

## 누적 재가공 비용 모델을 이용한 설계 및 가공 공차의 동시 최적화

최민석\* · 이두용†

(2000년 6월 15일 접수, 2001년 1월 19일 심사완료)

### Concurrent Optimization of Design and Machining Tolerances with Accumulated Scrap Cost Model(ASCM)

Min Seog Choi and Doo Yong Lee

**Key Words :** Tolerance(공차), Design Optimization(설계 최적화), Tolerance Design(공차 설계)

#### Abstract

Most of researches on tolerance optimization have used a simple sum of tolerance -cost functions with several constraint equations as an optimization model. However, if there is a machining sequence with more than one processes to complete a part, and machining failure, i.e., out-of-tolerance occurs at one of the intermediate processes, the tolerance-cost of this process should be added by the machining cost of all the previous processes already completed on the part. In this study, an accumulated scrap cost model(ASCM) is proposed considering the scrapped machining cost, and applied to a simple assembly example. The result of tolerance optimization using ASCM is compared with that of using a traditional optimization model to confirm its effectiveness.

#### 1. 서론

제품 개발 및 생산 사이클의 핵심 활동 중 하나인 설계는 제품의 제작 기간 및 제조 비용에 큰 영향을 미친다. 잘못된 설계는 제작 과정에서 반복되는 재설계에 의한 제작 기간의 증가 및 재가공에 의한 비용의 증가를 초래한다. 설계의 신뢰도를 향상시키기 위해 고려되어야 하는 두 가지 측면은 첫째, 최종 조립 제품의 기능 및 성능이 요구사항을 만족시키는가의 여부이며 둘째, 각 요소부품을 타당한 비용으로 제조할 수 있는가의 여부이다. 이와 같은 두 가지 측면은 공차와 밀접한 관계가 있다. 지금까지 알려진 어떠한 제조과정에서도 완전히 동일한 크기의 부품을 일관성 있게 가공하는 것이 불가능하다는 것은 경험적으로 잘 알려진 사실이다. 이는 가공에 사용된 공작기계

의 성능, 가공환경, 작업자의 숙련도 등 다양한 제조 공정 요인에 기인한다. 더구나 가공된 부품은 사용환경 내에서도 각종 환경적인 요인에 의해 변형을 일으키기 때문에 원래의 치수를 유지하기 어렵다. 따라서 완벽한 치수를 갖는 동일한 부품을 제조할 수도 제조할 필요성도 없다. 제품에 대한 제조를 용이하게 하기 위해서는 설계과정에 이를 고려하는 것이 중요하다. 그러나 설계 단계에서 다양한 제조공정상의 요인 및 환경요인의 영향을 정확히 알 수 없기 때문에 완전한 치수대신 치수에 대한 허용범위, 즉 공차를 부여한다.

공차는 설계공차 및 가공공차로 분류된다.<sup>(1)</sup> 설계공차는 최종 제품의 기능 및 성능을 만족시키기 위해 각 요소 부품들의 설계치수에 대해 할당되는 공차이다. 즉, 간극(gap), 틈새(clearance)와 같이 제품 개발 및 설계 초기 단계에서 요구되는 조립치수와 조립공차 사양을 만족하도록 각 부품의 최종 형상에 대해 부여된다. 따라서 설계공차 할당은 조립치수에 대한 조립공차가 주어졌을 때 요소부품 치수들의 공차를 결정하는 문제이며 요소 부품 치수들의 공차누적(tolerance stack-up) 값이 설계된 조립공차 범위를 벗

\* 한국과학기술원 기계공학과 박사과정

† 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : leedy@kaist.ac.kr

TEL : (042)869-3229 FAX : (042)869-3210

어나지 않도록 각 요소 부품들에 대한 공차를 할당한다. 각 부품의 설계공차를 작게 부여할수록 조립상의 문제 발생 확률이 감소하고 최종 제품의 성능 향상에 유리하나 부품 가공의 난이도를 증가 시키기 때문에 전체적인 제조비용의 증가를 초래한다. 반면 설계공차를 너무 크게 부여하는 경우에는 가공은 쉬어지나 조립의 불량률을 증가 시키고 제품 성능을 악화 시키게 된다. 가공공차는 초기 재료 형상으로부터 설계 부품 형상으로 가공하기 위한 공정별 공차를 나타낸다. 가공공차 할당은 각 부품에 대한 설계공차 및 부품을 가공하기 위한 일련의 가공공정이 결정된 후에 공정별 공차범위, 사용 기계의 특성 및 작업환경 등을 고려하고 최종 가공공차가 이미 부여된 설계공차를 만족시키도록 부여한다. 이와 같은 이유 때문에 설계자들은 가능한 엄격한 공차를 할당하려고 하고 제작자들은 가능한 느슨한 공차를 할당하기를 원한다.<sup>(2)</sup> 따라서 공차할당 최적화는 제품의 기능적인 요구사항 만족을 제한조건으로 하고 제조비용 최소화를 목적함수로 하는 최적화 문제가 된다.

공차할당 최적화와 관련된 연구들은 설계공차만을 고려한 경우<sup>(3-9)</sup>와 가공공차만을 고려한 경우<sup>(10-15)</sup>가 대부분이다. 설계공차 최적화 목적함수로는 대부분 공차에 대한 제조 비용함수를 사용하였으며 제한 조건으로는 공차 누적<sup>(2-5)</sup> 조건을 이용하였다. 이러한 제한 조건을 만족하면서 제조비용을 최소로 하는 공차를 결정하기 위해 각종 최적화 기법이 공차할당 문제에 적용되었는데 몬테칼로 시뮬레이션,<sup>(3)</sup> Lagrange 방법,<sup>(4)</sup> 모의 어닐링<sup>(5)</sup> 등의 방법이 적용 되었다. 가공공차 최적화의 경우에는 각 공정에서의 가공공차를 중간 가공치수 및 가공량과 함께 결정하기 위해 비용함수를 고려하지 않고 공차행렬,<sup>(10)</sup> 그래프법,<sup>(11)</sup> 순차적 공차할당<sup>(13)</sup> 방법을 이용하거나 비용함수를 목적함수로 하여 최적 가공공차를 할당한 연구<sup>(10,12)</sup>들이 수행되었다. 제조공정의 공차에 따른 비용함수의 최소화를 목표로 한 부품의 공정순서 결정에 관한 연구들<sup>(6,15)</sup>에서는 각 공정순서에 대한 비용함수 그래프상에서 공정간 가공공차를 결정하고 총 제조비용이 최소가 되는 공정순서를 결정하는 방법<sup>(15)</sup>과 초기 설계공차에 대해 공정들을 탐색하여 전체 비용이 최소로 되는 최종 공정 결정 및 설계공차를 재할당하는 연구<sup>(6)</sup>가 이루어졌다. 일반적으로 제조공정은 하나 이상의 공정을 포함하게 되므로 공정의 조합 및 공정별 가공공차에 따라 비용이 변하기 때문에 설계공차만을 고려한 경우 정확한 공차 비용 함수를 확보하기가 어렵다. 즉, 설계공차만을 고려하여 할당된 공차가 제조 단계에서도 최적성을 유지한다고 보기는 어렵다.

또한 이와 같이 결정된 설계공차를 기반으로 하여 할당되는 가공공차 역시 최적이라 할 수 없다. 최근에는 이러한 문제를 해결하기 위해 설계공차 및 가공공차에 대한 동시 최적화 연구<sup>(16-19)</sup>들이 수행된 바 있다. 이들은 설계공차 및 가공공차에 대한 통합된 혼합 비선형 최적화 모델을 구성하고 모의 어닐링<sup>(16)</sup> 및 유전자 알고리즘<sup>(17)</sup>을 적용하거나 비선형 계획법<sup>(18)</sup> 또는 거리방법<sup>(19)</sup>을 적용하여 최적 공차를 구하였다.

그러나 이들 연구에서는 다중 가공공정에서 발생 가능한 재가공 비용을 고려하지 않고 각 공정에 대한 공차비용 함수의 단순한 합을 목적함수로 하는 전통적인 최적화 모델을 사용하였다. 전통적인 공차 비용 모델에 재가공을 고려한 연구<sup>(20)</sup>에서는 각 공정별 공차 비용에 해당 공정의 재가공 비율을 곱한 형태의 공차 비용함수를 구성하고 이들의 단순 합을 최적화 모델로 사용함으로써 재가공 비율을 최소화 시키는 목적함수를 사용하였다.

본 논문에서는 기존의 공차 최적화 모델을 개선한 누적 재가공 비용을 고려한 공차 비용 최적화 과정을 기술하고 이를 이용한 설계 및 가공공차 동시 최적화 모델을 제안한다. 본 최적화 모델에서는 특정한 공정에서 발생한 불량 부품 또는 제품은 공정 내에서 수정되지 않는다고 가정하였다. 최적화 방법으로 모의 어닐링<sup>(5,16)</sup>을 적용하였으며 제안된 최적화 모델을 이용하여 피스톤-실린더 설계 예제의 설계공차 및 가공공차 동시 최적화를 수행하였다. 그 결과에 대해 전통적인 공차 최적화 모델을 사용한 경우와의 비교, 분석을 수행 하였다.

## 2. 가공공정 및 공차

### 2.1 가공공정 및 치수

Fig. 1은 기계설계에서의 치수 및 공차 개념<sup>(1)</sup>을 나타낸다. 일반적으로 특정 가공공정을 이용하여 생산된 부품들의 치수는 기준 치수를 중심으로 한계범위 내에서 일정한 분포를 형성하는데 이 때 생성 가능한 치수의 범위를 공정공차 (그림에서 *PT*, *process tolerance*)라 한다. 설계시 가공할 부품의 기준 치수를  $x$ 라 하고 최대 허용 한계치수를  $ux$ , 최소 허용 한계치수  $lx$ 라 하면 이 두 값의 차이는 설계상에서 부여하는 공차  $t$ 와 같다. 가공 공정에서 치수생성이 기준 치수를 중심으로 하고

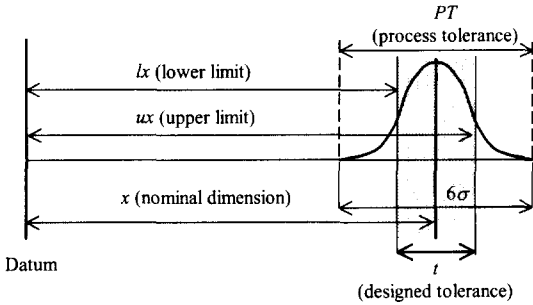


Fig. 1 Definition of tolerance in design and manufacturing processes

표준편차가  $\sigma_p$ 인 정규분포를 따른다고 가정하면 공정 성능 계수  $C_p$ 는 식 (1)과 같이 정의된다.<sup>(1,2)</sup>

$$C_p = \frac{ux - lx}{6\sigma_p} = \frac{t}{6\sigma_p} \quad (1)$$

여기서  $6\sigma_p$ 는 공정의 분포에서 99.73% 확률에 해당하는 공차범위를 말하며 공정성능 계수  $C_p$ 가 1인 경우는 가공된 치수가 설계공차를 만족시킬 확률이 99.73%임을 나타낸다. 특정한 공정에서 생성 가능한 치수의 범위, 즉 공정공차는 가공 핸드북에서 얻을 수 있으며 대부분의 제조공정에 대해 주어진 공정 공차는  $C_p$ 가 1인 경우라고 가정할 수 있다.<sup>(21)</sup> 즉, 99.73%의 신뢰도로  $6\sigma_p$ 와  $PT$ 가 같다고 할 수 있다. 따라서 공정의 분포를 나타내는  $\sigma_p$ 의 값은  $PT$ 로부터 구할 수 있다.

2.2 공차 비용

제품 개발 및 생산에서 공차는 제조비용과 밀접한 관계를 갖고 있기 때문에 대다수의 공차 최적화 연구들에서 제조비용을 최적화의 목적함수로 사용 하였다. 제조공정의 공차-비용 모델은 Fig. 2와 같은 형태를 갖는다.<sup>(1,12)</sup> 이와 같은 공차-비용 모델의 기본적인 특징은 다음과 같다. 즉, 목표 공차가 작아질수록 제조비용은 비선형적으로 증가하고 목표 공차가 커질수록 감소한다. 또한 공차가 0에 가까워지면 어떠한 제조공정에서도 제조비용은 무한대 또는 매우 큰 값을 갖게 된다. 즉 실제 제조공정에서 공차가 0인 완전한 치수를 일관성 있게 생성시키는 것은 불가능하다. Fig. 2에서 설계공차  $t$ 에 대한 제조비용은 가공비용과 재가공비용의 합으로 구성된다.<sup>(1)</sup> 가공비용은 요소부품을 설계사양에 맞게 가공하는데 실제 소요되는 가공시간, 사용된 기계 및 작업자의 경비, 공구 및 지그 비용, 측정 및 검사에 따른 비용 등을 포함한다. 이러한 가공비용은 목표 공차가 정밀할수록 증가하는데 이는 목표공차가 정밀할수록 추가적인 셋업 및

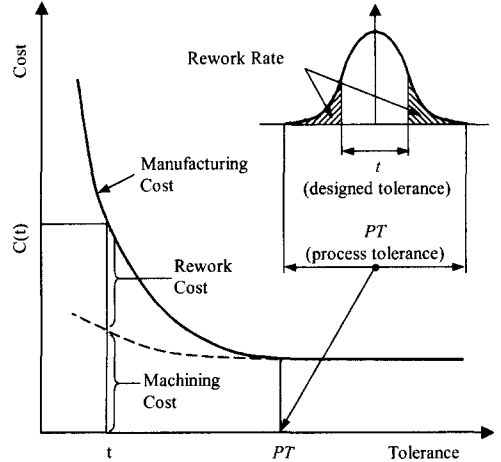


Fig. 2 Tolerance-cost relationship in manufacturing<sup>(1)</sup>

작업을 필요로 하고 보다 비싼 측정장비와 시간을 요구하기 때문이다.

재가공 비용은 가공된 부품의 공차가 설계공차 범위를 벗어나게 되는 경우 발생한다. 즉, 부품에 대한 가공공차가 목표로 하는 설계공차 범위를 벗어난 경우 이를 수정하기 위해 부품을 재가공하거나 수정이 불가능한 경우 다른 재료를 가지고 처음 공정부터 다시 가공하는데 드는 비용으로 그림에서 빗금 친 부분이 재가공 확률을 나타낸다. 따라서 설계공차가 해당 공정의 공차범위보다 큰 경우에는 재가공 비용을 무시할 수 있으나 설계공차가 공차범위보다 작아지게 되면 비용은 급격히 증가한다. 공정의 특성이 Fig. 2의 우측상단에 나타난 바와 같은 정규분포를 갖는다면 공정의 공차범위는 공차-비용 그래프에서 공차의 변화에 따라 비용이 변화되기 시작하는 공차 값  $PT$ 에 대응된다. 즉 설계 공차가 공정공차 보다 큰 경우에는 재가공 비용은 무시할 수 있다.

이와 같은 경향을 갖는 많은 공차비용 함수가 제안되고 각종 최적화 기법이 공차할당에 사용되어 왔다.<sup>(5,18)</sup> 공차비용 함수의 한 예<sup>(2)</sup>를 들면 다음과 같다.

$$F(t_{ij}) = A_{ij} + \frac{B_{ij}}{t_{ij}^k} \quad (2)$$

여기서  $F(t_{ij})$ 는 공차  $t_{ij}$ 에 대한 제조비용,  $A_{ij}$ 는 치수의 정밀도, 즉 공차의 크기와 관계없는 셋업, 툴링, 작업 및 재료 비용등에 의해 결정되는 상수이며  $B_{ij}$ 는 요구되는 공차로 부품을 가공하기 위해 소요되는 비용에 의해 결정되는 상수를 나타낸다.  $k$ 는 1, 2 또는 임의의 실수 값을 갖는다.

### 3. 최적화 모델

최소 제조비용을 고려한 부품의 최적 공차할당 방법은 Spotts<sup>(7)</sup>에 의해 처음으로 제안되었는데 각 부품에 대한 공차-비용함수는  $C=A+B/Tol^2$  로 가정하고 Lagrange 방법을 사용하였다. 그러나 이와 같은 분석적인 방법은 공차에 대한 제약 조건 및 범위가 주어진 경우 적용할 수 없다. 최근에는 제약 조건을 갖는 공차 최적 할당을 위해 탐색 기법을 이용한 공차할당 연구들이 수행되었는데 유전자 알고리즘(genetic algorithm)<sup>(9,18)</sup>과 모의 어닐링(simulated annealing)<sup>(10,17)</sup> 알고리즘을 적용한 연구가 대표적인 예이다. 그 중 모의 어닐링 방법은 비선형 최적화 문제에 적용 가능하며 해가 개선되는 방향으로만 탐색이 진행되는 전통적인 Hill-Climbing 방법과 달리 해가 악화되는 방향의 진행을 허용함으로써 국소 해에 빠질 확률을 감소시키고 일관성 있게 최적 해에 가까운 값을 찾아내기 때문에 공차할당 문제에 유효한 방법으로 알려져 있다.<sup>(10)</sup>

#### 3.1 기존의 동시 최적화 모델

설계공차 및 가공공차 동시 할당 연구들은 최적화의 목적함수로 제조비용 또는 수율(yield)을 사용하였다. 제조 비용을 고려한 동시 최적화 모델<sup>(16-18)</sup>은 일반적으로 다음과 같은 혼합 비선형 최적화 모델의 형태로 표현된다.

$$C = \sum_i \sum_j F_{ij}(t_{ij}) \quad i = 1 \sim n; j = 1 \sim m_i \quad (3)$$

여기서  $C$ 는 총 제조비용,  $t_{ij}$ 는 설계치수  $i$ 의  $j$ 번 공정에 대한 가공공차이며  $F_{ij}(t_{ij})$ 는  $i$ 번째 치수의  $j$ 번 공정에 대한 가공공차 비용,  $n$ 은 조립 치수사슬(assembly dimension chain)<sup>(1,2)</sup>에 포함된 설계치수의 개수,  $m_i$ 는 각 치수에 대한 가공단계의 개수를 각각 나타낸다. 위의 동시 최적화 모델에서 고려된 일반적인 제한 조건들을 정리하면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} f_{\Sigma}(t_{1d}, \dots, t_{nd}) &\leq t_{\Sigma} \\ t_{ij}^{\min} &\leq t_{ij} \leq t_{ij}^{\max} \\ f_i(t_{ik}; k=1 \sim m_i) &\leq t_{id} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

여기서  $f_{\Sigma}$  및  $f_i$ 는 주어진 조립공차  $t_{\Sigma}$ 에 대한 설계공차 누적식과 치수  $i$ 의 설계공차  $t_{id}$ 에 대한 가공공차 누적식을 각각 나타내며 최대 공차 누적인 경우(WC, worst case)와 통계적 공차 누적인 경우(SC, statistical case)의 두 가지 형태<sup>(1,2)</sup>를 갖는다.  $t_{ij}^{\min}$  및  $t_{ij}^{\max}$ 는 공정 공차 범위를 각각 나타낸다. Zhang<sup>(16)</sup>은 위의 제한조건과 함께 공차 동시 할당과정에서 각 가공 단계에 대해 대체 기계의 선택과정을 포함시켰으며 모의 어닐

링 탐색방법을 적용하여 설계공차, 가공공차 및 기계를 동시에 선택하였다. AL-Ansary<sup>(17)</sup>는 기계 선택이 없는 위의 모델에 대해 유전자 알고리즘을 적용하여 해를 구하였으며 모의 어닐링을 적용한 경우보다 제조비용 측면에서 향상된 결과를 얻었다. Zhang<sup>(18)</sup>은 마지막 공정을 선택하는 경험적 방법을 이용하였으며 최적화 모델에 대해 비선형 계획법을 적용하여 설계공차를 거치지 않고 직접 가공공차를 구하였다. Wei<sup>(20)</sup>는 수율을 고려한 공차 최적화 모델을 사용하였는데 단품 가공에 있어 모든 치수에 대해 주어진 각 치수의 설계공차를 만족시키는 가공공차를 최적화하기 위해 기존의 공차 비용 모델에 공정 재가공 비율을 곱한 형태의 최적화 모델을 사용하였다.

#### 3.2 누적 재가공 공차 비용 모델

일반적인 가공 공정에서는 부품을 완성하기 위해 몇 단계의 공정을 필요로 한다. 특정한 공정에서의 가공 결과가 목표로 하는 허용 치수 범위를 벗어나게 되면 이를 수정하기 위해 재가공을 하거나 처음 공정부터 다시 가공해야 하는 경우가 발생한다. 즉 다중 공정에서는 마지막 공정으로 갈수록 가공 실패에 대한 부담이 증가하게 된다. 그러나 전통적으로 사용된 최적화 모델에서는 단순히 각 공정에 대한 공차 비용 모델을 더하였고 재가공 비용을 고려한 경우에도 각각의 공정 자체에 대한 재가공 비율만을 고려하였을 뿐 다중 공정 중간에서의 가공 실패에 따른 재가공에 대한 추가적인 비용을 적절히 고려하지 않았다. 본 논문에서는 특정한 공정에서 발생한 불량 부품 또는 제품은 공정 내에서 수정되지 않는다고 가정한다. 따라서 현재 공정 이전에 수행된 모든 공정들에 대한 가공비용을 현재 공정의 재가공 비율 만큼 비용모델에 추가한 보다 현실적인 누적 재가공 비용 모델을 사용함으로써 보다 정확한 제조비용과 최적 공차를 얻는 것을 목표로 한다. 또한 사용된 공정공차, 설계공차 및 가공공차는 양방향 공차(bilateral tolerance)를 나타낸다. 즉 모든 가공 공정은 기준 치수를 중심으로 대칭인 정규분포를 갖는다고 가정하였다.

가공 공정의 치수 생성이 정규분포를 갖는 경우 치수  $i$ 에 대한 공정  $j$ 에서의 분포함수는 다음과 같다.

$$\phi(x) = \frac{1}{\sigma_{ij} \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(x - x_{ij})^2}{2\sigma_{ij}^2} \right) \quad (5)$$

여기서  $\sigma_{ij}$ 는 공정의 표준편차,  $x_{ij}$ 는 기준 치수를 각각 나타낸다. 하나의 공정에 대해 할당된 공차가  $t_{ij}$ 인 경우 공정의 재가공 비율  $\beta_{ij}$ 는 식 (5)의 치수 분포를 이용하여 다음과 같이 적분함으로써 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \beta_{ij} &= \int_{x=-\infty}^{x_j-t_{ij}} \phi(x) dx + \int_{x_j+t_{ij}}^{x=+\infty} \phi(x) dx \\
 &= 1 - \int_{x_j-t_{ij}}^{x_j+t_{ij}} \phi(x) dx \\
 &= 1 - 2 \int_0^{t_{ij}} \phi(x+x_{ij}) dx
 \end{aligned} \quad (6)$$

제조공정에 대한 표준편차  $\sigma_{ij}$ 의 값을 얻기 어려운 경우에는 앞에서 언급한 바와 같이 식 (1)의 공정 성능 계수  $C_p$ 의 값이 1인 경우의 핸드북 등에 주어진 공정공차  $PT_{ij}$ 로부터 다음과 같이 근사적으로 구할 수 있다.

$$C_p = \frac{2PT_{ij}}{6\sigma_{ij}} = 1 \quad \therefore \sigma_{ij} = \frac{PT_{ij}}{3} \quad (7)$$

위에서 언급한 바와 같이  $PT_{ij}$ 는 양방향 공차, 즉 전체 공정 공차의 1/2의 값을 나타낸다. 이를 식 (6)에 대입하여 정리하면 공정  $ij$ 에 대한 재가공 비율은 다음과 같다.

$$\beta_{ij} = 1 - \frac{6}{PT_{ij}\sqrt{2\pi}} \int_0^{t_{ij}} \exp\left(-\frac{9}{2PT_{ij}^2}x^2\right) dx \quad (8)$$

특정 설계치수에 대해 설계공차  $t_{id}$ 가 주어지고  $m$ 개의 순차적인 가공공정이 존재한다면  $j$ 번째 공정에서의 제조비용은 현재의 공차비용  $F_j(t_j)$ 와 누적 재가공 비용의 합이 된다. 부품이 현재 공정  $j$ 까지 오기 위해서는 처음 공정부터  $j-1$  공정까지 가공이 성공적으로 이루어져야 하기 때문에 그 확률은  $j-1$  공정까지의 수율을 모두 곱한 값이 된다. 전체 가공 부품에 대한  $j$ 공정의 재가공 부품 비율은  $j$ 공정 자체의 재가공 비율과  $j-1$  공정까지의 수율을 곱한 값, 즉 다음 식과 같다.

$$\beta_j \times \prod_{k=1}^{j-1} (1 - \beta_k) \quad (9)$$

따라서 누적 재가공 비용은 가공된 전체 부품 중 식 (9)에 해당하는 부품들에 대해 이미 수행된 가공공정에 대한 비용의 합이 된다. 결과적으로 이와 같은 누적 재가공 비용을 고려한 제조비용 모델은 각 공정의 공차-비용 함수의 합으로 나타나는 전통적인 비용 모델에 각 공정에서의 누적 재가공 비용을 합한 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$C = \sum_{j=1}^m \left[ F_j(t_j) + \beta_j \prod_{k=1}^{j-1} (1 - \beta_k) \times \sum_{l=1}^{j-1} F_l(t_l) \right] \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned}
 t_j &\leq PT_j \\
 f(t_k; k=1 \sim m) &\leq t_d \\
 g(t_{j-1}, t_j) &\leq \Delta SR_j \\
 j &= 1 \sim m
 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

비용모델에서 대괄호 안의 첫번째 항은 전통적으로 사용되어진 공차-비용 함수를 나타내고 두 번째 항은 추가된 누적 재가공 비용을 나타낸다.  $t_d$ 는 기준치수에 대한 설계공차를 나타낸다.  $g(t_{j-1}, t_j)$ 는 인접한 두 공정에 대한 공차 누적식을 나타내며 누적 값이 두 공정 중 나중 공정의 가공량 에러(stock removal error)  $\Delta SR_j$ 보다 작거나 같아야 한다. 또한 공차 누적 모델은 식 (4)와 마찬가지로 최대 공차 누적인 경우(WC, worst case)와 통계적 공차 누적인 경우(SC, statistical case)의 두 가지 형태가 존재한다. 하나 이상의 설계치수를 갖는 부품 전체에 대한 공차 최적화 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 C_{part} &= \sum_{i \in I_p} \sum_{j=1}^{m_i} C_{ij} = \sum_{i \in I_p} \sum_{j=1}^{m_i} \left[ F_{ij}(t_{ij}) + \beta_{ij} \prod_{k=1}^{j-1} (1 - \beta_{ik}) \right. \\
 &\quad \left. \times \left\{ \sum_{\substack{k \in I_p \\ k \neq i}} \sum_{l=1}^{v_i} F_{kl}(t_{kl}) + \sum_{q=1}^{j-1} F_{iq}(t_{iq}) \right\} \right] \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 f_{\Sigma}(t_{1d}, \dots, t_{nd}) &\leq t_{\Sigma}, \forall t_{\Sigma} \\
 t_j &\leq PT_{ij} \\
 f_i(t_{ik}; k=1 \sim m_i) &\leq t_{id}, \forall t_{id} \\
 g(t_{j-1}, t_j) &\leq \Delta SR_{ij} \\
 i &= 1 \sim n, j = 1 \sim m_i
 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

여기서 첨자  $i$ 는 설계된 기준치수,  $j$ 는 가공공정을 각각 나타내고  $I_p$ 는 부품  $p$ 를 구성하는 모든 설계치수들의 집합을 나타낸다.  $m_i$ 는 공정계획상의 각 치수에 부여된 순차적 가공공정의 개수,  $v_i$ 는 부품의 특정치수가 특정 공정에서 불량으로 판정될 때까지 다른치수들에 대해서 이미 수행된 공정의 개수를 나타낸다. 위의 모델에서 중괄호 안의 첫 번째 항은 불량이 발생한 치수의  $j$ 공정 이전에 가공이 완료된 다른치수들의 재가공 비용을 나타내고 두 번째 항은 현재 불량이 발생한 치수의 이전 공정들에 대한 재가공 비용을 나타낸다. 위의 공차 최적화 모델은 실제 가공 결과 얻어진 가공공차가 할당된 공차를 만족하는 경우의 단순한 공차비용, 특정치수의 특정 공정에서 얻어진 가공공차가 할당된 공차를 만족시키지 못할 경우 현재치수 이전에 가공된 모든치수들에 대한 부품 전체의 재가공 비용의 총합이 된다.

일반적인 제품 제조에서 부품단위의 가공이 완료 되면 설계의 오류가 없는 한 추가적인 제조비용은 발생하지 않는다. 따라서 하나 이상의 부품으로 구성된 조립 제품의 누적 재가공 비용을 고려한 공차 최적화 모델은 단순히 각 부품에 대한 제조비용의 합이 되며 다음과 같다.

$$C_{ASSY} = \sum_{part} C_{part} \quad (14)$$

#### 4. 예 제

식 (3) 및 식 (4)와 같이 전통적으로 사용되어 온 최적화 모델(TM, traditional model)과 식 (12), 식 (13) 및 식 (14)의 누적 재가공 비용 모델(ASCM, accumulated scrap cost model)을 공차 최적화에 적용하고 그 특성 분석을 위해 모의 어닐링 알고리즘을 이용한 간단한 조립 예제의 공차 최적화를 구현하였다. 식 (8)의 재가공 비율  $\beta_j$ 는 Gauss-Legendre 방법<sup>(22)</sup>을 이용한 수치적분을 통해 계산하였다. 예제 및 공정에 대한 데이터는 참고문헌<sup>(17)</sup>을 참조하였다. Fig. 3<sup>(17)</sup>은 예제로 사용된 피스톤-실린더 조립 형상 및 각 부품에 대한 가공 공정계획의 예를 나타낸다. 피스톤의 경우 가공 공정은 거친 선삭(P<sub>11</sub>), 다듬질 선삭(P<sub>12</sub>), 거친 연삭(P<sub>13</sub>) 및 다듬질 연삭(P<sub>14</sub>)의 순서로 진행되며 실린더의 경우 드릴링(P<sub>21</sub>), 보오링(P<sub>22</sub>), 다듬질 보오링(P<sub>23</sub>) 및 연삭(P<sub>24</sub>)의 순서로 진행된다. 최적화 과정을 통해 이들 각각의 공정에 대한 최적의 가공공차를 할당하며 각 부품의 마지막 공정에 대한 가공공차는 설계치수에 대한 설계공차와 동일하다. Table 1<sup>(17)</sup>은 각 공정에 대한 공정공차 및 가공량 오차를 나타낸다.

조립제품의 기능 및 성능에 영향을 미치는 조립치수는 피스톤과 실린더 사이의 간극  $x_\Sigma$ 이며 피스톤 외경  $x_1$  및 실린더 내경  $x_2$ 에 의해 결정된다. 즉 치수 사슬(dimension chain)은 다음과 같다.

$$x_2 - x_1 = x_\Sigma \quad (15)$$

조립치수  $x_\Sigma$ 에 대한 조립공차  $t_\Sigma$ 는  $\pm 0.001\text{mm}$ 로 주어져 있으며 WC 및 SC에 의한 설계공차 누적 조건은 다음과 같다.

$$WC : t_{1d} + t_{2d} \leq t_\Sigma (= 0.001) \quad (16)$$

$$SC : t_{1d}^2 + t_{2d}^2 \leq t_\Sigma^2 (= 0.001^2) \quad (17)$$

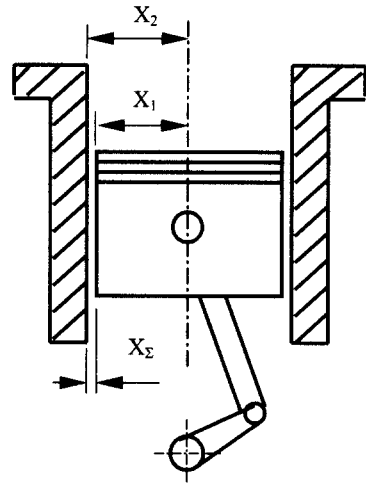
여기서 설계공차  $t_{1d}$  및  $t_{2d}$ 는 각 부품의 마지막 가공 공정의 가공공차  $t_{1d}$  및  $t_{2d}$ 와 같아야 한다. 즉  $t_{1d} = t_{1f}$ 이고  $t_{2d} = t_{2f}$ 가 성립한다. 공정공차 제한 조건은 다음과 같이 주어지고 단위는 mm이다.

$$\begin{aligned} t_{11} \leq 0.02, t_{12} \leq 0.012, t_{13} \leq 0.003, t_{14} \leq 0.001 \\ t_{21} \leq 0.02, t_{22} \leq 0.012, t_{23} \leq 0.005, t_{24} \leq 0.002 \end{aligned} \quad (18)$$

가공량 오차에 의한 인접 공정간의 공차 제한 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} WC : t_{11} + t_{12} \leq 0.02, t_{12} + t_{13} \leq 0.005 \\ t_{13} + t_{14} \leq 0.0018, t_{21} + t_{22} \leq 0.02 \\ t_{22} + t_{23} \leq 0.005, t_{23} + t_{24} \leq 0.0018 \\ SC : t_{11}^2 + t_{12}^2 \leq 0.02^2, t_{12}^2 + t_{13}^2 \leq 0.005^2 \\ t_{13}^2 + t_{14}^2 \leq 0.0018^2, t_{21}^2 + t_{22}^2 \leq 0.02^2 \\ t_{22}^2 + t_{23}^2 \leq 0.005^2, t_{23}^2 + t_{24}^2 \leq 0.0018^2 \end{aligned} \quad (19)$$

공차-비용 함수는 식 (20)과 같이 지수형 함수를



Machining Process Plan

Piston : Rough Turn(P<sub>11</sub>) → Finish Turn(P<sub>12</sub>)  
 → Rough Grind(P<sub>13</sub>) → Finish Grind(P<sub>14</sub>)  
 Cylinder bore: Drill(P<sub>21</sub>) → Bore(P<sub>22</sub>)  
 → Semi-finish Bore(P<sub>23</sub>) → Grind(P<sub>24</sub>)

Fig. 3 An example of piston-cylinder bore assembly

Table 1 Data for process tolerance and stock removal error for each process of the example

Piston				
	P <sub>11</sub>	P <sub>12</sub>	P <sub>13</sub>	P <sub>14</sub>
PT	0.02	0.012	0.003	0.001
ΔSR	—	0.02	0.005	0.0018
Cylinder bore				
	P <sub>21</sub>	P <sub>22</sub>	P <sub>23</sub>	P <sub>24</sub>
PT	0.02	0.012	0.005	0.002
ΔSR	—	0.02	0.005	0.0018

사용하였다.

$$F_{ij}(t_{ij}) = \alpha_0 e^{-\alpha_1(t_{ij}-\alpha_2)} + \alpha_3 \quad (20)$$

위의 공차-비용 함수와 식 (12) 및 식 (14)로부터 최적화 모델을 구성하고 공차 최적화를 위한 모의 어닐링 알고리즘을 적용하였다. Fig. 4는 누적 재가공 비용 모델(ASCM)의 경우에 대한 모의 어닐링 실행 결과로서 최적화 진행 중의 총 제조비용의 변화를 나타낸다. 예상한 바와 같이 총 제조비용은 최대 공차 누적인 경우(WC)가 통계적 공차 누적인 경우(SC)보다 크게 나타나며 최적 해에서의 비용은 WC의 경우가 77.81이고 SC의 경우가 66.71로 구해졌다. Table 2에 전통적인 최적화 비용 모델과 ASCM에 대한 공차 최적화 수행 결과를 정리하였다. 각 공정에 대한 가공공차는 대체적으로 피스톤의 경우 TM(전통 모델)에 비해 ASCM에 의한 최적 공차가 작고 실린더의 경우에

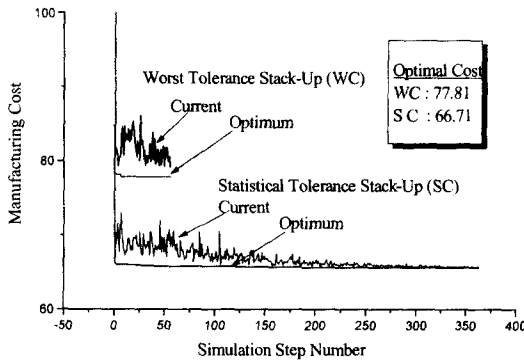


Fig. 4 Trend of the total manufacturing cost reduction by using simulated annealing for the ASCM

Table 2 Optimized tolerances and costs by using the optimization models

	TM		ASCM		
	WC	SC	WC	SC	
Piston	P <sub>11</sub>	0.01622	0.01876	0.01519	0.01680
	P <sub>12</sub>	0.00375	0.00472	0.00371	0.00471
	P <sub>13</sub>	0.00125	0.00163	0.00127	0.00167
	P <sub>14</sub>	0.00054	0.00072	0.00051	0.00066
	t <sub>1d</sub>	0.00054	0.00072	0.00051	0.00066
Cylinder	P <sub>21</sub>	0.01618	0.01938	0.01625	0.01789
	P <sub>22</sub>	0.00375	0.00470	0.00373	0.00473
	P <sub>23</sub>	0.00124	0.00163	0.00124	0.00163
	P <sub>24</sub>	0.00045	0.00069	0.00049	0.00073
	t <sub>2d</sub>	0.00045	0.00069	0.00049	0.00073
Cost	66.82	59.60	77.81	66.71	

는 더 크게 나타났다. 또한 ASCM의 경우에는 나중 공정으로 갈수록 전통 모델의 경우보다 상대적으로 큰 공차를 할당하고 있는데 이는 누적 재가공 비용의 작용에 기인한 것으로 볼 수 있다. 누적 재가공 비용이 전체 제조비용에 대해 어느 정도 영향을 미치는지 조사하기 위해 전체 비용에 대한 누적 재가공 비용(ASC, accumulated scrap cost)의 백분율을 계산하였다. Fig. 5는 최적화 알고리즘 수행 도중 피스톤과 실린더 각각에 대한 ASC 비율 및 전체 조립에 대한 ASC 비율의 변화를 SC의 경우에 대해 나타낸 것이다.

ASC의 영향은 피스톤의 경우 4.1%에서 8.4%, 실린더의 경우 13.2%에서 18.4% 범위에서 변화였다. 즉, ASC의 영향은 피스톤 보다는 실린더 가공에서 크게 나타나고 재가공에 따른 비용 증가가 크다는 것을 알 수 있다. 또한 전체 조립에 대한 ASC의 비율은 9.1%에서 13.3% 사이에서 변화였다. 최적 값에서는 피스톤의 경우 5.5%, 실린더의 경우 15.1%이며 조립 전체에 대해서는 11.0%의 비율을 나타내었다. Fig. 6은 각 가공공정에 대해 최적 공차 값에서의 공정비용 및 ASC 비율을 나타낸다. 첫번 째 공정에서는 누적 재가공 비용이 존재하지 않기 때문에 그 값이 0이며

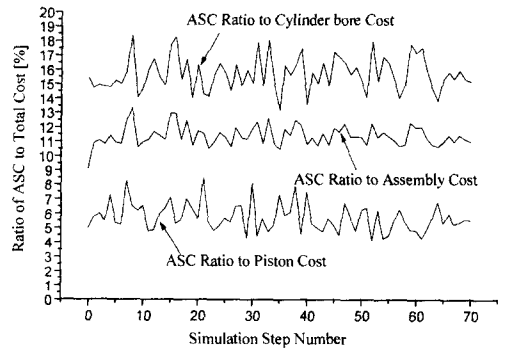


Fig. 5 Variation of accumulated scrap cost(ASC) ratio to total cost during optimization process

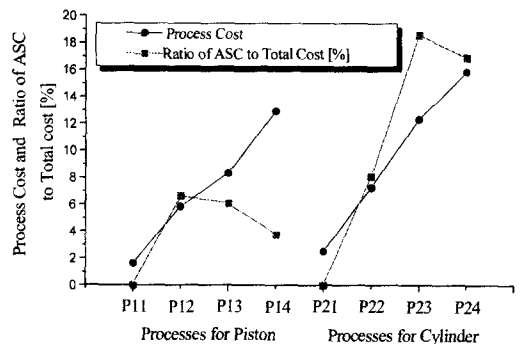


Fig. 6 Contribution of accumulated scrap cost(ASC) to total cost for the optimal tolerances

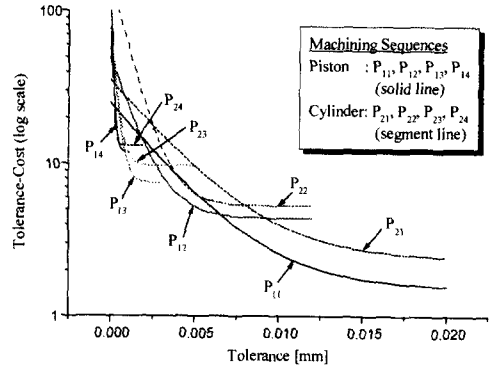
**Table 3** Tolerance cost for each machining process and the ratio of ASC to the process cost

Process Cost(Percentage of ASC)				
Piston	P <sub>11</sub>	P <sub>12</sub>	P <sub>13</sub>	P <sub>14</sub>
	1.64 (0 %)	5.84 (6.6 %)	8.33 (6.1 %)	12.93 (3.8 %)
Cylinder	P <sub>21</sub>	P <sub>22</sub>	P <sub>23</sub>	P <sub>24</sub>
	2.51 (0 %)	7.29 (8.1 %)	12.33 (18.6 %)	15.86 (16.9 %)

**Table 4** Design tolerances of the parts and their portion to total tolerance stack-up(assembly tolerance: 0.001)

	WC		SC	
	TM	ASCM	TM	ASCM
Piston	0.00054 (54.5 %)	0.00051 (51.0 %)	0.00072 (51.1 %)	0.00066 (47.5 %)
Cylinder	0.00045 (45.5 %)	0.00049 (49.0 %)	0.00069 (48.9 %)	0.00073 (52.5 %)

나머지 공정들에서는 실린더의 ASC 영향이 피스톤보다 크게 나타났다. 또한 모든 공정에서의 공정비용 역시 실린더가 피스톤보다 높게 나타났다. 이와 같이 ASC는 전체 제조비용에서 차지하는 비율이 무시하지 못할 정도로 높고 따라서 공차 최적화 과정에 상당한 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. Table 3은 가공공정의 공차비용과 공정 내에서 누적 공차 비용(ASC)이 차지하는 비율을 수치로 나타낸 결과이다. Table 4는 피스톤 및 실린더 두 부품에 할당된 최적공차의 전체 조립공차에 대한 비율을 나타낸다. 즉, 조립 공차가 최적화에 의해 두 부품 치수에 어떻게 분배되었는지를 나타낸다. TM의 경우에는 최대 공차누적(WC) 및 통계적 공차누적(SC) 모두 피스톤에 더 큰 공차를 할당한 반면 ASCM의 경우 WC 조건에서는 피스톤 치수에 더 큰 공차를 할당하고 SC 조건에서는 실린더 치수에 더 큰 공차를 할당하였다. 전체적으로 TM에 비해 ASCM의 경우에 피스톤보다 실린더쪽에 상대적으로 큰 공차를 할당하는 경향을 보인다. Fig. 7은 공정 및 공차-비용 데이터를 이용하여 각 가공공정에 대한 공차비용 그래프를 그린 것으로 네 단계의 가공공정 모두 피스톤 보다는 실린더의 공차비용이 높음을 알 수 있다. 따라서 일반적인 제조공정에서 가공비용이 비싼 부품일수록 불량률을 최소화하기 위해 느슨한 공차를 할당해야 한다는 경험규칙을 고려하면 피스톤-실린더 예제의 경우 ASCM에 의해 최적화된 공차 값이 전통 모델에 의한 것보다 더 타당하다고 할 수 있다.



**Fig. 7** Tolerance-cost functions for each machining process of the two parts

### 5. 결론

본 연구에서는 누적 재가공 비용을 고려한 공차 최적화 모델을 제안하고 피스톤-실린더 조립 예의 설계 및 가공 공차 동시 최적화를 통해 그 특성 및 타당성을 분석하였다.

제안된 누적 재가공 비용 모델은 기계가공 공정순서의 특정 공정에서 발생하는 불량에 대해 이전 공정에서 이미 투입된 모든 공정의 가공비용을 합한 누적 재가공 비용을 전통적으로 사용되어 온 제조비용 최적화 모델에 추가한 것이다. 이는 일반적인 제조공정에서 마무리 공정으로 갈수록 제품 불량에 따른 비용손실이 크다는 기본 사실을 공차 최적화에 반영한 것이다.

피스톤-실린더 조립 예의 공차 최적화 결과 얻어진 최적 조건에서 추가된 누적 재가공 비용이 전체 제조비용에서 차지하는 비율은 피스톤의 경우 5.5%, 실린더의 경우 15.1%, 그리고 조립 전체에 대해서는 11.0%로 상당히 큰 값을 나타내었다. 각 공정별 누적 재가공 비율도 실린더쪽이 피스톤보다는 높게 나타났다. 누적 재가공 비용 모델을 이용한 경우 최적 가공공차는 마무리 공정으로 갈수록 전통 모델에 비해 상대적으로 큰 값을 나타내었는데 이러한 결과는 마무리 공정에 가까울수록 누적되는 재가공 비용이 크기 때문이다. 사용된 피스톤-실린더 예제의 경우 최종적으로 할당된 최적 설계공차는 누적 재가공 비용 모델이 전통 모델에 비해 피스톤 보다는 실린더 치수에 상대적으로 큰 공차를 할당하였다. 이러한 결과의 타당성을 검증하기 위해 사용된 공차 비용함수를 그래프로 확인한 결과 동일한 공차 값에 대해서는 전반적으로 실린더의 가공비용이 피스톤의 가공비용보다 높게 나타났다. 따라서 예제의 실린더는 피스톤보다



가공비용이 높은 비싼 부품이라 할 수 있으며 이러한 실린더에 상대적으로 큰 공차를 할당한 누적 재가공 비용 모델은 전통적으로 사용되어 온 공차비용 최적화 모델보다 제조공정의 기본 특성에 잘 부합함을 확인하였다.

### 참고문헌

- (1) Bjorke, O., 1989, *Computer Aided Tolerancing*, 2<sup>nd</sup> Ed., ASME Press.
- (2) Chase, K. W. and Parkinson, A. R., 1991, "A Survey of Research in the Application of Tolerance Analysis to the Design of Mechanical Assemblies," *Research in Engineering Design*, Vol. 3, pp. 23~37.
- (3) Lin, C. Y., Huang, W. H., Jeng, M. C. and Doong, J. L., 1997, "Study of an Assembly Tolerance Allocation Model Based on Monte Carlo Simulation," *Journal of Material Processing Technology*, Vol. 70, pp. 9~16.
- (4) Speckhart, F. H., 1972, "Calculation of Tolerance Based on a Minimum Cost Approach," *Journal of Engineering for Industry, Trans. of the ASME*, May, pp. 447~453.
- (5) Ashiagbor, A., Liu, H. C. and Nnaji, B.O., 1998, "Tolerance Control and Propagation for the Product Assembly Modeler," *International Journal of Production Research*, Vol. 36, No. 1, pp. 75~93.
- (6) Roy, U. and Fang, Y. C., 1997, "Optimal Tolerance Re-allocation for the Generative Process Sequence," *IIE Transactions*, Vol. 29, pp. 37~44.
- (7) Spotts, M. F., 1973, "Allocation of Tolerances to Minimize Cost of Assembly," *Trans. of the ASME*, August, pp. 762~764.
- (8) Chase, K. W., Greenwood, W. H., Loosli, B. G. and Hauglund, L. F., 1990, "Least Cost Allocation for Mechanical Assemblies with Automated Process Selection," *Manufacturing Review*, Vol. 3, No. 1, pp. 49~59.
- (9) Lee, J. and Johnson, G. E., 1993, "Optimal Tolerance Allotment Using a Genetic Algorithm and Truncated Monte Carlo Simulation," *Computer-Aided Design*, Vol. 25, No. 9, pp. 601~611.
- (10) Tang, G. R., Kung, R. and Chen, J. Y., 1994, "Optimal Allocation of Process Tolerances and Stock Removals," *International Journal of Production Research*, Vol. 32, No. 1, pp. 23~35.
- (11) Fainguelemt, D., Weill, R. and Bourdet, P., 1986, "Computer Aided Tolerancing and Dimensioning in Process Planning," *Annals of the CIRP*, Vol. 35, No. 1, pp. 381~386.
- (12) Li, J. K. and Zhang, C., 1989, "Operational Dimensions and Tolerances Calculation in CAPP Systems for Precision Manufacturing," *Annals of the CIRP*, Vol. 38, No. 1, pp. 403~406.
- (13) He, J. R., 1991, "Tolerancing for Manufacturing via Cost Minimization," *International Journal of Machine Tools and Manufacturing*, Vol. 31, No. 4, pp. 455~470.
- (14) Fraticelli, B. P., Lehtihet, E. A. and Cavalier, T. M., 1997, "Sequential Tolerance Control in Discrete Parts Manufacturing," *International Journal of Production Research*, Vol. 35, No. 5, pp. 1305~1319.
- (15) Dong, Z. and Hu, W., 1991, "Optimal Process Sequence Identification and Optimal Process Tolerance Assignment in Computer-aided Process Planning," *Computers in Industry*, Vol. 17, pp. 19~32.
- (16) Zhang, C., Wang, H. P. and Li, J. K., 1992, "Simultaneous Optimization of Design and Manufacturing-Tolerance with Process(Machine) Selection," *Annals of the CIRP*, Vol. 41, No. 1, pp. 569~572.
- (17) Al-Ansary, M. D. and Deiab, L. M., 1997, "Concurrent Optimization of Design and Machining Tolerances Using the Genetic Algorithms Method," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 37, No. 12, pp. 1721~1731.
- (18) Zhang, G., 1996, "Simultaneous Tolerancing for Design and Manufacturing," *International Journal of Production Research*, Vol. 34, No. 12, pp. 3361~3382.
- (19) 최진호, 이세정, 최동훈, "기구 시스템의 신뢰성을 고려한 공차최적설계," 대한기계학회논문집(A), 제 23 권, 제 5 호, 1999, pp. 751~762.
- (20) Wei, C.C., 1997, "Designing Process Tolerances to Minimize Loss of Nonconforming Parts," *Components, Hybrids, and Manufacturing Technology, Part C, IEEE Transactions on*, Vol. 20, No. 4, pp. 312~316.
- (21) Creveling, C.M., 1997, *Tolerance Design: A Handbook for Developing Optimal Specifications*, Addison Wesley Longman, Inc., pp. 51~100.
- (22) Schilling, R. J. and Harris, S. L., 2000, *Applied Numerical Methods for Engineers Using MATLAB and C*, Brooks/Cole, pp. 637~641.