

# 모드해석과 관측기에 의한 볼스크류 온도분포의 실시간 예측

안중용\* · 김태훈\* · 정성종\*\*  
(2000년 6월 20일 접수)

## Real Time Estimation of Temperature Distribution of a Ball Screw System Using Modal Analysis and Observer

Joong-Yong Ahn, Tae-Hoon Kim and Sung-Chong Chung

**Key Words :** Ball Screw(볼스크류), Modal Analysis(모드해석), Observer(관측기), State Space Equation(상태공간방정식), Temperature Field(온도장), Thermal Deformation(열변형)

### Abstract

Thermal deformation of a machine tool structure can be evaluated from the analysis of the whole temperature field. However, it is extremely inefficient and impossible to know the whole temperature field by measuring temperatures at every point. So, the temperature estimator is required, which can predict the whole temperature field from the temperatures of just a few points. In this paper, a 1-dimensional heat transfer problem is modeled with modal analysis and state space equations. And then the state observer is designed to estimate the intensity of heat source and the whole temperature field in real time. The reliability of the estimator is verified by making comparison between solutions obtained from the proposed method and the exact solutions of examples. The proposed method is applied to the estimation of temperature distribution in a ball screw system.

### 기호설명

$A$  : 부재의 단면적  
 $a_H$  : 열원의 위치 ( $0 \leq a_H \leq L$ )  
 $B_L, B_R$  :  $x$ 에 대한 선형 제차 미분연산자  
 $h$  : 대류열전달계수  
 $k$  : 열전도계수  
 $L$  : 관측기 이득 행렬 ( $N \times 1$ )  
 $L_{cond}$  : 전도에서 미분연산자,  $-\frac{\partial^2}{\partial x^2}$   
 $L_{conv}$  : 대류에서 미분연산자,  $-\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{hP}{kA}$   
 $M$  :  $1/\alpha$   
 $M_o$  : 가관측성행렬  
 $N$  : 모델링에 쓰이는 모드의 개수

$N_n(t)$  : n 번째 모드와 관련된 일반화된 열입력  
 $P$  : 부재의 주변길이  
 $Q(x, t) : \frac{q(t)}{k} \delta(x - a_H)$   
 $q(t)$  : 단면적 당 발생된 에너지  
 $T_\infty$  : 주위온도  
 $\alpha$  : 열확산계수,  $k / \rho c$   
 $A$  :  $\alpha \lambda^2$   
 $\eta_n(t)$  : 시간에 따라 변하는 일반화된 좌표

### 1. 서론

최근 기계 가공시스템의 핵심을 이루는 공작기계에 대해서 한층 더 무인화, 고정도화, 고속화가 요구되고 있다. 공작기계 열변형에 의한 가공오차는 전체 가공 오차의 40-70%를 차지할 만큼 가공정도를 지배하는 매우 중요한 문제로 대두되고 있다. 실제로 공작기계의 내적, 외적 열원은 공작기계의 열-탄성 변형을 야기시키고 최종적으로 공작

\* 한양대학교 대학원 기계설계학과

\*\* 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : chung@email.hanyang.ac.kr

TEL : (02)2290-0444 FAX : (02)2298-4634

물의 기하학적 오차를 유발시킨다.<sup>(1)</sup>

공작기계 열변형에 대한 대책은 공작기계 설계 개선과 오차 보정기술로 나눌 수 있다. 설계 개선에 의한 방법은 시간과 비용이 많이 요구되며 열변형 오차를 완전히 제거할 수 있는 완벽한 설계법은 존재하지 않는다. 따라서 공작기계 열변형에 대한 효과적인 대책으로 열변형 모델에 의한 공작기계 오차 보상에 관한 연구가 활발히 이루어지고 있다.<sup>(2)</sup> 오차 보상의 정밀도는 가공 도중에 공구와 공작물 사이의 상대 변위를 실시간으로 측정할 수 없기 때문에 미리 구축된 열변형 예측 모델의 정확도에 의해 결정된다. 기존의 연구에서는 직관적으로 결정된 온도 센서 위치로부터 측정되는 온도 데이터와 변위 데이터 사이의 관계를 경험적인 모델로 결정하는 방법을 이용하였다. 이 방법은 경험적인 모델을 얻기 위하여 많은 실험 데이터를 요구하며, 학습 데이터를 획득한 실험 조건에 대해서는 잘 들어맞지만 그 외의 실험조건에서는 오차가 커지는 경향이 있다.<sup>(3)</sup> 이러한 단점을 극복하기 위해서는 열변형 모델 구축 과정을 해석적으로 접근할 필요가 있다. 해석적 접근으로는 유한 요소법 및 유한 차분법을 이용한 연구<sup>(4)</sup>가 이루어진 바 있지만 해의 부정확성과 해석에 걸리는 시간 때문에 실시간 오차 보정에는 부적합하다. 따라서 실제로 측정된 몇점의 온도로부터 전체 온도장을 실시간으로 정확히 추정하고 그로부터 열변형을 계산하는 새로운 해석적 접근법이 필요하다.

기존 연구들로 Osman<sup>(5)</sup> 등은 공작기계 열변형에 대해 IHP(Inverse Heat Problem)을 이용하여 일반화된 모델을 제시하였고, Hori<sup>(6)</sup> 등은 반 무한 평면에서의 단위 열원에 대한 응답을 이용하여 공작기계 열원의 위치, 세기 및 열변형량을 추정하였다. Tandy<sup>(7)</sup> 등은 이를 확장하여 열전도 문제에 고유치 축소 기법을 이용하는 역열전도(Inverse Heat Conduction Problem) 문제 해결을 시도하였다. 그러나 기존의 연구들은 제한된 시험 입력에 대해서만 정확한 해를 제공하거나 연속적인 전체 온도장에 대한 접근이 없었고 실시간으로 온도를 추정하기 힘든 단점이 있다.

본 논문에서는 공작기계 볼스크류의 온도 분포에서 발생할 수 있는 1 차원 열전달 문제를 모드 해석을 이용하여 연속적인 상태공간 방정식으로 모델링한다. 시험 열 입력과 몇 개의 온도 데이터의 상호 상관을 이용하여 열원 위치를 추정한 후 제안된 수정 Bass-Gura 방법을 이용하여 상태 관측기를 설계한다. 이를 이용하여 몇점의 온도측정으로부터 열원의 세기와 전체 온도장을 추정한다.

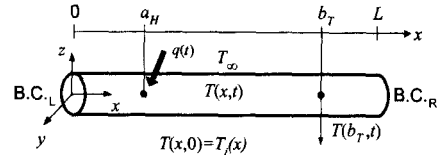


Fig. 1 1-dimensional heat problem

전도 및 대류 문제에서 제시된 방법과 엄밀해를 비교하여 그 정확성을 검증하고, 머시닝센터 볼스크류의 온도분포 추정에 이를 적용하였다.

## 2. 모델링

### 2.1 모드해석

#### 2.1.1 전도 열전달 문제

본 논문에서 고려할 열전달 문제는 Fig. 1 과 같다. 반경방향의 온도구배를 무시할 수 있고 표면에서의 대류열전달 계수가  $h$  인 1 차원 전도열전달의 지배방정식은 식 (1)과 같고 경계조건은 식 (2)로 주어진다.

$$-\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + \frac{hP}{kA}[T(x,t) - T_\infty] + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{q(t)}{k} \delta(x - a_H) \quad (1a)$$

$$T(x,0) = T_i(x) \quad (1b)$$

#### a. 온도 경계조건

$$T(0,t) = T_{Left}(t), \quad T(L,t) = T_{Right}(t) \quad (2a)$$

#### b. 단열 경계조건

$$\left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (2b)$$

#### c. 대류 경계조건

$$-kA \left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = hA[T_\infty - T(0,t)]$$

$$-kA \left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=L} = hA[T(L,t) - T_\infty] \quad (2c)$$

기계 구조물의 진동해석에서 쓰이는 모드해석을 열전달 문제에 적용시키기 위해 대류 경계조건을 제외한 식 (2)의 비제차 경계조건을 제차 경계조건으로 변환시켜야 한다. 먼저 대류 열전달 계수가 0 일 때의 식 (1)과 식 (2)를 일반적으로 나타내면 다음 식과 같다.

$$L_{cond}[T(x,t)] + M \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = Q(x,t) \quad (3a)$$

$$B_L[T(x,t)]_{x=0} = l(t), \quad B_R[T(x,t)]_{x=L} = r(t) \quad (3b)$$

식 (3b)를 제차 경계조건으로 바꾸기 위해 다음을 가정한다.

$$T(x,t) = \Theta(x,t) + g(x)l(t) + h(x)r(t) \quad (4)$$

여기서 함수  $g(x)$  와  $h(x)$  는 경계조건이 제차가 되도록 선택되어야 한다. 식 (4)를 식 (3)에 대입하면 다음과 같은 비제차 미분방정식이 구해진다.

$$\begin{aligned} L_{cond}[\Theta(x,t)] + M \frac{\partial \Theta(x,t)}{\partial t} \\ = Q(x,t) - \{l(t)L_{cond}[g(x)] + \dot{l}(t)Mg(x)\} \\ - \{r(t)L_{cond}[h(x)] + \dot{r}(t)Mh(x)\} \end{aligned} \quad (5)$$

변수분리와 확장정리(expansion theorem)를 이용하여 식 (5)의 해를 식 (6)으로 가정하면, 식 (7)과 같은 무한개의 비연성 상미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\Theta(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n(x)\eta_n(t) \quad (6)$$

$$\dot{\eta}_n(t) + \Lambda_n \eta_n(t) = N_n(t), \quad n = 1, 2, \dots \quad (7)$$

여기서  $N_n(t)$  은 식 (8),  $G_n$ ,  $G_n^*$ ,  $H_n$ ,  $H_n^*$ ,  $Q_n(t)$  는 식 (9), 초기조건은 식 (10)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} N_n(t) = Q_n(t) - \{G_n^*l(t) + G_n\dot{l}(t)\} \\ - \{H_n^*r(t) + H_n\dot{r}(t)\} \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} G_n &= \int_0^L \theta_n(x)Mg(x)dx \\ G_n^* &= \int_0^L \theta_n(x)L_{cond}[g(x)]dx \\ H_n &= \int_0^L \theta_n(x)Mh(x)dx \\ H_n^* &= \int_0^L \theta_n(x)L_{cond}[h(x)]dx \end{aligned} \quad (9)$$

$$Q_n(t) = \int_0^L \theta_n(x)Q(x,t)dt \quad n = 1, 2, \dots$$

$$\eta_n(0) = \int_0^L M\theta_n(x)\Theta(x,0)dx \quad (10)$$

### 2.1.2 대류 열전달 문제

부재의 반경방향 표면에 대류가 존재하는 경우, 식 (1)은 다음과 같이 일반화될 수 있다.

$$L_{conv}[T_{em}(x,t)] + M \frac{\partial T_{em}(x,t)}{\partial t} = Q(x,t) \quad (11)$$

여기서,  $T_{em}(x,t) = T(x,t) - T_{\infty}$  이다. 전도열전달 모델과 같은 과정을 거쳐  $T_{em}(x,t)$  에 대한 문제를  $\Theta(x,t)$  에 대한 비제차 미분방정식과 제차 경계조건으로 구성된 문제로 바꾼다. 만일 경계조건과 열입력이 전도열전달 모델과 같은 경우라면 대류 열전달 모델과 전도열전달 모델간의 차이는 고유치와 식 (9)의  $G_n^*$  와  $H_n^*$  값에서 나타난다.

### 2.2 모드축소를 이용한 상태공간방정식

관측기를 이용해 한 점의 온도 측정점으로부터 열입력의 세기와  $x$  구간 전체의 온도를 추정하기 위해 비연성화된 식 (7)을 상태공간방정식으로 나타낸다. 그러나 무한개의 모드로 상태공간방정식을 만들기는 불가능하기 때문에, 모드축소가 필요하다. 주요 모드 선택의 근거를 부여하기 위해 다음과 같은 방법을 이용한다.  $x = a_H$  에서 일정한 열입력  $q_{const}$  가 들어오고 양끝단이 등온경계조건인 경우, 식 (7)에 대한 해는

$$\eta_n(t) = \frac{\theta_n(a_H)}{\Lambda_n} (1 - e^{-\Lambda_n t}) \frac{q_{const}}{k} \quad (12)$$

가 된다. 여기서  $\theta_n(a_H)$  은 열입력의  $n$  번째 모드에 대한 기여도를 나타낸다. 위의 결과로부터 정상상태에서의 시스템 전체의 열용적(heat content)<sup>(7)</sup>을 식 (13)으로 정의하고, 모드 축소를 위한 기준  $s_N$  을 식 (14)와 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \int_0^L \Theta(x,t)M\Theta(x,t)dx = \left( \frac{\theta_1^2(a_H)}{\Lambda_1^2} + \frac{\theta_2^2(a_H)}{\Lambda_2^2} \right. \\ \left. + \frac{\theta_3^2(a_H)}{\Lambda_3^2} + \dots \right) \frac{q_{const}^2}{k^2} \end{aligned} \quad (13)$$

$$s_N^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\theta_i(a_H)}{\Lambda_i} \right)^2 \quad (14)$$

$\theta_i(a_H)$  가 0 인 모드는 제외하고 1 에서부터  $N$  을 증가시키면서 다음의 수렴성이 만족되도록  $N$  을 선택한다.

$$\frac{s_N}{s_{N+1}} \geq \beta, \quad 0 < \beta < 1 \quad (15)$$

여기서  $\beta$  는 상대적으로 정확한 결과를 얻기 위한  $s_N$  의  $s_{N+1}$  에 대한 비이다. 식 (15)로부터 모델링에 참여할 모드 수를 결정한 뒤  $\eta_i$  를 상태변수로 놓으면, 선택된 유한개의 모드로 다음과 같은 상태공간방정식이 구성된다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) - \mathbf{D}z(t) \quad (16)$$

여기서,

$$\mathbf{x}(t) = \{\eta_1(t) \ \eta_2(t) \ \cdots \ \eta_N(t)\}^T, \quad u(t) = \frac{q(t)}{k}$$

$$\mathbf{z}(t) = [l(t) \ \dot{l}(t) \ r(t) \ \dot{r}(t)]^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \square & & & & & \\ & -A & & & & \\ & & \square & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_1 & & & & & \\ & -A_2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & & & \\ & & & & & -A_N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = [\theta_1(a_H) \ \theta_2(a_H) \ \cdots \ \theta_N(a_H)]^T$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \leftarrow \mathbf{D}_1 \rightarrow \\ \leftarrow \mathbf{D}_2 \rightarrow \\ \vdots \\ \leftarrow \mathbf{D}_N \rightarrow \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1^* & G_1 & H_1^* & H_1 \\ G_2^* & G_2 & H_2^* & H_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_N^* & G_N & H_N^* & H_N \end{bmatrix}$$

그리고  $b_T (0 \leq b_T \leq L)$  지점에 온도센서가 위치 한다면 출력  $y(t)$  는 식 (17)과 같다. 이때, 온도센서 위치  $b_T$  는 가관측성 행렬의 랭크(rank)가  $N$  이 되는 위치중의 한 곳으로 선택한다.

$$y(t) = T(b_T, t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{E}z(t) \quad (17)$$

여기서,

$$\mathbf{C} = [\theta_1(b_T) \ \theta_2(b_T) \ \cdots \ \theta_N(b_T)]$$

$$\mathbf{E} = [g(b_T) \ 0 \ h(b_T) \ 0]$$

### 3. 관측기 설계

온도장을 추정하기 위해서는 열원의 세기를 알아야 한다. 공작기계 상에서 열원의 세기를 규명한 여러 연구들<sup>(10)</sup>이 있으나 이들은 열원에 영향을 미치는 여러 가지 요인들에 대한 가정으로 정확성이 떨어진다. 그러므로 온도 측정 정보로부터의 열원에 대한 정확한 해석적인 해가 필요하다. 열원 위치에 대한 정보로부터 행렬  $\mathbf{B}$  가 알려지면 관측기 시스템과 플랜트 시스템은 각각 식 (18)와 (19)로 표현할 수 있다.

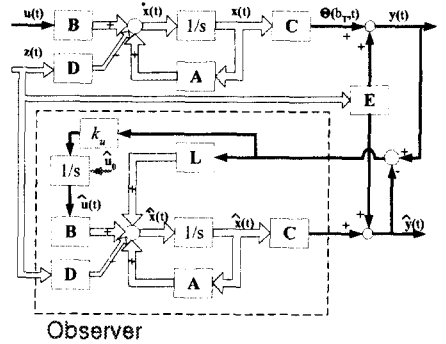


Fig. 2 Block diagram of combined system

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{x}}(t) &= [\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}]\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\hat{u}(t) \\ &\quad - \mathbf{D}z(t) + \mathbf{L}[y(t) - \mathbf{E}z(t)] \end{aligned} \quad (18)$$

$$\hat{y}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{E}z(t), \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}_0$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) &= [\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}]\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ &\quad - \mathbf{D}z(t) + \mathbf{L}[y(t) - \mathbf{E}z(t)] \end{aligned} \quad (19)$$

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{E}z(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

열입력  $u(t)$  가 식 (20)과 같이 미소시간동안 일정하다고 가정하면 열원 추정값에 대한 모델은 식 (21)이 된다.

$$\frac{du(t)}{dt} = 0, \quad u(0) = u_0 \quad (20)$$

$$\frac{d\hat{u}(t)}{dt} = k_u[y(t) - \hat{y}(t)], \quad \hat{u}(0) = \hat{u}_0 \quad (21)$$

식 (18)~(21)을 이용하면 최종적으로 다음과 같은 오차 시스템의 방정식이 얻어진다. Fig. 2 는 위에서 서술한 관측기와 플랜트가 결합된 블록선도이다.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} e_s(t) \\ \varepsilon_s(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C} & \mathbf{B} \\ -k_u\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_s(t) \\ \varepsilon_s(t) \end{pmatrix} \quad (22)$$

여기서,

$$e_s(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t), \quad \varepsilon_s(t) = \hat{u}(t) - u(t).$$

식 (22)에서 오차시스템 행렬은 비연성화가 불가능하기 때문에 열원 입력을 추정하기 위해 도입한 이득  $k_u$  도 전체 관측기 시스템의 안정성에 영향을 주게 된다. 따라서 일반적인 선형제어시스템의 관측기 설계에서 제어기와 관측기 시스템의 이

특이 독립적으로 결정되는 것과는 달리, 상태변수 추정 이득 행렬  $L$  과 열원 입력 추정 이득  $k_u$  는 동시에 결정되어야 한다. 이를 위해 선형제어시스템의 관측기이득 결정법인 Bass-Gura 방법<sup>(8)</sup>을 수정한 이득 결정법을 식 (23)과 같이 제안한다.

$$\begin{bmatrix} L \\ k_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{J}^T \mathbf{M}_o & \mathbf{J}^T \mathbf{M}_o \mathbf{B} \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^{-1} (\mathbf{a}_o - \mathbf{a}_p) \quad (23)$$

$\mathbf{a}_p$  는 플랜트 특성방정식의 계수로 구성된 벡터이고,  $\mathbf{a}_o$  는 관측기 특성방정식의 계수로 구성된 벡터이다. 또한  $\mathbf{J}$  는 플랜트 특성방정식의 계수로 구성된 행렬로 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & a_{N-1} & a_{N-2} & \dots & a_1 \\ 0 & 1 & a_{N-1} & \dots & a_2 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 1 & a_{N-1} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

여기서,  $a_i$  는 벡터  $\mathbf{a}_p$  의 요소이다.

#### 4. 제안된 방법의 검증

제안된 추정방법을 검증하기 위해 Fig. 3 과 같이 양쪽 등은 경계조건을 갖는 1 차원 부재의 전도열전달 모델의 열입력과 전체온도장을 추정하였다. 부재의 크기, 경계조건 및 물성치는 아래와 같이 결정하였다. 초기조건은 해석 전 구간에 대해서  $20^\circ\text{C}$ , 경계조건  $T_{Left(t)}$ ,  $T_{Right(t)}$  는 모두  $20^\circ\text{C}$  로 일정하다. 부재의 길이  $L$  은  $0.5\text{m}$ , 열원 위치  $a_H$  는  $0.3\text{m}$ , 열전도 계수  $k$  는  $60.5\text{W/m}^\circ\text{C}$ , 열확산계수  $\alpha$  는  $1.67 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$ , 열원의 크기  $q(t)$  는  $10\text{kW/m}^2$  이다.

제안된 방법을 이용하여 관측기를 설계하는 절차는 Fig. 4 와 같다. 2 절에서 서술된 방법을 이용하여 수학적모델을 얻고 고유치와 고유함수를 구한 후, 식 (6)-(10)을 계산한다. 식 (15)에서  $\beta$  를 0.9995 로 정하면 7 번째 모드까지 상태공간방정식

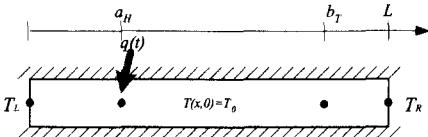


Fig. 3 Conduction problem

모델에 참여시키게 된다. 7 개 모드를 사용한 상태공간방정식으로부터 주어진 열원에 대한 전체 온도장을 Fig. 5 에, 미분방정식을 풀어서 구한 온도장을 Fig. 6 에 나타내었다.

온도센서의 위치는 가관측성을 위한 온도 센서 위치 선정법에 따라  $x=0.43$  으로 지정되었다. 상태변수 추정치의 초기값을 0 으로 하고 관측기 특성방정식의 근은 시스템 극점보다 빠른 극점을 갖도록 식 (25)와 같이 결정하였다.

$$\mu_i = 3A_N, \quad \mu_{n+1} = \mu_n + 1, \quad n=1,2,\dots,N \quad (25)$$

Fig. 7 은 열입력, 상태변수, 온도센서 위치에서의 온도에 대해 시스템 모델로부터의 실제값과 관측기를 이용한 추정값을 나타낸 것이다. 5 분 이내에 추정치가 안정되어 볼스크류 온도분포의 실시간 추정이 잘 이루어지고 있음을 알 수 있다.

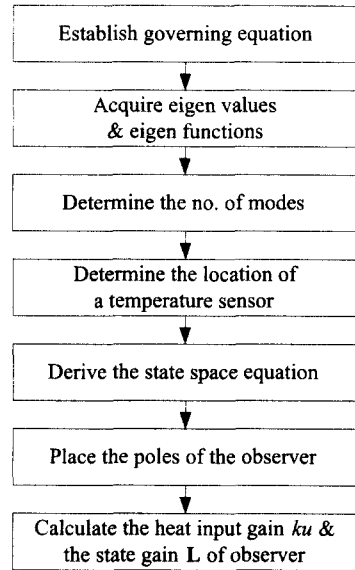


Fig. 4 Flow chart of observer design

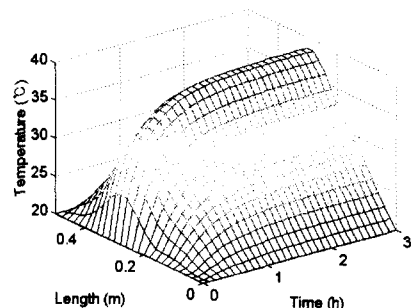


Fig. 5 Temperature field (state space model)

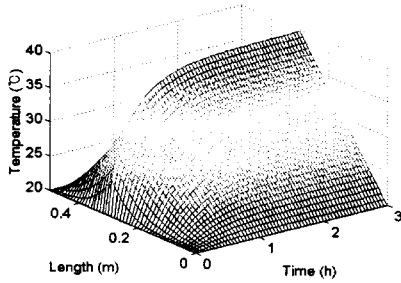
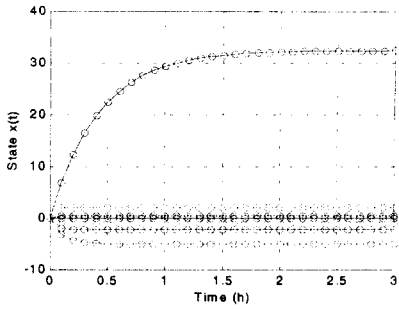
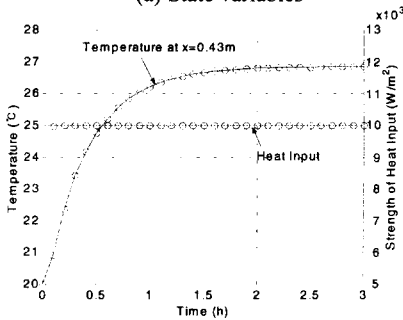


Fig. 6 Temperature field (exact solution)



(a) State variables



(b) Heat input intensity and temperature at  $x = 0.43$

Fig. 7 Estimated results (o : estimates)

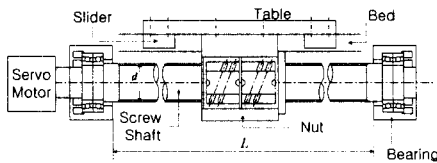


Fig. 8 Schematic diagram of an actual ball screw

Table 1 Specifications of ball screw

Material	SCM415H
Diameter ( $d$ )	$40 \times 10^{-3}$ m
Screw length ( $L$ )	0.5 m
Heat capacity ( $C$ )	5700 J/°C
Thermal diffusivity ( $\alpha$ )	$1.67 \times 10^{-5}$ m <sup>2</sup> /s
Heat conductivity ( $k$ )	60.5 W/m°C

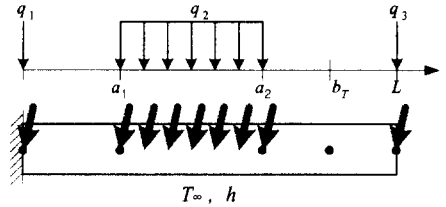


Fig. 9 Simulation model of ball screw

### 5. 볼스크류 시스템 온도분포 추정

제안된 방법을 이용하여 Otuska 등<sup>(9)</sup> 이 실험한 Fig. 8 과 같은 볼스크류 시스템의 온도 분포를 추정하였다. Table 1 은 볼스크류 시스템의 사양이다.

볼스크류의 너트가 일정 구간을 일정한 속도로 왕복하는 경우, 경계 조건과 열입력을 Fig. 9 와 같이 모델링하였다. 모터측 경계조건은 대류에 의한 열발산과 서보모터에서 발생하는 열유입이 서로 상쇄되어 열출입이 없는 단일 경계조건으로 가정하였고, 모터 반대측은 주위에 노출되어 있으므로 대류경계조건으로 가정하였다. 너트의 왕복운동으로 인한 마찰로 발생하는 열입력은 너트가 움직이는 구간에 대해 균일하게 분포된 형태로 존재한다고 가정한다. 너트의 왕복운동 구간이  $a_1$  에서  $a_2$  까지로 고정된 경우, Otuska<sup>(9)</sup>의 실험 결과로부터 식 (26)을 유도할 수 있다. 여기서 실제 마찰토크는 기계작동후 대략 1 시간정도 지난 후 정상상태에 도달하지만 과도상태와 정상상태의 마찰토크사이의 차이가 정상상태의 마찰토크의 10%미만므로 본 논문에서는 시간에 대해 일정하다고 가정한다. 또한 Kakino<sup>(10)</sup>의 실험 결과로부터 볼스크류의 양쪽 베어링부에서 발생하는 마찰로 인한 열입력의 크기는 너트부에서 발생하는 열입력의 크기에 대해 일정한 비율을 가짐을 알 수 있다. 따라서 양쪽 베어링부에서 발생하는 열입력의 크기가 동일하다고 가정하면, 식 (27)과 같이 나타낼 수 있다. 결국 미지의 분포열입력과 점열입력들은 하나의 상수항으로 표현되고, 한점에서의 온도를 측정하므로 볼스크류시스템의 열시스템은 본 논문에서 제안한 방법의 대상인 단일입력 단일출력(SISO) 시스템으로 가정할 수 있다. 4 절의 검증문제에서 1 개의 점열원이 존재하는 것과 볼스크류시스템에서 분포열원과 2 개의 점열원이 존재하는 것의 차이는 식 (18), (19)의 행렬 **B** 에 반영된다.

$$q_{nut}(t) = \frac{n \cdot \pi}{30} \cdot T_f(t) \cdot z \cdot \frac{a_2 - a_1}{L} \quad (26)$$

여기서,  $n$  = 회전수 (rpm)  
 $T_f(t)$  = 마찰 토크 (Nm)  
 $z$  = 동작시간비(motion ratio)

$$q_{\text{Bearing}} = \frac{1}{r} q_{\text{Nur}} \quad (27)$$

500rpm 으로 회전하는 볼스크류에 대해 너트부의 예압량이 1960N 일 경우, 마찰토크는 3200Nm, 동작시간비는 0.83, 너트이송구간은 0.124-0.376m, 온도센서의 위치는 0.43m, 주위온도 및 초기온도는 20℃, 대류계수는 27.5W/m<sup>2</sup>℃이다.<sup>(9)</sup> 또한 Kakino 의 실험으로부터 너트부 발열량과 베어링부 발열량 사이의 비는 1/20 으로 하였다.<sup>(10)</sup>  $\beta$ 를 0.9995 로 정했을 때 얻어진 6 개의 모드를 이용하여 상태공간 방정식으로 모델링한 온도분포를 Fig. 10 에 나타낸다. Fig. 11, 12 는 제안된 방법을 사용하여 열입력과 상태변수, 온도에 대한 추정치를 나타낸 것이다.

모든 계산은 Pentium 500MHz 프로세서를 장착한 개인용 컴퓨터에서 이루어졌다. 제안된 방법은 하나의 온도측정 후 바로 열원 및 온도를 추정하는 것으로서 한 스텝의 추정에 소요되는 계산 시간은 133nsec 에 불과하다. 온도를 측정하는 주기를 36 초로 하였을 때 결과로부터 열원 입력의 추정은 정상상태에 이르기까지 10 분이 걸렸지만, 온도는 시간지연이 거의 없이 잘 추정하고 있음을 확인할 수 있다.

본 연구의 최종 목표는 볼스크류의 온도장을 추정하고 그로부터 볼스크류의 열변형을 예측하여 실시간 보상하는 것이다. 관측기에 의해 전체 온도장이 실시간으로 거의 정확히 추정되고 열변형량은 간단한 적분을 통해 계산될 수 있기 때문에, 제안한 방법은 볼스크류 열변형의 실시간 보상에 적합한 방법이다.

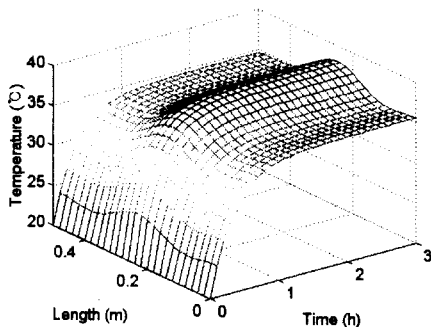
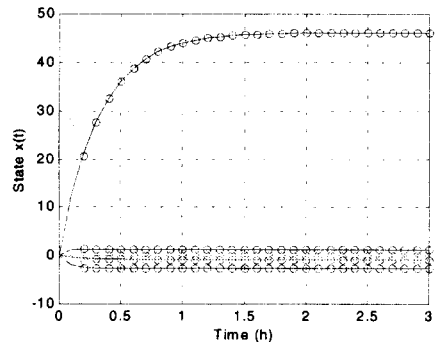


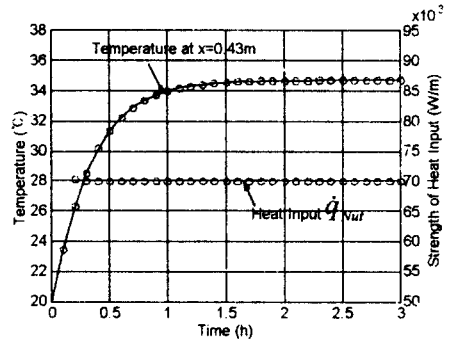
Fig. 10 Temperature distribution (State space model)

## 6. 결론

본 논문에서는 머시닝 센터의 볼스크류 온도 분포를 실시간으로 추정하기 위하여 1 차원 열전달 문제에 대한 IHP 접근을 시도하였다. 먼저, 1 차원 열전달 문제를 모드축소와 상태공간 방정식을 이용하여 모델링하였다. 또한 미지의 열원에 대하여 수정된 Bass-Gura 방법을 사용하여 1 점의 온도 측정치로부터 실시간으로 전체 온도장을 추정할 수 있는 관측기를 설계하였다. 상태공간방정 식을



(a) State variables



(b) Heat input intensity and temperature at  $x=0.43$

Fig. 11 Estimated results (o : estimates)

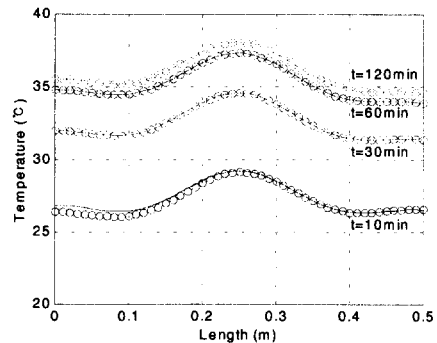


Fig. 12 Estimated change of axial temperature (o : estimates)

이용한 온도 분포와의 비교를 통해 관측기의 성능을 검증하였고, 본 논문에서 제안하고 있는 방법을 통해 FEM 또는 FDM 을 이용한 해석적 방법의 단점으로 지적되는 실시간 적용에의 한계를 극복할 수 있음을 확인하였다. 제안된 방법을 이용하여 머시닝센터의 볼스크류에 적용한 결과 너트부와 베어링부의 열원을 추정하고 그로부터 볼스크류 시스템의 온도분포를 실시간으로 추정할 수 있었다.

### 참고문헌

- (1) Bryan, J., 1990, "International Status of Thermal Error Research," *Annals of the CIRP*, Vol. 39, No. 2, pp. 645~656.
- (2) Chen, J. S., Yuan., J. X., Ni, J., and Wu, S. M., 1993, "Real-time Compensation for Time-Variant Volumetric Errors on a Machining Center," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 115, No. 12, pp. 472~479.
- (3) Chen, J. S. and Ling, C. C., 1996, "Improving the Machine Accuracy Through Machine Tool Metrology and Error Correction," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 11, pp. 198~205.
- (4) Chung, S. C. and Park, J. K., 1992, "Thermal Expansion Analysis of the Ball Screw System by Finite Difference Methods," *KSPE*, Vol. 9, No. 4, pp. 44~57 (in Korean).
- (5) Fraser, S., Attia, M. H., and Osman, M. O. M., 1998, "Modeling, Identification and Control of Thermal Deformation of Machine Tool Structures, Part 1: Concept of Generalized Modeling," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 120, pp. 623~631.
- (6) Hori, S., Nishiwaki, N., and Ishitomi, K., 1997, "Study on Estimating Thermal Deformation of Machining System," *JSME(C)*, Vol. 63, No. 608, pp. 1391~1396 (in Japanese).
- (7) Tandy, D. F., Trujillo, D. M., and Busby, H. R., 1986, "Solution of Inverse Heat Conduction Problems using an Eigenvalue Reduction Technique," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 10, pp. 597~617.
- (8) Friedland, B., 1987, *Control System Design* (An Introduction to State-Space Methods), 2nd Ed. McGraw-Hill, John Wiley & Sons, Inc, pp. 259~267.
- (9) Otsuka, J., Fukada, S., and Obuchi, N., 1984, "A Study of Thermal Expansion of Ball Screw -In case of Constant Preload-, " *Precision Machine*, Vol. 50, No. 4, pp. 646~651(in Japanese).
- (10) Kakino, Y. and Mori, K., 1988, "A Study of Compensation of Thermal Displacement of the Ball Screw in NC Machine Tools," *JSPE*, Vol. 54, No. 9, pp.1753~1758(in Japanese).