

내부결합이 있는 고온 금형에서의 쌍곡선형 열전도 현상

임광옥* · 조형철** · 이관수† · 김우승***
 (2001년 1월 3일 접수, 2001년 4월 24일 심사완료)

Phenomena of Hyperbolic Heat Conduction in the Hot Mold with an Inner Defect

Kwang-Ok Lim, Hyoung-Cheol Cho, Kwan-Soo Lee and Woo-Seung Kim

Key Words : Defect(결합), Hyperbolic Heat Conduction(쌍곡선형 열전도), Hot Mold(고온금형), Parabolic Heat Conduction(포물선형 열전도), Thermal Wave(열파)

Abstract

In the glass forming process, the phenomena of hyperbolic heat conduction in the hot mold with an inner defect are studied analytically. It is shown that the temperature predicted by the parabolic model is underestimated compared to the one by the hyperbolic model. As the thermal wave is reflected from the area with defects and then arrives at the surface supplied by the heat flux, it is expected that there exists thermal shock in the materials. The area with defects is assumed to be adiabatic since its thermal conductivity is much lower compared to the one of the material. The results also indicate that the sudden temperature -jump in the mold surface can cause diverse problems such as glass defect (embryo mark, etc), oxidation of mold and coating, and change of material properties.

기호설명

A : 표면 열유속의 Gaussian mode 분률
 c : 열파의 전파속도, m/s
 D : 결합의 반지름, m
 d : 열유속분포 특성길이, m
 $f(t)$: 표면 열유속의 무차원 시간함수
 $H(\xi)$: Heaviside 단위 계단 함수
 $I_0(x)$: zero차수의 제1종 수정 Bessel함수
 $J_0(x)$: zero차수의 제1종 Bessel함수
 k : 열전도계수, W/m·K
 L : 매질의 두께, m
 q : 열유속, W/m²
 r : 반지름방향 공간좌표, m
 s : Laplace 변환변수
 T : 온도, °C

t : 시간, sec
 z : 축방향 공간좌표, m

그리스문자

α : 열확산 계수, m²/s
 β : 적분변환 변수
 δ : 무차원 결합반경
 $\delta(\xi)$: Delta 함수
 η : 무차원 축방향 공간좌표
 θ : 무차원 온도
 $\bar{\theta}$: 무차원 적분변환 온도
 $\bar{\theta}$: 무차원 이중변환 온도
 μ : 무차원 열유속 특성반지름의 역수
 ξ : 무차원 시간
 ρ : 무차원 반지름방향 공간좌표

†책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부
 E-mail : kslechy@hanyang.ac.kr
 TEL : (02)2290-0426 FAX : (02)2295-9021

*회원, 한양대학교 BK21 기계분야 사업단

**한양대학교 대학원 기계공학과

***회원, 한양대학교 기계산업공학부

하첨자

0 : 초기 분포값
 l : 무차원 매질 두께
 r : 반경방향 열유속 성분
 z : 축방향 열유속 성분

1. 서론

음극선관(cathode ray tube)용 유리의 성형공정은 약 1,000℃의 용융유리물(gob)과 약 500℃의 금형(mold)과의 순간적인 접촉에 의하여 성형이 이루어진다. 고온 유리는 냉각과정중에 800~1,000℃ 온도영역에서 급냉되지 않으면 유리의 결정화로 인하여 투명성이 사라지는 실투현상(devitrification)이 일어난다. 이의 방지를 위하여 가능한 유리와 직접 접촉하는 금형의 온도는 낮게 유지해야 한다. 이 때 두 물질간에는 약 500℃의 온도차가 있으며 매우 짧은 시간내에 순간적인 열전달이 일어난다. 고정세(高精細) 모니터의 개발로 유리에는 무결점이 요구되며 성형과정에서의 제품불량의 종류도 매우 다양하지만 불량 크기의 크기면에서 mm 단위의 불량은 기존의 기술적 방법에 의하여 해결하였거나 혹은 발생을 최소화하였다. 그러나 embryo mark는 TV나 모니터의 화면부가 되는 패널유리(panel glass)의 중앙부 표면에 주로 발생하고 발생원인이 아직까지 규명되지 않은 상태이며, 압축성형과정의 열전달과 밀접한 관계가 있는 것으로 예상된다. 그 모양이 인간의 정자모양과 유사하게 머리부분에 꼬리가 달려있다고 해서 붙여진 이름이며 크기는 0.1 mm 이하로 육안으로 관측이 쉽지않다. 화학적 성분은 모 유리의 성분과 동일하며 발생과정은 새로운 물리적인 관점에서 접근할 필요가 있다고 생각된다. 특히, 압축성형과정의 공정특성상 이의 생성원인을 열전달 측면에서 검토할 필요가 있다.

쌍곡선형 열전도 모델은 무한속도의 확산형태 에너지전달 대신에 유한의 이완시간을 갖고 파동형태로 에너지전달이 일어난다는 열전도 모델^(1,2)로 순간적으로 큰 열유속이 가해질 때 일어나는 현상이다. 이는 시간 및 길이의 척도측면에서 미시적 관점(microscopic view)에서 관찰해야 한다. 본 연구에서 고온 유리와 금형간에는 매우 큰 온도차가 존재하고 순간적 접촉으로 열전달이 일어남을 고려하면 이러한 쌍곡선형 열전도 현상의 존재는 embryo mark 발생과 관련이 있을 것으로 예측된다.

Lam과 Yeung⁽³⁾은 반도체 칩에서 쌍곡선형 현상은 mounting의 온도를 상승시켜 내구성 감소와 단락 등으로 성능감소가 일어날 수 있다고 하였다. Li 등⁽⁴⁾은 전력변압기용 박형 실리콘 강의 레이저 표면처리 시에 큰 열유속에 의한 도금층의 손상을 포물선형 모델과 쌍곡선형 모델로 비교하였다. 이러한 연구들은 재료 자체에서의 쌍곡선형 열전도현상의 발생을 연구한 것으로 만약에 재료 내부에 열적 결합이 있다면 이러한 품질과 성능에 관한 문제의

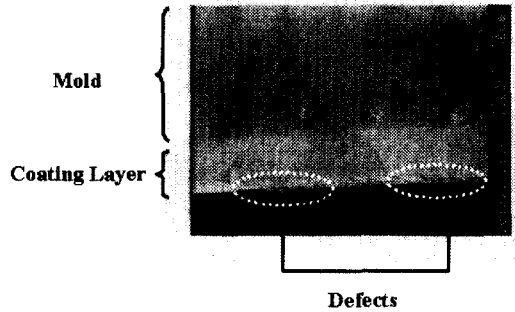


Fig. 1 Inner defects in the skin depth of coating layer

심각성은 가중될 것으로 추정된다.

Fig. 1은 브라운관 유리성형용 금형을 600℃에서 120 시간 유지한 후에 금형의 단면을 1000배 확대한 사진이다. 장시간 고온환경에 놓이면서 표면 도금층(coating layer : Ni-W동에 의한 두께 15 μm 정도의 전기도금층)에는 내부의 금형 모재 (13% Cr강)로부터 철성분이 확산되고 산화하면서 산화철 성분이 생성된 것을 확인할 수 있다. 이러한 산화철 성분은 도금층의 표면으로부터 불과 수 μm 이하의 깊이에 생성되며 표면 도금층의 열전도계수와는 큰 차이가 있다. 즉, 고온 유리와 금형이 접촉하게 될 때 도금층을 통하여 에너지가 전달되는데 이러한 산화철 성분은 매우 낮은 열전도계수로 인하여 국소적인 열적 결합과 같은 단열의 효과를 야기하게 된다. 그러나 산화철과 같은 불순물이 발생하지 않은 영역은 에너지 전달에 대한 저항이 존재하지 않고 표면으로부터 투입된 열에너지가 내부로 전파하게 된다. 이러한 국소결합의 생성원인으로는 산화 이외에도 도금불량, 표면 조도형성을 위한 도금후에 샌드 블라스팅에 의한 요철형성, 금속의 미세 크랙 및 이물성분의 함유 등에 의해서도 생길 수가 있다. 본 연구는 음극선관용 유리 제조공정에서 고온 유리와 금형사이의 큰 온도차로 인한 열전도 현상을 다룬다. 특히 고온환경에서 금형을 장시간 사용할 경우 도금층 혹은 금형내부의 미시적 결합이 금형과 유리에 미치는 열전달 특성을 포물선형 열전도 모델과 쌍곡선형 열전도 모델을 사용하여 조사한다.

2. 이론

실제 금형과 용융유리물은 3차원 곡면형상이지만 embryo mark가 발생하는 부위는 곡률이 매우 작은 중앙부이므로 평판으로 간주한다. 한쪽 표면에서 축대칭 열원이 가해지고 다른 면은 결합이 존재하

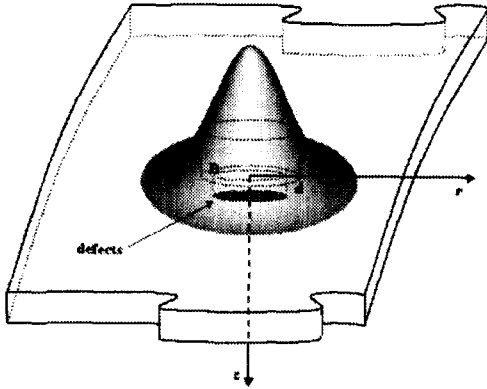


Fig. 2 Schematic of Gaussian heat flux and defect

는 깊이까지를 관심영역으로 선정한다. 미소 크랙 혹은 기공 등과 같은 결함은 열흐름을 방해하므로 열적으로 단열로 가정한다. 금형은 도금 후 샌드블라스팅으로 약 5 μm 미만의 표면조도를 형성하여 공정에 투입되며 금형과 접촉한 유리표면에는 1 μm 정도로 조도가 축소사상(縮小寫像)된다. 결국 금형과 유리물간에는 미세한 국소접촉에 의한 열전달이 발생한다. 이러한 미소 영역에서의 국소접촉을 고려하여 열유속을 레이저 공정 등에서 사용되는 Gaussian 분포로 사용한다.

해석 과정에서 고려한 열유속 경계조건은 반투명 유리로부터의 복사와 전도가 복합적으로 고려된 것으로 가정하였다. Fig. 2는 등방성 매개물의 표면에 매우 짧은 시간동안 연속적으로 작용하는 열유속의 Gaussian 분포이며, 다음 식으로 표현된다.

$$z = 0 \text{에서 } q_z = q_0 f(t) [A + (1-A) \frac{r^2}{d^2}] e^{-(r^2/d^2)} \quad (1)$$

여기서 q_0 는 Gaussian 분포의 최대 입사 열유속, d 는 표면에 입사하는 Gaussian 분포의 특성길이, $f(t)$ 는 무차원화된 열유속의 시간적 변화를 나타낸다. 본 해석은 Hector 등⁽⁵⁾의 연구에서 사용된 해석방법을 사용하였고, 원통형 좌표계에서의 체적 생성항이 없는 등방성 매개물에 대한 열전파의 유한한 속도를 예측하는 무차원 쌍곡선형 열전도 방정식과 이때 도입된 무차원 변수는 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = 2 \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \quad (2)$$

$$\rho > 0, 0 < \eta < \eta_1, \xi > 0$$

$$\xi = 0 \text{에서 } \theta = 0 \quad (3a)$$

$$\xi = 0 \text{에서 } \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0 \quad (3b)$$

$$\eta = 0 \text{에서 } \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = -2F(\xi) [A + (1-A) \mu^2 \rho^2] e^{-\mu^2 \rho^2} \quad (4a)$$

$$\eta = \eta_1 \text{에서 } H(\delta - \rho) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + H(\rho - \delta) \theta = 0 \quad (4b)$$

$$\rho = \frac{cr}{2\alpha}, \eta = \frac{cz}{2\alpha}, \eta_1 = \frac{cL}{2\alpha}, \xi = \frac{c^2 t}{2\alpha} \quad (5)$$

$$\mu = \frac{2\alpha}{cd}, \delta = \frac{cD}{2\alpha}, \theta = \frac{T(r, z, t) - T_0}{q_0 \alpha / kc}$$

여기서 열유속은 결함의 중심에 일치하여 가해진다. 이 때 중심에서의 온도구배는 없으며, 매질의 중심부에서 반경방향으로 무한한 곳의 무차원 온도는 항상 0이다. $\xi = 0$ 이후 시간적으로 연속인 Gaussian 생성항의 경우 식(1)에서 $f(t) = H(t)$ 이며 $A = 1$ 이다. 식 (4b)에서 $H(x)$ 는 Heaviside단위 계단함수이다. 일반적으로 금속의 경우 $\tau = 10^{-11}$ s, $\alpha = 10^{-5}$ m²s⁻¹, $c = 10^3$ m s⁻¹ 정도의 크기를 가진다. 식 (2)의 해를 구하기 위해 다음과 같은 적분변환을 도입한다.

$$\bar{\theta}(\beta, \eta, \xi) = \int_{\rho=0}^{\infty} \rho' J_0(\beta \rho') \theta(\rho', \eta, \xi) d\rho' \quad (6a)$$

$$\theta(\rho, \eta, \xi) = \int_{\beta=0}^{\infty} \beta J_0(\beta \rho) \bar{\theta}(\beta, \eta, \xi) d\beta \quad (6b)$$

식 (6a)를 사용하여 지배방정식과 경계조건 및 초기 조건을 적분변환 후 다시 Laplace 변환을 하면 이중변환에 대한 지배방정식과 경계조건이 얻어진다. 지배방정식을 풀면 다음과 같은 해를 얻을 수 있다.

$$\bar{\bar{\theta}}(\beta, \eta, s) = H(\delta - \rho) \left[\frac{g(\beta)}{\omega(1 - e^{-2\omega\eta})} \left(\frac{2}{s} + 1 \right) (e^{-\omega\eta} + e^{-\omega(2\eta - \eta)}) \right] \quad (7)$$

$$+ H(\rho - \delta) \left[\frac{g(\beta)}{\omega(1 + e^{-2\omega\eta})} \left(\frac{2}{s} + 1 \right) (e^{-\omega\eta} - e^{-\omega(2\eta - \eta)}) \right]$$

여기서 ω 는

$$\omega = \sqrt{(s+1)^2 + \beta^2 - 1} \quad (8a)$$

이고, $g(\beta)$ 는 다음과 같다.

$$g(\beta) = \int_{\rho=0}^{\infty} \rho' J_0(\beta \rho') e^{-\mu^2 \rho'^2} d\rho' \quad (8b)$$

식 (7)에 Laplace 역변환과 적분역변환을 수행하면 해석영역의 무차원 온도는 다음과 같다.

$$\theta(\rho, \eta, \xi) = H(\delta - \rho) \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{e^{-\xi}}{2} G(\rho, f_1(\eta, m), \xi) H(\xi - f_1(\eta, m)) + \int_{\xi=f_1(\eta, m)}^{\xi} e^{-\xi} G(\rho, f_1(\eta, m), \xi) d\xi + \frac{e^{-\xi}}{2} G(\rho, f_2(\eta, m), \xi) H(\xi - f_2(\eta, m)) + \int_{\xi=f_2(\eta, m)}^{\xi} e^{-\xi} G(\rho, f_2(\eta, m), \xi) d\xi \right] + H(\rho - \delta) \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \left[\frac{e^{-\xi}}{2} G(\rho, f_1(\eta, m), \xi) H(\xi - f_1(\eta, m)) + \int_{\xi=f_1(\eta, m)}^{\xi} e^{-\xi} G(\rho, f_1(\eta, m), \xi) d\xi - \frac{e^{-\xi}}{2} G(\rho, f_2(\eta, m), \xi) H(\xi - f_2(\eta, m)) - \int_{\xi=f_2(\eta, m)}^{\xi} e^{-\xi} G(\rho, f_2(\eta, m), \xi) d\xi \right] \quad (9)$$

여기서, $G(\rho, f_i(\eta, m), \xi)$ 은

$$G(\rho, f_i(\eta, m), \xi) = \frac{1}{\mu^2} \left\{ \int_{\beta=0}^1 \beta e^{-\beta^2/4\mu^2} J_0(\beta \rho) \sqrt{(1-\beta^2)\sqrt{(\xi^2 - f_i^2(\eta, m))}} d\beta + \int_{\beta=1}^{\infty} \beta e^{-\beta^2/4\mu^2} J_0(\beta \rho) \sqrt{(\beta^2-1)\sqrt{(\xi^2 - f_i^2(\eta, m))}} d\beta \right\} \quad (10a)$$

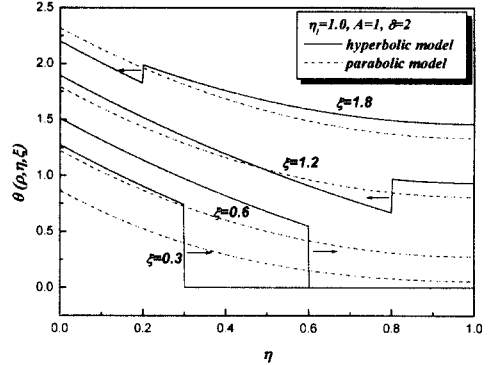
이며, $f_i(\eta; m)$ 은 다음과 같다.

$$f_i(\eta; m) = 2m\eta_i + 2(i-1)\eta_i + (3-2i)\eta \quad (10b)$$

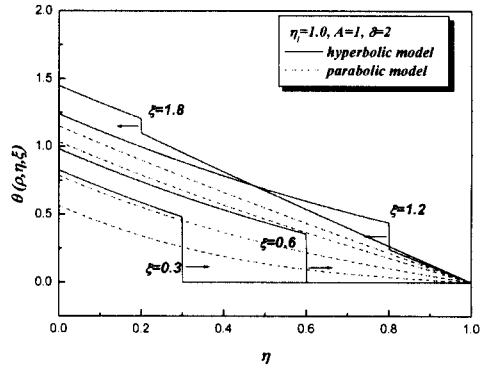
식 (9)의 적분은 IMSL⁽⁶⁾을 사용하여 계산한다.

3. 결과 및 토의

Fig. 3은 매개물의 무차원 두께가 1($\eta_i = 1.0$)일 때에 결합의 중심($\rho = 0.0$)축의 온도분포와 결합으로부터 어느 정도 떨어진 곳($\rho = 3.0$)에서의 무차원 시간별 온도분포를 보여준다. 실선은 쌍곡선형 모



(a) Defected zone ($\rho = 0.0$)



(b) Non-defected zone ($\rho = 3.0$)

Fig. 3 Variation of temperature with the axial distance (Arrows indicate the direction of thermal wave propagation)

델에 의한 온도 예측이며 점선은 포물선형 모델을 사용하여 예측한 온도분포이다. 포물선형 모델인 경우에는 결합부위 및 비결합부위 모두 시간경과에 따라 온도의 완만한 상승이 일어나고 쌍곡선형 모델에 의한 온도와 매우 큰 차이를 보인다. 매질내부의 온도는 쌍곡선형 모델에 의한 온도 예측치가 훨씬 높으며, 결합부위에서 쌍곡선형 모델에 의하면 각 무차원 시간대에서 열전달은 파동의 형태로 전파되며 열파가 도달하지 않은 영역은 초기온도의 상태로 유지되고 있다.

$\xi = 1.0$ 과 $\xi = 2.0$ 은 각각 열파가 결합의 위치에 도달하는 순간과 반사되어 다시 열원이 가해지는 표면에 도착하는 순간을 의미한다. $\xi = 1.2$ 이면 열파는 바닥으로부터 반사되어 열원이 가해지는 표면으로 역반사 형태로 전파하고 있음을 알 수 있다. 특히 결합으로부터 반사된 열파는 고온파로 매질내부의 온도를 더욱 상승시키는 온도도약현상 (temperature-jump)을 일으키고, 이러한 반사파가

열유속이 가해지는 표면에 도달하면 결과적으로 표면온도를 급격히 상승시켜 금형표면에 열충격을 야기하여 매질의 물성변화를 가져오거나 금형수명을 단축시킨다. 또한 금형표면의 열충격은 접촉하

는 유리물에도 동일한 열충격으로 나타날 것으로 예상되며 embryo mark는 이러한 열충격으로 인한 유리표면의 열크랙(thermal crack)으로 추정된다.

Fig. 3(b)에서는 비결함 영역에서도 열파동 현상은 나타나며 결함영역과는 달리 표면이 등온으로 유지되고 있으므로 반사된 열파는 상대적 저온파로 물질의 온도를 낮추는 음의 도약을 보여준다. 결함부와 마찬가지로 반사파가 표면에 도달하게 되면 표면의 온도강하를 유발하게 된다. 그러나 표면은 연속적으로 열유속이 가해지고 있으므로 궁극적인 온도강하량은 미미하다.

Fig. 4는 결함영역이 $\rho = 2.0$ 인 곳까지 분포할 때 무차원 시간에 따른 표면 온도분포이다. 온도분포는 가해진 열유속이 Gaussian 형상을 따르므로 온도는 중심 $\rho = 0.0$ 에서 최대이며, 중심에서 멀어질수록 감소한다. 온도의 순간적 전파를 전체로 하는 포물선형 모델은 $\xi = 0.9$ 에서 $0.0 \leq \rho \leq 2.0$ 의 단열

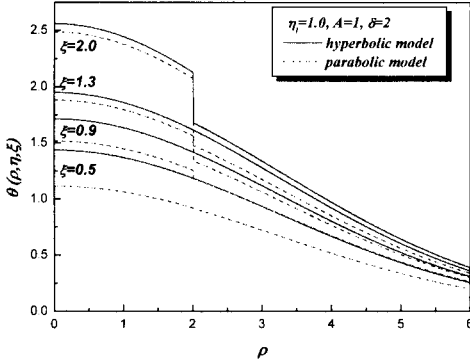
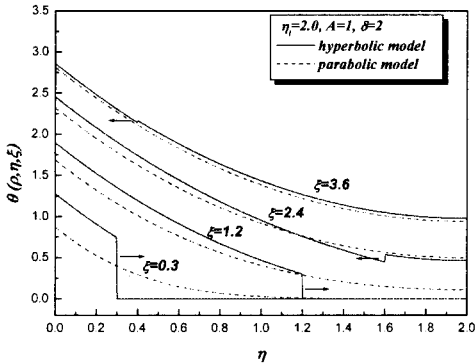
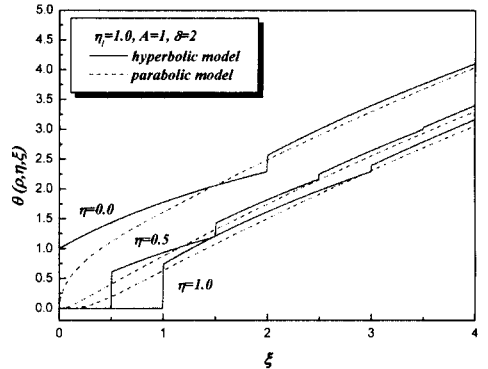


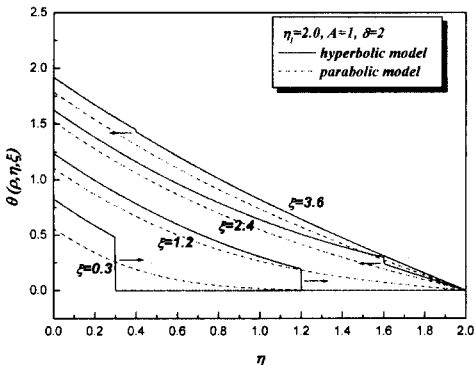
Fig. 4 Temperature distribution at the surface ($\eta = 0.0$)



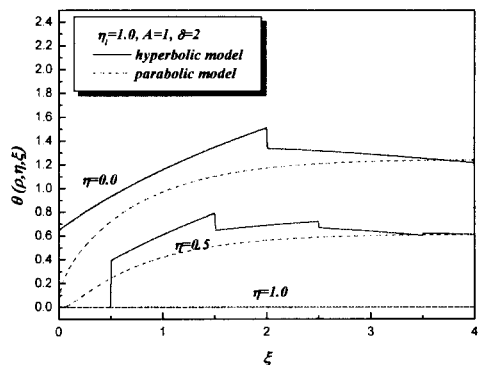
(a) Defected zone ($\rho = 0.0$)



(a) Defected zone ($\rho = 0.0$)



(b) Non-defected zone ($\rho = 3.0$)



(b) Non-defected zone ($\rho = 3.0$)

Fig. 5 Variation of temperature with the axial distance for a dimensionless thickness of medium, $\eta_1 = 2.0$

Fig. 6 Variation of temperature with time

경계조건과 $\rho \geq 2.0$ 의 등은 경계조건 차이의 효과로 인한 표면온도의 불연속이 일어남을 보여준다. 반면에 쌍곡선형 모델에 의해서는 표면온도의 도약이 $\xi = 2.0$ 에서 일어난다. 예측된 표면온도는 쌍곡선형 모델에 의한 값이 포물선형 모델에 의한 값보다 높게 나타난다. 즉 포물선형 모델에 의한 온도 예측치는 낮게 평가되어 재료의 열적 문제를 과소평가함을 알 수가 있다. 두 모델간의 온도차이는 시간이 경과할수록 점차 감소한다.

Fig. 5는 결합이 더욱 깊은 곳에 위치하여 무차원 매질의 두께가 $\eta = 2$ 일 때에 결합 영역과 비결합 영역의 축방향 온도분포이다. 매질 두께가 $\eta = 1$ 일 때와 비교하여 열파의 형태 및 온도도약은 동일하나 열파가 반사하고 표면에 재 도달하는 시간만 2배로 길어짐을 알 수가 있다. 즉 결합이 깊이 존재하더라도 쌍곡선형 모델에 의한 열파동의 전파는 표면온도 도약으로 인한 열충격 문제를 동일하게 야기하며 다만 내부에서의 에너지소산 효과로 인해 열충격의 효과는 감소한다. Fig. 6(a)와 (b)는 결합영역과 비결합 영역의 시간에 따른 매질표면($\eta = 0.0$)과 중간($\eta = 0.5$), 바닥($\eta = 1.0$)의 무차원 온도를 나타낸 그림이다.

Fig. 6(a)에서 볼 수 있는 바와 같이 결합이 있는 영역은 시간이 지남에 따라 매질내부에서 파동의 형태로 에너지가 전파되는 성질에 기인하여 온도도약을 수반하며 온도가 증가하는 것을 알 수 있다. 이는 표면 열유속이 가해지는 금형 표면층에서 열충격을 동반한 온도상승이 발생하여 물성변화 혹은 역학적 문제로 연결될 수 있다. 특히 브라운관용 유리 금형은 공정특성상 고온 유리와 일정한 주기를 갖고 반복적으로 접촉하므로 열피로(thermal fatigue) 현상과 관련된 문제를 일으킬 수도 있다. Fig. 6(b)에서 비결합 영역은 저온으로 유지되는 바닥으로 에너지가 전파되면서 어느 정도 온도가 상승한 후에 정상상태에 도달함을 알 수가 있다.

4. 결론

본 연구는 유리 성형공정에서 금형의 내부에 미소결합이 존재할 때에 고온의 용융 유리물과 금형의 순간접촉에 의한 열전도 현상과 이로 인한 품질 문제를 다루었다. 표면에서 큰 열유속이 가해지는 금형내부의 열전도 현상에 대해 쌍곡선형 열전도 모델과 포물선형 열전도 모델에 의한 결과를 비교

하였다.

쌍곡선형 열전도 모델에 의해 예측된 온도는 포물선형 열전도 모델의 예측치보다 높아 포물선형 모델에서 간과될 수 있었던 금형과 유리 사이의 열적문제를 보다 효과적으로 해석할 수 있다. 발생된 열파는 열적으로 단열성을 갖는 결합부위에서 반사되어 열파를 발생시킨 열유속이 가해지는 원래의 표면에 도착한다. 이로 인해 표면층은 순간적인 온도도약이 일어나며 이러한 국소적인 온도도약은 금형과 유리에 열충격으로 작용하고 물질내에 큰 온도편차를 야기한다. 현재까지 발생원인이 규명되지 않은 embryo mark에 대하여, 그 원인은 표면에서의 열충격으로 인한 유리의 열크랙(thermal crack)으로 생각되어진다. 그 이외에도 열충격에 의한 표면온도 상승은 도금의 산화촉진, 소재의 열피로 및 물성변화 등으로 제반 품질문제를 일으키거나 혹은 금형의 수명단축을 가져올 수가 있다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계기술연구센터와 두뇌한국21사업의 지원으로 수행되었음.

참고문헌

- (1) Cattaneo, C., 1958, "Sur une Forme de L'equation de la Chaleur Elinant le Paradoxe D'une Propagation Instantance," *C. R. Acad. Sci.* 247, pp. 431~432.
- (2) Vernotte, P., 1958, "Les Paradoxes de la Theorie Continue de L'equation de la Chaleur," *C. R. Acad. Sci.* 246, pp. 3154~3155.
- (3) Lam, T. T. and Yeung, W. K., 1997, "Thermal Wave in the Substrate of Integrated Circuit Chips," *Advances in Electronic Packaging, ASME*, Vol. 19-2, pp. 2037~2044.
- (4) Li, J., Gu, Y. And Guo, Z., 1998, "Analysis of the Phenomena of Non-Fourier Heat Conduction in Switch-Q Laser Process for Reducing the Core Loss of Grain-Oriented Silicon Steel," *J. Of Material Processing Technology*, Vol. 74, pp. 292~297.
- (5) Hector, L. G., Kim, W. S., And Ozisik, M. N., 1992, "Propagation and Reflection of Thermal Waves in a Finite Medium Due to Axisymmetric Surface Sources," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35 No. 4, pp. 897~912.
- (6) IMSL On-Line pdf Documentation, 1997, *Visual Numerics, Inc.*