fig. 1 Stewart platform manipulator and the coordinates (--- :Command line link, — :Feedback line link)

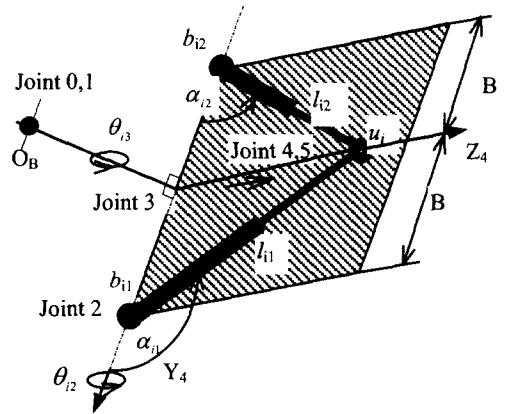


Fig. 2 Definition of plane i in the SPM system

둘째는 귀환 제적 링크 (Feedback line link: FLL)라고 정의하였으며, Fig. 1 에서와 같이 하판의 중심, O_B 에서 시작하여 SPM 내 3 개의 평면 운동장치를 거쳐 최종적으로 CLL 과 연결되는 관절, u_i 로 연결되는 3 개의 폐 루프 링크 군이다.

2.1 요구신호(CLL)의 D-H 정의

SPM 의 요구신호는 O_B 에 대한 O_U 의 상대운동, $X = \{x, y, z, \alpha, \beta, \gamma\}^T$, 으로 x, y, z 의 선형 운동과 회전 운동으로 피치, α , 롤, β , 요우, γ , 의 값으로 각각 정의될 수 있으며, 이러한 운동은 CLL 을 정의하는 링크 계수에 포함된다

Fig. 1 및 3 과 같이 O_B 는 링크계수 0 및 1번 관절의 좌표계 원점이 되고, 관절 2 부터 4까지는 SPM 의 x, y 및 z 까지 변위를 포함하며, 각각 관절 좌표계의 원점은 O_B 이다. O_U 는 관절 5, 6, 7 및 8 의 좌표계 원점과 일치하며, 그 중 관절 5, 6 및 7 은 SPM 의 회전변위 α, β 및 γ 를 포함한다. 그 결과, D-H 링크계수는 Table 1 과 같다. 상판은 3 개의 관절을 가지고 있으므로, CLL 을 구성하는 것은 3 개의 가상적인 개루프 운동장치가 된다. 3 개의 개루프 운동장치는 관절 0 부터 관절 7 까지는 공유하고, 관절 8, 9 는 상판중심에서 상판의 관절 u_i 로 향하는 3 개의 서로 다른 관절이다. 결국, Fig. 3 에

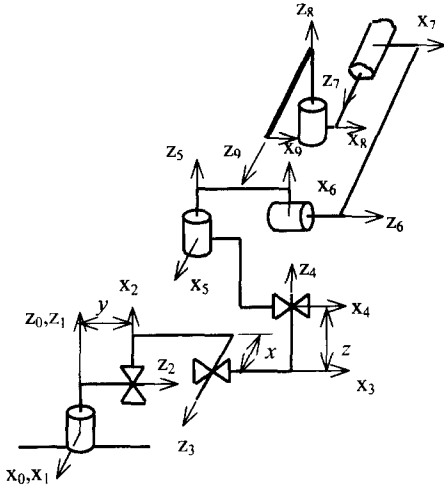


Fig. 3 Command line link

서 3 개의 8 번 관절은 상판 좌표계에서 u_i 관절까지의 상대각도 θ_{8i} 차이를 각각 가지고 있다. 여기서 조인트 2, 3, 4는 선형운동관절 (prismatic joint) 이며 관절 1, 5, 6, 7, 8은 회전운동 관절 (revolution joint)이다.

2.2 귀환 궤적 링크(FLL)의 D-H 정의

SPM 에서 실제 변위를 발생하고 측정되는 부분으로, 이러한 궤적을 따라 형성된 가상적인 링크이다. Fig. 4 에서 연결부 1, 2, 3 은 회전관절 (revolution joint)이며, 관절 4 는 직선 운동관절 (prismatic joint) 이다. 여기서, 관절 1 은 하판중심에 그 좌표계 원점을 가지고 있으며, 3 개의 면내 운동장치로 각각 향하는 관절이다. 관절 2, 3 및 4 는 면내 운동장치의 운동을 표현하는 관절로서, 관절 4 의 끝 단은 CLL 의 관절 9 의 끝 단과 연결된다. 그 결과 D-H 링크계수는 Table 2 와 같다. Fig. 4 는 FLL 의 D-H 링크로서 관절 3, 4 는 면내 운동을 형성 시키는 2 개의 선형실린더에 의해서 얻어질 수 있는 능동 관절이다.

이러한 관절 및 링크는 Fig. 2 와 같은 기하학적인 정의를 이용하여 구성 되었으며, 관절 3 의 회전운동과 관절 4 의 직선운동은, Fig. 5 에서 실제적인 액추에이터 $b_{1i}-u_i$ 및 $b_{12}-u_i$ 에 의해서 변위가 형성되는 가상적인 관절이다. 그러므로, 이 가상적인 관절의 변위 및 회전은 액추에이터 $b_{1i}-u_i$ 및 $b_{12}-u_i$ 의 변위에 의해서 결정된다. Fig. 5 에서 b_{1i} , u_i 및 b_{12} 로 형성되는 SPM 내의 평면 운동장치를 검토해보면, b_{1i} 과 b_{12} 를 연결하는 가상적인 축을 중심으로 액추에이터 $b_{1i}-u_i$ 및 $b_{12}-u_i$ 을 포함하는 가상적인 평면이 회전, θ_{12} , 하며, 이 가상적인 면에서 2 개의 실제적인 선형 액추에이터가 면내 운동을 하는 형태로 모든 운동을 정의할 수 있다. FLL 은 CLL 과 같이 3 개의 독립된 링크를 유지하며 관절 2, 3, 4 는 운동하는 관절이고, 그 외는 고정된 관절이다.

Table 1 D-H link parameters of command line link

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	θ_{81}	θ_{82}	θ_{83}	Cartesian command
1	0	0	0	0				
2	-90	0	y	-90				y
3	-90	0	x	-90				x
4	-90	0	z	0				z
5	0	0	0	$\alpha-90$				α
6	-90	0	0	$\beta-90$				β
7	-90	0	0	$\gamma-90$				γ
8	-90	0	0	θ_{8i}	0	120	-120	
9	90	0	R_u	0				

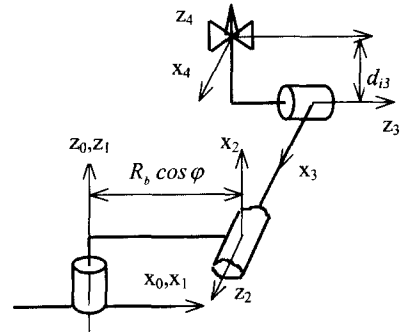


Fig. 4 Feedback line link

Table 2 D-H link parameters of feedback link line

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	θ_{11}	θ_{21}	θ_{31}
1	0	0	0	θ_{i1}	0	120	-120
2	90	$R_b \cos \varphi$	0	$\theta_{12} + 90$			
3	90	0	0	$\theta_{13} + 90$			
4	90	0	d_{13}	0			

3. 기구학해석

6-3 SPM 에 대한 기구학해석은 각 관절의 변위 정보를 이용하여 관성 좌표계에 대한 상판중심의 변위를 구하는 순 기구학 해석과 상판중심변위를 이용하여 각 관절의 변위를 계산할 수 있는 역기구학 해석으로 분류할 수 있다. 일반적으로 SPM 과 같이 페 루프 운동장치의 역기구학은 간단하게 완전 해를 얻을 수 있으나, 순 기구학은 복잡한 형태로 유도되거나 완전 해를 구할 수 없는 경우가 있다.

3.1 순 기구학

3.1.1 순방향 변위

Fig. 3 에서 CLL 전환행렬 (transformation matrix) 은 Table 1 에서 정의된 D-H 링크계수를 이용하여

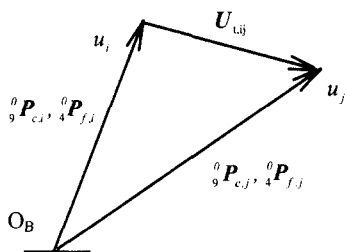


Fig. 6 Vector relationships between 2 upper joints

$$\alpha_{i1} = \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{B - y_i}{d_{i30} + z_i} \right), \quad \alpha_{i2} = \tan^{-1} \left(\frac{d_{i30} + z_i}{B + y_i} \right) \quad (6)$$

여기서

$$y_i = \frac{l_{i2}^2 - l_{i1}^2}{4B}, \quad z_i = \sqrt{l_{i2}^2 - (y_i + B)^2} - d_{i30}$$

그러므로 d_{i3} 및 θ_{i3} 은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$d_{i3} = \sqrt{l_{i2}^2 - B^2 - 2By_i}, \quad \theta_{i3} = \tan^{-1} \left(\frac{y_i}{d_{i30} + z_i} \right) \quad (7)$$

하판 원점에서 상판 u_i 및 u_j 까지 각각의 거리, ${}^0P_{f,i}$, ${}^0P_{f,j}$, 는 FLL 에서 유도되며, Fig. 6 과 같이 u_i 와 u_j 사이 의 거리, U_{ij} , 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$U_{ij} = {}^0P_{f,i} - {}^0P_{f,j}, \quad i \neq j, i, j = 1, 2, 3 \quad (8)$$

그리고 u_i 와 u_j 사이의 거리는 상판상에서 고정된 거리 $|U_{ij}|$ 라는 관계를 이용하면,

$$(U_{ij})^2 = |U_{ij}|^2 = ({}^0P_{f,ix} - {}^0P_{f,jx})^2 + ({}^0P_{f,iy} - {}^0P_{f,iy})^2 + ({}^0P_{f,iz} - {}^0P_{f,jz})^2 \quad (9)$$

$$i \neq j, i, j = 1, 2, 3$$

를 유도할 수 있으며, 이 관계를 이용하여 θ_{12} , θ_{22} , θ_{32} 를 구할 수 있다. 식 (9)는 3 개의 방정식과 3 개의 미지수, θ_{12} , θ_{22} , θ_{32} 를 가지고 있는 비선형 방정식이다. 그 결과, 완전해로 식을 정리할 수 없으므로 수치해석 방법을 도입하여 3 개의 미지수를 구할 수 있다. 수치해석 방법에는 여러 가지 방법이 있으나, 해 근처에서 수렴속도가 빠르며 계산 과정이 간단한 뉴턴-랩슨 (Newton-Raphson) 방법을 선택하여 해를 구하였다. 뉴턴-랩슨 식을 구성하기 위해 식 (9)를 다음과 같이 정의 하였으며, $f_y(\theta_2)$ 는 해에서 0 의 값을 갖는 함수이다.

$$f_y(\theta_2) = ({}^0P_{f,ix} - {}^0P_{f,jx})^2 + ({}^0P_{f,iy} - {}^0P_{f,iy})^2 + ({}^0P_{f,iz} - {}^0P_{f,jz})^2 - |U_{ij}|^2 \quad (10)$$

$$i, j = 1, 2, 3, i \neq j$$

식 (10)을 이용한 뉴턴-랩슨 식은

$$\theta_{j2}|_{n-1} = \theta_{j2}|_n - \left[\frac{\partial f_y(\theta_{12}|_n)}{\partial \theta_{12}} \right]^{-1} f_y(\theta_{12}|_n), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (11a)$$

와 같이 정의 할 수 있으며,

$$\theta_2 = \{\theta_{12} \quad \theta_{22} \quad \theta_{32}\}^T, \quad f_y = \{f_{12} \quad f_{22} \quad f_{32}\}^T \quad (11b)$$

와 같이 정의 되고, 여기서 하 첨자 n 은 수치해석에서 계산 단계를 나타낸다.

그 결과 J_θ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$J_\theta = \left[\frac{\partial f_y(\theta_2|_n)}{\partial \theta_2} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{12}}{\partial \theta_{12}} & \frac{\partial f_{12}}{\partial \theta_{22}} & \frac{\partial f_{12}}{\partial \theta_{32}} \\ \frac{\partial f_{22}}{\partial \theta_{12}} & \frac{\partial f_{22}}{\partial \theta_{22}} & \frac{\partial f_{22}}{\partial \theta_{32}} \\ \frac{\partial f_{32}}{\partial \theta_{12}} & \frac{\partial f_{32}}{\partial \theta_{22}} & \frac{\partial f_{32}}{\partial \theta_{32}} \end{bmatrix}_{\theta_{12}|_n} \quad (11c)$$

여기서

$$J_{\theta,11} = d_{13}c_{13} \left\{ 3R_b c_{12} + d_{23} \left(2c_{22}c_{23}s_{12} + c_{12} \left(c_{23}s_{22} + \sqrt{3}s_{23} \right) \right) \right\}$$

$$J_{\theta,12} = d_{23}c_{23} \left\{ -3R_b c_{22} + d_{13} \left(c_{13} \left(c_{22}s_{12} + 2c_{12}s_{22} \right) - \sqrt{3}c_{22}s_{13} \right) \right\}$$

$$J_{\theta,22} = d_{23}c_{23} \left\{ -3R_b c_{22} + d_{23} \left(2c_{33} \left(c_{32}s_{22} + c_{22}s_{32} \right) + \sqrt{3}c_{22}s_{33} \right) \right\}$$

$$J_{\theta,23} = d_{33}c_{33} \left\{ -3R_b c_{32} + d_{23} \left(c_{32} \left(c_{23}s_{22} - \sqrt{3}s_{23} \right) + 2c_{22}c_{23}s_{32} \right) \right\}$$

$$J_{\theta,31} = d_{13}c_{13} \left\{ -3R_b c_{12} + d_{33} \left(c_{33} \left(2c_{32}s_{12} + c_{12}s_{32} \right) - \sqrt{3}c_{12}s_{33} \right) \right\}$$

$$J_{\theta,33} = d_{33}c_{33} \left\{ -3R_b c_{32} + d_{13} \left(c_{13} \left(c_{32}s_{12} + 2c_{12}s_{32} \right) + \sqrt{3}c_{32}s_{13} \right) \right\}$$

$$J_{\theta,13} = J_{\theta,21} = J_{\theta,32} = 0$$

$$s_{ij} = \sin \theta_{ij}, \quad c_{ij} = \cos \theta_{ij}$$

여기서 J_θ 에 대한 특이조건은 식 (11c) 의 대각행렬의 곱이 0 이 될 수 있는 임의의 조건이다. 그 결과, 특이조건이 발생할 수 있는 조건은 첫째로 θ_{13} , θ_{23} 및 θ_{33} 의 값 중 하나라도 90 도가 되거나, 두 번째로 대각행렬을 구성하는 각 요소에서 임의의 $\{\bullet\}$ 값이 0 이 될 때로 분류할 수 있다. 첫째조건은 Fig. 5 와 같은 3 개의 평면운동장치중의 하나라도 d_{i3} 의 방향이 Y_4 와 평행하게 되는 조건으로서, 정상적인 설계조건에서는 존재할 수 없다. 두 번째조건은 SPM 의 설계조건과 자세에 의해서 발생하는 것으로서, 제한된 기구학식을 사용하기 위해서는 SPM 의 운동 영역에서 $\{\bullet\}$ 값을 계산하여 특이조건이 발생할 수 있는지에 대한 사전 검토가 필요하다.

식 (11)을 이용하여 θ_{12} 를 구하고, 식 (5) 및 (7)에서 d_{i3} , θ_{i3} 를 구할 수 있다. 이를 이용 식 (3)에 대입하면 순 기구학의 직선 변위인 x , y 및 z 를 구할 수 있다. 또한, 여기서 구한 면내 변위와 순 기구학의 선형 변위를 이용하면, 식 (4)의 순 기구학 회전 변위 α , β 및 γ 를 각각 구할 수 있다. 결국 순 기구학 해를 구하는 과정 중에 기존의 방법과

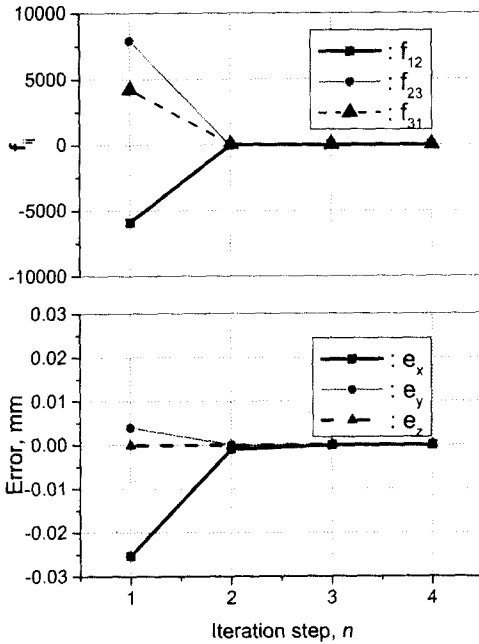


Fig. 7 Error convergence

Table 3 Dimensions of 6-3 SPM

Parameter	Value	Parameter	Value
R_b	0.4m	R_u	0.4m
φ	45°	z_0	0.68m

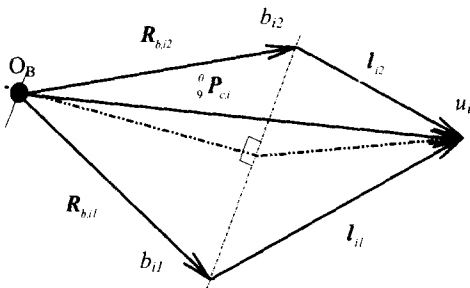


Fig. 8 Vector relationships for cylinder length l_{11} and l_{12}

동일하게 수치해석 방법을 사용하고 있으나, 6x6 SPM 과 같이 수치해석을 위해 반복적인 6x6 형태의 행렬의 역 행렬계산을 필요로 하는 대신에 3x3 행렬을 사용 하므로 6x3 SPM 에 대한 순 기구학 해를 구하기 위해 6x6 SPM 순 기구학을 사용하는 기존 방법에 비해 계산 시간을 단축시킬 수 있다.

제안된 순 기구학 해석 방법에 대한 타당성을 확인하기 위해, 실제 사용환경을 기준으로 순 기구학을 계산해 보았다. Table 3 은 본 계산에 적용된 6-3 SPM 의 주요부 치수들이다. SPM 은 실시간 제어 시, 전단계의 순 기구학 해석 결과를 수치해석의 초기조건으로 사용하므로, 해까지의 거리는 매우 짧은 거리를 가지고 있어, 뉴턴-랩슨방법은 매우 빠른 수렴 특성을 가지고 있다.⁽³⁾ 본 계산에

서도 이와 같이 전단계의 해에서 매우 가까운 거리로 가정하였으며, 초기 중립위치, z_0 , 에서, x, y 및 z 방향으로 각각 5mm 이동했다는 가정으로 순 기구학을 계산 하였다. Fig. 7 은 수치해석 과정 중 $f_y(\theta_2)$ 및 직선길이방향 완전 해에 대한 오차, e , 이다. 계산결과, 오차는 매우 빠른 속도로 완전 해에 도달할 수 있음을 보였으며, 적절한 오차를 허용한다면, 1, 혹은 2 회 정도의 계산에 의해서도 충분한 결과를 얻을 수 있음을 보여 제안된 방법에 대한 타당성을 보여 주었다.

3.2 역 기구학

역 기구학은 상관변위 중심의 변위를 이용하여 각 관절부의 변위를 얻는 과정을 말한다. Fig. 8 에서와 같이 i 번째의 평면 운동장치에서 벡터관계를 이용하여 다음과 같은 관계를 유도할 수 있다.

$$l_{ij} = {}^0P_{ci} - R_{bj}, \quad i=1, 2, 3, \quad j=1, 2 \quad (12)$$

여기서 l_{ij} 는 i 번째 평면 운동장치를 구성하는 2 개의 액추에이터 변위 벡터이다. 식 (12)를 이용하여 액추에이터 절대변위 길이, l_{ij} , 는 다음과 같이 구해 진다.

$$l_{ij}^2 = I_j^T I_j, \quad i=1, 2, 3 \quad j=1, 2 \quad (13)$$

식 (13)에서 6 개의 하판 연결부 위치는 Fig. 1 에서 관성 좌표계를 이용해서 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 R_{b,11} &= R_b \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ -\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix}, & R_{b,12} &= R_b \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} \\
 R_{b,21} &= R_b \begin{bmatrix} \cos(120-\varphi) \\ \sin(120-\varphi) \\ 0 \end{bmatrix}, & R_{b,22} &= R_b \begin{bmatrix} \cos(120+\varphi) \\ \sin(120+\varphi) \\ 0 \end{bmatrix} \\
 R_{b,31} &= R_b \begin{bmatrix} \cos(120+\varphi) \\ -\sin(120+\varphi) \\ 0 \end{bmatrix}, & R_{b,32} &= R_b \begin{bmatrix} \cos(120-\varphi) \\ -\sin(120-\varphi) \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (14)$$

3.3 속도 및 가속도 해석

FLL 의 실린더에 대한 속도 및 가속도는 액추에이터 절대변위 식 (13)를 다음과 같이 시간에 대해서 미분하면 얻을 수 있다.

$$\dot{l}_{ij} = J_{ij} \dot{X} \quad (15)$$

여기서

$$J_{ij} = \frac{({}^0P_{ci} - R_{bj})^T J_{ci}}{l_{ij}}, \quad \frac{d({}^0P_{ci})}{dt} = J_{ci} \dot{X}, \quad i=1, 2, 3, \quad j=1, 2$$

결과적으로 6-3 SPM 에 대한 관성 좌표계에서 속도, \dot{X} , 및 자코비안 J 는 다음과 같다.

$$\dot{X} = J_s \dot{I}, \quad J_s^{-1} = J_v \quad (16)$$

여기서

$$I = [l_{11} \ l_{12} \ l_{21} \ l_{22} \ l_{31} \ l_{32}]^T$$

$$J_v = ([J_{v,11} \ J_{v,12} \ J_{v,21} \ J_{v,22} \ J_{v,31} \ J_{v,32}])^T$$

또한, 관성 좌표계에서 가속도, \ddot{X} , 는 식 (15)를 이용하면 다음과 같다.

$$\ddot{X} = J_v \ddot{j} - J_v J_v j \dot{j} \quad (17)$$

여기서

$$\dot{j}_v = \frac{d(J_v)}{dt}$$

4. 결 론

폐 루프 운동 장치인 6-3 SPM 의 운동 특성과 D-H 링크계수법을 이용한 기구학 해석을 하였다. 6-3 SPM 은 기구학적인 운동 특성상 3 개의 면내 운동장치로 분류 할 수 있었으며, 이러한 면내 운동장치의 운동을 귀환 케적 링크 (FLL)로 정의 하였고, 상판과 하판의 중심을 연결해주는 케적을 요구 케적 링크 (CLL)로 정의 하여 각각에 대한 D-H 링크계수를 유도하였으며, 두개의 케적 링크의 끝 단이 공간상 한 점에서 만난다는 원리를 이용하여 기구학 해를 구하였다.

SPM 내의 순 기구학은 3 개의 면내 변위 변수만을 미지수로 가지는 비선형 관계식을 유도할 수 있었으며, 이를 구하기 위해 수치해석 방법을 도입하였다. 그 결과, 순 기구학 해를 구하기 위해, 3 개의 면내 변위계산만을 위한 3x3 행렬에 대한 역행렬을 필요로 하는 순 기구학 관계를 유도할 수가 있었다. 이로 인해 6-3 SPM 에 대한 기구학 계산 시간의 단축을 할 수 있었고, 수치해석으로 구해야 하는 미지수 개수를 최소화하여, 기구학 관계를 좀더 많이 이해할 수 있으리라 판단 된다.

본 연구와 연계된, 추후 연구 방향으로서는 본 연구에서 도입된 기구학 해석 방법과 6-3 SPM 의

운동 특성을 이용하여, 운동장치의 동역학을 유도하는 것이라고 판단된다. 또한, 제한된 순 기구학 해석 방법과 θ_2 를 측정할 수 있는 추가적인 센서를 장착할 수 있다면, 여유센서측정법으로서 빠르고, 정확한 해를 구할 수 있는 하나의 예가 될 수 있다.

참고문헌

- (1) Stewart, D., 1965, "A Platform with Six Degree of Freedom," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineering*, Vol. 180, Part 1, No. 5, pp. 371~386.
- (2) Griffis, M. and Duffy, J. 1989, "A Forward Displacements Analysis of a Class of Stewart Platforms," *Journal of Robotic System*, Vol. 6, No. 6, pp. 703~720.
- (3) Parrish, R. V., Dieudenne, J. E. and Martin, D. J., Jr., 1973, "Motion Software for a Synergistic Six-degree-of-freedom Motion Base," *NASA TN D-7350*.
- (4) Zhang, C.-D., and Song, S.-M., 1992, "Forward Kinematics of a Class of Parallel Platform with Closed-Form Solutions," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 9, No. 1, pp. 93~112.
- (5) Cheok, K. C., Overholt, J. L. and Beck, R. R., 1993, "Exact Methods for Determining the Kinematics of a Stewart Platform Using Additional Displacement Sensors," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 10, No. 5, pp. 689~707.
- (6) 이종원, 김낙인, 1999, "운동방정식을 기저로 한 스투워드 플랫폼 운동장치의 제어시스템 설계 및 슬라이딩모드제어," 대한기계학회 논문집, Vol. 23, No. 6, pp. 903~911.
- (7) Denavit, J. and Hartenberg, R. S., 1955, "A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices," *Journal of applied mechanics*, pp. 215~221.
- (8) Craig, J. J., 1989, *Introduction to Robotics*, Addison-Wesley publishing company.