

속도경계제어를 이용한 축방향 주행 현의 횡진동 제어

류 두 현* · 박 영 필**

(2000년 6월 19일 접수)

Transverse Vibration Control of an Axially Moving String by Velocity Boundary Control

Doo-Hyun Ryu and Young-Pil Park

Key Words: Axially Moving String(축방향 주행 현), Velocity Boundary Control(속도경계제어), Vibration Control(진동제어), Sliding Mode Control(슬라이딩 모드제어), Energy Flux(에너지 유동)

Abstract

In this study, the time varying boundary control using the right boundary transverse motion is suggested to stabilize the transverse vibration of an axially moving string on the basis of the energy flux between the moving string and the boundaries. The effectiveness of the active velocity boundary control is showed through the FDM simulation results. Sliding mode control is adopted in order to achieve velocity tracking control of the time varying right boundary to dissipate vibration energy of the string effectively. Optical sensor system for measuring the transverse vibration of an axially moving string is developed, and the angle of the incident wave to the right boundary, which is the input of the velocity boundary controller, is obtained. Experimental research is carried out to examine the validity and the performance of the transverse vibration control using the suggested velocity right boundary control scheme.

1. 서 론

많은 기계기구들에서 가늘고 이동·주행하는 연속체 요소를 동력, 재료, 또는 정보의 전달 수단으로 사용하기도 하고, 일종의 교통수단에 이용하기도 하거나, 생산가공에 이용하기도 하고 있다. 이 중에서도 축방향으로 주행하는 현의 모델은 역학계에서 많이 사용되는 것 중의 하나이다.

축방향 주행 현의 메커니즘을 이용한 기계요소들은 많은 장점과 다양한 응용성에도 불구하고, 운동중에 발생하는 진동과 소음이 그 많은 실제

적 적용에 제한 요소가 되고 있으며, 특히 경량화 및 고정밀도를 요구하면서 동시에 연속체가 고속 주행하여야 하는 경우는 더욱 그러하다.

이러한 메커니즘을 사용하는 기계계의 성능향상을 위해서는 주행 요소의 진동을 저감시키기 위한 방법의 도입이 필수적인 것으로, 축방향으로 주행하는 현의 동특성 해석과 안정성 연구, 그리고 능동 및 수동적인 현의 횡진동 제어방법의 개발에 관한 연구가 오랜 기간에 걸쳐 최근까지도 활발히 진행되어 오고 있다.

1958년 Archibald과 Emslie⁽¹⁾는, 동력전달용 체인이나 벨트를 축방향으로 균일한 운동을 하는 현으로 모델링하여 이를 수식적으로 유도하였으며, 주행속도에 따른 계의 고유진동수 변화와 강제진동의 문제를 연구하였다. 1968년 Vaughan⁽³⁾은 파흡수(wave absorption)를 통해 탄성계의 진동에너지를 소산시키는 파제어방법(wave control

* 회원, 한국원자력연구소 로봇연구실

E-mail : rdh@iname.com

TEL : (042)868-8838 FAX : (042)868-8833

** 회원, 연세대학교 기계공학과

method)을 범의 제어에 적용하였고, 1979년 Chen⁽⁴⁾ 등은 탄성체에 대한 경계제어를 처음으로 현에 적용하였으며, 1986년 Von Flotow⁽⁵⁾는 이를 대형우주구조물에 대해 적용하였다.

1988년 Wickert와 Mote⁽²⁾는 축방향으로 주행하는 연속체와 경계사이의 에너지 유동(flux)을 정식화하고, 경계내의 계의 에너지 변화율을 경계에서의 에너지 유동의 항으로 나타낼 수 있음을 밝혀 축방향 주행계에 대한 경계제어의 가능성을 제시하였다. 1996년 이승엽과 Mote⁽⁷⁾는 축방향 주행현계의 경계제어법으로 시변경계에 의한 힘제어방법을 제안하였으며, 현의 진동에너지를 최소화하는 시간-최적제어를 이론적으로 구현하였고, 안정한 경계제어기 설계의 유효성과 최적성을 수치계산을 통해 검토하였다. 1998년 Canbolat⁽⁹⁾ 등은 양단이 고정된 주행하지 않는 유연한 케이블(flexible cable)의 횡진동을 경계제어기와 경계에서의 파(wave)의 입사각을 측정할 수 있는 접촉식 측정기를 이용하여 적응제어 실험을 하였다. 최근 1999년 Queiroz⁽¹⁰⁾ 등은 기계적 가이드(mechanical guide)를 통해 제어력과 제어 토크를 현의 영역내에서 작용시켜 축방향으로 주행하는 현의 횡진동을 제어하기 위한 적응제어기를 설계하였으며 수치계산을 통해 그 제어성능을 확인하였다.

현재까지 이루어진 연구의 결과를 보면, 축방향으로 주행하는 현의 진동특성 해석 및 제어에 관한 이론적 연구는 상당한 진보가 있음을 알 수 있으나, 주행중인 현의 능동적인 횡진동제어에 있어 실제적인 구현을 고려한 연구는 그 개발의 여지가 많이 남아 있는 실정이다.

본 논문에서는, 축방향으로 주행하는 현과 그 경계사이에 발생하는 에너지 유동을 이용하여 축방향 주행현의 진동에너지를 감소시킴으로써 계를 안정화할 수 있는 횡진동 경계제어기를 설계하고, 시뮬레이션을 통해 설계한 경계제어기의 유효성을 검토한다. 주행현의 횡진동 측정과 작동기의 실제적 구현을 바탕으로 한 현실적 제어기로서, 슬라이딩 모드 제어를 이용하여 우측경계를 속도추종 제어하는 속도경계제어전략을 제시하며, 고정 및 주행중인 현에 대한 횡진동 제어 실험을 통하여 제시한 경계제어기의 유효성을 확인한다.

2. 축방향 주행현 횡진동의 경계제어

2.1 축방향 주행현 계의 모델

일정한 거리의 고정된 경계 사이를 Fig. 1(a)에 나타난 바와 같이 일정한 장력이 부가된 상태에서 축방향으로 등속 주행하는 현 계에 있어, 현의 미소변위(small displacement)의 횡진동에 의한 계의 기계적 에너지 $E(t)$ 는 식 (1)과 같이 구할 수 있다.

$$E(t) = \int_0^L \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right)^2 dx + \int_0^L \frac{1}{2} \rho A \left[v^2 + \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} + v \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (1)$$

여기서, $y(x,t)$ 는 현의 횡변위, L 는 경계간 거리, v 는 현의 주행속도, $c = \sqrt{T/\rho A}$ 는 파속도(wave velocity), T 는 현의 장력, ρA 는 현 재질의 단위길이 당 질량이다.

식 (1)의 우변 첫째 항과 둘째 항은 계의 위치 에너지(potential energy)와 운동에너지(kinetic energy)를 각각 나타내며, 이를 바탕으로 해밀턴 원리(Hamilton principle)를 이용하여 주행현의 횡진동에 대한 지배방정식을 구하면 식 (2)와 같다.

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x \partial t} - (c^2 - v^2) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

($0 < x < L$)

이때, 계의 초기조건은

$$\begin{aligned} y(x,0) &= y_0(x) \\ \dot{y}(x,0) &= \dot{y}_0(x) \end{aligned} \quad (3)$$

이다.

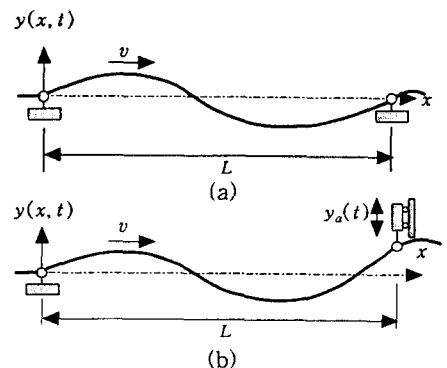


Fig. 1 Schematic illustrating of an axially moving string systems (a)with fixed boundaries and (b)with fixed left boundary and time varying right boundary

본 논문에서는, 일정한 거리의 경계사이를 Fig. 1(a)에서와 같이 축방향으로 주행하는 현의 횡진동을 효과적으로 억제할 수 있는 제어계 구성에 있어서, 시변 우측경계(time varying right boundary)를 현의 횡변위 방향으로 운동시켜 현의 횡진동을 흡수·소산시킬 수 있는 능동경계제어계를 고려하며, 이러한 개념의 경계제어계를 Fig. 1(b)에 개략적으로 나타내었다.

2.2 경계제어법칙

축방향 주행현의 횡진동 제어는 주행현의 횡진동과 관련된 기계에너지를 안정화하도록 함으로써 구현할 수 있다. 이러한 개념을 바탕으로 현과 경계에서의 에너지 유동을 이용하여, 주행현의 에너지를 감소시켜 결과적으로 주행현의 횡진동을 억제하도록 하기 위한 효과적인 제어법칙으로서의 시변 우측경계의 운동조건을 구한다

연속체인 주행현의 경우, 경계사이의 현을 구성하는 요소들의 집합체는 시간에 따라 변화한다. 그러므로 주행현의 에너지 $E(t)$ 의 시간변화율 $dE(t)/dt$ 를 구하는데 있어서, 개개의 질량에 대해서가 아니라 특정 영역 내부에서의 연속체의 에너지의 시간변화율로 표현해야 할 필요가 있다. Fig. 1(a)의 계에서 좌측경계와 우측경계의 위치에 각각 검사면(control surface)을 갖는 검사체적(control volume)을 정하여 고려하고, Reynolds의 1차원 수송정리(one-dimensional transport theorem)를 이용하면 주행하는 계의 에너지변화율을 구할 수 있으며, 좌측경계는 고정, 우측 경계를 시변으로 하고 식 (1)과 (2)를 이용하여 정리하면 주행현계 에너지의 시간변화율을 식 (4)와 같이 구할 수 있는데, 이는 경계에서의 에너지 유동의 항만으로 기술되어지는 식이다.

$$\dot{E}(t) = -Tv \left(\frac{\partial v(0,t)}{\partial x} \right)^2 + T \frac{\partial v(L,t)}{\partial x} \left(\frac{\partial v(L,t)}{\partial t} + v \frac{\partial v(L,t)}{\partial x} \right) \tag{4}$$

양의 한정(positive definite)인 계의 에너지 $E(t)$ 를 Lyapunov 함수의 후보로 선정하고, Lyapunov 직접법(Lyapunov direct method)을 사용하면 페루프 궤환제어기를 안정하게 할 제어법칙의 조건은 식 (5)와 같다.

$$\dot{E}(t) < 0 \tag{5}$$

주행현계 에너지 변화율을 현과 경계사이의 에너지 유동의 항만으로 나타내면, 좌측경계와 우측경계에서의 에너지 유동은 각각 음의 값과 양의 값을 가진다. 계의 에너지 변화율을 음의 한정이 되도록 하기 위해서는 우측경계에서의 에너지 유동이 음이 되도록 하는 경계제어가 효과적이다. 한편, 축방향으로 주행하는 현 계의 에너지를 안정화하여 현의 횡진동을 억제할 수 있는 제어법칙을 식 (5)의 조건에서 식 (4)에서 구할 때, 시변 우측경계에 대한 제어변수를 힘 또는 속도의 물리량으로 정할 수 있다.

본 논문에서는 제어의 유효성과 제어계 구현의 용이성을 고려하여 시변 우측경계의 속도를 제어변수로 정하였으며, 식 (4)와 (5)를 이용하여 식 (6)과 같은 제어법칙을 구하였다.

$$\dot{y}_{RB}(t) = -k_A \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=L} \tag{6}$$

여기서, $\dot{y}_{RB}(t)$ 는 우측경계의 속도이며, 안정한 경계제어의 제어 파라미터로서의 k_A 는 다음과 같은 범위의 값을 갖는다.

$$k_A > v \tag{7}$$

식 (6)으로 나타낸 경계제어법칙은, 우측경계로 입사하는 파의 각도의 값에 비례하고 반대부호의 속도를 가지는 우측경계의 운동에 의해 주행현계의 기계에너지를 감소시켜, 결과적으로 진동을 억제할 수 있음을 의미한다.

한편, 축방향으로 주행하는 현의 횡진동에 관한 지배방정식 (2)의 조화운동의 해는 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 두 개의 독립적인 진행파(traveling waves)의 선형조합 식으로서 식 (8)과 같이 구할 수 있다.

$$y(x,t) = A_f e^{ik_f((c+v)t-x)} + A_b e^{ik_b((c-v)t+x)} \tag{8}$$

여기서, ω 는 파(wave)의 각주파수(angular frequency), k_f 와 k_b 는 각각 현의 좌표방향 및 주행방향(forward)으로 진행하는 파와 그 반대방향(backward)으로 진행하는 파의 독립된 파수(wave number)로서 식 (9)와 같고, 그 각각의 파속도 c_f 와 c_b 는 식 (10)에 나타낸 바와 같다.

$$k_f = \frac{\omega}{c+v}, \quad k_b = \frac{\omega}{c-v} \tag{9}$$

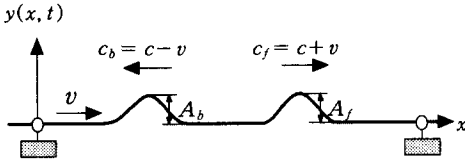


Fig. 2 Traveling waves in axially moving string

$$c_f = c + v, \quad c_b = c - v \quad (10)$$

현의 주행방향으로 진행되는 임의의 파를 우측 경계로 입사하는 파(incident wave)로 고려하면, A_f 는 우측 경계로 입사하는 파의 진폭, A_b 는 우측 경계로부터 반사된 파(reflected wave)의 진폭으로 고려할 수 있다. 축방향 주행현의 횡방향 조화운동의 해인 식 (8)과 우측경계의 속도제어법칙 식 (6)을 이용하면, 우측경계에서의 입사파에 대한 반사파의 진폭의 크기의 비를 다음의 식 (11)과 같이 구할 수 있다.

$$\left| \frac{A_b}{A_f} \right| = \frac{k_A - (c+v)}{k_A + (c-v)} \cdot \left(\frac{k_f}{k_b} \right) \quad (11)$$

식 (11)로부터, $x = L$ 위치의 우측 경계에서의 입사된 파에 대한 반사파의 진폭비는 우측경계의 속도제어 파라미터 k_A 를 이용하여 결정할 수 있다. 이러한 진폭비를 영이 되도록 하면, 입사되는 파의 에너지를 완전히 소산시켜버림으로써 주행현의 전체 에너지 감쇠를 최대화할 수 있는데, 이러한 이상적인 최적제어게인(Optimal Control Gain, OCG) k_A^* 는 식 (12)와 같이 구할 수 있다.

$$k_A^* = c + v \quad (12)$$

2.3 경계제어 시뮬레이션

본 절에서는, 축방향으로 주행하는 연속체인 현과 경계사이의 에너지 유동을 바탕으로 한 주행현 횡진동의 우측경계제어에 대해 유한차분법(FDM)을 이용한 시뮬레이션을 행하여, 경계제어 법칙의 타당성을 검토한다.

식 (2)로 기술되는 축방향 주행현의 횡진동에 대해, 식 (6)과 (12)로 표현되는 이상적인 최적의 우측 경계제어법칙을 이용하여 제어하는 것을 유한차분해석을 통하여 시뮬레이션 하였다. 시뮬레이션에 사용한 제어계인은 이상적인 최적제어계인이며, 초기조건으로서의 현의 횡변위는 Fig. 3

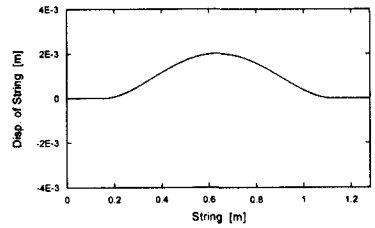


Fig. 3 Initial condition of FDM model

Table 1 Specifications of the axially moving string vibration for FDM simulation

| | | |
|---|------------------------|---------|
| Span of boundaries, L | 1.28 | [m] |
| String diameter | 0.5 | [mm] |
| Mass per unit length, ρA | 1.792×10^{-3} | [kg/m] |
| Tension, T | 10 | [N] |
| Wave velocity, c | 74.71 | [m/sec] |
| Width between actuator and sensor, L_{sa} | 0.03 | [m] |

에 나타낸 바와 같이 파장이 0.96m이고 진폭이 2mm이며, 경계의 중앙지점에 최대진폭점인 배(anti-node)가 위치하도록 한 가상의 파동을 5차 다항식으로 만들어 사용하였다. 본 연구에서 유한차분해석한 계의 제원은 Table 1에 나타내었으며, 시간간격 $\Delta t = 2 \times 10^{-5}$ 초, 격자의 수를 400으로 하였다.

현이 파동속도의 30%와 60%의 속도로 주행할 때와 주행하지 않을 때, 그리고 그 각각에 대한 비제어시와 경계제어시의 현의 횡진동변위, 우측경계로의 파의 입사각, 입사되는 파를 소산시키기 위해 작동하는 우측경계의 속도 및 변위를 Fig. 4에 나타내었으며, 제어 효과로서의 계의 전체적인 에너지 감쇠율의 백분율을 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 4의 시간응답과 Fig. 5의 에너지 감쇠선도를 고찰해 보면, 주행하지 않는 현의 경우 계의 에너지가 완전히 안정하게 되는데 소요되는 시간이 가장 짧으며, 주행 속도가 빠를수록 그 시간이 길어짐을 알 수 있다. 또한, 현의 진동폭이나 계의 에너지의 변동폭이 주행속도의 증가에 따라 함께 증가함을 알 수 있다. 이는 현의 주행속도가 빨라짐에 따라 주행방향의 반대방향으로 진행되는 파의 진행속도가 느려짐으로써 결국 에너지를 소산시킬 우측경계에 까지 모

든 파가 도달하는 데 걸린 시간이 더 많이 소요 되기 때문이다. 현의 주행속도가 파속도에 까지 이르게 되면, 반대방향 진행파는 더 이상 진행을 못하게 되고 계의 고유진동수는 소멸하게되며 이론적으로는 파가 제자리에 멈추어 있게 되어 주행계가 불안정하게 된다.

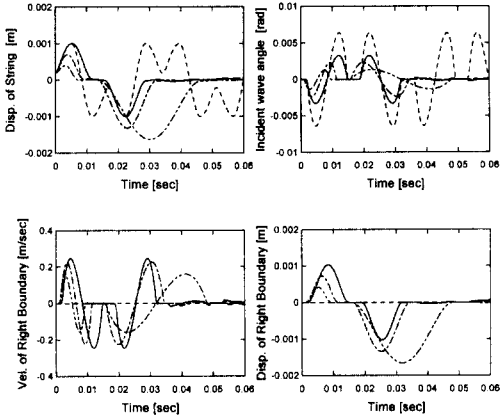


Fig. 4 FDM simulation results of the time response of axially moving string with right boundary control

--- : uncontrol at $v=0$ — : control at $v=0$
 - - - : control at $v=0.3c$ - - - : control at $v=0.6c$

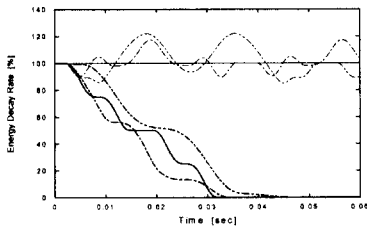


Fig. 5 FDM simulation results of the energy decay by time varying right boundary control

— : uncontrol at $v=0$ — : control at $v=0$
 - - - : uncontrol at $v=0.3c$ - - - : control at $v=0.3c$
 - · - : uncontrol at $v=0.6c$ - · - : control at $v=0.6c$

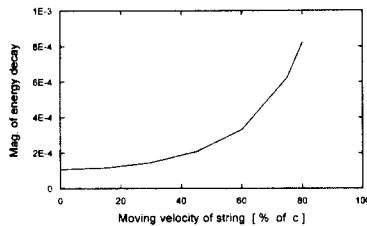


Fig. 6 Magnitude of the energy decay by time varying right boundary control

주행하는 현의 진동 에너지의 크기는 제어를 통해서 소산시킨 진동 에너지의 크기로 환산하여 나타낼 수 있다. 이상적인 최적제어이득을 사용한 경계제어에 의해 주행현의 횡진동을 제어하는 경우 제어에 의해 소멸된 에너지의 크기를 주행하지 않는 현의 에너지의 크기에 대한 백분율로서 주행속도에 따라 계산하여 Fig. 6에 나타내었다. 주행하지 않을 때부터, 파동속도의 80%까지의 속도로 주행할 때를 시뮬레이션 하였는데, 주행속도가 파속도에 근접함에 따라 소산된 계의 진동 에너지의 크기가 지속적으로 증가하여 결국 계가 불안정해짐을 알 수 있으며, 역으로 본 연구에서 제시한 경계제어 법칙이 효과적임을 확인할 수 있다.

3. 슬라이딩 모드 경계제어기 설계

본 연구에서는, 축방향으로 주행하는 현의 횡진동 제어기로서, Fig. 7에 개략적으로 나타난 바와 같은 1자유도 시변 우측경계를 이용한 능동 경계제어기를 구성하였으며, 시변 우측경계를 속도입력신호에 추종시킬 능동제어기로서 계의 모델링 오차에 대한 강인성과 추종제어성능 등을 고려하여 슬라이딩 모드제어기를 사용하였다.

현의 주행계는, 현을 압착시켜 회전함으로써 주행시키는 2개의 압착 휠(wheel)부로 구성되어 있으며, 주행현에 일정한 장력을 부가하는 좌측 휠부가 고정된 좌측경계, 구동용 우측 휠 전단에 위치한 능동 작동기가 주행현의 우측 시변경계이다.

이때, 주행현과의 상호작용을 고려하여, 1자유도계로 모델링한 시변우측경계의 운동 방정식을 구하면 식 (13)과 같다.

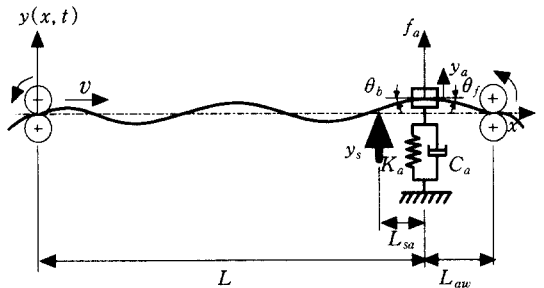


Fig. 7 Schematic of an axially moving string system with an active boundary controller at right end

$$\ddot{y}_a(t) = f_{dyn} + b \cdot u(t) \quad (13)$$

여기서,

$$f_{dyn} = \frac{C_a}{M_a} \dot{y}_a(t) - \frac{K_a}{M_a} y_a(t) - \frac{1}{M_a} [f_{tb}(t) + f_{tj}(t)] \quad (14)$$

$$f_{tb}(t) = T \sin(\theta_b) \approx T \frac{y_a(t) - y_s(t)}{L_{sa}} \quad (15)$$

$$f_{tj}(t) = T \sin(\theta_j) \approx T \frac{y_a(t)}{L_{av}} \quad (16)$$

$$f_a(t) = B_a u(t) \quad (17)$$

$$b = \frac{B_a}{M_a} \quad (18)$$

이다.

계의 동력학식 f_{dyn} 의 크기를 정확히 알 수는 없으나, \hat{f}_{dyn} 의 값으로 추정할 수 있으며 f_{dyn} 값의 추정오차의 범위를 식 (19)와 같이 가정하면

$$|\hat{f}_{dyn} - f_{dyn}| \leq F_{dyn} \quad (19)$$

파라미터의 측정치의 오차 또는 계의 동작중의 변화 등을 고려하여 그 오차범위함수는 식 (20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} F_{dyn} &= |\hat{f}_{dyn} - f_{dyn}|_{\max} \\ &= |\Delta(\frac{C_a}{M_a})_{\max} \cdot \dot{y}_a(t)| + |\Delta(\frac{K_a}{M_a})_{\max} \cdot y_a(t)| \\ &\quad + |\Delta(\frac{1}{M_a})_{\max} [f_{tb}(t) + f_{tj}(t)]| \end{aligned} \quad (20)$$

시변우측경계의 속도를 외부입력신호에 추종시키기 위해 슬라이딩 모드제어를 적용하고자 다음과 같이 스칼라양 s 를 정의한다.

$$s = \dot{y}_a(t) + 2\lambda \hat{y}_a(t) + \lambda^2 \int_0^t \hat{y}_a(t) dt \quad (21)$$

여기서, $\hat{y}_a(t) = y_a(t) - y_{ad}(t)$ 이고, s 는 추적오차 $\int_0^t \hat{y}_a(t) dt$ 에 대한 안정한 저주파 통과필터의 출력으로서, 슬라이딩 모드 제어는 $\dot{s} = 0$ 이 되도록 하는 것으로서, 대상계가 이러한 슬라이딩 모드가 되도록 근사평형 제어입력 $\hat{u}(t)$ 를 식 (22)와 같이 구한다.

$$\hat{u}(t) = -\hat{f}_{dyn} + \dot{y}_{ad}(t) - 2\lambda \hat{y}_a(t) - \lambda^2 \int_0^t \hat{y}_a(t) dt \quad (22)$$

대상계의 동역학 f_{dyn} 의 불확실성에도 불구하고 식 (23)의 슬라이딩 조건을 만족시키고,

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s| \quad (23)$$

$s = 0$ 인 슬라이딩 면으로 구분되는 양단의 불연속성을 완화하기 위한 스위칭면 부근의 경계층을 고려한 항을 근사평형 제어입력 $\hat{u}(t)$ 에 추가하여 식 (24)와 같은 제어입력 $u(t)$ 를 구한다.

$$u(t) = \hat{b}^{-1} \left\{ \hat{u} - k \cdot \text{sat}\left(\frac{s}{\phi}\right) \right\} \quad (24)$$

이때, sat 함수는 식 (25)와 같이 정의한다.

$$\text{sat}(x) = \begin{cases} x & : \text{if } |x| \leq 1 \\ \text{sgn}(x) & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (25)$$

여기서, ϕ 는 제어입력의 불연속성을 완화하기 위한 스위칭 면 부근의 경계층의 두께를 나타내며, 슬라이딩 조건을 만족시키는 k 는 식 (26)과 같이 결정할 수 있다.

$$k \geq \beta (F_{dyn} + \eta) + |\beta - 1| \cdot |\hat{u}| \quad (26)$$

이때, β 는 제어이득 b 의 측정상의 불확실성에 대한 이득여유(gain margin)이고, η 는 슬라이딩 모드에 이르는 시간관련 상수로서 λ 와 함께 제어기 설계 파라미터이다.

4. 제어 실험

4.1 실험장치

본 연구에서는 주행하는 현의 횡진동 변위를 비접촉식으로 측정할 수 있는 광학식 측정장치를 개발하여 제어기에 사용하였으며, 그 측정장치의 원리와 구성을 Fig. 8에 개략적으로 나타내었다. 포토다이오드에 조사되는 광량의 변화를 측정하는 방식을 응용한 현의 횡진동 측정장치의 특성 파악실험결과를 Fig. 9에 나타내었는데, 측정대상 현의 왕복 변위에 대한 센서출력의 직진성의 오차는 0.29%이다. 본 연구에서 시변 우측경계에 사용한 능동 작동기는 상용스피커를 개조하여 제작한 보이스코일 모터형 작동기로서 그 구조는 Fig. 10에 나타낸 바와 같고, 이를 OP앰프를 이용하여 만든 선형전류증폭기를 통해 구동하였다. 축방향으로 주행하는 현의 우측경계가 되는 작은 구멍은, 주행하는 현과 가능한 한 점 접촉을 하도록 병목형상으로 소결가공하여 제작하여 사용하였다. 주행하는 현에 일정한 장력을 부여하는 장치로서 한쌍의 압착휠과 동축상에 영구자석을 이용한 브레이크를 사용하였으며, 구동부로는 압착휠부와 동축상의 AC서보모터를 속도제어하여

사용하였다. 외란 작용기구로서 공압 장치를 사용하였는데, 7kgf/cm^2 압력의 공기를 내경이 4mm 인 노즐을 통해서 0.08초 동안 배출하는 방식으로 충격(impulse)형태의 외란을 일정하게 반복적으로 현에 가할 수 있도록 하였다. 이상의 장치들을 이용하여 축방향 주행현의 횡진동 경계제어 실험장치를 구성하였으며, 이의 구성도를 Fig. 11에 나타내었다.

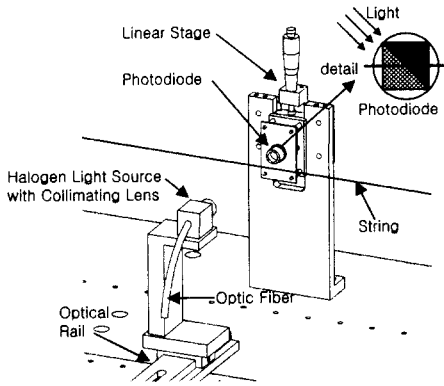


Fig. 8 Configuration of the measuring system of transverse vibration of string

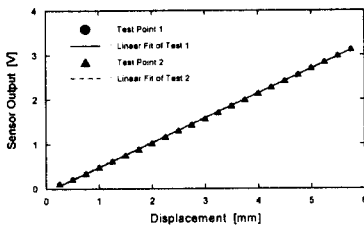


Fig. 9 Voltage/displacement diagram of the sensor

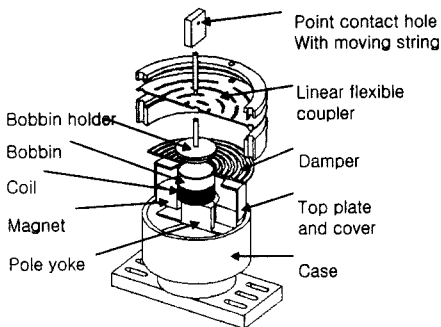


Fig. 10 Voice coil motor actuator

우측경계의 위치와 속도는 레이저 변위측정기 (KEYENCE LC-2100)와 레이저 진동측정기 (Polytec laser doppler vibrometer, OFV-3001, OFV-512)를 이용하여 각각 측정하였다. 고안하여 개발한 광학식 현의 횡변위 측정센서를 우측경계로부터 L_{sa} 의 거리만큼 전단에 위치시킴으로써, 현의 횡진동과 함께 우측경계로 입사하는 파의 입사각 θ_b 를 근사적으로 측정 할 수 있도록 하였다.

본 연구 대상계의 제원을 Table 2에 나타내었다. 이때, 작동기와 관련한 파라미터에서 M_a 와 K_a 는 약 $\pm 5\%$, C_a 와 B_a 는 약 $\pm 10\%$ 의 범위에서 측정오차 또는 동작 중 그 값의 변동이 발생함을 작동기의 진폭을 변화시켜가면서 행한 다수의 sine-sweep 실험을 통하여 확인하였다.

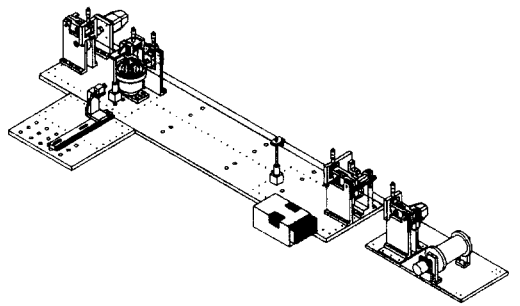


Fig. 11 Configuration of transverse vibration control system of axially moving string

Table 2 Specifications of axially moving string system with right boundary controller

| | | |
|---------------------------------------|------------------------|-----------|
| L | 1.28 | [m] |
| string diameter | 0.5 | [mm] |
| ρA | 1.792×10^{-3} | [kg/m] |
| T | 5 ~ 10 | [N] |
| c | 74.71 | [m/sec] |
| L_{sa} | 0.03 | [m] |
| mass of actuator moving part, M_a | 29.5×10^{-3} | [kg] |
| equivalent damping coefficient, C_a | 2.323 | [N/m/sec] |
| stiffness of actuator, K_a | 849.78 | [N/m] |
| damping ratio of actuator, ζ | 0.23 | |
| actuator gain, B_a | 1.793 | [N/V] |

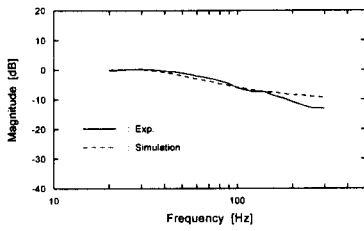


Fig. 12 Closed-loop frequency response of the right boundary with velocity tracking sliding mode control

4.2 실험결과

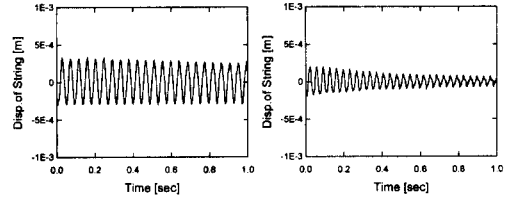
본 연구에서의 제어대상 현의 1차 고유진동수는 주행하지 않을 때를 기준으로, 장력이 5~10N 사이일 때 약 20~30 Hz이다. 처음 2개의 모드만을 제어하고자 할 때, 60 Hz까지의 외부입력신호에 대한 속도추종 제어성능이 확보되어야 한다. 이를 고려하여 제어변수로서 $\lambda=100$, $\eta=20$, $\phi=0.02$ 로 정하였으며, 이들 설계변수를 이용한 우측경계의 속도추종 제어실험의 주파수응답결과와 시뮬레이션 결과를 Fig. 12에 비교하여 나타내었다. 이들 결과로부터, 시변 우측경계에 대해 요구되어지는 속도추종 제어성능을 설계한 제어를 통해 확보할 수 있음을 확인하였다.

속도 추종되는 우측경계를 이용한 현의 횡진동 경계제어를 사용하여, 주행하지 않는 현과 주행현에 대한 제어실험을 행하였다. 이 때, 축방향 주행현계에 대해 설계한 경계제어를 주행하지 않는 현에 적용하는 제어실험은 그 일반성을 유지하는 실험이다.

현이 주행하지 않을 때, 제어한 경우와 제어하지 않은 경우의 실험 결과를 Fig. 13과 Fig. 14에 각각 나타내었다. 현의 장력이 6N일 때, Fig. 13(a)는 양단이 고정된 경계를 갖는 경우, Fig. 14(b)는 제어하지는 않으나 작동기를 우측경계로 갖는 경우, 그리고 Fig. 14는 OCG/10의 제어이득을 사용하여 제어한 경우의 공압 충격외란에 대한 각각의 시간응답이다. 실험 결과 감쇠비는 각각 약 0.002, 0.003, 0.027로 측정되었는데, 경계제어를 통해서 계의 감쇠를 9배 정도 증가시킬 수 있었다.

주행하지 않는 현에 대해서, 제어하지 않는 경우와 현의 장력과 제어제인을 변화시키며 제어한 경우의 계의 감쇠비를 Fig. 15에 비교하여 나타내었다. 주행하지 않는 현에 있어서 장력이 5

N인 경우와 10 N인 경우, OCG/10의 제어이득을 사용하여 제어하였을 때 감쇠비는 비제어시에 비해 각각 약 19배, 38배 씩 증가하였다. 감쇠비 측면에서의 횡진동 제어효과는 제어이득이 클수록, 장력이 클수록 현저함을 알 수 있다.



(a) With fixed boundary (b) With time varying boundary

Fig. 13 Transverse vibration of the unmoving string uncontrolled (tension = 6 N)

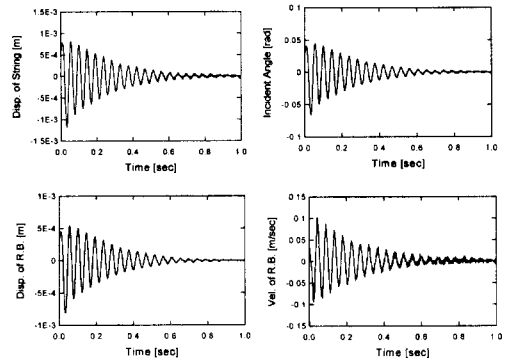


Fig. 14 Result of the right boundary control Experiment for unmoving string (tension = 6 N, $k_A = k_A^*/10$)

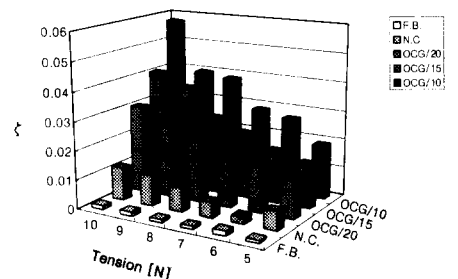


Fig. 15 Comparison of damping ratio of the unmoving string vibration (F.B. : fixed boundary, uncontrolled N.C. : time varying boundary, uncontrolled OCG : optimal control gain)

현의 장력이 약 5.5 N으로 부가된 상태에서(이 때, 주행현의 파동속도 c 는 약 55.4 m/sec이다.) 현의 주행속도를 0.262, 0.524 m/sec으로 하였을 때의 공압 충격외란에 대한 비제어시의 시간응답을 각각 Fig. 16(a)와 (b)에 나타내었으며, 현의 주행속도를 0.524 m/sec으로 하였을 때, OCG/10의 제어이득을 사용하여 제어한 경우의 공압 충격외란에 대한 시간응답을 Fig. 17에 나타내었다. 주행속도가 0.524 m/sec일 때 비제어시의 감쇠비가 약 0.013이 이었는데, 제어함으로써 0.033으로 약 3배 정도 증가하였다.

이상의 횡진동 제어실험 결과, 본 연구에서 제안한 시변 우측경계의 속도제어법이 고정 및 주행현의 횡진동 제어에 매우 효과적임을 입증하였다.

본 연구에서, 우측경계로 입사하는 모든 파를 소멸시킬 수 있는 이상적인 최적제어계인(OCG)을 제어실험에 사용할 경우 계가 불안정하게 되어, 실제 제어실험에서는 그 보다 작은 값을 사용하였다.

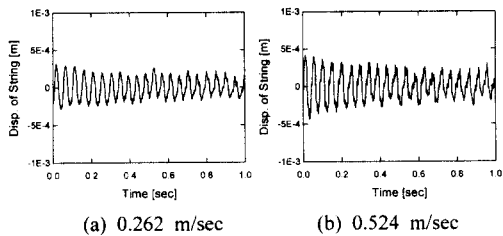


Fig. 16 Transverse vibration of the moving string uncontrolled (tension = 5.5 N)

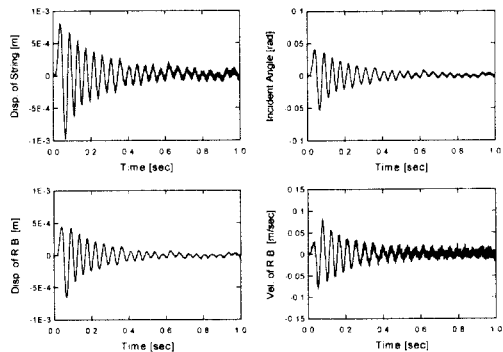


Fig. 17 Result of the right boundary control experiment for moving string (tension=5.5 N, $v=0.524$ m/sec, $k_A = k_A^*/10$)

이상적인 최적제어계인에서 계가 불안정하게 되는 이유는, 현의 횡변위를 구하는 근사적인 점센서(point sensor)로서 6.14mm×6.14mm의 면적을 갖는 포토다이오드를 이용하고 이를 바탕으로 우측경계로 입사하는 파의 입사각을 계산하는 과정에서 생긴 측정오차 때문으로 파악된다. 또한, 고정된 현 및 주행중인 현에 대해 횡진동 제어한 결과, 비 제어시에 비해 초기 0.1초 까지는 현의 진동이 심화되는 현상이 나타나는데, 이는 Fig. 8에서 나타낸 측정장치의 구조상 측정지점에서의 진동파동에 의한 현의 기울어짐이 현의 수직 진동 변위로 측정되어지기 때문으로 판단된다. 이러한 측정오차가 초기 진동 파동이 클 때에는 입사각의 측정오차를 더욱 증폭시켜 제어초기에 계의 제어성능을 감소시키며, 따라서 점센서에 보다 가까운 현의 변위 측정기의 구현이 제어기 성능향상에 대한 대책으로 사료된다.

5. 결론

본 논문에서는, 축방향으로 주행하는 현의 횡진동 에너지를 감소시킴으로써 계를 안정화할 수 있는 시변경계제어기로서, 축방향 주행현과 그 경계사이에 발생하는 에너지 유동의 개념과 Lyapunov direct method를 이용한 속도형 우측경계제어기를 설계하였다.

설계한 우측경계제어기는 우측경계로 입사하는 파의 각도에 비례하고 반대부호의 속도를 가지는 운동을 통해 주행현의 기계에너지를 감소시키는데, FDM 시뮬레이션을 통해 설계한 경계제어기의 유효성을 검토하였다.

주행현의 횡진동 측정과 작동기의 실제적 구현을 바탕으로 한 현실적 제어기로서, 슬라이딩 모드 제어를 이용하여 우측경계를 속도추종 제어하는 속도경계제어전략을 제시하였다.

고정 및 주행중인 현에 대한 횡진동 제어 실험을 통하여 제시한 경계제어기의 타당성을 입증하였다.

참고문헌

(1) Archibald, F. R. and Emslie, A. G., 1958, "The Vibration of a String Having a Uniform Motion Along its Length," *ASME, Journal of Applied*

- Mechanics*, Vol. 25, pp. 347~348.
- (2) Wickert, J. A. and Mote, C. D., Jr., 1988, "On the Energetics of Axially Moving Continua," *Journal of Acoustic Society of America*, Vol. 85, No. 3, pp. 1365~1368.
- (3) Vaughan, D. R., 1968, "Application of Distributed Parameter Concepts to Dynamic Analysis and Control of Bending Vibrations," *ASME, Journal of Basic Engineering*, pp. 157~166.
- (4) Chen, G., 1979, "Energy Decay Estimates and Exact Boundary Value Controllability for the Wave Equation in a Bounded Domain," *Journal of Math. Pures et Appl.*, Vol. 58, pp. 249~273.
- (5) Von Flotow, A. H. and Schäfer, B., 1986, "Wave-Absorbing Controllers for a Flexible Beam," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 9, No. 6, pp. 673~680.
- (6) Wickert, J. A. and Mote, C. D., Jr., 1990, "Classical Vibration Analysis of Axially Moving Continua," *ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 738~744.
- (7) Lee, S.-Y. and Mote, C. D., Jr., 1996, "Vibration Control of an Axially Moving String by Boundary Control," *ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 118, pp. 66~74.
- (8) Lee, S.-Y. and Mote, C. D., Jr., 1997, "A Generalized Treatment of the Energetics of Translating Continua, Part 1 : Strings and Second Order Tensioned Pipes," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 204, No. 5, pp. 717~734.
- (9) Canbolat, H., Dawson, D., Rahn, C. D. and Nagarkatti C., 1998, "Adaptive Boundary Control of Out-of-Plane Cable Vibration," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 65, pp. 963~969.
- (10) Queiroz, M. S., Dawson, D. M., Rahn, C. D. and Zhang, F., 1999, "Adaptive Vibration Control of an Axially Moving String," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 121, pp. 41~49.
- (11) Slotine, J.-J. and Li, W., 1991, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall.
- (12) White, F. M., 1986, *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill Book Company.