

등방성/직교이방성 이종재료의 진전 계면균열에 대한 동적 광탄성 실험 하이브리드 법 개발

신동철* · 황재석† · 김태규**
(2000년 8월 11일 접수, 2001년 4월 11일 심사완료)

Development of the Dynamic Photoelastic Hybrid Method for Propagating Interfacial Crack of Isotropic/Orthotropic Bi-materials

Dong-Chul Shin, Jai-Sug Hawong and Tae-gyu Kim

Key Words: Isotropic/Orthotropic Bi-materials(등방성/직교이방성 이종재료), Dynamic Photoelastic Hybrid Method(동적 광탄성 실험 하이브리드 법), Propagating Interfacial Crack(진전 계면 균열), Near-Field Stresses(선단 응력장), Dynamic Stress Intensity Factor(동적 응력확대계수), Crack Propagating Velocity(균열 전파속도), Rayleigh Wave Velocity(레이레이파 속도)

Abstract

When the interfacial crack of isotropic/orthotropic bi-materials is propagated with constant velocity along the interface, stress and displacement components are derived in this research. The dynamic photoelastic experimental hybrid method for the bimaterial is introduced. It is assured that stress components and dynamic photoelastic hybrid method developed in this research are valid. Separating method of stress components is introduced from only dynamic photoelastic fringe patterns. Crack propagating velocity of interfacial crack is 69~71% of Rayleigh wave velocity of epoxy resin. The near-field stress components of bonded interface of bimaterial are similar with those of pure isotropic material and two dissimilar isotropic bimaterials under static or dynamic loading, but very near-field stress components of bonded interface of bimaterial are different from those.

1. 서론

근년에 항공기, 로켓트, 자동차 그리고 산업구조물이 고강도화, 고경량화 되어감에 따라 복합재료가 다양하게 개발됨과 동시에 각종 산업분야에서는 재료의 성질이 서로 다른 이종재료를 접착·접합하여 다양하게 사용되어 왔다. 최근에는 특히 복합재료가 발전함에 따라 등방성/복합체 이종재료가 산업현장에 많이 사용되고 있다. 이러한 이종재료의 계면에는 두 재료의 성질 및 형상의 불연속으로 응력 특이점이 발생되고 이점에

서는 응력 집중 현상이 발생하여 이종재료의 강도를 저하시킴과 동시에 균열이 발생된다. 이러한 균열이 성장하면 구조물은 파괴하게 된다.

지금까지의 이종재료에 대한 연구는 두 상이한 등방성 혹은 이방성 이종재료내의 계면 균열에 대한 선단 응력장 및 변위장의 이론적인 유도^(1,2) 혹은 하나의 미지수를 가정하고 이를 유한 요소법에 적용하여 응력확대계수 등을 구하는데 그치거나,⁽³⁾ 동적 광탄성 실험을 통한 이종재료 계면 균열의 진전시 등색선 무늬 양상 및 전파 속도와 응력확대계수를 구하는 정도^(4,5)였다. 따라서 본 연구자들은 등방성/직교이방성 이종재료의 계면을 따라 등속으로 진전하는 균열선단의 응력장과 변위장을 새로이 유도하고, 이를 동적 광탄성 실험에 적용할 수 있는 Hybrid법을 개발하고 그 유효성을 확인하고자 한다.

* 회원, 영남대학교 대학원 기계공학부
† 책임저자, 회원, 영남대학교 기계공학부
E-mail : jshawong@yu.ac.kr
TEL : (053)810-2445 FAX : (053)813-3703
** 회원, 밀양대학교 재료공학과

2. 진전 계면균열의 선단 응력장

선형 동-탄성(elastodynamic) 평면문제에서 계면 균열이 c 의 속도로 계면을 따라 진전할 때, Fig. 1과 같이 (X, Y) 는 초기 균열선상을 X-축으로 하는 고정 직교좌표계이고, (x, y) 는 균열선단을 원점으로 하는 이동좌표계이다. 두 좌표계 사이에는 $y=Y, x=X-ct$ 의 관계가 있다. 따라서 물체력을 무시하면 평형 방정식은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\sigma_{i,j} = \rho c^2(t) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} = R \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} \quad (1)$$

여기서 ρ 는 재료의 밀도이고 $u_i (i=1,2)$ 는 변위 성분들이다. 또한, 선형 탄성체의 평면 문제에서 응력-변형을 관계식은 식 (2)와 같다.

$$\epsilon = a \sigma \quad (2)$$

$$a = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{26} \\ a_{31} & a_{35} & a_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ b_{12} & b_{22} & b_{26} \\ b_{16} & b_{26} & b_{66} \end{bmatrix}$$

여기서 $a = a_{ij}$ 는 평면 응력상태, $a = b_{ij}$ 는 평면 변형률상태에 대해 정의된 것이다. 재료가 직교 이방성체인 경우에는 $a_{31} = a_{35} = 0$ 이다.

식 (1)의 오른쪽 항에서 등방성체 혹은 직교이방성체에 대한 미분식은 식 (3)과 같다.

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_{11}) = \frac{\partial}{\partial x} (a_1 \sigma_{11} + a_2 \sigma_{22}) \quad (3a)$$

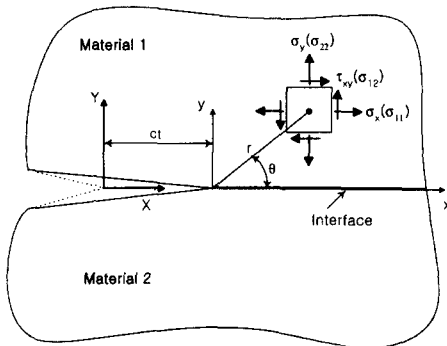


Fig. 1 Coordinate system and stress components

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} (a_6 \sigma_{12}) - \frac{\partial}{\partial y} (a_1 \sigma_{11} + a_2 \sigma_{22}) \quad (3b)$$

다음으로 $z = x + \mu y$ 라 두고, 식 (3)을 식 (1)에 대입하여 정리하면 식 (4)를 얻는다.

$$(1 - a_1 R) \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial z} - a_2 R \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial z} + \mu \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$a_1 R \mu \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial z} + (1 + a_2 R) \mu \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial z} + (1 - a_6 R) \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial z} = 0$$

지금 에어리 응력함수(Airy stress function) ϕ 를 사용하고, 식 (4)를 만족하는 응력성분들을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{11} = \{a_2 AR + (1 + a_2 R)\mu^2\} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

$$\sigma_{22} = \{A(1 - a_1 R) - a_1 R \mu\} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (5)$$

$$\sigma_{12} = \{-[1 + (a_2 - a_1)R]\mu\} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

여기서 $A = (1 - a_6)R$ 이고, μ 는 식 (8)에서 얻어지는 특성근이다.

일반적인 2차원 적합 방정식은 식 (6)과 같다.

$$2\epsilon_{12,12} = \gamma_{12,12} = \epsilon_{11,22} + \epsilon_{22,11} \quad (6)$$

또한 에어리 응력함수 ϕ 는 해석적인 복소함수 T 를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi = \text{Real} [T(z)] \quad (7)$$

따라서 식 (5)와 (7)을 응력-변형률 관계식 (2)에 대입하고, 이것을 식 (6)에 대입하여 정리하면 식 (8)과 같은 특성 방정식을 얻을 수 있다.

$$p_3 \mu^4 + p_2 \mu^2 + p_1 = 0 \quad (8)$$

$$p_3 = a_1, \quad p_2 = 2a_2 + a_6 - R[a_1 a_6 + a_1^2 - a_2^2]$$

$$p_1 = a_1 - R[a_1 a_6 + a_1^2 - a_2^2] + R^2 a_6 [a_1^2 - a_2^2]$$

균열 전파속도 $\alpha(t)$ 가 0일 때, 방정식 (7)은 정적인 문제에 대한 Lekhnitskii⁽⁶⁾의 식과 같다.

특성 방정식 (8)의 근은 균열전파속도가 횡파(transverse wave) 및 종파(longitudinal wave)의 속

도에 상응하는 값을 가질 때 복소수근이 실근으로 전환된다.⁽³⁾ 그러나 일반적인 경우에 균열전파 속도는 이러한 값에 미치지 못한다. 그러므로 본 연구에서는 식 (8)의 근은 별개인 두 쌍의 복소수 근을 가진다고 가정하였고, 이 경우 식 (7)은 다음과 같이 쓸 수 있다.⁽³⁾

$$\Phi_k = \text{Real} \left(\int \Omega_{1k} dz_{1k} + \int \Omega_{2k} dz_{2k} \right) \quad (9)$$

여기서 $z_{ik} = x + \mu_{ik}y$ ($i, k=1,2$) 이고 k 는 고려되는 재료를 의미한다. Ω_{ik} 는 식 (10)과 같이 복소면급수 형태로 표현할 수 있다.⁽¹⁻³⁾

$$\begin{aligned} \Omega_{1k} &= C_{1k} z_{1k}^{\lambda} + D_{1k} z_{1k}^{\bar{\lambda}} \\ \Omega_{2k} &= C_{2k} z_{2k}^{\lambda} + D_{2k} z_{2k}^{\bar{\lambda}} \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)을 식 (9)에 대입하여 그 결과를 다시 식 (5)에 대입하여 정리하면, 각 응력성분들이 다음과 같이 얻어진다.

$$\sigma_k = \text{Real} (\underline{S}_k \underline{\Omega}_{\sigma k}) \quad (11)$$

$$\underline{S}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}_k, \quad \underline{S}_k = \begin{bmatrix} E_{1k} & E_{2k} \\ F_{1k} & F_{2k} \\ G_{1k} & G_{2k} \end{bmatrix}, \quad \underline{\Omega}_{\sigma k} = \begin{bmatrix} \Omega_{1k} \\ \Omega_{2k} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} E_{ik} &= (1 + a_2 R) \mu_{ik}^2 + a_2 R (1 - a_6 R) \\ F_{ik} &= -[a_1 R \mu_{ik}^2 - (1 - a_1 R)(1 - a_6 R)] \\ G_{ik} &= -(1 - (a_1 - a_2)R) \mu_{ik}, \quad (i = 1, 2) \end{aligned}$$

또한 식 (11)을 구성 방정식 (2)에 대입하고 그 결과를 변위-변형률 관계식에 대입하여 정리하면, 각 변위성분들도 식 (12)와 같이 얻을 수 있다.

$$u_k = \text{Real} [\underline{U}_k \underline{\Omega}_{u k}] \quad (12)$$

$$u_k = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}_k, \quad \underline{U}_k = \begin{bmatrix} P_{1k} & P_{2k} \\ Q_{1k} & Q_{2k} \end{bmatrix}, \quad \underline{\Omega}_{u k} = \begin{bmatrix} \Omega_{1k} \\ \Omega_{2k} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} P_{ik} &= a_1 \mu_{ik}^2 + a_2 R (1 - a_6 R) \\ Q_{ik} &= \frac{1}{\mu_{ik}} \{ [a_2(1 + a_2 R) - a_1 a_4] \mu_{ik}^2 \\ &\quad + (a_2^2 R - a_1 a_4 R + a_4)(1 - a_6 R) \} \end{aligned} \quad (i = 1, 2)$$

균열 표면(음의 x-축상)의 표면력-자유 조건

(traction-free condition)으로부터 식 (10)의 복소계수들 간의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} C_{2k} \\ \bar{D}_{2k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{1k} & \bar{K}_{2k} e^{-\alpha_k} \\ K_{2k} e^{\alpha_k} & \bar{K}_{1k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1k} \\ \bar{D}_{1k} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} K_{1k} &= \frac{\bar{F}_{2k} G_{1k} - F_{1k} \bar{G}_{2k}}{R_0}, \quad K_{2k} = \frac{F_{1k} G_{2k} - F_{2k} G_{1k}}{R_0} \\ R_0 &= F_{2k} \bar{G}_{2k} - \bar{F}_{2k} G_{2k}, \quad \alpha_k = \begin{cases} 2i\lambda\pi & \text{for } k=1 \\ -2i\lambda\pi & \text{for } k=2 \end{cases} \end{aligned}$$

균열선단 앞부분 즉, 양의 x축상에서의 계면 양면의 응력과 변위의 연속조건으로부터 식 (14)를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} H_{11}(1-e^\alpha) & \bar{H}_{11}(1-e^{-\alpha}) & -H_{12}(1-e^{-\alpha}) & -\bar{H}_{12}(1-e^\alpha) \\ H_{21}(1-e^\alpha) & \bar{H}_{21}(1-e^{-\alpha}) & -H_{22}(1-e^{-\alpha}) & -\bar{H}_{22}(1-e^\alpha) \\ H_{31} + H_{41}e^\alpha & \bar{H}_{31} + \bar{H}_{41}e^{-\alpha} - (H_{32} + H_{42}e^{-\alpha}) - (\bar{H}_{32} + \bar{H}_{42}e^\alpha) \\ H_{51} + H_{61}e^\alpha & \bar{H}_{51} + \bar{H}_{61}e^{-\alpha} - (H_{52} + H_{62}e^{-\alpha}) - (\bar{H}_{52} + \bar{H}_{62}e^\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} \\ \bar{D}_{11} \\ C_{12} \\ \bar{D}_{12} \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 2i\lambda\pi, \quad H_{1k} = F_{1k} + F_{2k}K_{1k} = -\bar{F}_{2k}K_{2k}, \\ H_{2k} &= G_{1k} + G_{2k}K_{1k} = -\bar{G}_{2k}K_{2k}, \quad H_{3k} = P_{1k} + P_{2k}K_{1k}, \\ H_{4k} &= \bar{P}_{2k}K_{2k}, \quad H_{5k} = Q_{1k} + Q_{2k}K_{1k}, \quad H_{6k} = \bar{Q}_{2k}K_{2k} \end{aligned}$$

복소계수 C_{ik} 와 D_{ik} 가 유용한 해를 가질 조건은 식 (14)의 행렬식(determinant of matrix)이 0일 때이다. 이 조건으로부터 식 (15)가 얻어진다.

$$(1-x)^2(1+2bx+x^2) = 0 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} x &= e^\alpha, \quad b = \frac{R}{2Q} \\ R &= 2\text{Real} [A_1 B_5 - A_2 B_2 + A_6 B_1 - A_3 \bar{A}_7 + A_5 \bar{A}_4] \\ Q &= -A_1 B_4 - A_2 \bar{A}_7 + A_6 \bar{A}_4 + \bar{A}_1 B_3 - \bar{A}_3 \bar{B}_2 + \bar{A}_5 \bar{B}_1 \\ A_1 &= H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}, \quad A_2 = H_{11}H_{32} + H_{12}H_{41} \\ A_3 &= H_{11}H_{42} + H_{12}H_{31}, \quad A_4 = H_{11}H_{62} + H_{12}H_{51} \\ A_5 &= H_{22}H_{31} + H_{21}H_{42}, \quad A_6 = H_{21}H_{32} + H_{22}H_{41} \\ A_7 &= H_{22}H_{51} + H_{21}H_{62}, \\ B_1 &= \bar{H}_{11} \bar{H}_{52} + \bar{H}_{12} \bar{H}_{61}, \quad B_2 = \bar{H}_{21} \bar{H}_{52} + \bar{H}_{22} \bar{H}_{61} \\ B_3 &= \bar{H}_{41} \bar{H}_{52} - \bar{H}_{32} \bar{H}_{61}, \quad B_4 = \bar{H}_{42} \bar{H}_{51} - \bar{H}_{31} \bar{H}_{62} \\ B_5 &= \bar{H}_{31} \bar{H}_{52} + \bar{H}_{41} \bar{H}_{62} - \bar{H}_{32} \bar{H}_{51} - \bar{H}_{42} \bar{H}_{61} \end{aligned}$$

여기서 변수 R 및 Q 는 실수이고, 실변수 $b \geq 1$ 이다. $b = 1$ 이면 두 재료는 동일한 경우이다.^(3,5) 식 (15)로부터 균열 선단에 유한 변위가 발생되

는 만족스러운 고유치는 식 (16)과 같다. 이 때, 주의할 것은 $\lambda=1/2+i\epsilon$ 과 $\lambda=1/2-i\epsilon$ 은 동일한 해를 유도하므로 오직 $\lambda=1/2+i\epsilon$ 에 대해서만 고려하였다.

$$\begin{aligned} \lambda_n &= \frac{n}{2} + i\epsilon, & n &= 1, 3, 5, \dots \\ \lambda_n &= n & n &= 2, 4, 6, \dots \end{aligned} \quad (16)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2\pi} \log(b + \sqrt{b^2 - 1}) \quad (17)$$

여기서 식 (17)의 ϵ 즉, 복소 고유치의 허수부는 이중재료의 진동거동을 지배하는 진동지수 (oscillation index)로 알려져 있다.

각 고유치에 상응하는 고유함수를 구하기 위해 우선 고유치 λ_n 가 복소수 ($n=1,3,5,\dots$)인 경우 식 (14)의 첫 세 개의 방정식으로부터 \bar{D}_{11} , C_{12} 및 \bar{D}_{12} 을 C_{11} 항으로 나타내고 나머지 미지수를 풀기 위해서 식 (13)을 사용하면

$$\begin{bmatrix} C_{11} & D_{11} \\ C_{21} & D_{21} \\ C_{12} & D_{12} \\ C_{22} & D_{22} \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} M_{11} & \bar{M}_{21} \\ M_{31} & \bar{M}_{41} \\ M_{12} & \bar{M}_{22} \\ M_{32} & \bar{M}_{42} \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \bar{\beta} \end{bmatrix}_n \quad (18)$$

단, $\beta_n = C_{11n}$, $M_{11} = 1$, $M_{21} = \frac{M_1}{M_0} e^\alpha$,

$$\begin{aligned} M_{31} &= K_{11} + \frac{M_1}{M_0} \bar{K}_{21}, & M_{41} &= K_{21} e^\alpha + \frac{M_1}{M_0} \bar{K}_{11} e^\alpha, \\ M_{12} &= \frac{M_2}{M_0} e^\alpha, & M_{22} &= \frac{M_3}{M_0}, & M_{32} &= \frac{M_2}{M_0} K_{12} e^\alpha + \frac{M_3}{M_0} \bar{K}_{22} e^\alpha, \\ M_{42} &= \frac{M_2}{M_0} K_{22} + \frac{M_3}{M_0} \bar{K}_{12} \\ M_0 &= (\bar{H}_{12} \bar{H}_{21} - \bar{H}_{11} \bar{H}_{22})(H_{42} + H_{32} e^\alpha) + (H_{12} \bar{H}_{21} - \bar{H}_{11} H_{22}) \\ &\quad \times (\bar{H}_{32} + \bar{H}_{42} e^\alpha) + (H_{12} \bar{H}_{22} - \bar{H}_{12} H_{22})(\bar{H}_{41} + \bar{H}_{31} e^\alpha) \\ M_1 &= (\bar{H}_{12} H_{21} - H_{11} \bar{H}_{22})(H_{42} + H_{32} e^\alpha) + (H_{12} H_{21} - H_{11} H_{22}) \\ &\quad \times (\bar{H}_{32} + \bar{H}_{42} e^\alpha) + (\bar{H}_{12} H_{22} - H_{12} \bar{H}_{22})(\bar{H}_{31} + \bar{H}_{41} e^\alpha) \\ M_2 &= (\bar{H}_{12} \bar{H}_{21} - \bar{H}_{11} \bar{H}_{22})(H_{31} + H_{41} e^\alpha) + (\bar{H}_{12} H_{21} - H_{11} \bar{H}_{22}) \\ &\quad \times (\bar{H}_{41} + \bar{H}_{31} e^\alpha) + (H_{21} \bar{H}_{11} - H_{11} \bar{H}_{21})(\bar{H}_{32} + \bar{H}_{42} e^\alpha) \\ M_3 &= (H_{12} H_{21} - H_{11} H_{22})(\bar{H}_{41} + \bar{H}_{31} e^\alpha) + (H_{11} \bar{H}_{21} - H_{21} \bar{H}_{11}) \\ &\quad \times (H_{42} + H_{32} e^\alpha) + (H_{12} \bar{H}_{21} - H_{22} \bar{H}_{11})(H_{31} + H_{41} e^\alpha) \end{aligned}$$

이며, K_{ik} 는 식 (13)에서 정의된 것과 같다.

고유치 λ_n 이 실수($n=2,4,6,\dots$)인 경우 $e^\alpha = e^{-\alpha} = 1$ 이며 모든 미지수는 독립적으로 정의될 수 없으며 단지 아래와 같은 부분합으로 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned} O_{11} &= C_{11} + D_{11}, & O_{21} &= C_{21} + D_{21} \\ O_{12} &= C_{12} + D_{12}, & O_{22} &= C_{22} + D_{22} \end{aligned} \quad (19)$$

O_{ik} 에 대해서 풀기 위해 식 (14)의 세 번째와 네 번째 식으로부터 C_{12} 과 \bar{D}_{12} 를 C_{11} 과 \bar{D}_{11} 의 항으로 나타냄으로써 O_{12} 를 O_{11} 과 \bar{O}_{11} 의 항으로 표현하고, 또한 식 (13)을 이용하여 O_{21} 과 O_{22} 를 O_{11} 과 \bar{O}_{11} 의 항으로 나타낸다. 그러면

$$\begin{bmatrix} O_{11} \\ O_{21} \\ O_{12} \\ O_{22} \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} M_{11} & \bar{M}_{21} \\ M_{31} & \bar{M}_{41} \\ M_{12} & \bar{M}_{22} \\ M_{32} & \bar{M}_{42} \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} \beta \\ \bar{\beta} \end{bmatrix}_n \quad (20)$$

단, $\beta_n = C_{11n} + D_{11n}$, $M_{11} = 1$, $M_{21} = 0$,

$$\begin{aligned} M_{31} &= K_{11}, & M_{41} &= K_{21}, & M_{12} &= \frac{M_1}{M_0}, & M_{22} &= \frac{M_2}{M_0}, \\ M_{32} &= K_{12} \frac{M_1}{M_0} + \bar{K}_{22} \frac{M_2}{M_0}, & M_{42} &= K_{22} \frac{M_1}{M_0} + \bar{K}_{12} \frac{M_2}{M_0} \\ M_0 &= (H_{32} + H_{42})(\bar{H}_{52} + \bar{H}_{62}) - (\bar{H}_{32} + \bar{H}_{42})(H_{52} + H_{62}) \\ M_1 &= (H_{31} + H_{41})(\bar{H}_{52} + \bar{H}_{62}) - (\bar{H}_{32} + \bar{H}_{42})(H_{51} + H_{61}) \\ M_2 &= (H_{32} + H_{42})(H_{51} + H_{61}) - (H_{31} + H_{41})(H_{52} + H_{62}) \end{aligned}$$

그러므로 응력장과 변위장의 상태에 대한 표현식을 유도하기 위해 식 (18)과 (20)을 식 (11)과 (12)에 대입하여 정리하면 각 재료 $k(=1,2)$ 에 대해서 식 (21)을 얻는다.

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[\lambda_n (E_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n - 1} + \bar{E}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n - 1} \right. \\ &\quad \left. + E_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n - 1} + \bar{E}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n - 1}) \beta_n \right] \\ \sigma_{22} &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[\lambda_n (F_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n - 1} + \bar{F}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n - 1} \right. \\ &\quad \left. + F_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n - 1} + \bar{F}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n - 1}) \beta_n \right] \\ \sigma_{12} &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[\lambda_n (G_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n - 1} + \bar{G}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n - 1} \right. \\ &\quad \left. + G_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n - 1} + \bar{G}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n - 1}) \beta_n \right] \end{aligned} \quad (21a)$$

$$\begin{aligned} u_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[(P_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n} + \bar{P}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n} \right. \\ &\quad \left. + P_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n} + \bar{P}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n}) \beta_n \right] \\ u_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[(Q_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n} + \bar{Q}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n} \right. \\ &\quad \left. + Q_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n} + \bar{Q}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n}) \beta_n \right] \end{aligned} \quad (21b)$$

여기서 $E_{ik}, F_{ik}, G_{ik}, P_{ik}, Q_{ik}$ ($i=1,2$)는 식 (11)와 (12)에서 정의된 복소계수들이며, M_{mkn} ($m=1,2,3,4$)은 n 번째 고유치에 대해 식 (18)과 (20)에서 정의된 복소 계수들로 이들 계수들은 주어진 재료(k)의 물성치와 균열진전속도에 관계되는 알고 있는 값들이다. 또한 n 번째 고유치 λ_n 은 식 (16)과 (17)에서 얻어지는 값이며 z_{ik} 는 각 재료의 특성근과 균열선단에서의 위치만 주어지면 결정되는 알고 있는 값이다. 따라서 식 (21)의 미지수는 오직 β_n 만 존재한다. 그러므로 식 (21)의 선단 응력장을 동적 광탄성 실험(또는 진전 균열 선단의 유용한 데이터를 얻을 수 있는 실험 등)에 적용하고, 동적 광탄성 무늬 데이터를 취한 후 여기에 수치해석을 적용하여 미지수 β_n 을 구할 수 있다. 그러므로 그 조건에 유효한 선단응력장과 변위장을 얻을 수 있다.

3. 동적 광탄성 하이브리드 법

식 (21)을 광-응력 법칙에 대입하면 식 (22)와 같은 동색선 데이터와 응력성분들과의 관계식을 얻는다.

$$D = \left(\frac{f_{ad} N_f}{t} \right)^2 = (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2$$

$$= \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[\lambda_n \left((E_{11} - F_{11}) z_1^{\lambda_n - 1} + (\overline{E_{11}} - \overline{F_{11}}) M_{21n} \overline{z_1}^{\lambda_n - 1} + (E_{21} - F_{21}) M_{31n} z_2^{\lambda_n - 1} + (\overline{E_{21}} - \overline{F_{21}}) M_{41n} \overline{z_2}^{\lambda_n - 1} \right) \beta_n \right] \right\}^2$$

$$+ 4 \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[\lambda_n \left(G_{11} M_{11n} z_1^{\lambda_n - 1} + \overline{G_{11}} M_{21n} \overline{z_1}^{\lambda_n - 1} + G_{21} M_{31n} z_2^{\lambda_n - 1} + \overline{G_{21}} M_{41n} \overline{z_2}^{\lambda_n - 1} \right) \beta_n \right] \right\}^2 \quad (22)$$

여기서 f_{ad} 는 동적 응력프린치기로 실험에 의해 구해진다. N_f 는 동색선 무늬차수이고, t 는 시편의 두께이다. 그러므로 식 (22)는 오직 β_n 만의 함수이다.

동적 응력확대계수와 β_n 과의 관계식은 균열선단의 응력특이성을 제거함으로써 Aminpour⁽³⁾에 의한 정의된 것처럼 식 (23)과 같이 표현할 수 있다. 이 때 $z_{1k} = z_{2k} = r$, $n=1$ 이며 $k=1$ 이다.

$$\begin{aligned} K_1 &= \sqrt{2\pi} \text{Re}[A_2 \beta_1] \\ K_2 &= \sqrt{2\pi} \text{Re}[A_3 \beta_1] \end{aligned} \quad (23)$$

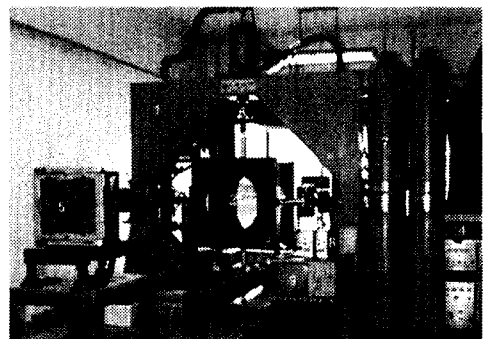
$$\begin{aligned} A_2 &= \lambda_1 (F_{11} + \overline{F_{11}} M_{211} + F_{21} M_{311} + \overline{F_{21}} M_{411}) \\ A_3 &= \lambda_1 (G_{11} + \overline{G_{11}} M_{211} + G_{21} M_{311} + \overline{G_{21}} M_{411}) \end{aligned}$$

그러므로 동적 광탄성 실험을 통해 등방성/직교이방성 이종재료 내의 계면 진전균열선단 주위의 동적 동색선 무늬 데이터를 얻고, 이것을 사용하여 식 (22)의 복소계수 β_n 을 뉴우튼 랩슨(Newton-Raphson)법에 의한 비선형 최소자승법⁽⁷⁾을 통해 구하고 이것을 식 (21)과 식 (23)에 대입하여 각 경우의 균열선단의 각 응력성분과 변위 성분 및 동적 응력확대계수를 구할 수 있다. 이러한 방법을 본 연구에서는 “등방성/직교이방성 이종재료의 진전 계면균열에 대한 동적 광탄성 실험 하이브리드 법”이라 칭한다.

4. 실험 및 실험방법

본 연구에서 사용된 동적 광탄성 실험장치는 Fig. 2와 같으며,⁽⁸⁾ 이종재료 시편의 기하학적 형상은 Fig. 3과 같다.

시편의 재료는 시바-가이기(Ciba-Geigy)사의 아랄다이트(Araldite) B41을 주재료 하고 경화제 HT903을 중량비 10:3의 비율로 성형한 에폭시판과 Ca.F.E.C(Cabon Fiber Epoxy Composite: 한국과이버) 판을 에폭시 접착제를 사용하여 접착두께가 50 μm 이하가 되도록 접착하였다. 이 때 균열은 계면 사이에 테프론을 삽입하여 접착제가 굳은 후에 제거하는 테프론 삽입법⁽⁸⁾을 사용하여 자연 균열에 가깝도록 하였다.



1. Dynamic biaxial loading frame
2. Field lens & Polarizer & Quarter wave plate
3. Multi-spark light source 4. Multi-spark control box
5. Multi-camera 6. Load-cell 7. Accumulator
8. Dynamic amplifier 9. Oscilloscope

Fig. 2 Dynamic loading device

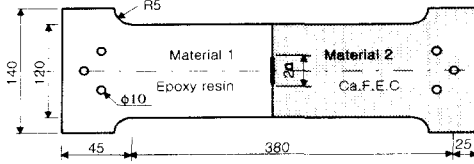


Fig. 3 Schematic of the specimen

Table 1 Material properties of specimen

Properties	Epoxy resin	Ca.F.E.C
Young's modulus, E_L (GPa)	3.20	54.47
Young's modulus, E_T (GPa)	3.20	4.63
Shear modulus, G_{LT} (GPa)	1.16	1.43
Poisson's ratio, ν	0.38	0.30
Density, ρ (kg/m^3)	1316	1586
R-wave velocity, C_R (m/s)	880	949
Stress fringe value, f_σ (kN/m)	10.61	

이러한 시편에 발생하는 동적 응력상태를 등색선 무늬 형태로 볼 수 있도록 크랭스-살던형식 카메라 시스템⁽⁸⁾을 사용하였으며, 이 카메라 장치는 전체 16개의 상(image)을 얻을 수 있으며, 1 μ sec 단위까지 광원의 스파킹(sparking) 시간을 조정할 수 있다.

본 연구에서 행한 실험 방법⁽⁸⁾은 시편의 균열 주위에 은분 페인트(silver paint)를 칠하여 균열 진전시 은분 페인트가 끊어짐에 따라 은분 페인트 양쪽에 전선으로 연결된 트리거(trigger) 장치가 설정된 시간 간격으로 멀티 스파크 광원(multi-spark light source)이 스파킹되어 멀티카메라의 X-선 필름에 기록되도록 하였다. 그런 다음 이 X-선 필름을 현상하여 등색선 무늬를 얻고, 이 등색선 무늬 데이터(경계부근의 부정확한 데이터를 피하여 선단에서 2mm 이상의 $-10\text{mm} < x < 10\text{mm}$, $y < 20\text{mm}$ 인 지점에서 정수배 혹은 0.5배 차수 130~140여 개의 등색선 무늬 데이터를 취함) 및 균열 속도를 측정하여 동적 광탄성 실험의 하이브리드 법⁽⁸⁾에 적용하였다. 이 때 고차항 n 은 $n < 9$ 이하에서는 균열선단에서의 등색선 무늬가 잘 일치 하지 않으며, $n > 11$ 이상에서는 균열선단에서의 무늬는 잘 일치하나 균열선단에서 떨어진 위치에서의 등색선 무늬가 잘 일치하지 않았다. 본 연구에서는 그 중 가장 잘 일치하는 9~11차항까지 고려하였으며 수렴한계는 10^3 으로 하였다.

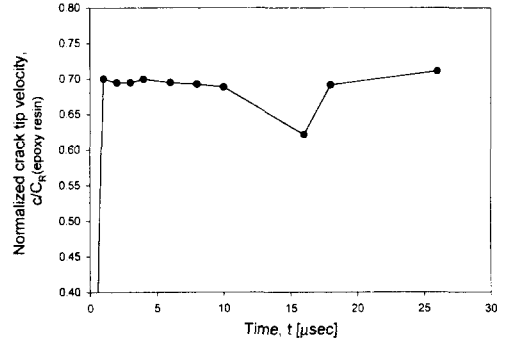


Fig. 4 Variations of crack-tip velocity

5. 실험결과 및 검토

Table 1은 본 연구에서 사용한 이종재료 시편의 각 재료에 대하여 실험을 통하여 얻은 물성치이다.

Fig. 4는 광원이 트리거(trigger)된 후의 경과시간에 대한 균열진전 속도 c 를 에폭시 수지의 레이레이파의 속도 C_R 로 무차원화하여 나타낸 것으로 초기 충격하중의 크기는 3.88 kN이다. 균열 속도는 현상된 등색선 무늬 사진을 통해 측정된 균열길이를 경과시간으로 나누어 계산하였다. Fig. 4에서 보듯이 균열진전 속도가 거의 일정함을 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서는 균열진전 속도를 607.2 m/s의 속도로 등속으로 진전한다고 가정하였다. 그리고 이 속도는 레이레이파의 약 69~71% 정도로서 순수한 에폭시인 경우의 균열전파속도는 에폭시판의 레이레이파 속도의 약 45~60% 정도⁽⁸⁾임을 감안할 때 조금 빠르다는 것을 알 수 있다.

Fig. 5는 동적 광탄성실험을 통해 얻은 실제 등색선 무늬사진(왼쪽)과 본 연구에서 개발된 하이브리드 법을 통해 얻은 응력성분들을 이용하여 다시 그래픽한 것(오른쪽)을 비교한 것이다. 여기서 "+"표시는 데이터를 취한 지점을, "□"표시는 데이터를 취한 영역을 의미한다. 이 때, 균열선단의 등색선 무늬차수의 식별이 불가능하므로 식별이 가능한 균열선단에서 조금 떨어진 지점(선단에서 2mm 이상의 지점)의 데이터를 취하였다. Fig. 5에서 보듯이 실제 등색선 무늬와 그래픽한 등색선 무늬가 거의 일치하고 있음을 볼 수 있

다. 따라서 본 연구에서 개발된 등방성/직교이방성 이종재료용 동적 광탄성 하이브리드 법이 유효하다는 것을 알 수 있다. 그리고 본 실험을 통하여 균열 진전에 따른 동색선 무늬가 거의 변화가 없음을 알 수 있는데 이러한 것은 정적인 경우에 균열길이가 증가함에 따라 동색선 무늬차수도 증가한다는 점과는 대조되는 것이다.

Fig. 6은 균열전파시간에 대해 초기 충격하중과 초기 균열길이($2a=10$ mm)에 대한 응력확대계수 $K_0(= \sigma_0 \sqrt{\pi a})$ 로 무차원화한 동적 응력확대계수를 나타낸 것이다. Fig. 6에서 보듯이 모드-I(mode-I)하중이 가하여졌지만 동적 응력확대계수는 K_2 의 값도 나타남을 볼 수 있는데 이러한 현상은 순수한 등방성체인 경우는 모드-I 하중하에서는 K_1 값만이 발생되는 것과는 대조되는 것으로 이종재료의 물성치 차이에 의한 영향인 것으로 생각되며 선 연구자⁽³⁻⁵⁾들에 의해서도 밝혀진 현상이다. 그리고 K_1/K_0 값은 초기에 조금 증가하다가 감소하는 현상을 보이지만 K_2/K_0 값은 초기에

조금 감소하다가 $10 \mu \text{ sec}$ 이후에는 급격히 증가하는 현상을 보이고 있다. 이러한 현상은 Fig. 7과 같이 본 연구자들이 이미 완전한 이종재료라 할 수 있는 몰딩법에 의해 제작된 두 상이한 이종재료(에폭시수지/알루미늄) 시편에 대해 실험한 결과, 초기에 균열을 따라 조금 진전하다가 약한 재료인 에폭시수지 쪽으로 균열이 진전하는 현상을 관찰하였으며 이것과 무관하지 않음을 알 수 있다. 또한 동적 응력확대계수값은 균열길이에는 크게 영향을 받지 않음을 볼 수 있는데 이것은 정적인 경우에 균열길이가 증가하면 응력확대계수도 증가하는 것과는 비교되는 현상이며 동적 응력확대계수는 균열길이보다는 두 재료의 물성치와 균열전파속도에 더 큰 영향을 받음을 알 수 있다.

Fig. 8은 트리거된 후 $26 \mu \text{ sec}$ 일 때 하이브리드 법으로 구한 복소계수를 이용하여 각 응력성분을 가하여진 초기 충격응력(5.388 MPa)으로 무차원화 하여 0.1단위로 나타낸 것이다. Fig. 8에서 접합계면에서 조금 떨어진 곳의 각 응력성분들의

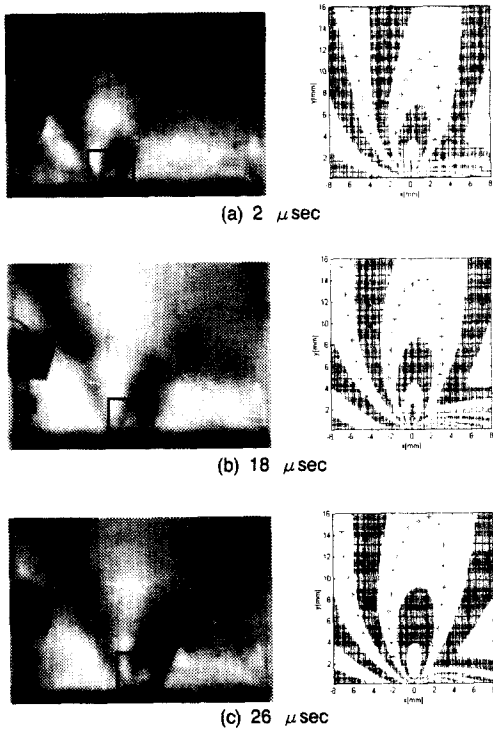


Fig. 5 Actually dynamic isochromatics and graphic isochromatics

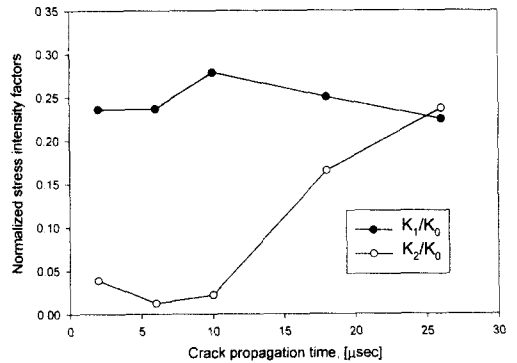


Fig. 6 Variations of dynamic stress intensity factors

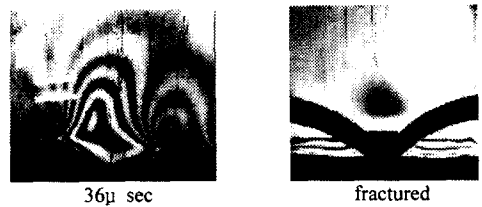


Fig. 7 Isochromatics of specimen manufactured by molding method

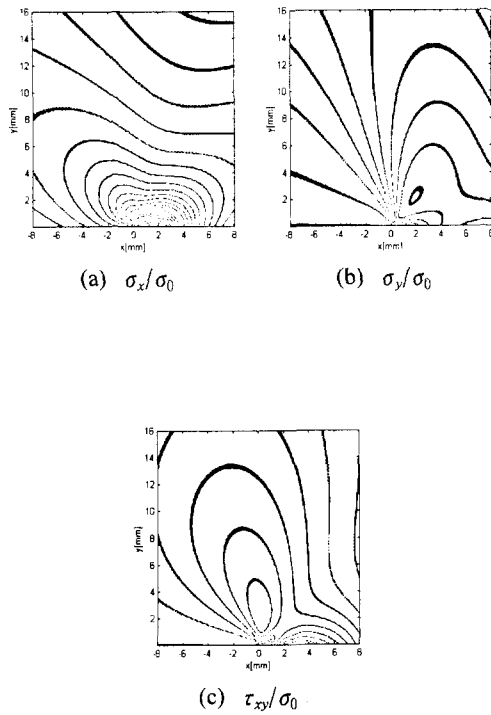


Fig. 8 Contours of normalized stress components

분포는 Fig. 9의 정하중⁽⁷⁾과 동하중⁽⁸⁾ 상태에서의 순수한 등방성재료(에폭시 수지)일 때의 응력성분 분포와 비슷하지만, 접합계면에서의 각 응력성분의 분포형태가 조금 다르다는 것을 볼 수 있다. 이러한 것은 이종재료에서 각 재료의 응력파의 속도(특히 레이레이파 속도, 880[m/s]/949[m/s])차에 의한 현상으로 생각되며, 속도차가 큰 에폭시/알루미늄의 경우(880[m/s]/2890 [m/s])보다는 비슷하다는 것도 이러한 점을 잘 반영하고 있다 하겠다. 또한 Fig. 8에서 알 수 있듯이 균열표면에서의 표면력-자유(traction-free) 조건을 만족하고 있다. 따라서 본 연구에서 개발한 선단 응력장과 하이브리드 법이 유효하다는 것을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

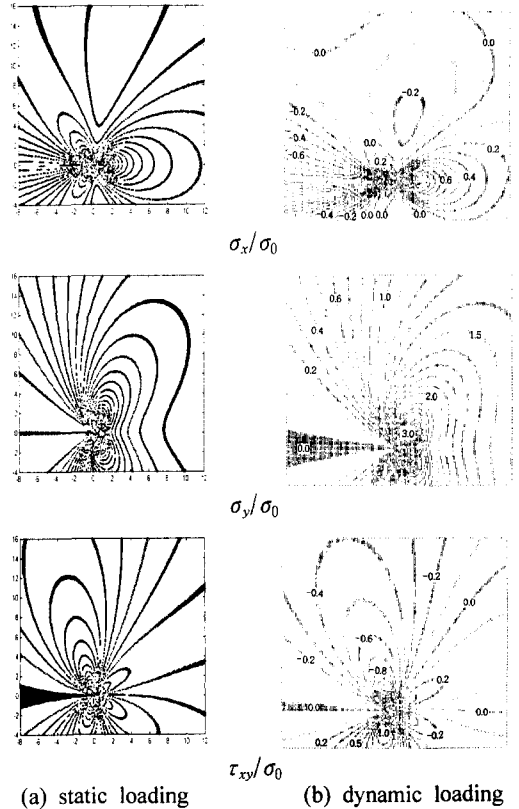


Fig. 9 Contours of normalized stress components for pure epoxy resin

(1) 등방성/직교이방성 이종재료내의 진전하는 계면 균열에 대한 동적 광탄성 실험의 하이브리드법이 개발되었으며 그 유효성이 확인되었다.

(2) 본 논문에서 연구된 모드-I 충격하중을 받는 등방성/직교이방성 이종재료내의 진전 계면균열에서 동적 응력확대계수 K_1 값 뿐만 아니라 K_2 값도 발생하며, 동적 응력확대계수는 균열길이의 영향보다는 재료의 물성치와 균열전파속도에 더 큰 영향을 받음을 알았다.

(3) 본 연구에서 사용된 에폭시수지/Ca.F.E.C.로 이루어진 이종재료내의 진전 계면균열에서의 동적 응력확대계수 K_1/K_0 값은 초기에 조금 증가하다가 감소하는 경향을 보이나 그 크기는 비슷하였다. 그러나 K_2/K_0 값은 초기에 조금 감소하다가 10 μ sec 이후에는 급격히 증가하는 현상을 보였다.

(4) 접합계면에서 조금 떨어진 곳의 각 응력성

분들의 분포는 정하중과 동하중을 받는 등방성재료(에폭시수지)의 응력성분 분포형태가 비슷하나, 접합계면에서 각 응력성분의 분포형태는 틀린다. 이러한 것은 이종재료에서 각 재료의 응력파의 속도와 두 재료의 물성치가 틀리기 때문에 나타나는 현상으로 생각된다.

(5) 에폭시/Ca.F.E.C.로 이루어진 이종재료에서의 계면 균열전파속도는 에폭시 수지의 레이리와 속도(Rayleigh-wave velocity)의 약 69~71 % (Ca.F.E.C에 대해서 약 64~66 %)정도로 순수한 에폭시 판에서의 균열전파속도보다 다소 큰 값을 가짐을 알았다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구과제(과제번호: 97-0200-0401-3)의 일부로써 수행된 것으로 지원에 감사드립니다.

참고문헌

(1) Deng, X., 1992, "Complete Complex Series Expansions of Near-tip Fields for Steadily Growing Interface Cracks in Dissimilar Isotropic Materials," *Engr. Frac. Mech.*, Vol. 42, No. 2, pp. 237~242.
 (2) Deng, X., 1993, "General Crack-tip Fields for

Stationary and Steadily Growing Interface Cracks in Anisotropic Bimaterials," *J. of Appl. Mech.*, Vol. 60, pp. 183~189.
 (3) Aminpour, M. A. and Holsapple, K. A., 1990, "Near-Field Solutions for Propagating Cracks at the Interface of Dissimilar Anisotropic elastic Materials," *Engr. Frac. Mech.*, Vol. 36, No. 1, pp. 93~103.
 (4) Lambros, J. and Rosakis, A. J., 1995, "Dynamic Decohesion of Bimaterials: Experimental Observations and Failure Criteria," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 32, No. 17/18, pp. 2677~2702.
 (5) Singh, R. P., Kavaturu, M. and Shukla, A., 1997, "Initiation, Propagation and Arrest of an Interface Crack Subjected to Controlled Stress Wave Loading," *Int. J. of Fracture*, Vol. 83, pp. 291~304.
 (6) Lekhnitskii, S. G., 1963, "Theory of Elasticity of an Anisotropic Body," Translated by P. Fren, edited by J. J. Brandstatter, Holden-Day Series in Mathematical Physics, Holden-Day Inc., San Francisco.
 (7) 신동철, 1997, "광탄성 실험의 Hybrid법 개발에 관한 연구," 석사학위 논문, 영남대.
 (8) 신동철, 황재석, 2000, "등방성체용 동적 광탄성 하이브리드 법 개발에 관한 연구," 대한기계학회논문집 A권, 제24권, 제9호, pp. 2220~ 2227.