

축의 굽힘효과를 고려한 회전체에 장착된 자동평형장치의 동적해석

방인창* · 정진태†

(2000년 12월 28일 접수, 2001년 5월 4일 심사완료)

Dynamic Analysis of an Automatic Dynamic Balancer in a Rotor with the Bending Flexibility

Inchang Bang and Jintai Chung

Key Words : Rotor Vibration(회전체 진동), Automatic Dynamic Balancer(자동평형장치), Bending Flexibility(굽힘효과), Stability Analysis(안정성 분석), Time Integration Method(시간적분법)

Abstract

Dynamic behaviors of an automatic dynamic balancer are analyzed by a theoretical approach. Using the polar coordinates, the non-linear equations of motion for an automatic dynamic balancer equipped in a rotor with the bending flexibility are derived from Lagrange' equation. Based on the non-linear equations, the stability analysis is performed by using the perturbation method. The stability results are verified by computing dynamic response. The time responses are computed from the non-linear equations by using a time integration method. We also investigate the effect of the bending flexibility on the dynamics of the automatic dynamic balancer

1. 서론

자동차, 공작기계, 인공위성 시스템, CD-ROM, DVD 드라이브, 드럼세탁기 등 회전기계의 주된 진동원인은 회전체의 질량편심이다. 이러한 질량편심은 면내 진동 및 축의 굽힘효과에 따른 면외 진동과 소음을 발생하여 회전기계의 성능을 저하시키고 회전기계의 내구 연한을 감소시킨다. 자동평형장치(Automatic Dynamic Balancer)는 회전체의 주 진동원으로 작용하는 질량편심을 불의 질량에 의해 자동적으로 줄여주는 장치로 일반적으로 회전체에 환형의 홈을 파고 홈 속에서 여러 개의 작은 불이 자유롭게 이동할 수 있는 구조를 가지고 있다. 회전축에 영구 장착되는 회전체는 장착 후에 1 회외 정적 혹은 동적 밸런싱으로 편심을 줄

여 진동 문제를 해결할 수 있으나, 세탁기 혹은 광디스크와 같이 회전체의 편심량이 사용 조건에 따라 변하는 경우 1 회외의 밸런싱으로 만족할 만한 결과를 얻을 수 없다. 이러한 가변적인 편심량을 갖는 회전체의 밸런싱을 하기 위하여 자동평형장치의 연구는 중요하다.

자동평형장치의 연구는 Thearle,⁽¹⁾ Alexander,⁽²⁾ Cade,⁽³⁾ Lee 등^(4,5) 과 Chung 등⁽⁶⁻¹⁰⁾에 의해 이루어졌다. 기존의 연구는 회전체의 가변적인 질량편심에 의한 면내 진동을 제어 하는데 초점이 맞추어져 진행되어 왔다. 즉, Jeffcott 회전체에 자동평형장치가 장착된 시스템에 대하여 연구를 수행하였다. 그러나, 실제 회전기계에서는 면내 진동뿐만 아니라 축의 굽힘 효과에 따른 면외 진동도 유발되기 때문에 기존의 자동평형장치의 적용에는 한계가 있다. 따라서, 질량 편심에 의한 회전체의 면내 진동뿐만 아니라 축의 굽힘효과에 따른 면외 진동까지 저감 시키는 자동평형장치에 대한 연구가 필요하며 이는 보다 정밀한 운용과 안정성을 요하는 회전 기계시스템의 설계를 위해 필수적이다.

* 회원, 한양대학교 대학원 정밀기계공학과

† 책임저자, 회원, 한양대학교 공학대학 기계공학과

E-mail : jchung@hanyang.ac.kr

TEL : (031)400-5287 FAX : (031)406-5550

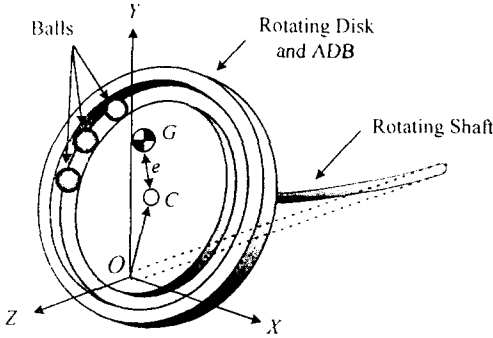


Fig. 1 Automatic dynamic balancer for a rotor with bending effect

본 논문의 목적은 질량편심 및 축의 굽힘효과로 인해 발생하는 면내 및 면외 진동을 제어하는 자동평형장치의 동적해석에 있다. 이를 위해 극좌표계를 이용하여 축의 굽힘효과를 고려한 회전체에 장착된 자동평형장치에 대해 자율계(Autonomous System) 비선형 지배 방정식을 유도하였다. 유도된 지배방정식에 섭동법을 적용하여 균형 평형위치와 균형 평형위치 부근에서 선형화 된 운동방정식을 구하였다. 그리고 Routh-Hurwitz criteria 를 이용하여 균형 평형위치에 대한 안정성을 분석하였다. 그리고 동적 안정성 분석을 통하여 자동평형장치가 회전체의 면내, 면외 진동을 저감 시키는 설계 조건을 분석하였다. 마지막으로 시간적분법을 이용하여 비선형 지배방정식으로부터 자동 불 평형 장치의 시간응답을 구해 평형위치 및 동적 안정성을 검증하였다.

2. 비선형 지배방정식

축의 굽힘효과를 고려한 회전체에 장착된 자동 평형장치는 Fig. 1 과 같다. 회전체의 X 축에 대한 굽힘 회전각을 α 라하고, 그리고 회전된 Y 축에 대한 굽힘 회전각을 β 라고 할 때, 일정한 회전속도 ω 로 회전하는 회전체의 무게중심의 위치는 축 중심으로부터의 편심량 e 와 축의 굽힘효과로 발생하는 굽힘각 α, β 와 회전체의 회전각 ωt 로 정의된 Euler 각을 이용하여 나타낼 수 있다. 각 볼의 위치는 회전체의 도심과 무게중심을 잇는 직선을 기준으로 반시계 방향으로 측정된 각도 ϕ_i (단 $i=1,2,\dots,n, n$ 은 볼의 개수), 레이스의 반경 R 로 정의할 수 있다.

지배방정식은 다음과 같은 Lagrange 방정식으로 유도된다.

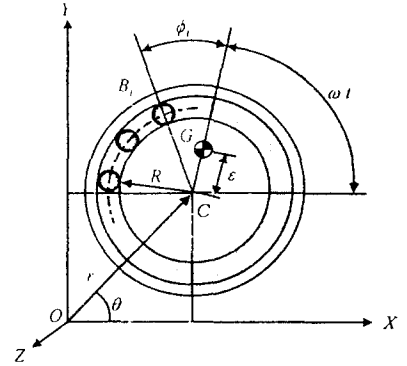


Fig. 2 Configuration of the automatic dynamic balancer

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} + \frac{\partial F_r}{\partial \dot{q}_k} = 0 \quad (1)$$

여기서 T 는 운동에너지, V 는 위치에너지 F_r 는 Rayleigh 감쇠함수를 나타내며 q_k 는 일반좌표 $r, \theta, \alpha, \beta, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ 을 나타낸다. 볼의 개수가 n 개라면 $n+4$ 개의 운동방정식이 얻어진다. 회전체의 질량중심의 위치벡터 r_G 와 회전체의 각속도 Ω 는 $\alpha, \beta, \omega t$ 순으로 정의된 Euler 각에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} r_G = & (e + r \cos \beta \cos(\omega t - \theta) - r \sin \alpha \sin \beta \sin(\omega t - \theta))i \\ & - r \cos \alpha \sin(\omega t - \theta)j \\ & + (r \sin \beta \cos(\omega t - \theta) + r \cos \beta \sin \alpha \sin(\omega t - \theta))k \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Omega = \omega_x i + \omega_y j + \omega_z k \quad (3)$$

여기서,

$$\omega_x = -\omega t \cos \alpha \sin \beta + \dot{\alpha} \cos \beta \quad (4)$$

$$\omega_y = \omega t \sin \alpha + \dot{\beta} \quad (5)$$

$$\omega_z = \omega t \cos \alpha \cos \beta + \dot{\alpha} \sin \beta \quad (6)$$

그리고 i, j, k 는 회전체의 고정 좌표계의 단위 벡터를 나타내며, i 번째 볼의 위치는 $\alpha, \beta, \omega t + \phi_i$ 순으로 정의된 Euler 각에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} r_{Bi} = & (R \cos \phi_i + r \cos \beta \cos(\omega t - \theta) \\ & - r \sin \alpha \sin \beta \sin(\omega t - \theta))i \\ & + (R \sin \phi_i - r \cos \alpha \sin(\omega t - \theta))j \end{aligned}$$

$$+(\sin \beta \cos(\omega t - \theta) + r \cos \beta \sin \alpha \sin(\omega t - \theta))\mathbf{k} \quad (7)$$

볼의 질량이 모두 같고 크기가 작다고 가정한다
면 자동평형장치의 운동에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T = \frac{1}{2} J \omega_x^2 + \frac{1}{2} J \omega_y^2 + \frac{1}{2} J_z \omega_z^2 + \frac{1}{2} M \dot{\mathbf{r}}_G^2 + \frac{1}{2} m \sum_i^n \dot{\mathbf{r}}_{B_i}^2 \quad (8)$$

여기서 M 은 회전체의 질량을 그리고 m 은 볼 한 개의 질량을 나타내며 J, J_z 는 각각 회전체의 직경과 축에 대한 질량관성모멘트를 나타낸다. 회전체의 축을 원형 단면의 보로 가정하고 중력에 의한 위치에너지를 무시할 때, 자동평형장치 축의 굽힘에 의한 변형에너지를 다음과 같이 XZ 평면과 YZ 평면 상의 곡률로 표현할 수 있다.

$$V = \frac{1}{2} EI \int_0^L \left(\left(\frac{\partial^2 \delta_X}{\partial Z^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \delta_Y}{\partial Z^2} \right)^2 \right) dZ \quad (9)$$

여기서 δ_X 와 δ_Y 는 각각 관성 좌표계에서 X 축, Y 축 방향으로의 회전축의 처짐량을 나타내며 r, θ, α, β 의 함수로 표현된다. 한편, 볼과 레이스 사이의 마찰을 무시하면 Rayleigh 감쇠함수 F_r 은 다음과 같이 주어진다.

$$F_r = \frac{1}{2} c_1 (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} c_2 (\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + \frac{1}{2} D \sum_{i=1}^n \dot{\phi}_i^2 \quad (10)$$

여기서 c_1, c_2 는 각각 면내, 면외 변위에 대한 축계의 감쇠계수를 의미하고 D 는 윤활유의 점성계수를 나타낸다.

식 (8)-(10)을 식 (1)에 대입하면 다음과 같은 $n+4$ 개의 비선형 지배방정식이 얻어진다.

$$(M+2m)(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2)+c_1\dot{r}+\frac{12EI}{L^3}r-\frac{6EI \sin(\omega t-\theta)}{L^2}\alpha -\frac{6EI \cos(\omega t-\theta)}{L^2}\beta-mR \sum_{i=1}^n [\ddot{\phi}_i \sin(\omega t-\theta+\phi_i) -(\dot{\phi}_i+\omega)^2 \cos(\omega t-\theta+\phi_i)] = Me\omega^2 \cos(\omega t-\theta) \quad (11)$$

$$(M+2m)(r\ddot{\theta}+2\dot{r}\dot{\theta})+c_1r\dot{\theta}+\frac{6EI \cos(\omega t-\theta)}{L^2}\alpha$$

$$-\frac{6EI \sin(\omega t-\theta)}{L^2}\beta+mR \sum_{i=1}^n [\ddot{\phi}_i \cos(\omega t-\theta+\phi_i) -(\dot{\phi}_i+\omega)^2 \sin(\omega t-\theta+\phi_i)] = Me\omega^2 \sin(\omega t-\theta) \quad (12)$$

$$(J+mR^2 \sum_{i=1}^n \sin^2 \phi_i) \ddot{\alpha} - mR^2 \sum_{i=1}^n (\ddot{\beta} \sin \phi_i \cos \phi_i - \beta \ddot{\phi}_i) + c_2 \dot{\alpha} - \frac{6EI \sin(\omega t-\theta)}{L^2} r + \frac{4EI}{L} \alpha - (2J - J_z) \omega \dot{\beta} - (J - J_z) \omega^2 \alpha + mR^2 \sum_{i=1}^n [\alpha (\omega^2 \sin^2 \phi_i + 2\omega \dot{\phi}_i \sin \phi_i^2) - \beta (\omega^2 \sin \phi_i \cos \phi_i + 2\omega \dot{\phi}_i \sin \phi_i \cos \phi_i) + 2mR^2 \sum_{i=1}^n (\dot{\alpha} \dot{\phi}_i \sin \phi_i \cos \phi_i + \dot{\beta} \dot{\phi}_i \sin \phi_i^2)] = 0 \quad (13)$$

$$(J+mR^2 \sum_{i=1}^n \cos^2 \phi_i) \ddot{\beta} - mR^2 \sum_{i=1}^n (\ddot{\alpha} \sin \phi_i \cos \phi_i) + c_2 \dot{\beta} - \frac{6EI \cos(\omega t-\theta)}{L^2} r + \frac{4EI}{L} \beta + (2J - J_z) \omega \dot{\alpha} - (J - J_z) \omega^2 \beta - mR^2 \sum_{i=1}^n [\alpha (\omega^2 \sin \phi_i \cos \phi_i + 2\omega \dot{\phi}_i \sin \phi_i \cos \phi_i) - \beta (\omega^2 \cos^2 \phi_i + 2\omega \dot{\phi}_i \cos \phi_i^2) - 2mR^2 \sum_{i=1}^n (\dot{\alpha} \dot{\phi}_i \cos \phi_i^2 + \dot{\beta} \dot{\phi}_i \sin \phi_i \cos \phi_i)] = 0 \quad (14)$$

$$mR^2 \ddot{\phi}_i + D \dot{\phi}_i - mR[\ddot{r} - r\dot{\theta}^2] \sin(\omega t - \theta + \phi_i) + mR(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \cos(\omega t - \theta + \phi_i) = 0 \quad i=1,2,\dots,n \quad (15)$$

$\omega t - \theta$ 를 ψ 로 정의하면 비자율계인 식 (11)-(15)가 자율계로 변환되어 시간이 명시적으로 나타나는 항이 존재하지 않는 지배방정식을 얻을 수 있다. 자율계 지배방정식을 구함으로써 시스템의 특성방정식을 이용하여 간단하고 정확하게 시스템의 안정성을 해석하였다.

3. 평형위치와 섭동방정식

섭동법(Perturbation Method)를 적용하여 평형위치와 평형위치 부근에서 선형화 된 섭동방정식을 구하였다. 변수 $r, \psi, \alpha, \beta, \phi_i$ 를 평형위치 $r_0, \psi_0, \alpha_0, \beta_0, \phi_{0i}$ 에 대하여 다음과 같이 급수 형태로 표현할 수 있다.

$$r = r_0 + \delta r_1 + o(\delta^2) \quad (16)$$

$$\psi = \psi_0 + \delta\psi_1 + O(\delta^2) \quad (17)$$

$$\alpha = \alpha_0 + \delta\alpha_1 + O(\delta^2) \quad (18)$$

$$\beta = \beta_0 + \delta\beta_1 + O(\delta^2) \quad (19)$$

$$\phi_i = \phi_{0i} + \delta\phi_{1i} + O(\delta^2) \quad (20)$$

여기서 δ 는 매우 작은 양을 나타내는 인수이며 $r_1, \psi_1, \alpha_1, \beta_1, \phi_{1i}$ 는 각각 평형위치 $r_0, \psi_0, \alpha_0, \beta_0, \phi_{0i}$ 에 대해 섭동된 양이다. 식 (16)-(20)을 지배방정식에 대입하고 δ 에 대하여 정리하면 평형위치 관계식과 평형위치 부근에서 선형화 된 지배방정식을 얻을 수 있다. 평형위치는 균형 평형위치와 불균형 평형위치로 구별할 수 있으며 본 논문에서는 관심의 대상인 균형 평형위치에 대해 동적해석을 수행하였다. 즉 시스템이 완전 밸런싱 되는 균형 평형위치는 다음식을 만족한다.

$$r_0 = \alpha_0 = \beta_0 = 0 \quad (21)$$

$$\frac{e}{R} + \frac{m}{M} \sum_{i=1}^n \cos \phi_{0i} = 0 \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^n \sin \phi_{0i} = 0 \quad (23)$$

4. 동적안정성 분석

평형위치 부근에서 선형화 하여 얻어진 섭동방정식은 평형위치가 결정되면, 계수가 상수인 2 차 상미분방정식이 되며 행렬-벡터 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (24)$$

여기서 $[M], [C]$ 와 $[K]$ 는 $(n+4) \times (n+4)$ 상수 행렬이며 $\{x\}$ 는 $\{r_1, \psi_1, \alpha_1, \beta_1, \phi_{1i}\}^T$ 을 나타낸다. 고유치 해석을 수행하기 위해 식 (24)를 상태벡터 방정식으로 표현하여 정리하면 다음과 같은 고유치 문제를 얻을 수 있었다.

$$([B] - \lambda[A])\{Y\} = 0 \quad (25)$$

여기서 $\lambda, \{Y\}$ 는 각각 고유치와 고유벡터를 나타낸다.

시스템이 안정되기 위한 조건은 모든 고유치값의 실수 영역에 위치하여야 한다. 만약 하나의 고유치라도 양의 실수 영역에 위치하면 시스템은 불안정하게 된다. 안정성 분석을 용이하게 하기

위해 구해진 계수들을 무차원화 시킨다. 각 변수에 대한 무차원수를 $\bar{m} = m/M$, $\bar{e} = e/R$, $\bar{L} = L/R$, $\bar{\omega} = \omega/\omega_n$, $\bar{b} = D/(mR^2\omega_n)$ 로 정의하였다. 또한 질량관성모멘트에 대한 무차원수는 다음과 같이 정의 하였다.

$$\bar{J} = \frac{J}{MR^2}, \quad \bar{J}_z = \frac{J_z}{MR^2} \quad (26)$$

여기서 ω_n 은 불이 없을 때 회전체 시스템의 면내 진동의 고유진동수를 나타내며 면내진동에 대한 고유진동수와 감쇠계수는 다음과 같이 정의된다.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{12EI}{ML^3}}, \quad \zeta_n = c_1 / \left(2\sqrt{\frac{12EIM}{L^3}} \right) \quad (27)$$

면외 진동에 대한 고유진동수와 감쇠상수를 각각 다음과 같이 나타내고 면내진동에 대한 고유진동수와 감쇠상수와의 비를 무차원 상수를 통해 나타낸다.

$$\omega_R = \sqrt{\frac{4EI}{L}}, \quad \zeta_R = c_2 / \left(2\sqrt{\frac{4EI}{L}} \right) \quad (28)$$

$$\bar{\rho} = \frac{\omega_R}{\omega_n} = \frac{\zeta_R}{\zeta_n} = \bar{L} \sqrt{\frac{1}{3J}} \quad (29)$$

안정성 분석은 $\bar{\omega}, \bar{m}, \bar{e}, \bar{L}, \zeta_n$ 그리고 \bar{b} 와 같은 무차원화 된 시스템 변수들에 대해서 수행하였다. 회전체의 두께가 얇다고 가정하였을 때 질량관성모멘트 J_z 와 J 의 무차원수는 식 (26)에 의해 각각 $\bar{J}_z = 0.5$, $J = 0.25 \times \bar{t}$ 로 놓을 수 있고 여기서 \bar{t} 는 회전체 두께가 질량관성모멘트 값에 미치는 영향을 나타낸다. 본 논문에서는 회전체의 두께가 얇다고 가정하고 $\bar{t} = 1.015$ 로 가정하였다. Fig. 3 에서 볼 수 있듯이 축 길이에 대한 무차원 상수인 \bar{L} 가 약 2.4 이상일 때 안정영역이 급격하게 감소함을 알 수 있다. 따라서 모든 회전속도 영역에서 자동평형장치가 작동하기 위해서는 회전체 반경과 축 길이의 비인 \bar{L} 이 2.4 이하가 되도록 설계하여야 한다. \bar{L} 이 1 이고 $\bar{m} = \bar{e} = \bar{b} = 0.01$ 일 때 $\bar{\omega}$ 와 ζ_n 을 변화 시켜가며 시스템의 안정영역을 Fig. 4 에 도시하였다. Fig. 4 에서 볼 수 있듯이 만약 $\bar{\omega}$ 와 ζ_n 값이 안정영역에 들도록 자동평형장치를 설계하면 그 회전체 시스템의 면내 진동과 면외 진동은 제거된다. Fig. 5 에서는 $\bar{L} = 1$ 그

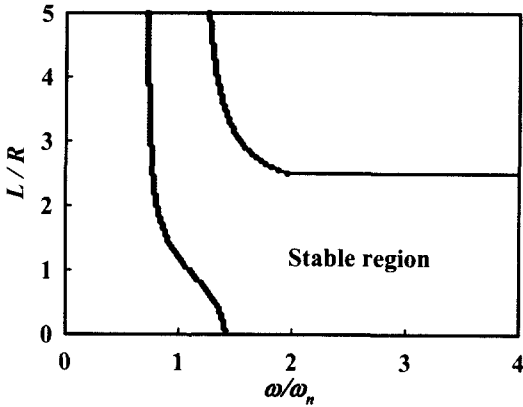


Fig. 3 Stability for the variation of $\bar{\omega}$ and \bar{L} when $\bar{m} = \bar{e} = \zeta_n = \bar{b} = 0.01$

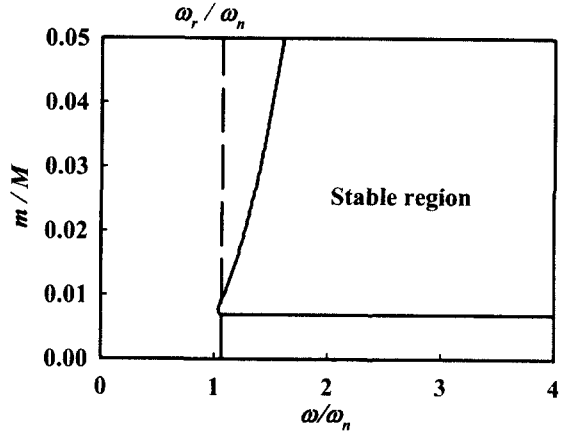


Fig. 6 Stability for the variation of $\bar{\omega}$ and ζ_n when $\bar{L} = 1$ and $\bar{e} = \bar{b} = \zeta_n = 0.01$

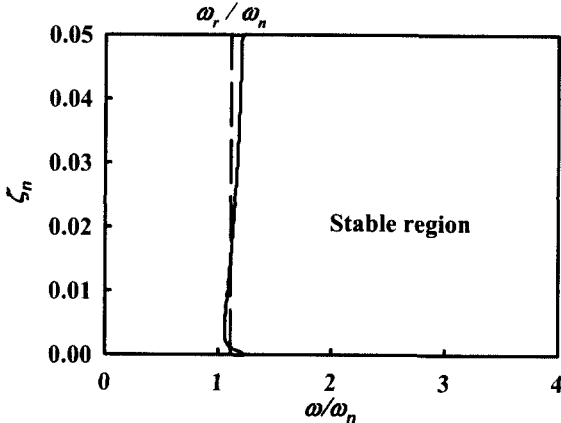


Fig. 4 Stability for the variation of $\bar{\omega}$ and ζ_n when $\bar{L} = 1$ and $\bar{m} = \bar{e} = \bar{b} = 0.01$

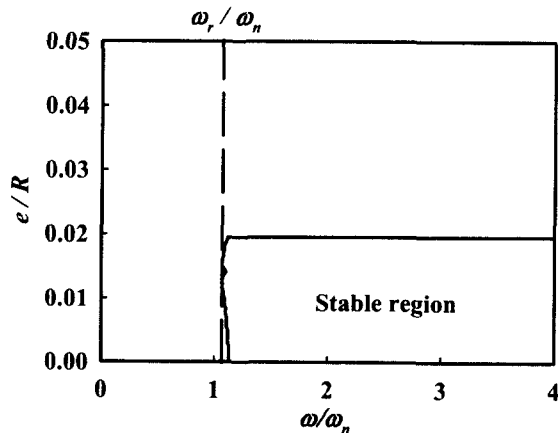


Fig. 5 Stability for the variation of $\bar{\omega}$ and ζ_n when $\bar{L} = 1$ and $\bar{m} = \bar{b} = \zeta_n = 0.01$

리고 $\bar{m} = \zeta_n = \bar{b} = 1$ 로 고정되었을 때 $\bar{\omega}$ 와 \bar{e} 사이의 안정영역을 보여주고 Fig. 6은 $\bar{L} = 1$ 그리고 $\bar{e} = \zeta_n = \bar{b} = 0.01$ 일 때 $\bar{\omega}$ 와 \bar{m} 사이의 안정영역을 나타낸다.

5. 시간응답에 의한 안정성 검증

자동 불 평형장치의 비선형 운동방정식에 대한 시간응답을 계산하여 앞서 수행된 자동평형장치의 안정성 분석 결과를 검증하였다. 축의 굽힘효과를 고려한 회전체에 장착된 자동평형장치의 비선형 운동방정식에 대한 시간응답을 Runge-Kutta 방법으로 수치 계산하였다.

시간응답 계산을 위한 자동평형장치의 물성치는 Table 1과 같고 초기조건은 $r(0) = 10^{-3} \text{ m}$, $\theta(0) = 0$, $\alpha(0) = 0$, $\beta(0) = 0$, $\phi_1(0) = 45^\circ$, $\phi_2(0) = 90^\circ$, $\dot{r}(0) = \dot{\theta}(0) = \dot{\alpha}(0) = \dot{\beta}(0) = \dot{\phi}_1(0) = \dot{\phi}_2(0) = 0$ 으로 하였다.

위의 물성치와 초기조건을 갖고 균형평형위치 즉 $r_0 = \alpha_0 = \beta_0 = 0$ 에 해당하는 안정영역 일 때 회전체 중심의 진폭에 대한 시간응답을 계산하면 Fig. 7과 같다. 이 경우 시간이 경과함에 따라 면진동이 0으로 수렴하여 진동이 완전히 제거됨을 알 수 있다. 자동평형장치를 장착하지 않은 경우, 즉 불의 개수가 0인 경우에 질량 불평형 때문에 진동이 제거되지 않는다. Fig. 8는 안정영역에서 면외진동, 즉 α 에 대한 시간응답이 수렴함을 보여주고 있다.

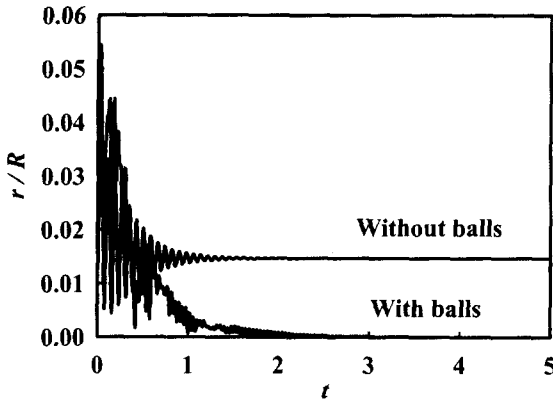


Fig. 7 Time response of the radial displacement when $\bar{\omega} = 1.5, \bar{L} = 1$ and $\bar{m} = \bar{e} = \zeta_n = \bar{b} = 0.01$

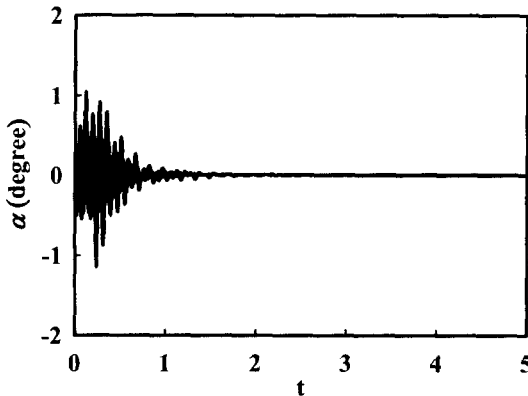


Fig. 8 Time response of the α when $\bar{\omega} = 1.5, \bar{L} = 1$ and $\bar{m} = \bar{e} = \zeta_n = \bar{b} = 0.01$

6. 결론

축의 굽힘효과를 고려한 회전체에 장착된 자동 평형장치에 대한 안정성 분석과 시간응답을 분석하였다. 근좌표계를 이용하여 시스템을 모델링을 함으로써 안정성을 간단하고 정확하게 수행할 수 있는 자율계(Autonomous system)에 대한 지배방정식을 구할 수 있었다. 구해진 비선형 지배방정식에 섭동법을 적용하여 균형 평형위치를 규명하였고 선형 섭동방정식을 이용하여 안정영역에 대한 체계적인 분석을 수행하였다. 축의 굽힘효과로 인해 축 길이와 안정영역 사이에 밀접한 관계가 있음을 확인하였다. 또한 자동평형장치가 작동하면 내진동 뿐만 아니라 면외 진동을 제거하기 위해서는 볼의 질량, 회전체의 편심량, 축계의 감쇠상수와 윤활유의 점성계수가 고려되어야 함을 확인하였다.

Table 1 Material properties of the system

$L = 0.1\text{ m}$		$L = 0.3\text{ m}$	
M	1Kg	M	1Kg
m	0.01Kg	m	0.01Kg
R	0.1m	R	0.1m
EI	10Kg $\text{m}^3\text{-s}^2$	EI	10Kg $\text{m}^3\text{-s}^2$
c_1	6.93Ns/m	c_1	1.33 Ns/m
c_2	2.31E-2 Ns/m	c_2	4E-2 Ns/m
D	3.46E-4Nm	D	6.67E-5 Nm
e	1E-3m	e	1E-3m
ω_n	346 rad/s	ω_n	67 rad/s
ω_R	398 rad/s	ω_R	230 rad/s

참고문헌

- (1) Thearle, E. L., 1932, "A New Type of Dynamic Balancing Machine," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 54, pp. 131~141.
- (2) Alexander, J. E., 1964, "An Automatic Dynamic Balancer," *Proceeding, 2nd Southeastern Conference*, pp. 415~426.
- (3) Cade, J. W., 1965, "Self-Compensating Balancing in Rotating Mechanism," *Design News*, pp. 234~239.
- (4) Lee, J., 1995, "An Analytical Study of Self-Compensating Balancing Dynamic Balancer with Damping Fluid and Ball," *Shock and Vibration*, Vol. 2, pp. 59~67.
- (5) Lee, J. and Van Moorhem, W. K., 1996, "Analytical and Experimental Analysis of a Self-Compensating Dynamic Balancer in a Rotating Mechanism," *ASME Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, Vol. 118, pp. 468~475.
- (6) 박준민, 노대성, 정진태, 1999, "자동 불 평형장치의 진동해석," 한국소음진동공학회 논문집, 제 9 권, 제 2 호, pp. 363~370.
- (7) 이동진, 정진태, 노대성, 1999, "자동 불 평형장치를 이용한 광 디스크 드라이브의 진동저감," 한국소음진동공학회 논문집, 제 9 권, 제 2 호, pp. 355~362.
- (8) J. Chung and D.- S. Ro, 1999, "Dynamic Analysis of an Automatic Dynamic Balancer for Rotating Mechanisms," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 228, No. 5, pp. 1035~1056.
- (9) C. H. Hwang and J. Chung, 1999, "Dynamic Analysis of an Automatic Ball Balancer with Double Races," *JSME International Journal, Series C*, Vol. 42, No. 2, pp. 265~272.
- (10) 이동진, 정진태, 황철호, "이중레이스를 갖는 자동평형장치의 진동해석," 대한기계학회논문집 A 권, 제 24 권, 제 5 호, pp. 1093~1102.