

수직관에서 상승하는 Taylor 기포의 수치해석

손 기 현*

(2000년 8월 17일 접수, 2001년 1월 8일 심사완료)

Numerical Simulation of a Taylor Bubble Rising in a Vertical Tube

Gihun Son

Key Words: Taylor Bubble(Taylor 기포), Slug Flow(슬러그유동), Level Set Method(Level set 방법)

Abstract

In this study, a single Taylor bubble and a train of Taylor bubbles rising in a vertical tube were simulated numerically. A finite difference method was used to solve the mass and momentum equations for the liquid-gas region. The liquid-gas interface was captured by a level set function which is defined a signed distance from the interface. For a train of Taylor bubbles repeated periodically in space, the periodic conditions were imposed at the boundaries normal to the gravitational direction and the pressure boundary conditions were iteratively determined so that the computed flow rate should be equal to a given flow rate. Based on the numerical simulation, the calculated shape and rise velocity of a Taylor bubble were found to be in good agreement with the experimental data reported in the literature.

기호설명

C : 식 (2)에 의해 정의된 계수
 D : 관의 직경
 Eo : Eotvos 수, $\rho_l g D^2 / \sigma$
 Fr : Froude 수, U / \sqrt{gD}
 g : 중력 가속도
 H : 검사체적내에서 액상의 체적비
 h : 격자 간격
 L : 계산영역의 길이
 N_f : 무차원화된 점성계수의 역수,
 $\rho_l g^{1/2} D^{3/2} / \mu_l$
 ΔP : 주기적인 경계면 사이의 압력차
 p : 압력

r, x : 원통좌표계
 Re : 레이놀즈수, $\rho_l U_m D / \mu_l$
 t : 시간
 δt : 시간 간격
 U_b : 기포의 상승속도
 U_m : 유체의 축방향 평균속도
 \vec{u} : 속도 벡터, (v, w)
 \vec{u}_r : 계산영역에 상대적인 속도 벡터
 V : 기포의 체적
 x_{nose} : 기포의 상단부로부터 거리
 χ : 상경계면의 곡률
 μ : 점성계수
 ρ : 밀도
 σ : 표면장력
 τ : 반복계산 단계
 ϕ : Level Set 함수

* 회원, 서강대학교 기계공학과

E-mail : gihun@ccs.sogang.ac.kr

TEL : (02)705-8641 FAX : (02)712-0799

$$n : n\delta t$$

하첨자

g, l : 기상, 액상

1. 서 론

이상유동의 기본유형중 하나인 수직 슬러그유동은 관의 단면적을 가득 채울만큼 큰 기포 (Taylor 기포)의 상승을 동반하는 유동으로, 화력발전의 수냉벽과 원자력발전의 증기발생기 등 다양한 공학시스템에서 발견된다. 수직 슬러그유동의 중요한 변수인 기포의 상승속도와 형상을 예측하기 위한 많은 연구가 지난 반세기 동안 진행되었다.

점성과 표면장력의 효과가 상대적으로 작은 경우, 직경이 D 인 수직관 내부의 정지된 액체층에서 상승하는 Taylor 기포의 속도(U_b)는 다음과 같이 표현될 수 있다.⁽¹⁾

$$U_b = k\sqrt{gD} \sqrt{1 - \rho_g/\rho_l} \quad (1)$$

여기서, k 는 비점성 유동해석에 의하면 0.351,⁽²⁾ 실험데이터에 의하면 0.35 ± 0.05 ⁽²⁻⁵⁾의 값을 가진다.

수직관 내부의 유동이 평균유속(U_m)을 가지는 경우, Taylor 기포의 상승속도는 다음과 같이 표현될 수 있다.⁽¹⁾

$$U_b = CU_m + k\sqrt{gD} \sqrt{1 - \rho_g/\rho_l} \quad (2)$$

여기서, C 는 상류의 속도분포가 기포상승에 미치는 영향을 나타내는 계수이다. Re 의 값이 8000보다 큰 경우, C 의 실험데이터는 난류의 최대유속/평균유속의 비인 1.2와 대체로 일치하였다.^(6,7) 비점성 유동해석에서는 기포의 상류에서 유속을 난류 속도분포로 가정함으로 실험데이터와 대체로 일치하는 결과를 얻었다.^(3,8) 그러나, Re 의 값이 작은 경우, 비점성 유동해석의 결과는 실험데이터와 상당히 불일치하는 경향을 나타내었다.^(3,8)

최근 들어, 기포상승에 동반된 슬러그유동을 해석할 수 있는 수치방법을 개발하여 Taylor 기포의 상승속도와 형상을 비점성의 가정없이 예측하려는 연구가 시도되고 있다. Mao와 Dukler⁽⁴⁾는 격자생성법과 유한차분법을 정상상태의 수직 슬러그유동에 적용하여 실험데이터와 일치하는 결과를 얻었다. 또한, Clarke와 Issa⁽⁹⁾는 단일 Taylor 기포뿐만 아니라 주기적인 간격으로 놓여있는 일련의 기포에 대한 유동을 해석하기 위해 Mao와 Dukler의 방법과 유사한 수치방법을 사용하였다. 그러나, 그들의 수치방법은 기포형상을 계산하는 동안 다수의 해 중에서 물리적으로 가능한 하나의 기포형상을 선택해야 하는 문제와 기포 하단부의 형상과 비정상적인 유동을 계산할 수 없는 한계가 있다. 이와 같은 수치방법의 한계를 극복하기 위해, Bugg 등⁽¹⁰⁾은 VOF 방법을 사용하였다. 그러나, 그들의 계산은 정지된 액체층에서 상승하는 단일 Taylor 기포에 한정되었다. Bugg 등과 Mao와 Dukler⁽⁴⁾의 수치해석에서는 기포의 밀도를 무시하였으나, 발전계통과 같이 높은 압력에서 일어나는 이상유동의 경우에는 기포의 밀도를 고려하여야 한다.

주기적인 기포상승을 해석하는 경우에 발생하는 수치해법상의 어려운 점은 유량을 결정하는 속도성분이 경계조건에 주어져 있지 않으며, 압력 경계조건에는 미지수인 비주기적 성분이 포함되어 있다는 점이다. 주기적인 단상유동의 수치해석에서, Patankar 등⁽¹¹⁾은 압력을 주기적인 성분과 비주기적인 성분으로 분리하였으며, 주어진 레이놀즈수에 해당하는 평균유속은 압력강하에 해당하는 비주기적인 성분의 반복계산을 통하여 얻을 수 있었다. 그러나, 밀도차가 큰 이상유동의 수치해석에서, Esmaeeli와 Tryggvason⁽¹²⁾은 중력 방향으로 주기적인 유동의 유량을 주어진 유량과 일치하도록 계산하는데 많은 어려움을 겪었다.

본 연구에서는 VOF 방법의 계단함수보다 수학적으로 더 잘 정의된 거리함수를 사용하는 Level Set 방법⁽¹³⁾을 이용하여, 기포상승을 동반하는 수직 슬러그유동을 제한된 조건없이 수치해석하고자 한다. 정지된 액체층에서의 기포상승뿐만 아니라 평균유속이 있는 액체층에서의 기포상승, 주기적인 Taylor 기포의 상승에 동반된 유동을 해석하고 기존에 밝혀지지 않은 현상을 규명하고자 한다.

2. 수치 해석

2.1 지배방정식

본 연구에서는 Taylor 기포의 상승에 동반되는 유동을 축대칭, 비압축성, 층류 조건하에서 수치 해석하였으며, 상변화와 열전달은 고려하지 않았다. 사용된 계산영역은 Fig. 1과 같다. 기포면은 기상에서 음의 값, 액상에서 양의 값을 가지는 상경계면으로부터 거리함수로 정의된 Level Set 함수에 의해 계산되었다. 고정된 계산영역에서는 상승하는 기포가 계산영역 바깥으로 빠져나가게 됨으로, 이를 방지하기 위해 계산영역을 기포의 상승속도와 같은 속도로 움직였다. 이 경우, 기상-액상영역 모두에 적용될 수 있는 질량보존, 운동량보존 및 Level Set 함수(ϕ)를 지배하는 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{3}$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \mu \nabla \vec{u} + \vec{S} \tag{4}$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = 0 \tag{5}$$

여기서,

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_r \cdot \nabla \tag{6}$$

$$\vec{u}_r = \vec{u} + U_b \vec{g}/g \tag{7}$$

$$\vec{S} = \rho \vec{g} + \sigma x \nabla H + \nabla \cdot \mu (\nabla \vec{u})^T \tag{8}$$

$$H = \begin{cases} 1 & \text{if } \phi \geq +1.5h \\ 0 & \text{if } \phi \leq -1.5h \\ \frac{1}{2} + \frac{\phi}{3h} + \frac{\sin(2\pi\phi/3h)}{2\pi} & \text{otherwise} \end{cases} \tag{9}$$

$$x = \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \tag{10}$$

$$\rho = \rho_g + (\rho_l - \rho_g)H \tag{11}$$

$$\mu = \mu_g^{-1} + (\mu_l^{-1} - \mu_g^{-1})H \tag{12}$$

상경계면($\phi=0$)은 식 (5)에 의해 결정되지만, H 와 x 를 정확하게 계산하기 위해 Level Set 함수를 거리함수로 재정의하는 방정식 (13)과 계산

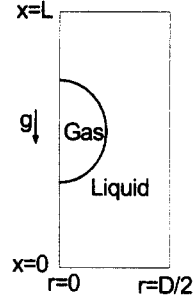


Fig. 1 Computational domain

된 기포부피를 초기에 주어진 기포부피와 같도록 보정하는 방정식 (14)를 추가하였다.⁽¹³⁾

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \frac{\phi_o}{\sqrt{\phi_o^2 + h^2}} (1 - |\nabla \phi|) \tag{13}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = (V - V_o) |\nabla \phi| \tag{14}$$

여기서, ϕ_o 은 식 (5)의 해이며, τ 는 식 (13)과 (14)의 우변이 상경계면 주위에서 0이 될 때까지 계산하는 반복단계를 의미한다. 또한, V_o 는 주어진 기포의 체적, V 는 ϕ 로부터 계산되는 기포의 체적이다.

Level Set 함수(ϕ^{n+1})는 식 (5)와 식 (13)~(14)를 시간에 대한 explicit scheme을 사용하여 구하였으며, 운동량 및 질량 보존식은 투사법을 사용하여 계산하였다. 먼저, 운동량보존식 (4)를 이전 시간의 압력을 이용하여 풀고, 얻어진 속도분포를 연속방정식 (3)을 만족하도록 보정해주는 투사법의 과정은 다음과 같다.

$$\rho \left(\frac{\vec{u}^* - \vec{u}^n}{\delta t} + \vec{u}_r^n \cdot \nabla \vec{u}^n \right) = -\nabla p^n + \nabla \cdot \mu \nabla \vec{u}^* + \vec{S} \tag{14}$$

$$\vec{u}^{**} = \vec{u}^* + \frac{\delta t}{\rho} \nabla p^n \tag{15}$$

$$\nabla \cdot \frac{1}{\rho} \nabla p^{n+1} = \frac{\nabla \cdot \vec{u}^{**}}{\delta t} \tag{16}$$

$$\vec{u}^{n+1} = \vec{u}^{**} - \frac{\delta t}{\rho} \nabla p^{n+1} \tag{17}$$

위의 식에서, x , H 와 물성치는 ϕ^{n+1} 로부터 계산되며, \int_0^L 에 포함되어 있는 전단응력은 이전 시간의 속도를 이용하여 계산하였다. 이 경우, 식 (14)~(17)를 순차적으로 풀 수 있다.

2.2 경계조건

Fig. 1에 나타난 계산영역의 경계조건은 다음과 같다.

1) 대칭축 ($r=0$): $\frac{\partial u}{\partial r} = v = \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$ (18)

2) 벽면 ($r=D/2$): $u = v = \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$ (19)

단일기포의 상승

3) 상류 ($x=L$): $u = u_m, \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$ (20)

4) 하류 ($x=0$): $p = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$ (21)

식 (21)은 Gresho⁽¹⁴⁾가 제안한 출구 유동조건에 해당한다.

주기적인 기포의 상승

상류 및 하류 ($x=0, L$):

$$\begin{aligned} u_{x=L} &= u_{x=0}, & v_{x=L} &= v_{x=0}, \\ \phi_{x=L} &= \phi_{x=0}, & p_{x=L} &= p_{x=0} + \Delta P \end{aligned} \quad (22)$$

식 (22)에서, ΔP 는 증력방향의 전체 압력차이를 나타내는 비주기적인 압력성분이며, 계산되는 속도분포가 외부에서 주어진 평균속도 (U_m)와 일치하도록 결정되어야 한다. 즉,

$$\int_0^{D/2} (u^{n+1} - U_m) r dr = 0 \quad (23)$$

위의 식에 식 (17)을 대입하고 $0 \leq x \leq L$ 에 대해 적분하면,

$$\int_0^L \int_0^{D/2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} r dr dx = \Delta Q \quad (24)$$

$$\Delta Q = \frac{1}{\delta t} \int_0^L \int_0^{D/2} (u^{**} - U_m) r dr dx \quad (25)$$

여기서, ΔQ 는 압력방정식 (16)을 풀기 전에 계산된다. 식 (24)를 부분적분하고 경계조건인 식 (22)를 이용하면, ΔP 에 대한 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta P = \left[\int_0^L \int_0^{D/2} p^{n+1} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\rho} r dr dx + \Delta Q \right] / \int_0^{D/2} \frac{1}{\rho_{x=0}} r dr \quad (26)$$

위의 식에서, 경계조건인 일부인 ΔP 는 p^{n+1} 의 함수이므로 압력방정식 (16)과 식 (26)은 반복적으로 계산되어야 한다. 이는 ΔP 를 반복계산 없이 구할 수 있는 밀도가 일정한 단상유동의 경우와 다르다.

2.3 수치해법

운동량 및 질량보존식을 풀기 위해 투사법을 사용하였으며, 차분화된 방정식의 반복계산을 위해 TDMA(Tridiagonal-Matrix Algorithm)와 Gauss-Seidel 방법을 결합한 알고리즘을 사용하였다. 특히, 차분화된 압력방정식을 풀기 위한 반복계산은 Orthogonal-Residual 방법과 튜닝형 복수격자 방법을 사용함으로써 수렴속도를 향상시킬 수 있었다.⁽¹⁵⁾ 주기적인 유동은 TDMA 대신 CTDMA(Cyclic TDMA)를 사용하여 계산하였다.

3. 계산결과 및 검토

지배방정식을 무차원화하기 위해, 판의 직경 D 와 속도 \sqrt{gD} 를 대표값으로 이용하였으며, 주요 무차원 매개변수는 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned} N_f &= \rho_l D \sqrt{gD} / \mu_l, & Fr_b &= U_b / \sqrt{gD} \\ Eo &= \rho_l g D^2 / \sigma, & Fr_m &= U_m / \sqrt{gD} \end{aligned} \quad (27)$$

계산에 사용된 격자의 간격은 $D/64$ 로 균일하며, 계산된 기포 상승속도는 격자간격을 반으로 줄인 결과와 비교할 때 2%내의 오차범위에 있었다. 초기의 기포형상으로 $0.8D$ 의 지름을 갖는 원통형을 사용하였다. 계산에 주로 사용된 무차원

수는 공기-물의 물성치와 $D=25\text{mm}$ 를 사용하여 다음과 같이 선택하였다.

$$\begin{aligned} \rho_l / \rho_g &= 833, & \mu_l / \mu_g &= 55.6, \\ Eo &= 84, & N_f &= 1.24 \times 10^4 \end{aligned} \quad (28)$$

기포 상승에 미치는 점성의 효과를 고려하기 위해, $N_f=1.24 \times 10^3$ 에 대한 계산도 수행하였다.

3.1 정지된 액체에서 단일 기포의 상승

먼저, 경계조건이 기포상승에 영향을 주지 않는 계산영역의 길이(L)를 선택하기 위한 계산을 수행하였다. Fig. 2는 $L=8D$ 와 $L=4D$ 인 경우에 대한 정상상태의 기포형상과 유선을 나타낸 것이다. 두 경우의 유선은 공통된 영역에서 거의 일치한다. 이는 기포의 하류($x=0$)에서 사용한 Gresho의 출구 유동조건이 계산영역을 줄일 수 있는 유용한 경계조건임을 나타낸다. 또한, L 이 $4D$ 이상이면 경계조건이 기포 주위의 유동에 큰 영향을 주지 않음을 알 수 있다.

Fig. 3(a)는 기포의 길이에 따른 기포형상의 변화를 나타낸 것이다. 기포의 하단부는 기포의 길이가 $0.7D$ 에서 $2.9D$ 까지 증가할수록 심하게 변형되어 위쪽으로 움푹한 형태를 나타내지만, 기포의 상단부는 길이에 따라 일정하게 중첩되는 형태를 나타낸다. 기포의 상승속도는 기포의 길이에 관계없이 $0.355\sqrt{gD}$ 로 일정하다. 그러므로 Taylor 기포가 기포간의 합체에 의해서 길이가 증가하더라도 상승속도는 변하지 않음을 예상할 수 있다. 기포의 상승속도뿐만 아니라, 계산된 기포 상단부의 형상은 Fig. 3(b)에 나타난 바와 같이 공기-물을 사용한 기존의 실험데이터^(4,5)와 잘 일치한다. 본 연구에서 사용한 수치방법은 기존의 수치연구에서는 고려되지 않은 경우, 예를 들면, 발전계통의 증기발생기와 같이 압력이 높아서 기포의 밀도를 무시할 수 없는 경우에도 적용이 가능하다. 가령, 압력이 165bar로 증가하면, 물/수증기의 밀도의 비와 점도의 비는 $\rho_l/\rho_g=5.26$, $\mu_l/\mu_g=2.87$ 로 감소된다. 이 경우에 대한 계산을 수행하여 $0.315\sqrt{gD}$ 의 기포 상승속도를 얻었다. 이 값은 비점성 유동해석인 식 (1)의 결과인 $0.316\sqrt{gD}$ 와 일치한다.

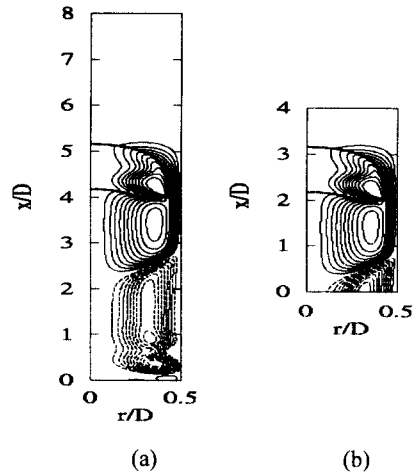


Fig. 2 Flow fields associated with a single Taylor bubble rising in a stagnant water for different domain lengths: (a) $L=8D$ and (b) $L=4D$

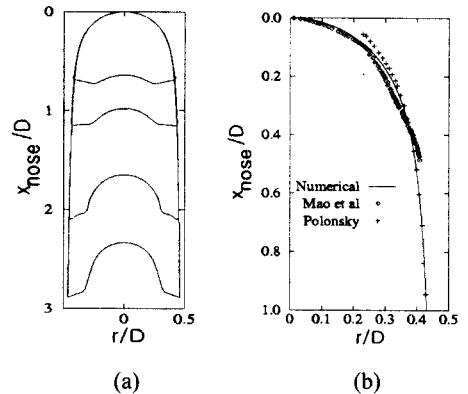
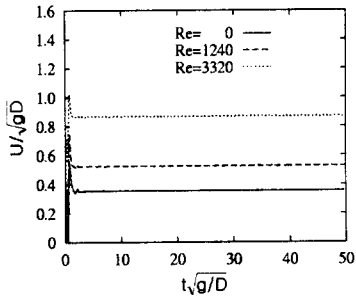


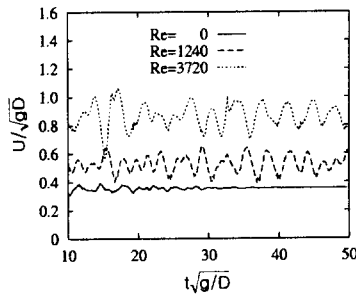
Fig. 3 (a) Dependence of the steady-state shape of a bubble on bubble length and (b) comparison of the bubble shape with experimental data

3.2 흐르는 액체에서 단일 기포의 상승

이 경우의 계산결과를 기존의 실험결과와 비교할 때 어려운 점은 기포 상류에서의 속도분포를 어떻게 결정하는가 하는 것이다. Polonsky 등⁽¹⁶⁾은 공기-물과 $D=25\text{mm}$ 인 관을 사용하여 얻은 유동 가시화로부터, $Re < 6380$ 이면 유동은 층류로 유지된다고 하였다. 그러나, Collins 등⁽³⁾은 공기-물과 $D=51.4\text{mm}$ 인 관을 사용하여 얻은 실험데이터를



(a)



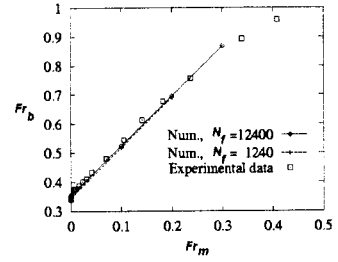
(b)

Fig. 4 Local rise velocities (a) at the nose and (b) bottom of a bubble for different Re

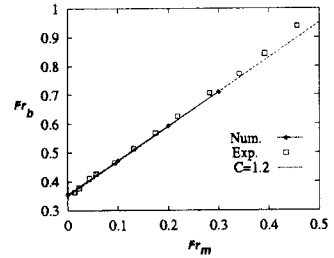
난류의 결과로 분류하였다. 기포 상류에서의 속도분포는 유동형태가 층류인 경우와 난류인 경우 뿐만 아니라 실험에서 실제 사용된 관의 길이가 완전히 발달된 유동을 가질 만큼 충분히 긴 경우와 그렇지 않은 경우에 각각 다를 수 있다.

먼저, 상류에서 층류의 완전히 발달된 속도분포 $[u_m = 2U_m(1 - r^2/D^2)]$ 를 가지는 경우에 대해 계산을 수행하였다. Fig. 4는 Re 에 따른 기포의 상단부와 하단부에서의 상승속도를 나타낸다.

Re 가 증가할수록 상승속도 또한 증가하며, 기포 상단부의 속도는 정상상태에 이르지만 기포의 하단부는 기포 주위를 통과하는 액체의 불안정한 후류에 의해 시간에 따라 변동하는 형태를 볼 수 있다. 이와 유사한 현상은 Polonsky 등⁽⁵⁾의 실험에서도 관찰되었다. 그러나, 이러한 비정상적인 거동은 N_f 를 1/10로 감소시킨 경우의 계산결과에서는 발견되지 않았으며, 이는 액체의 점성이 증가함에 따라 기포상승에 의한 와류의 강도가 감소하기 때문이다. Fig. 5(a)에서, 계산된 기포의 상승속도를 Collins 등⁽³⁾의 층류로 분류된 실험데이



(a)



(b)

Fig. 5 Dependence of the rise velocity of a Taylor bubble on the velocity profile upstream the bubble: (a) laminar velocity profile and (b) turbulent velocity profile

터와 비교하였다. N_f 의 값이 1.24×10^4 에서 1.24×10^3 으로 감소되더라도 무차원화된 기포의 상승속도(Fr_b)는 별로 변하지 않음을 알 수 있다. 또한, 무차원화된 유체의 평균속도(Fr_m)가 0.3보다 작은 경우, 수치해석에서 얻은 값은 실험 데이터와 잘 일치함을 볼 수 있다. 계산결과에 의하면, 식 (2)에 주어진 평균유속에 따른 기포속도의 기울기(C)는 1.7이다. 그러나, Fr_m 또는 Re 가 증가함에 따라 기포상승의 실험데이터는 계산결과보다 감소하는 경향을 나타낸다. 이는 Collins 등이 지적한 바와 같이 Re 가 증가할수록 실험에 사용된 관의 길이가 기포의 상류에서 완전히 발달된 층류를 형성할 만큼 길지 않아서 최대유속/평균유속 비가 감소하기 때문이다. Collins 등은 또한 공기-물과 $D=51.4mm$ 인 관을 사용하여 Fig. 5(b)에 나타난 실험데이터를 얻었다. 평균 유속에 따른 기포속도의 기울기인 C 의 경향이 Fig. 5(a)와 (b)는 상당히 다를 수 있다. 이러한 원인으로는, 유동형태가 층류에서 난류로

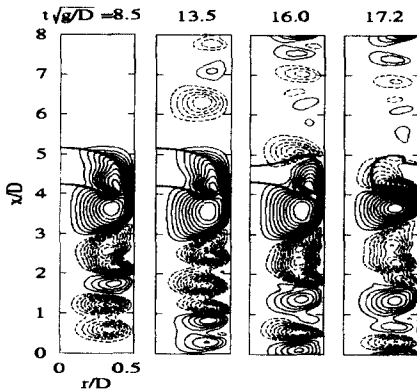


Fig. 6 Periodic slug flows for $N_f = 1.24 \times 10^4$. The thick solid lines are the bubble surfaces and the solid/dashed lines represent clockwise/counter-clockwise streamlines

변화되었을 가능성과 Re 의 증가로 인해 실험에 사용된 관의 길이가 기포의 상류에서 완전히 발달된 층류를 형성할 만큼 충분히 길지 않았을 가능성을 가정할 수 있다. 두 가능성의 공통점은 기포의 상류에서 최대유속/평균유속의 비가 층류의 완전히 발달된 속도분포의 경우보다 감소한다는 점이다. 기포상승에 미치는 상류의 속도분포에 의한 영향을 살펴보기 위해, 포물선형인 층류의 속도분포보다 최대유속/평균유속의 비가 훨씬 작은 난류 속도분포 $u_m = 1.22U_m(1 - 2r/D)^{1/7}$ 를 경계조건으로 사용하였다. 계산된 기포속도/평균유속의 비는 Fig. 5(b)에 나타난 바와 같이 $C = 1.7$ 보다 훨씬 작은 $C = 1.2$ 에 일치하는 것을 볼 수 있다. 또한 계산결과는 Collins 등의 실험데이터와 일치하는 경향을 나타낸다. 이 결과는 기포의 상류에서 최대유속/평균유속의 비가 2에서 1.22로 감소하면, C 의 값은 1.7에서 1.2로 감소됨을 나타내고 있다. 본 연구에서는 층류조건에서 수치해석을 하였기 때문에 유동형태가 난류로 변하였을 경우에 대해 정확한 해석을 하지 못하였으며, 보다 정확한 계산을 위해서는 기체-액체 상 경계면에 적용될 수 있는 난류모델링을 포함하는 수치해석이 수행되어야 한다.

3.3 정지된 액체에서 주기적인 기포의 상승

주기적인 간격으로 놓여있는 일련의 기포가 상

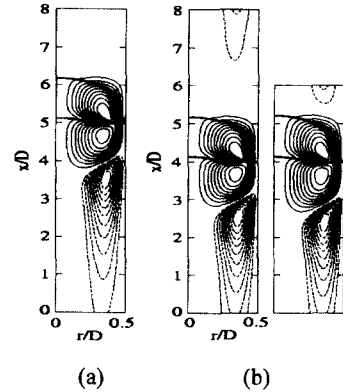


Fig. 7 Comparison of flow fields associated with Taylor bubbles rising in a stagnant liquid for $N_f = 1.24 \times 10^3$: (a) non-periodic flow and (b) periodic flow

승하는 경우, 경계조건의 일부인 ΔP 를 압력방정식 (16)과 식 (26)을 반복적으로 계산해야한다. 계산과정에서, 기포가 주기적인 계산영역의 경계면을 통과할 때 반복계산의 수렴도가 엄청나게 떨어짐을 발견할 수 있었다. 이러한 문제를 해결하기 위해, 본 연구에서는 주기적인 유동에서도 계산영역을 기포의 상승속도와 함께 움직였다.

Fig. 6은 수중에서 상승하는 기포에 의한 주기적인 유동을 계산한 결과이다. 상승하는 기포에 의해서 일련의 시계방향-반시계방향의 와류가 발생하는 것을 볼 수 있다. 이러한 와류는 점성이 매우 작은 액체인 물에서 거의 감소되지 않으며, $t = 16\sqrt{D/g}$ 에서 기포는 와류에 의해 심각하게 변형됨을 관찰할 수 있다. 액체의 점성이 증가되어 N_f 의 값이 감소되면, Fig. 7에 나타난 바와 같이 주기적인 슬러그 유동은 정상상태에 도달한다. 주기적인 기포의 간격 (L)이 $8D$ 이면 주기적인 유동은 단일 기포에 동반된 유동과 거의 일치하며, L 이 $8D$ 에서 $6D$ 로 감소되면 Fig. 7(b)에서처럼 기포는 선행하는 기포에 의해 생성된 반시계방향의 와류의 영향을 받으며, 기포의 상승속도는 $0.343\sqrt{gD}$ 에서 $0.370\sqrt{gD}$ 로 증가하였다. 이는 액상의 부피비가 감소함에 따라 기포 상승에 저항하는 액체의 관성이 줄어들기 때문이다.

4. 결론

본 연구에서는 Level Set 방법을 이용하여

Taylor 기포의 상승을 동반하는 수직 슬러그유동에 대한 수치해석을 하였다. 액체의 유량 또는 레이놀즈수가 작은 경우에 계산된 기포의 상승속도는 문헌에 발표된 실험데이터와 잘 일치하였다. 기포 상류의 유동이 완전히 발달된 층류의 속도분포를 가지는 경우, 계산된 기포의 상승속도/평균유속의 비(C)는 1.7이었다. 그러나, 기포의 상류에서 최대유속/평균유속의 비가 1.22로 감소하면, C 의 값은 1.7에서 1.2로 감소되었다. 본 수치방법은 기존의 수치방법과 달리, 기포밀도의 영향과 유동의 비정상적인 현상을 계산할 수 있었다. 또한, 주기적인 기포의 상승에 대한 해석을 성공적으로 수행하여, 액체의 점성이 낮은 경우에는 기포상승에 동반된 와류에 의해 기포가 심각하게 변형되지만, 액체의 점성이 크고 기포의 간격이 $8D$ 이상이면 기포간의 상호작용은 무시될 수 있음을 밝혔다.

참고문헌

- (1) Wallis, G. B., 1969, *One-Dimensional Two-Phase Flow*, McGraw-Hill, New York.
- (2) Dumitresku, D. T., 1943, "Stromung an Einer Luftblase im Senkrechten Rohr," *Z. Angew. Math. Mech.*, Vol. 23, pp. 139~149.
- (3) Collins, R., De Moraes, F. F., Davidson, J. F. and Harrison, D., 1978, "The Motion of a Large Gas Bubble Rising through Liquid Flowing in a Tube," *J. Fluid Mech.*, Vol. 89, pp. 497~514.
- (4) Mao, Z. S. and Dukler, A. E., 1991, "The Motion of Taylor Bubbles in Vertical Tubes-II. Experimental Data and Simulations for Laminar and Turbulent Flow," *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 46, pp. 2055~2064.
- (5) Polonsky, S., Barnea, D. and Shemer, L., 1999, "Averaged and Time-dependent Characteristics of the Motion of an Elongated Bubble in a Vertical Pipe," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 25, pp. 795~812.
- (6) Nicklin, D. J., Wilkes, J. O. and Davidson, J. F., 1962, "Two-Phase Flow in Vertical Tubes," *Trans. Inst. Chem. Engrs*, Vol. 40, pp. 61~68.
- (7) Bendiksen, J. H., 1984, "An Experimental Investigation of the Motion of Long Bubbles in Inclined Tubes," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 10, pp. 467~483.
- (8) Bendiksen, J. H., 1985, "On the Motion of Long Bubbles in Vertical Tubes," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 11, pp. 797~812.
- (9) Clarke, A. and Issa, R. I., 1997, "A Numerical Model of Slug Flow in Vertical Tubes," *Computers & Fluids*, Vol. 26, pp. 395~415.
- (10) Bugg, J. D., Mack, K. and Rezkallah, K. S., 1998, "A Numerical Model of Taylor Bubbles Rising through Stagnant Liquids in Vertical Fluids," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 24, pp. 271~281.
- (11) Patankar, S. V., Liu, C. H. and Sparrow, E. M., 1977, "Fully Developed Flow and Heat Transfer in Ducts Having Streamwise-Periodic Variations of Cross-Sectional Area," *J. Heat Transfer*, Vol. 99, pp. 180~186.
- (12) Esmaeeli, A. and Tryggvason, G., 1998, "Direct Numerical Simulations of Bubbly Flows. Part 1. Low Reynolds Number Arrays," *J. Fluid Mech.*, Vol. 377, pp. 313~345.
- (13) 손기현, 이상렬, "1999, "수중에서 상승하는 기포거동에 관한 수치해석," 대한기계학회논문집 B권, 제23권 제12호, pp. 1606~1613.
- (14) Gresho, P. M., 1990, "On the Theory of Semi-Implicit Projection Methods for Viscous Incompressible Flow and Its Implementation via a Finite Element Method that also Introduces a Nearly Consistent Mass Matrix. Part 1: Theory," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 11, pp. 587~620.
- (15) Son, G. and Dhir, V. K., 1998, "Numerical Simulation of Film Boiling near Critical Pressures with a Level Set Method," *J. Heat Transfer*, Vol. 120, pp. 183~192.
- (16) Polonsky, S., Shemer, L. and Barnea, D., 1999, "The Relation between the Taylor Bubble Motion and the Velocity Field Ahead of It," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 25, pp. 957~975.