

다물체 차량모델을 이용한 실시간 동역학 시뮬레이션

최규재[†] · 노기한^{**} · 유영면^{*}
(2000년 8월 22일 접수, 2001년 1월 4일 심사완료)

Real-time Dynamic Simulation Using Multibody Vehicle Model

Gyoojae Choi, Kihan Noh, and Yungmyun Yoo

Key Words: Multibody Dynamics(다물체 동역학), Kane's Formulation(케인의 방정식), Real-time Simulation(실시간 시뮬레이션), Vehicle Dynamic Analysis(차량 동역학해석)

Abstract

This paper presents a real-time multibody vehicle dynamic analysis method using recursive Kane's formulation and suspension composite joints. To shorten the computation time of simulation, relative coordinate system is used and the equations of motion are derived using recursive Kane's formulation. Typical suspension systems of vehicles such as MacPherson strut suspension system is modeled by suspension composite joints. The joints are derived and utilized to reduce the computation time of simulation without any degradation of kinematical accuracy of the suspension systems. Using the developed program, a multibody vehicle dynamic model is formed and simulations are performed. Accuracy of the simulation results is compared to the real vehicle field test results. It is found that the simulation results using the proposed method are very accurate and real-time simulation is achieved on a computer with single PowerPC 604 processor.

1. 서론

오늘날 각종 차량 전자제어 시스템(전자제어 현가장치, 엔진, 트랜스미션 제어시스템, ABS(anti-lock braking system), TCS(traction control system), 4WS(four wheel steering) 등과 ASV(advanced safety vehicle), ITS(intelligent transport system) 관련 시스템은 차량의 성능 및 안전도 향상을 위하여 장차 급속도로 확산되고 있으며 자동차의 핵심장치로 등장하고 있다. 이와 같은 시스템들을 설계하기 위해서는 주어진 운전조건에 대한 차량의 거동 뿐만 아니라 이에 따른 제어력의 발생 및 차

량 특성의 변화가 동반되기 때문에 설계 시 고려해야 할 변수가 대폭 증가하고 기술의 난이도가 높아져 차량 설계에 필요한 시간과 투자가 급격히 증가하게 된다. 또한 재래식 차량 부품 또는 차량 전자제어 시스템의 제어기 및 하드웨어 부품의 비선형적 특성을 반영할 수 있는 정확한 수치 모델 작성에 한계가 있기 때문에 이를 이용한 기존 해석 방법에는 많은 오차 요인을 포함하고 있다.

실시간 차량 시뮬레이션 기술은 이와 같은 문제점을 효과적으로 해결하기 위해 수학적 차량모델과 실제 하드웨어를 결합시킨 복합 시뮬레이션 환경을 구축하여 활용되고 있는 중이며 「실시간 HIL(hardware-in-the-loop) 시뮬레이션 기술」 및 「드라이빙 시뮬레이터 기술」로 구체화되고 있다.⁽¹⁾ 이와 같은 실시간 시뮬레이션 기술을 폭넓게 활용하기 위해서는 정확한 차량 동역학 해석

[†] 책임저자, 회원, 자동차부품연구원

E-mail : gjchoi@katech.re.kr

TEL : (041)559-3105 FAX : (041)559-3111

^{*} 회원, 자동차부품연구원

^{**} 자동차부품연구원

이 가능하고 실행속도가 빠른 실시간 차량 동역학 해석 프로그램의 개발이 필수적이다. 현재까지 개발된 실시간 차량 동역학 해석 프로그램은 크게 ¼ (quarter car) 차량모델을 사용한 프로그램, 단순한 집중 파라미터(lumped parameter) 차량모델을 사용한 프로그램과 정교한 다물체 동역학(multibody dynamics) 차량모델을 사용한 프로그램으로 나눌 수 있다. 그러나 ¼ 차량모델은 전체 차량 시스템의 해석이 불가능하며 집중 파라미터 차량모델⁽²⁾은 차량의 현가장치, 조향장치 등을 구성하는 각종 링크들을 단순 스프링과 댐퍼로 간략화하기 때문에 해석의 정확도가 떨어지는 문제점이 있다. 또한 차량을 구성하는 각 링크를 실제 그대로 정밀하게 모델링할 수 있는 다물체 동역학 차량모델은 정확한 차량의 거동 해석이 가능하며 가장 진보된 프로그램으로 미국의 고성능 드라이빙 시뮬레이터인 NADS(national advanced driving simulator)⁽³⁾ 등에 사용되고 있으나 대규모 다중 프로세서를 장착한 초대형 컴퓨터에서 상대적으로 큰 적분 간격 내에서만 실시간 해석이 가능한 문제점이 있다.

본 연구에서는 이와 같은 문제점을 해결하고 계산시간을 단축시키기 위해 상대좌표계와 Kane의 방정식을 이용하여 운동방정식을 유도하였으며 차량에 사용되는 다양한 현가장치를 복합조인트로 모델링하였다. 또한 개발한 프로그램을 이용하여 다물체 차량 시스템을 구성한 후 차량 동역학 해석을 수행하였고 실차 실험을 통하여 검증하였으며 실시간 달성여부를 평가하였다.

2. 다물체 차량 동역학 해석 알고리즘

2.1 Kane의 방정식

다물체 동역학 해석을 위한 운동 방정식 유도에 상대좌표계를 이용한 알고리즘이 개발되고 있으며 이 알고리즘을 크게 나누어 보면 세 가지로 나눌 수 있다. 첫째, Newton-Euler 방법을 이용한 경우,⁽⁴⁾이며, 둘째, Lagrange 방법을 이용한 경우,⁽⁵⁾ 그리고 Kane의 방정식을 이용한 경우^(6,7) 등으로 나눌 수 있다. 이들 방법 중 Kane의 방정식을 이용한 운동 방정식 유도는 가상일에서와 같이 변분을 취하지 않으므로 유도가 간단하고 체계적이며 Newton-Euler 방법과 Lagrange 방법의 장점을 동시에 살릴 수 있는 방법으로 알려져 있

다.^(6,7) 구속조건식을 가지는 일반 다물체 시스템의 운동 방정식 유도를 위한 Kane의 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁽⁷⁾

$$Q_i^* + Q_i + Q_i^f = 0 \tag{1}$$

여기에서 Q_i^* 를 일반화관성력, Q_i 를 일반화작용력, Q_i^f 를 일반화구속력이라고 한다.

상기 각 요소를 구하기 위해서는 먼저 각 물체에 대하여 기구학적 정보(속도, 각속도, 가속도, 각 가속도)를 유도해야 하며 시스템의 연결 형상에 대한 정의가 필요하다. 폐회로 다물체 시스템의 경우 절단 조인트를 이용하여 개회로 시스템으로 만든 후 각 물체에 일련 번호를 붙여 다음과 같은 두 가지의 배열을 정의하여 입력하면 시스템의 구성 형태를 인식할 수 있다.

$$\Gamma(1, i) = i, \quad i = 1, 2, \dots, nb \tag{2}$$

$\Gamma(2, i)$: 물체 i 의 기저 쪽에 연결된 물체번호
 여기에서 $\Gamma(1, i)$ 에는 자신의 물체 번호를 입력하고, $\Gamma(2, i)$ 에는 물체 i 의 기저(ground) 쪽에 연결되는 물체 번호를 입력하며 nb 는 전체 물체의 수를 의미한다.

위와 같은 배열 정보로부터 물체 i 의 $\ell - 1$ 번째 기저 쪽에 위치하는 물체의 번호 $\Gamma(\ell, i)$ 와 물체 i 에서 기저까지 연결된 물체의 개수 $H(i)$ 를 자동적으로 계산할 수 있다. 차량 시스템에 대하여 이들 배열의 예를 Table 2와 3에 기술하였다.

두 물체 사이의 운동은 회전 운동과 병진 운동으로 나눌 수 있으며 이 두 운동을 표현하기 위해서 각 물체에 적절한 좌표계를 설정하여야 하는데 Fig. 1과 같이 기저에 전체 좌표계(global frame, inertial frame)를 설정하고 각 물체의 조인트에 국부 좌표계(local frame)를 설정한다. 운동 전후의 물체에 대한 변환 행렬(transformation matrix) $A^{i i_0}$ 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\{x^i \ y^i \ z^i\}^T = A^{i i_0} \{x^{i_0} \ y^{i_0} \ z^{i_0}\}^T \tag{3}$$

여기에서 $\{x^i \ y^i \ z^i\}^T$ 는 운동이 일어난 후의 물체 i 의 국부 좌표계의 단위 벡터, $\{x^{i_0} \ y^{i_0} \ z^{i_0}\}^T$ 는 초기(운동 전)의 물체 i 의 국부 좌표계의 단위 벡터를 나타낸다.

회전한 물체 i 의 국부 좌표계를 물체 j 의 국부 좌표계에 대하여 표시한 변환 행렬 S^{ij} 는 다

음과 같다.

$$S^{ij} = A^{i i_0} R^{i_0 j} \quad (4)$$

여기에서 $R^{i_0 j}$ 는 회전하기 전의 물체 i 의 회전 국부 좌표계 i_0 와 기저 쪽에 연결된 물체 j 의 회전 국부 좌표계에 대한 변환 행렬로 상수 행렬이다. 회전한 물체 i 의 국부 좌표계에서 전체 좌표계로의 변환 행렬을 S^{i_0} 라고 할 때 S^{i_0} 는 물체 연결정보(Table 2, 3)를 이용하여 물체 i 에서 기저까지 연결하는 각 물체들의 변환 행렬을 차례대로 곱하여 구할 수 있다.

2.1.1 각속도

물체 i 가 물체 j 에 연결된 조인트에 대해 회전하는 경우 물체 i 의 초기 국부 회전 좌표계 i_0 는 회전하여 i 가 된다. 이때 물체 i 에 대한 물체 j 의 상대 각속도 ω_{ij} 를 회전한 국부 회전 좌표계 i 에 대하여 표시한 값을 $(\omega_{ij})_i$ 로 나타내면 이 상대 각속도 성분으로 구성된 반대칭(skew-symmetric) 행렬 $(\tilde{\omega}_{ij})_i$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\tilde{\omega}_{ij})_i = \dot{A}^{i i_0} (A^{i i_0})^T \quad (5)$$

여기에서 $(\tilde{\cdot})$ 는 임의의 벡터 $\mathbf{a} = \{a_x, a_y, a_z\}^T$ 에 대해 그 성분으로 구성된 반대칭 행렬을 의미하며 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{\mathbf{a}} \equiv \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

물체 j 에 대한 물체 i 의 상대 각속도를 초기 국부 회전 좌표계 i_0 에 대해 표시한 상대 각속도 $(\omega_{ij})_{i_0}$ 는 다음과 같이 상대 좌표 미분항 $\dot{\mathbf{q}}_i$ 를 분리하여 나타낼 수 있다.

$$(\omega_{ij})_{i_0} = -(A^{i i_0})^T (\omega_{ij})_i = G_{R_i} \dot{\mathbf{q}}_i \quad (7)$$

여기에서 G_{R_i} 는 $3 \times$ (물체 i 의 연결 조인트의 자유도 수) 크기의 행렬로 연결 조인트 형태에 따라 달라지는 항이며 전체 좌표계에 대한 각속도 ω_{ij} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\omega_{ij} = (S^{i_0})^T U_{R_i} \dot{\mathbf{q}}_i \quad (8)$$

여기에서 $U_{R_i} = (R^{i_0 j})^T G_{R_i}$ 를 의미하며 두 물

체사이의 각종 조인트의 형태에 의해 결정된다.

전체 좌표계에 대한 물체 j 의 각속도는 물체 연결 정보를 이용하여 기저까지의 상대각속도 벡터 합으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\omega_{j_0} = W_j(\dot{\mathbf{q}}_i)_T \quad (9)$$

여기에서 $(\dot{\mathbf{q}}_i)_T$ 는 물체 i 에서 기저까지 연결되는 각 물체들의 상대 좌표 항만으로 이루어진 벡터이며 이것은 물체 i 의 각속도를 계산하는데 영향을 주지 않는 상대 좌표가 들어가 불필요한 계산을 수행하는 것을 방지하기 위해서 도입한 방법으로 계산 시간을 줄일 수 있다.

2.1.2 속도

Fig. 1에서 보는 바와 같이 물체 i 의 질량 중심까지의 벡터 \mathbf{r}_i 는 다음과 같다.

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{i,joint} + \mathbf{c}_i = \mathbf{r}_{j,joint} + \mathbf{d}_i + \mathbf{c}_i \quad (10)$$

식 (10)에서 물체 i 와 물체 j 사이에 병진 운동이 존재하는 경우 Fig. 1에서와 같이 벡터 \mathbf{d}_i 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{d}_{i_0} + \mathbf{d}(\mathbf{q}_i) = \mathbf{d}_{i_0} + (S^{i_0})^T U_{T_i} \mathbf{q}_i \quad (11)$$

여기에서 \mathbf{d}_{i_0} 는 병진 운동이 일어나기 전의 물체 i 의 병진 좌표계 원점과 물체 j 의 병진 좌표계 원점 사이를 연결하는 상수 벡터이며, $U_{T_i} = (T^{i_0 j})^T G_{T_i}$, $T^{i_0 j}$ 는 물체 i 의 초기 병진 좌표계 i_0 와 물체 j 의 병진 좌표계 사이의 상수 변환 행렬을 의미한다. G_{T_i} 는 $3 \times$ (물체 i 의 연결 조인트의 자유도 수) 크기의 상수 행렬로 조인트 i 의 형태에 따라 결정된다.

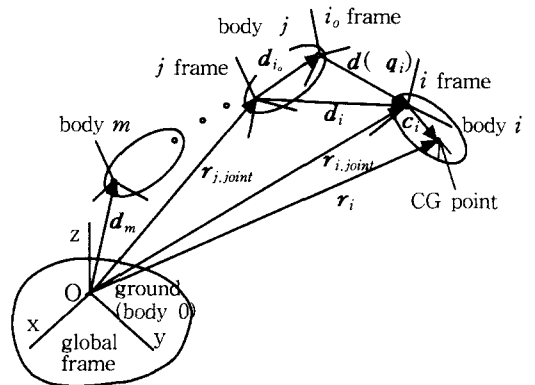


Fig. 1 Multibody system

식 (11)을 식 (10)에 대입한 후 시간에 대하여 미분하면 물체 i 의 질량 중심에서의 속도 v_{i0} 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v_{i0} = V_i(\dot{q}_i)_R \quad (12)$$

여기에서 $V_i = V_{j,joint} - \tilde{d}_i W_j + (S^{j0})^T U_{Ti} - \tilde{c}_i W_i$ 를 의미하며 $V_{j,joint}$ 는 물체 j 의 조인트점(병진 좌표계 원점)에서의 값을 나타낸다.

2.1.3 각 가속도 및 가속도

각 물체의 각 가속도와 질량 중심에서의 가속도는 위에서 구한 각속도 및 속도식을 시간에 대해 미분하여 구할 수 있다.

$$a_{i0} = W_i(\ddot{q}_i)_R + \eta_i \quad (13)$$

$$a_{i0} = V_i(\ddot{q}_i)_R + \zeta_i \quad (14)$$

여기에서

$$\eta_i = \eta_j + (\dot{S}^{j0})^T U_{Ri} \dot{q}_i + (S^{j0})^T \dot{U}_{Ri} \dot{q}_i$$

$$\zeta_i = \zeta_{j,joint} + \tilde{\omega}_{j0} \tilde{\omega}_{j0} d_i - \tilde{d}_i \eta_j -$$

$$(S^{j0})^T \tilde{\omega}_{j0} U_{Ti} \dot{q}_i + \tilde{\omega}_{j0} \tilde{\omega}_{j0} c_i - \tilde{c}_i \eta_i$$

를 각각 의미한다.

전체 운동 방정식을 구하기 위하여 유도한 각 물체의 위치, 속도, 각속도, 가속도, 각 가속도 관계식을 살펴보면 기저쪽 물체의 기구학적 정보에 자신과 기저쪽 물체 사이의 상대좌표에 의해 발생하는 변화량을 추가하면 된다. 따라서 기저에 가까운 물체에 대한 기구학적 정보를 먼저 구한 후 나무(tree) 구조의 바깥쪽에 위치한 물체에 대한 기구학적 정보를 구하면 중복된 계산을 피할 수 있어 계산 시간을 단축시킬 수 있다.

2.2 단순 기구학 조인트와 현가장치복합조인트

단순 기구학 조인트라고 하는 것은 자유물체(free body), 구형(spherical), 병진(translational), 원통(cylindrical), 유니버설(universal) 조인트 등 다른 물체의 매개 없이 두 물체를 연결하는 조인트 형태를 의미한다. 이와 같은 조인트에 대해 식 (7)과 (11)의 G_R 와 G_T 를 각각 유도할 수 있다. 복합조인트는 두 물체 사이에 질량이 없는 무질량 링크 요소를 사용하여 몇 개의 기구학적 조인트 특성을 복합하여 가지도록 한 조인트를 의미한다. 따라서 복합조인트의 기구학적 운동 특성 유도는 단순 기구학적 조인트에 비하여 복잡한

유도 과정을 필요로 하지만 전체 물체의 수를 줄일 수 있어 계산 효율 상 뛰어난 장점을 가지고 있다. 특히 차량에는 맥퍼슨 스트럿(MacPherson strut), 더블 위시본(double wishbone), 트레일링 암(trailing arm), 솔리드 액슬(solid axle), 토션 빔 액슬(torsion beam axle) 현가장치 등 정형화된 형태의 현가장치를 장착하고 있어 이 현가장치를 차체와 너클을 연결하는 복합조인트의 형태로 정의할 수 있다. 따라서 차량의 정형화된 현가장치에 대해 장치를 구성하는 일부 링크를 물체(강체)로 모델링하지 않고 무질량 링크로 처리함으로써 차체와 너클 사이의 기구학적 운동 특성의 정확도는 그대로 유지하면서 물체의 수를 줄일 수 있다. 이와 같은 복합조인트는 차량의 현가장치와 같이 차량이 달라지는 경우에도 동일한 현가장치가 공통적으로 사용되어 같은 기구학적 특성을 가질 수 있는 시스템에서 일부 링크의 질량을 무시하여도 전체 운동 특성에 영향을 미치지 않는 부분에 적용될 수 있다. 다음 절에 전륜 맥퍼슨 스트럿 현가장치의 복합조인트 관계식을 유도하였으며 참고문헌⁽⁸⁾에 다른 현가장치 복합조인트 및 각종 단순 기구학적 조인트를 기술하였다.

2.2.1 전륜 맥퍼슨 스트럿 현가장치

Fig. 2는 A형 전륜 맥퍼슨 스트럿 현가장치의 형태와 기구학적 개념도를 도시한 것이다. 이 현가장치에서 차체에 대한 너클의 운동을 표현하기 위한 상대 좌표는 ①차체에 대한 로어암의 회전 좌표(바퀴의 상하 방향 운동) ②킹핀 축에 대한 바퀴의 회전 좌표(조향) 두 가지이다. 그림에서 $x_c - y_c - z_c$ 좌표계는 차체(chassis)에 대한 좌표계, $x_l - y_l - z_l$ 좌표계는 로어암에 대한 좌표계, $x_k - y_k - z_k$ 좌표계는 너클에 대한 좌표계를 각각 의미한다. h_l 은 로어암의 회전축 벡터이며, d_1 , d_2 및 d_3 는 전륜 맥퍼슨 스트럿 현가장치의 각 연결점을 나타내는 벡터이다. 너클 좌표계의 전체 좌표계에 대한 변환행렬 S^{k0} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S^{k0} = S^{kl} S^{l0} \quad (15)$$

여기에서 S^{l0} 는 차체 좌표계와 전체 좌표계 사이의 변환행렬, S^{kl} 는 너클 좌표계와 차체 좌표계 사이의 변환 행렬을 각각 의미하며, 위첨자

k 는 너클, c 는 차체를 나타낸다. 너클 좌표계는 차체 좌표계의 z_c 축에 대하여 θ_1 만큼 회전시키고 회전한 좌표계의 x 축에 대하여 θ_2 만큼 회전시킨 후 최종적으로 회전한 z 축에 대하여 θ_3 만큼 회전시켜 형성된다. 이에 따라 차체 좌표계에 대하여 킹핀 축(너클 좌표계의 z 축)의 단위 벡터를 알면 θ_1 과 θ_2 의 회전량을 결정할 수 있는데, 이 킹핀 축의 단위 벡터는 로어암의 회전(θ_1)에 의해 결정되므로 θ_1 과 θ_2 를 θ_1 의 함수로 기술할 수 있다. 킹핀 축 벡터 l 을 차체 좌표계에 대해 나타낸 벡터를 f 라 하면 Fig. 2에서 보는 바와 같이 다음과 같다.

$$f = d_3^c - d_2^c = \ell^c \quad u_i^c = \begin{Bmatrix} \ell_x^c \\ \ell_y^c \\ \ell_z^c \end{Bmatrix} \quad (16)$$

여기에서 d_3^c 와 d_2^c 는 차체 좌표계에 대한 벡터를 나타내며, u_i^c 는 f 의 단위 벡터로 차체 좌표계를 θ_1, θ_2 만큼 회전시켜 형성된 좌표계의 z 축을 나타내므로 변환 행렬을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u_i^c = \begin{Bmatrix} \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\ -\cos \theta_1 \sin \theta_2 \\ \cos \theta_2 \end{Bmatrix}^c \quad (17)$$

여기에서 ℓ^c 는 벡터 f 의 크기를 나타내며 $\ell_x^c, \ell_y^c, \ell_z^c$ 는 각 성분을 나타낸다.

식 (17)을 식 (16)에 대입하여 θ_1 과 θ_2 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_1 = -\tan^{-1}\left(\frac{\ell_x^c}{\ell_y^c}\right) \quad (18)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{\ell_x^c \sin \theta_1 - \ell_z^c \cos \theta_1}{\ell_z^c}\right) \quad (19)$$

위 식을 시간에 대하여 미분하여 $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \ddot{\theta}_1$ 및 $\ddot{\theta}_2$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{\theta}_1 = (P^c)^T \tilde{d}_2^c \quad h_i^c \dot{\theta}_1 = A \dot{\theta}_1 \quad (20)$$

$$\dot{\theta}_2 = (R^c)^T \tilde{d}_2^c \quad h_i^c \dot{\theta}_2 = B \dot{\theta}_2 \quad (21)$$

$$\ddot{\theta}_1 = A \ddot{\theta}_1 + C \quad (22)$$

$$\ddot{\theta}_2 = B \ddot{\theta}_2 + D \quad (23)$$

여기에서 $P^c = \frac{[-\ell_y^c, \ell_x^c, 0]^T}{(\ell_x^c)^2 + (\ell_y^c)^2}$,

$$R^c = \frac{[\sin \theta_1 \cos \theta_2, -\cos \theta_1 \cos \theta_2, -\sin \theta_2]^T}{\ell^c},$$

$$C = -\frac{2\dot{\theta}_1(\ell_x^c \dot{\ell}_x^c + \ell_y^c \dot{\ell}_y^c)}{(\ell_x^c)^2 + (\ell_y^c)^2} - (P^c)^T \tilde{h}_i^c \tilde{h}_i^c \quad d_2^c \dot{\theta}_1^2$$

$$D = \frac{[(\ell_x^c \cos \theta_1 + \ell_z^c \sin \theta_1)\dot{\theta}_1 \cos \theta_2 - 2\ell_z^c \dot{\theta}_2]}{\ell^c} - (R^c)^T \tilde{h}_i^c \tilde{h}_i^c \quad d_2^c \dot{\theta}_1^2$$

를 의미한다.

너클의 전체 좌표계에 대한 각속도는 차체에 대한 너클의 각속도와 차체 각속도의 벡터 합으로 나타낼 수 있다.

$$\omega_{ko} = \omega_{co} + h_{\theta_1} \dot{\theta}_1 + h_{\theta_2} \dot{\theta}_2 + h_{\theta_3} \dot{\theta}_3 \quad (24)$$

여기에서 $h_{\theta_1}, h_{\theta_2}, h_{\theta_3}$ 는 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 의 회전축이며 식 (20)과 (21)을 대입하면 다음과 같다.

$$\omega_{ko} = W_k(\dot{q}_k)_\Gamma \quad (25)$$

여기에서 $(\dot{q}_k)_\Gamma = \{\dot{q}_c, \dot{q}_k\}^T$ 를 의미한다.

너클의 질량 중심의 위치 벡터는 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 다음과 같다.

$$r_k = d_c + d_1 + d_2 + c_k \quad (26)$$

식 (26)을 시간에 대하여 미분하면 너클의 질량 중심에서의 속도를 구할 수 있다.

$$v_{ko} = \dot{d}_c + \dot{d}_1 + \dot{d}_2 + \dot{c}_k = V_k(\dot{q}_k)_\Gamma \quad (27)$$

식 (25)와 (27)을 시간에 대해 미분하면 너클에 대한 각 가속도와 가속도를 구할 수 있다.

$$a_{ko} = W_k(\ddot{q}_k)_\Gamma + \eta_k \quad (28)$$

$$a_{ko} = V_k(\ddot{q}_k)_\Gamma + \zeta_k \quad (29)$$

여기에서

$$\eta_k = \eta_c + \{(S^{co})^T U_{R_k} + (S^{co})^T \dot{U}_{R_k}\} \dot{q}_k$$

$$\zeta_k = \zeta_c + \tilde{\omega}_{co} \tilde{\omega}_{co} d_1 - \tilde{d}_1 \eta_c + \tilde{\omega}_{lo} \tilde{\omega}_{lo} d_2 - \tilde{d}_2 \eta_l + \tilde{\omega}_{ko} \tilde{\omega}_{ko} c_k - \tilde{c}_k \eta_k$$

를 각각 의미한다.

2.3 구속조건과 구속조건식

각 물체의 운동을 구속하기 위하여 다양한 형태의 구속조건을 사용하는데 본 연구에서는 폐회로(closed-loop), 구형-구형(spherical-spherical), 회전-구형(revolute-spherical), 상대 좌표 구동, 물체의 임의의 점의 특정 운동 구속조건 등을 사용한다. m 개의 구속조건식은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = 0 \quad (30)$$

여기에서 \mathbf{q} 는 상대 좌표 벡터, t 는 시간을 각각 의미한다.

식 (30)을 시간에 대해 미분하면 구속조건식의 속도 및 가속도 방정식을 얻을 수 있으며 다음과 같은 행렬 형태로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} B\dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{g} \\ B\ddot{\mathbf{q}} &= \dot{\mathbf{g}} - \dot{B}\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\gamma} \end{aligned} \quad (31)$$

여기에서 B 를 자코비안(Jacobian) 행렬이라고 하며 구속조건식의 가속도 방정식의 오른쪽 항 $\boldsymbol{\gamma}$ 는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\gamma} = \dot{\mathbf{g}} - \dot{B}\dot{\mathbf{q}} \quad (32)$$

2.4 운동 방정식 유도

앞에서 유도한 각종 기구학적 정보를 Kane의 방정식 식 (1)에 대입한 후 전체 운동 방정식을 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{a}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{b}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{f} + \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (33)$$

여기에서

$$\mathbf{a} = \sum_{k=1}^{nh} \{m_k (\mathbf{V}_k)^T \mathbf{V}_k + (\mathbf{W}_k)^T \mathbf{I}_{k_0} \mathbf{W}_k\}$$

$$\mathbf{b}\dot{\mathbf{q}} = \sum_{k=1}^{nh} \{m_k (\mathbf{V}_k)^T \boldsymbol{\zeta}_k + (\mathbf{W}_k)^T \mathbf{I}_{k_0} \boldsymbol{\eta}_k + (\mathbf{W}_k)^T \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{k_0} \mathbf{I}_{k_0} \boldsymbol{\omega}_{k_0}\}$$

$$\mathbf{f} = \sum_{k=1}^{nh} \{(\mathbf{V}_k)^T \mathbf{F}_k + (\mathbf{W}_k)^T \mathbf{T}_k\}$$

$$\mathbf{I}_{k_0} = (\mathbf{S}^{k_0})^T \mathbf{I}_k \mathbf{S}^{k_0}$$

를 의미하며 각 항은 임의의 물체 k 에 대한 정보로 m_k 는 질량, \mathbf{I}_{k_0} 와 \mathbf{I}_k 는 전체 및 국부 좌표계에 대한 관성 모멘트 행렬, \mathbf{F}_k 는 외부 작용력, \mathbf{T}_k 는 외부 작용 모멘트를 각각 나타내며 \mathbf{V}_k 와 \mathbf{W}_k 는 기저 쪽에 위치한 물체의 정보를 이용하여 효율적으로 빠르게 계산할 수 있다. 식 (33)에 식 (31)을 추가하여 전체 운동 방정식을 기술하면 다음과 같은 선형방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{B}^T \\ \mathbf{B} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ -\boldsymbol{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f} - \mathbf{b}\dot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{Bmatrix} \quad (34)$$

3. 프로그램 검증

3.1 차량모델 구성

3.1.1 일반 다물체 차량모델

Fig. 3에는 해석에 사용한 차량모델을 그래프 이론(graph theory)을 이용하여 도시한 것이다. 차체에는 차체, 엔진, 트랜스미션, 승객 등을 묶어 하나의 강체로 모델링하였으며 전체 질량 특성(mass, moment of inertia 등)을 계산하였다. 스테빌라이저(stabilizer)와 현가장치 로어암을 연결하는 링크(drop link) 및 조향장치의 타이로드는 질량이 작아 구형-구형 구속조건으로 모델링하여 거리가 일정하게 유지되도록 하였다. 그림에서 원 안에 기술한 번호는 물체의 번호, 원과 원을 연결하는 선에는 두 물체를 연결하는 조인트를 나타내었으며 원과 원을 연결하는 점선에는 기구학적 구속조건을 나타내었다. Table 1에는 조인트 및 구속조건 명칭을 기술하였다. 이 차량모델의 22개 강체는 조인트에 의해 서로 연결되어 있으며 기구학적 구속조건에 의해 상호 운동이 구속된다. 전체 상대 좌표의 개수는 33개이며 구속조건식의 수가 19개로 총 자유도는 14 자유도이다. Fig. 3의 차량모델에 대한 물체 연결 정보는 Table 2에 기술하였다.

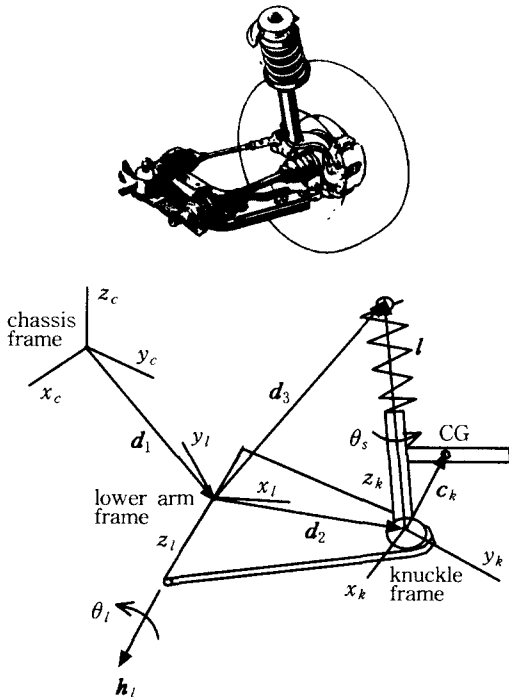
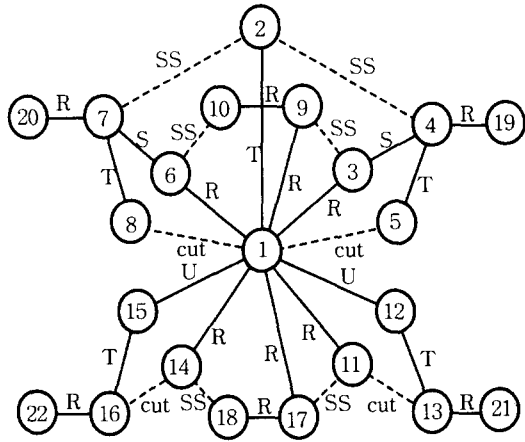


Fig. 2 Front Macpherson strut suspension



- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1 : chassis | 12: rr shock absorber piston |
| 2 : rack | 13: rr knuckle |
| 3 : fr lower arm | 14: rl lateral link |
| 4 : fr knuckle | 15: rl shock absorber piston |
| 5 : fr shock absorber piston | 16: rl knuckle |
| 6 : fl lower arm | 17: rr stabilizer part |
| 7 : fl knuckle | 18: rl stabilizer part |
| 8 : fl shock absorber piston | 19: fr wheel |
| 9 : fr stabilizer part | 20: fl wheel |
| 10: fl stabilizer part | 21: rr wheel |
| 11: rr lateral link | 22: rl wheel |

Fig. 3 Full multibody vehicle model

3.1.2 현가장치 복합조인트 차량모델

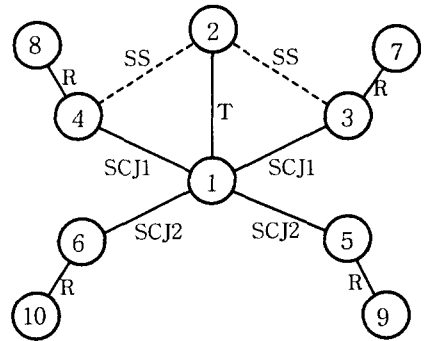
해석에 사용된 차량모델은 전륜과 후륜에 맥퍼슨 스트럿 현가장치를 각각 장착하고 있어 현가장치 복합조인트를 이용하여 모델링할 수 있다. Fig. 4에는 연결 구성 개념도를 나타내었으며 Table 3에 연결정보를 기술하였다. Fig. 3과 4의 차량모델 구성 개념도를 비교하여 보면 일반 다물체 차량모델에 비하여 현가장치 복합조인트를 이용한 차량모델이 대단히 단순함을 알 수 있으며 운동 자유도는 일반 다물체 차량모델과 같은 14가 된다.

3.2 주행시험을 통한 검증

본 연구에서는 개발한 실시간 차량 동역학 해석 프로그램 및 차량모델의 정확도를 검증하기 위하여 실차 주행 시험을 실시하였다. 연속 정현파 조향입력 시험방법은 JASO C706-87⁽⁹⁾에 규정되어 있으며 차량 속도는 65km/h의 속도로 시험을 수행하였다. Fig. 5에는 조향 입력을 나타내었으며 Fig. 6에서 8까지는 횡가속도, 요 변화율(yaw rate), 롤각을 도시하였다. 그림에서 보는 바

Table 1 Joints and constraints

R	:revolute joint
T	:translational joint
U	:universal joint
S	:spherical joint
SS	:spherical-spherical constraint
cut	:cut joint constraint
SCJ1	:front MacPherson strut suspension composite joint
SCJ2	:rear MacPherson strut suspension composite joint



- | | |
|----------------|----------------|
| 1 : chassis | 6 : rl knuckle |
| 2 : rack | 7 : fr wheel |
| 3 : fr knuckle | 8 : fl wheel |
| 4 : fl knuckle | 9 : rr wheel |
| 5 : rr knuckle | 10: rl wheel |

Fig. 4 Suspension composite joint model

와 같이 일반 다물체 차량모델과 현가장치 복합조인트 차량모델 모두 실차 시험 결과와 전반적으로 잘 일치하고 있음을 알 수 있으며 실시간 차량 동역학 시뮬레이션 시스템에 적용하여 차량 주행 특성을 해석하는 데에 충분히 잘 활용될 수 있을 것으로 판단된다.

4. 실시간 동역학 해석

차량 동역학 해석 시간과 외부 하드웨어와의 입출력 신호를 주고 받는 시간 등 전체 시스템 상에서 이루어지는 한 단계가 완성되기까지 소요되는 시간을 단위수행시간(frame time)이라고 하는데, 이 단위수행시간이 수치 해석 시의 적분 간격 크기보다 작아야만 실시간에 도달했다고 한다. 여기에서 적분 간격의 크기를 크게 하면 실시간이 가능하나 이것은 차량 동역학 해석 결과의 정확성을 떨어뜨릴 가능성이 있으며 외부 하드웨어의 샘플링(sampling) 시간보다 더 커지게 되면 정확한 신호 전달에 문제가 발생할 수 있

다. 따라서 외부 하드웨어의 샘플링 시간과 차량 동역학 해석의 정확성을 모두 만족할 수 있도록 적분 간격 크기를 작게 해야 한다. 그러나 적분 간격의 크기가 작아지면 실시간에 도달하지 못하게 된다. 따라서 해석 정확도와 실시간에 필요한 적분 간격의 크기 사이에는 상호 상충(trade-off) 관계가 존재하기 때문에 차량 동역학 해석에 소요되는 시간을 가능한 한 짧게 하는 것이 중요하다.

본 연구에서 차량 동역학 해석 시 적용한 실시간 수치적분 알고리즘은 Euler 방법이며 사용한 컴퓨터는 ADI사의 Power PC604 333Mhz CPU를 사용하는 실시간 컴퓨터이다. Table 4에는 18초 동안의 연속 정현과 조향 입력시험 해석 시 계산 시간을 나타낸 것이다. 총 18초의 차량 운동 해석 시 현가장치 복합조인트 차량모델은 차량 동역학 해석에 소요되는 시간이 14.09초로 적분 간격의 크기가 1 ms 인 경우 실시간 해석이 가능하였다. 일반 다물체 차량모델의 경우 적분 간격의 크기가 1 ms에서 실시간의 약 2.5배의 해석 시간이 소요되어 실시간이 불가능함을 알 수 있다.

Table 2 Body tree array and exponent array of full multibody vehicle model

물체번호 <i>i</i>	Body tree array $\Gamma(m, i)$					Body exponent array
	<i>m=1</i>	<i>m=2</i>	<i>m=3</i>	<i>m=4</i>	<i>m=5</i>	$H(i)$
1	1	0	0	0	0	1
2	2	1	0	0	0	2
3	3	1	0	0	0	2
4	4	3	1	0	0	3
5	5	4	3	1	0	4
6	6	1	0	0	0	2
7	7	6	1	0	0	3
8	8	7	6	1	0	4
9	9	1	0	0	0	2
10	10	9	1	0	0	3
11	11	1	0	0	0	2
12	12	1	0	0	0	2
13	13	12	1	0	0	3
14	14	1	0	0	0	2
15	15	1	0	0	0	2
16	16	15	1	0	0	3
17	17	1	0	0	0	2
18	18	17	1	0	0	3
19	19	4	3	1	0	4
20	20	7	6	1	0	4
21	21	13	12	1	0	4
22	22	16	15	1	0	4

Table 3 Body tree array and exponent array of suspension composite joint vehicle model

물체번호 <i>i</i>	Body tree array $\Gamma(m, i)$				Body exponent array
	<i>m=1</i>	<i>m=2</i>	<i>m=3</i>	<i>m=4</i>	$H(i)$
1	1	0	0	0	1
2	2	1	0	0	2
3	3	1	0	0	2
4	4	1	0	0	2
5	5	1	0	0	2
6	6	1	0	0	2
7	7	3	1	0	3
8	8	4	1	0	3
9	9	5	1	0	3
10	10	6	1	0	3

Table 4 CPU times for vehicle simulation [unit: seconds]

vehicle model	CPU time
full multibody vehicle model	45.58
suspension composite joint vehicle model (kinematic steering vehicle model)	14.09

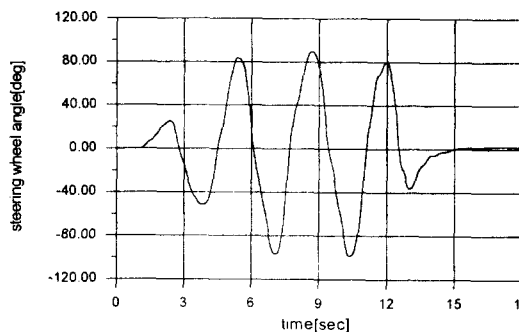


Fig. 5 Steering input

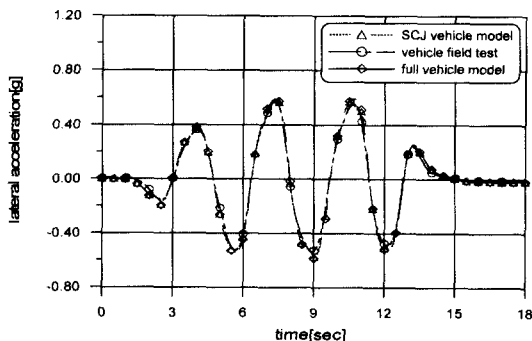


Fig. 6 Lateral acceleration

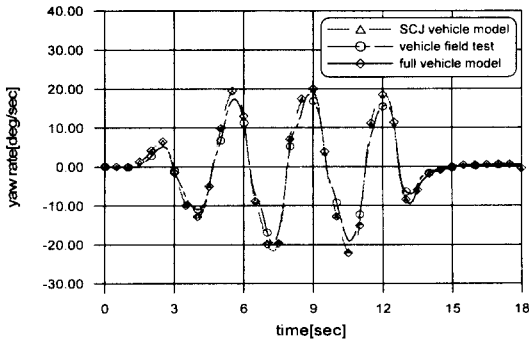


Fig. 7 Yaw rate

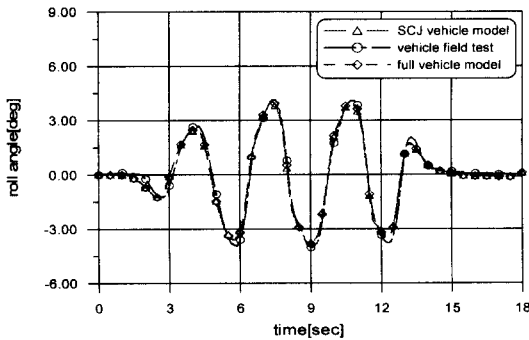


Fig. 8 Roll angle

5. 결론

본 연구에서는 상대좌표계와 Kane의 방정식을 이용하여 다물체 동역학 해석 프로그램을 개발하였다. 또한 차량의 대표적인 현가장치에 대해 현가장치 복합조인트를 유도하여 다물체 동역학 해석 프로그램에서 하나의 조인트로 사용할 수 있도록 하였다. 개발된 프로그램을 이용하여 다물체 차량 시스템을 구성한 후 실차 주행시험을 통하여 프로그램과 차량모델의 정확성을 검증하였다. 이와 같이 검증된 다물체 차량 시스템에 대하여 동역학 해석을 수행하였으며 수행 결과 적분 간격이 1 ms의 대단히 짧은 시간 내에 단일의 PowerPC 604 333Mhz CPU에서 실시간 수행이 가능함을 확인하였다. 이와 같은 결과는 차량모델링 방법 중 가장 정교한 다물체 차량모델에 대해 기존의 병렬 처리 방법에 의한 다중 프로세서 컴퓨터를 사용하지 않고 하나의 CPU를 가진 PC 혹은 소규모 워크스테이션 상에서 짧은 적분 구간 내에 실시간 해석을 달성한 것이다. 이상과 같은 실시간 동역학 해석 결과 본 연구에서 개발한 프로그램은 고속으로 동작하는(1 ms 이하) 차량

전자제어 시스템 개발을 위한 HIL 시뮬레이션 시스템 및 고정도 드라이빙 시뮬레이터 등의 실시간 차량 동역학 해석에 성공적으로 적용될 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

- (1) 최규재, 2000, "현가장치 복합조인트를 이용한 다물체 차량 시스템의 실시간 동역학 해석," 박사학위논문, 한국과학기술원.
- (2) Savaglio, C., Howe, R. M. and Fadden, E. J., 1997, "Real-time Simulation of an Engine Model and a Vehicle Model Using Asynchronous Simulation Techniques," *SAE paper 970510*.
- (3) Haug, E. J., 1990, *Feasibility Study and Conceptual Design of a National Advanced Driving Simulator(NADS)*, DOT HS 807 596 Final Report.
- (4) Hwang, R. S., 1988, *A Recursive Multibody Dynamics Formulation for Parallel Computation*, Ph.D Dissertation, The Univ. of Iowa.
- (5) Hollerbach, J. M., 1980, "A Recursive Lagrangian Formulation of Manipulator Dynamics and a Comparative Study of Dynamics Formulation Complexity," *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol, SMC-10, No. 11, pp. 730~736.
- (6) Wang, J. T. and Huston, R. L., 1987, "Kane's Equations with Undetermined Multipliers-Approach to Constrained Multibody Systems," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 54, pp. 424~429.
- (7) Amirouche, F. m. l., 1992, *Computational Methods in Multibody Dynamics*, Prentice-Hall International, Inc.
- (8) Choi, G.J., Yoo, Y.M., Lee, K.P. and Yoon, Y.S., 2000, "A Real-time Multibody Vehicle Dynamic Analysis Method Using Suspension Composite Joints," *International Journal of Vehicle Design*, Vol.24, Nos2/3, pp. 259~273.
- (9) JASO, 1987, *Pylon Course Slalom Test Procedure*, JASO(Japanese Automobile Standards Organization) C 706-87.