

## 원주방향 관통균열이 존재하는 배관의 J-적분 및 COD 계산을 위한 새로운 공학적 계산식

김윤재\*·허남수\*\*·김영진†

(2000년 10월 26일 접수, 2001년 1월 10일 심사완료)

### New Engineering Estimation Method of J-Integral and COD for Circumferential Through-Wall Cracked Pipes

Yun-Jae Kim, Nam-Su Huh and Young-Jin Kim

**Key Words :** Crack Opening Displacement(균열개구변위), J-Integral(J-적분), Reference Stress Method(참조응력법), Enhanced Reference Stress Method(개선된 참조응력법)

#### Abstract

A new method to estimate the elastic-plastic J-integral and the crack tip opening displacement (COD) for circumferential through-wall cracked pipes under tension and under bending is proposed for Leak-Before-Break (LBB) analysis. Being based on the reference stress method with further modifications, the proposed method is simple to use and easy to be generalised in practice. Comparison of the CODs, predicted using the proposed method with published pipe test data show overall excellent agreement.

#### 1. 서 론

원자력발전소 배관에 대한 파단전누설(Leak-Before-Break; LBB) 해석을 위해서는 감지가능한 누설균열(detectable leakage crack)길이를 계산하고, 균열의 안정성을 파괴역학적으로 입증하여야 한다. 이를 위해서는 탄소성 파괴역학 매개변수인 J-적분과 균열개구변위(Crack Opening Displacement; COD)를 정확하게 계산해야 한다. 작용 하중에 의한 J-적분과 COD를 계산하는 방법으로는 이론적인 방법, 유한요소해석을 이용한 방법, 그리고 공학적인 방법(engineering estimation scheme)이 있다. 이론적인 방법은 해석상의 어려움 때문에 이론해가 없는 경우가 많으므로 실제 문제에 적용되지 못하는 경우가 많다. 따라서 현재에는 유한요소해석을 이용한 방법과 공학적인 방법이 일반적으로 사용되고 있다. 유한요소해석은 해석 결과는 비교

적 정확하나 해석에 많은 시간이 소요된다는 문제점이 있다.

공학적인 방법 중에서 가장 널리 사용되는 방법은 GE/EPRI 법<sup>(1)</sup>과 참조응력법(reference stress method)<sup>(2)</sup>이다. GE/EPRI 법은 해석시 입력조건으로 사용되는 Ramberg-Osgood 상수가 응력-변형률 곡선의 곡선 적합(curve fitting) 구간 및 방법에 민감하기 때문에 해석 결과도 크게 영향을 받는다는 문제가 있다.<sup>(3)</sup> 반면에 참조응력법은 사용이 매우 편리하고 해석 결과가 비교적 안정적이기 때문에 R6 평가법<sup>(4)</sup> 등에 적용되고 있다. 그러나 이 방법도 참조응력의 정의에 따라 해석 결과가 크게 변할 수 있다. 현재는 소성 한계 하중(plastic limit load)이 참조응력으로 사용되고 있으나 해석 결과가 지나치게 보수적일 수도 있다. 따라서 보다 정확하게 J-적분과 COD를 계산하는 방법이 필요하다.

본 논문의 목적은 기존의 참조응력법을 수정하여 원주방향 관통균열이 존재하는 배관의 J-적분과 COD 계산을 위한 개선된 참조응력(Enhanced Reference Stress; ERS)법을 제안하고 실제 배관 실험 결과와 비교하여 그 타당성을 입증하는 것이다.

\* 책임저자, 회원, 성균관대학교 기계공학부

E-mail : [kimy@nppsafe.skku.ac.kr](mailto:kimy@nppsafe.skku.ac.kr)

TEL : (031)290-7459 FAX : (031)290-5276

\*\* 회원, 성균관대학교 기계공학부

\*\*\* 회원, 성균관대학교 대학원 기계공학부

## 2. ERS 법을 이용한 J-적분 및 COD 계산식

### 2.1 ERS 법을 이용한 J-적분 및 COD 계산식의 특징

본 논문에서 제안하는 J-적분과 COD 계산식은 참조응력법<sup>(2)</sup>에 기반을 두고 있다. 본 절에서는 최적참조하중(optimised reference load)을 이용한 개선된 J-적분과 COD 계산식의 특징에 대해 간략히 설명한다.

#### 2.1.1 가공경화 및 형상 의존성의 최소화

기준의 참조응력은 다음과 같이 균열이 존재하는 구조물의 한계 하중과 관계가 있다.<sup>(2,4)</sup>

$$\sigma_{ref} = \left( \frac{P}{P_L} \right) \sigma_y = \left( \frac{M}{M_L} \right) \sigma_y \quad (1)$$

여기서,  $\sigma_{ref}$ 는 참조응력이며  $P$  와  $M$ 은 작용 하중 및 작용 모멘트이다.  $\sigma_y$ 는 항복강도이며  $P_L$  과  $M_L$ 은 Fig. 1 과 같은 원주방향 관통균열이 존재하는 배관의 한계 하중 및 한계 모멘트로 다음과 같이 정의된다.

$$P_L = 2R_m t \sigma_y \left[ \pi - \theta - 2 \sin^{-1} \left( \frac{1}{2} \sin \theta \right) \right] \quad (2)$$

$$M_L = 4R_m^2 t \sigma_y \left[ \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) - \frac{1}{2} \sin \theta \right] \quad (3)$$

한계 하중은 사용이 용이하지만 해석 결과가 지나치게 보수적일 수 있다.<sup>(5)</sup> 따라서 참조응력법을 이용한 J-적분 및 COD의 소성성분 계산시 보다 정확하게 구할 수 있는 새로운 하중의 정의가 필요하다. 이와 같은 하중이 ERS 법에서 사용되는 최적참조하중으로 본 논문에서는 GE/EPRI 법의 해를 이용하여 인장 하중이 작용하는 경우와 굽힘모멘트가 작용하는 경우의 원주방향 관통균열이 존재하는 배관의 최적참조하중을 제안한다. 본 논문에서 제안하는 최적참조하중을 사용하면 GE/EPRI 법을 이용한 J-적분과 COD의 소성 성분 산출시 사용되는 소성 영향 함수( $h_1$ ,  $h_2$ )<sup>(1)</sup>의 가공경화 의존성을 감소시킬 수 있다.

### 2.1.2 완전소성항의 수정

GE/EPRI 법을 이용하여 COD를 계산한 결과와 실험 결과를 비교하면 완전 소성 영역에서는 LBB 해석 측면에서 항상 비보수적인 결과를 나타낸다.<sup>(3)</sup> 즉, GE/EPRI 법으로 계산한 COD는 같은 하중 하에서 실험 결과보다 항상 크다. 이는 균열이 존재하는 구조물의 하중이나 J-적분과 같은 광범위의 매개변수(global parameter)는 실제 응력-변형률을 거동을 따라가는 경향을 보이지만, COD는 균열 선단에서 측정되는 국부적인 매개변수(local parameter)이기 때문이다. 균열선단의 국부적인 변형률은 광범위한 변형률을 압보다 매우 클 수 있다. 그러므로 실제 응력-변형률을 곡선을 사용하면 광범위한 매개변수인 J-적분은 정확한 산출이 가능하나 COD와 같은 국부적인 파괴 매개변수는 정확하지 않을 수 있다. 일반적으로 재료는 작은 변형률 범위에서 낮은 가공경화율을 나타내는데, 이것이 LBB 해석을 위한 COD 산출시 비보수적인 결과의 원인으로 작용될 수 있다.

따라서 이와 같은 문제점을 해결하기 위해서 본 논문에서 제안한 COD 계산식에서는 진응력-진변형률 곡선의 소성 부분이 다음과 같이 표현될 수 있다고 가정하였다.

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{p,0.2}} = \left( \frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^n \quad \text{for } \sigma \geq \sigma_y, \quad (4)$$

여기서,  $\varepsilon_{p,0.2}$ 는 0.2% 소성 변형률을 의미한다.

### 2.1.3 소성역 보정항의 수정

GE/EPRI 법은 소성의 영향을 고려하기 위해서 유효균열길이( $a_e$ )를 사용한다. 그러나 이는 계산이 매우 복잡하기 때문에 사용하기가 어렵다. 본 논문에서 제안한 COD 계산식에서는 소성역 보정항이 R6 평가법의 옵션 2 석<sup>(4)</sup>에서 사용된 간단한 하나의 항으로 대체된다.

$$\Omega = \frac{1}{2} \frac{L_r^2 \sigma_{ref}}{E \varepsilon_{ref}} \quad (5)$$

소성역의 영향을 보정하기 위해 Kastner 등<sup>(6)</sup>은 Irwin의 소성역 보정 개념을 기반으로 한 모델을 제안한 바 있으며, Wüthrich<sup>(7)</sup>는 Dugdale의 소성역

보정 개념을 기반으로 한 모델을 제안한 바 있다. 식 (5)는 일반적인 재료에 있어서 위의 두 가지 모델을 사용하여 계산한 결과와 잘 일치하였다. 또한 식 (5)를 이용하여 계산한 결과는 배관 실험 결과와도 잘 일치하였으며, 이는 다음 장에 자세하게 기술한다.

## 2.2 J-적분 및 COD 계산식

2.1 절에 기술된 3 가지 특징을 고려하여 본 논문에서 제안하는 J-적분 및 COD 계산식은 배관 재료의 인장 특성 보유율에 따른 2 가지의 식으로 구성된다. 만약 재료의 응력-변형률 곡선이 있으면 옵션 2 식을 사용하며, 재료의 항복강도와 인장 강도만을 보유하고 있으면 옵션 1 식을 사용한다.

### 옵션 2 계산식

옵션 2의 J-적분 계산식은 다음과 같다.

$$\frac{J}{J_e} = \frac{E\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \frac{1}{2} \frac{L_r^2 \sigma_{ref}}{E\varepsilon_{ref}} \quad (6)$$

여기서,  $J_e$ 는 J-적분의 탄성 성분이며  $\varepsilon_{ref}$ 는 참조응력에서 정의되는 변형률이다.  $L_r$ 은 소성붕괴 또는 소성역의 성장 정도를 나타내는 매개변수로 다음과 같이 정의된다.

$$L_r = \sigma_{ref}/\sigma_y = P/P_o^* = M/M_o^* \quad (7)$$

여기서,  $P_o^*$ 와  $M_o^*$ 는 본 논문에서 제안하는 최적 참조하중으로 원주방향 관통균열이 존재하는 배관의 한계 하중(식 (2))과 한계 모멘트(식 (3))로부터 다음과 같이 정의된다.

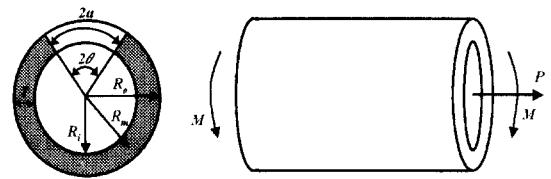
$$P_o^* = \gamma(\theta)P_L \quad ; \quad M_o^* = \gamma(\theta)M_L \quad (8)$$

$$\gamma(\theta) = 0.82 + 0.75\left(\frac{\theta}{\pi}\right) + 0.42\left(\frac{\theta}{\pi}\right)^2 \quad \text{for } \theta/\pi \leq 0.5 \quad (9)$$

옵션 2의 COD 계산식은 다음과 같다.

$$\frac{\delta}{\delta_e} = \begin{cases} \frac{E\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \frac{1}{2} \frac{L_r^2 \sigma_{ref}}{E\varepsilon_{ref}} & \text{for } 0 \leq L_r \leq 1 \\ \left(\frac{\delta}{\delta_e}\right)_{L_r=1} (L_r)^{n_1-1} & \text{for } 1 < L_r \end{cases} \quad (10)$$

여기서,  $\delta_e$ 는 COD의 탄성 성분이며  $(\delta/\delta_e)_{L_r=1}$



**Fig. 1** Circumferential through-wall cracked pipes under axial tension and under bending

은  $L_r = 1$ 에서 정의되는  $(\delta/\delta_e)$ 를 의미한다. 식 (10)에서 가공경화지수  $n_1$ 은 다음의 식으로부터 구한다.

$$n_1 = \frac{\ln[(\varepsilon_{u,J} - \sigma_{u,J}/E)/0.002]}{\ln[\sigma_{u,J}/\sigma_y]} \quad (11)$$

여기서,  $\sigma_{u,J}$ 와  $\varepsilon_{u,J}$ 는 진인장강도(true tensile strength)와 그때의 변형률을 의미한다. 식 (11)은 0.2% 순수 소성 응력과 인장강도 사이의 응력-변형률 곡선을 식 (4)를 이용하여 곡선 적합한 것이다.

### 옵션 1 계산식

배관 재료의 인장 특성 가운데 항복강도와 인장 강도만이 있다면 다음과 같은 하한계(lower bound) 곡선을 사용하여 J-적분을 계산한다.

$$\frac{J}{J_e} = \left[ \frac{1}{(1 - 0.14L_r^2)(0.3 + 0.7 \exp(-0.65L_r^6))} \right]^2 \quad (12)$$

옵션 1의 COD 계산식은 다음과 같다.

$$\frac{\delta}{\delta_e} = \begin{cases} 1 + \frac{1}{2}L_r^2 & \text{for } L_r < 1 \\ \frac{3}{2}(L_r)^{n_2-1} & \text{for } L_r \geq 1 \end{cases} \quad (13)$$

여기서,  $n_2$ 는 항복강도와 인장강도의 비( $\sigma_y/\sigma_u$ )를 이용하여 다음의 식으로 구한다.

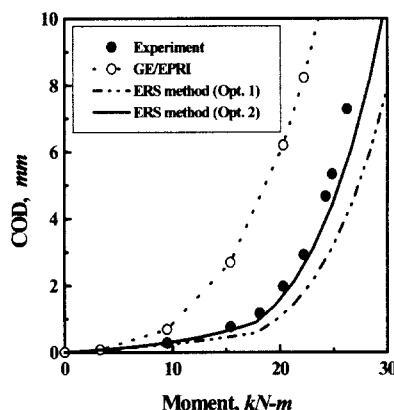
$$\begin{aligned} 1/n_2 &= 0.629 - 1.536(\sigma_y/\sigma_u) \\ &\quad + 1.723(\sigma_y/\sigma_u)^2 - 0.814(\sigma_y/\sigma_u)^3 \end{aligned} \quad (14)$$

식 (13)의 첫 번째 식은 식 (10)의 첫 번째 식을 선형 탄성으로 고려한 경우와 동일하며 LBB 해석 시 옵션 1을 사용한 해석 결과가 옵션 2를 사용한 경우보다 항상 보수적이다. 즉, 옵션 1을 사용

**Table 1** Summary of pipe test data

Loading	Test No.	Material	$D_o$ (mm)	$t$ (mm)	$R_m/t$	$\theta/\pi$	Temp. (°C)
Pure Bending	GE/1/B	304 SS	114.3	8.6	6.12	0.25	20
	GE/3/B	304 SS	114.3	8.6	6.12	0.5	20
	NRC/4111/1	A333 Gr. 6	114.3	8.9	5.93	0.37	288
	4.3-1*	STS-49	763.5	38.2	9.5	0.166	300
	3.3-1*	STS-410	166.0	14.5	5.22	0.166	300
Tension	GE/3/90/T	304 SS	114.3	8.6	6.12	0.25	20
Pressure	4121-1*	304 SS	168.1	12.9	6.02	0.386	288

\* These data are extracted from (Ref. 8). All other data are from (Ref. 3).

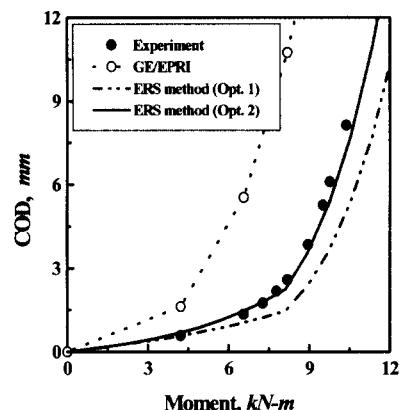


**Fig. 2** Comparison of the COD predictions with pipe test data (GE/1/B, See Table 1)

하면 옵션 2를 사용한 경우보다 J-적분값이 커지며, COD 값은 작아진다.

### 3. COD 계산식의 실험적 검증

본 논문에서 제안한 COD 계산식의 타당성을 입증하기 위해서 기존에 수행된 배관 실험 결과<sup>(3,8)</sup>와 비교하였으며 이를 정리하여 Table 1에 나타내었다. Fig. 2 ~ Fig. 8은 실험에서 구한 COD 값을 본 논문에서 제안된 계산식으로 구한 COD 값을 비교하여 나타낸 것이다. 그림에서 실선으로 표시된 것은 재료의 실제 응력-변형률 곡선을 사용하여 식 (10)의 옵션 2 계산식으로 계산된 결과이며, 점선으로 표시된 것은 재료의 항복강도와 인장강도만 알고 있다고 가정하여 식 (13)의 옵션 1 계산식으로 계산한 결과이다. 또한 GE/EPRI 법으로 계산한 결과는 “O”로 표시하였다. GE/EPRI 법으로 COD를 계산할 때에는 전체 범위의 응력-변형률



**Fig. 3** Comparison of the COD predictions with pipe test data (GE/3/B, See Table 1)

곡선을 사용하여 Ramberg-Osgood 곡선 적합을 수행하였다.<sup>(3)</sup> 그림에 나타난 바와 같이 ERS 법으로 COD를 계산한 경우에는 옵션 1을 사용한 경우가 옵션 2를 사용한 경우보다 항상 보수적이었다. 또한 Fig. 2 ~ Fig. 5에 나타난 바와 같이 GE/EPRI 법으로 계산된 결과는 실험 결과와 큰 차이를 보였으나 ERS 법의 옵션 2 계산식으로 구한 결과는 실험 결과와 매우 잘 일치하였다. 따라서 본 연구에서 제안한 ERS 법을 사용하면 균열이 존재하는 배관의 COD 값을 정확하게 계산할 수 있다.

### 4. 결 론

본 논문에서는 인장 하중과 굽힘 모멘트가 작용하는 원주방향 관통균열이 존재하는 배관의 J-적분과 COD 값을 정확하게 계산할 수 있는 계산식을 제안하였다. 본 논문에서 제안한 계산식은 참조응력법을 기반으로 하고 있으며, 기존의 참조

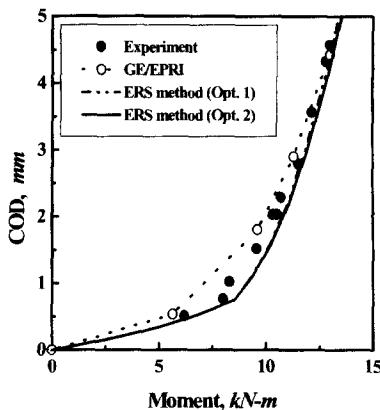


Fig. 4 Comparison of the COD predictions with pipe test data (NRC/4111/1, See Table 1)

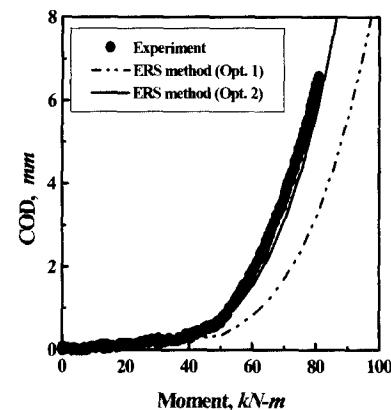


Fig. 7 Comparison of the COD predictions with pipe test data (3.3-1, See Table 1)

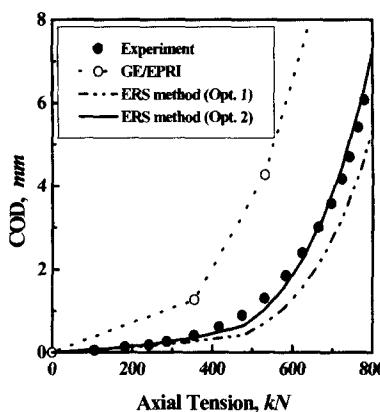


Fig. 5 Comparison of the COD predictions with pipe test data (GE/3/90/T, See Table 1)

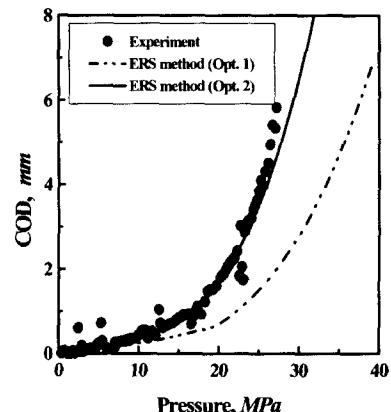


Fig. 8 Comparison of the COD predictions with pipe test data (4121-1, See Table 1)

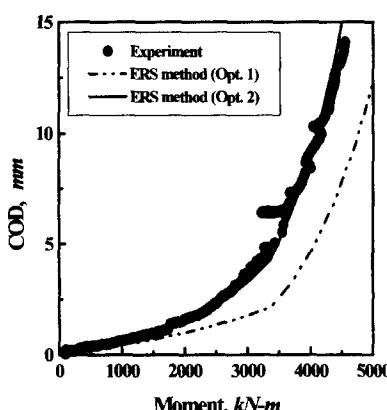


Fig. 6 Comparison of the COD predictions with pipe test data (4.3-1, See Table 1)

하중을 개선한 최적 참조하중을 이용하여 보다 정확하게  $J$ -적분과 COD 값을 구할 수 있도록 하였다. 또한 재료의 항복강도와 인장강도만으로  $J$ -적분과 COD를 계산할 수 있는 하한계 계산식도 제안하였다. 본 연구에서 제안한 계산식은 기존의 공학적 계산식에 비해 사용하기가 매우 편리하며, 계산된 COD 값도 배관 실험으로 구한 결과와 잘 일치하여 그 타당성이 입증되었다.

그러나  $J$ -적분의 경우는 실험적으로 측정할 수 없기 때문에 본 논문에서는 계산식만을 제시하고 타당성은 입증하지 않았다. 향후에는 3 차원 유한요소해석을 이용하여  $J$ -적분 계산식의 타당성을 입증하고, COD 계산식의 타당성도 추가로 입증하고자 한다.

## 후기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Kumar, V. and German, M.D., 1988, "Elastic-Plastic Fracture Analysis of Through-Wall and Surface Flaws in Cylinders," EPRI Report NP-5596.
- (2) Ainsworth, R.A., 1984, "The Assessment of Defects in Structures of Strain Hardening Materials," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 19, pp. 633~642.
- (3) Kishida, K. and Zahoor, A., 1988, "Crack Opening Area Calculations for Circumferential Through-Wall Pipe Cracks," EPRI Special Report NP-5959-SR.
- (4) 1999, "R6: Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects," Revision 3, British Energy Generation Ltd.
- (5) Miller, A.G. and Ainsworth, R.A., 1989, "Consistency of Numerical Results for Power-Law Hardening Materials and the Accuracy of the Reference Stress Approximation for  $J$ ," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 32, pp. 237~247.
- (6) Kastner, W., Röhrich, E., Schmitt, W. and Steinbuch, R., 1981, "Critical Crack Sizes in Ductile Piping," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 9, pp. 197~219.
- (7) Wührich, C., 1983, "Crack Opening Areas in Pressure Vessels and Pipes," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 18, pp. 1049~1057.
- (8) 1997, "Pipe Fracture Test Data," Pipe Fracture Encyclopedia, Vol. 3, Battelle.