

## 형상기억입자 강화 복합체의 탄성계수 평가

김 홍 건\*  
(1999년 9월 4일 접수)

### Evaluation of Elastic Modulus in a Particulate Reinforced Composite by Shape Memory Effect

Kim, Hong Gun

**Key Words:** Particle Dispersed Metal Matrix Composite(PDMMC, 입자분산 금속복합재료), Shape Memory Effect(SME, 형상기억효과), Eshelby's Equivalent Inclusion Method(Eshelby의 등가개재물법), Mori-Tanaka's Mean Field Theory(Mori-Tanaka 평균장이론), Residual Stress(잔류응력), Young's Modulus(영계수), Coefficient of Thermal Expansion(CTE, 열팽창계수), Prestrain(사전변형률), Eigenstrain(고유변형률)

#### Abstract

The theoretical modeling to predict the modulus of elasticity by the shape memory effect of dispersed particles in a metal matrix composite was studied. The modeling approach is based on the Eshelby's equivalent inclusion method and Mori-Tanaka's mean field theory. The calculation was performed on the TiNi particle dispersed Al metal matrix composites(PDMMC) with varying volume fractions and prestrains of the particle. It was found that the prestrain has no effect on the Young's modulus of PDMMC but the volume fraction does affects it. This approach has an advantage of definite control of Young's modulus in PDMMCs.

#### 1. 서론

냉각 중에 열탄성형 Martensite 변태를 일으킨 합금재료에 큰 변형을 주어도 가열되면 모상이 역변태할 때 변형이 소실되어 원래의 형상으로 되돌아가는 현상을 형상기억효과(이하 SME로 표기)라 한다. 형상기억합금(Shape Memory Alloy: 이하 SMA로 표기)은 온도 및 하중으로 인한 상변태로 큰 체적변화가 유발되므로 응력변화를 일으켜서 이러한 특성을 잘 이용하면 고강도 복합재료 개발을 위한 강화재로서 대단히 적절한 재

료라 할 수 있다.<sup>(1,2)</sup> 현재 SMA 중에서 TiNi는 가장 뛰어난 SME를 보이며<sup>(2)</sup> 개재물의 종방향으로 인장 사전변형(Deformation by Prestrain)이 주어질 경우에는 종방향의 잔류응력은 압축특성을 나타내고, 횡방향의 잔류응력은 인장을 보인다. 반면에, 종방향으로 압축 사전변형을 가할 경우는 압축 잔류응력은 횡방향에서 나타나고, 인장특성은 종방향에서 나타남을 알 수 있다.<sup>(2,3)</sup> 따라서 입자가 Martensite 상태일 때 복합체에 사전 인장변형을 가하고 온도를 상승시키면 입자가 다시 Austenite 상태로 변태되며, 이 때 복원변형으로 모재에 종방향으로 압축응력이 발생되어 복합체의 인장 성질을 향상시키게 된다.

일반적으로 금속복합재료(이하 MMC로 표기)의 강도를 저하시키는 요인 중에서 가장 문제점으로 지적되고 있는 것은 열팽창계수(이하 CTE로 표

\* 회원, 전주대학교 기계산업공학부

E-mail : hkim@www.jeonju.ac.kr

TEL : (063)220-2613 FAX : (063)220-2750

기)의 차에 의해 모재내에 발생하는 잔류응력을 들 수 있다. 이러한 잔류응력은 주로 고온에서 가공된 복합체가 실내온도로 냉각될 때 모재(Matrix)와 개재물(Filler) 사이의 CTE 차이에 기인한다. 따라서 잔류응력은 가공온도와 실내온도 사이의 온도차에 의하여 강하게 영향을 받으며, 또한 개재물들의 체적 함유율에 의해 많은 영향을 받는다. 개재물의 CTE가 모재의 CTE보다 높을 때, 가공 온도로부터 냉각하면 모재에서의 평균잔류응력은 종방향으로 압축 특성을 나타내게 된다. 따라서 복합체의 인장시 강화에 기여하며, 또 항복응력과 파괴인성 등 복합체의 기계적 성질에 영향을 미친다.<sup>(4-9)</sup>

Wakashima 등<sup>(10)</sup>은 항복응력에 의한 잔류응력의 온도효과와 압축으로 인한 항복응력은 연속섬유 B와 AI 복합체에 대한 장력이 탁월함을 보였고, 김홍건 등<sup>(11)</sup>은 장섬유로 강화된 지능형 복합체의 형상기억효과에 의한 복원력이 모재의 압축 잔류응력 형성에 많은 영향을 미친다는 것을 확인했으며, Arsenault와 Taya<sup>(12)</sup>는 단섬유 MMC에서 온도 저하와 항복응력의 효과에 의하여 잔류응력이 유도됨을 밝혔다.

근래에는 복합재료의 강화제로써 TiNi 입자가 검토되고 있으며 이 형상기억입자로 보강된 지능형 복합재료 설계 및 해석에 대한 연구가 활발히 수행되고 있다.<sup>(6)</sup> 특히, TiNi/Al과 TiNi/Epoxy를 이용한 온도감지, 구동기구, 시간적 기억과 회복기능 등의 지능형 복합재료에 대한 역학적 거동에 대하여는 연구, 개발이 더욱 활발해지고 있는 추세다.<sup>(13)</sup> 그리고 이러한 복합체에 관해서는 온도가 올라갈수록 TiNi의 강화기구에 의하여 고응력, 고강도, 내열성, 감쇠성, 내마모성과 인장강도가 향상되며 복합체의 탄성계수, 항복응력, 그리고 가공경화비 등이 TiNi의 체적함유율과 사전변형률(Prestrain) 등에 의존된다고 보고되고 있다.<sup>(6)</sup>

본 논문에서는 SMA 입자에 의한 PDMMC의 인장 성질이 강화된다는 것을 예측할 수 있는 해석적 방법을 제시하였다. 즉, 종방향으로 압축사전변형과 인장사전변형 및 입자 체적함유율의 증가에 따른 복합체 탄성계수의 거동을 정량적으로 조사하는데 초점을 맞추었다. 실제 계산을 위해서는 TiNi/Al 복합체를 모델 시스템으로 하여 적용해 계산하였으며 해석 절차로는 Eshelby의 등가개재물법<sup>(14)</sup>과 Mori-Tanaka의 평균장 이론<sup>(15)</sup>을

이용하였고, SME에 의한 입자의 기하학적 형태에 따라 계산이 수행함으로써 Closed Form의 해를 제시하였다.

## 2. 해석 절차

Eshelby의 등가개재물법은 본 논문에 기본이 되는 이론으로써 무한체 내에 단 한개의 타원체 개재물이 있는 경우에 관한 해석이다. Fig. 1(a)에서 보이는 바와 같이 탄성계수  $C_{ijkl}$ 을 가지는 무한체(모재), 즉  $D-\Omega$ 와 유한한 타원체 영역  $\Omega$ 가 있을 때, 그 타원체를 꺼내어 일정한 고유변형률(Eigenstrain)  $\epsilon_{ij}^*$ 을 가한 후 모재에 원위치 시킨다고 생각한다. 그러면 타원체 영역  $\Omega$ 는 모재 영역  $D-\Omega$ 에 의하여 타원체 영역  $\Omega$ 의 주변이 구속되기 때문에  $\epsilon_{ij}^*$  만큼 변형이 안되므로 영역  $\Omega$ 의 내부와 그 부근에 내부 응력  $\sigma_{ij}$ 가 발생하게 된다. 여기서 Hooke의 법칙을 만족한다면  $\sigma_{ij}$ 는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} (\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^*) \quad (1)$$

이 때,  $\epsilon_{kl}$ 은 전체 변형률이며 Eshelby에 의하면 타원체에 고유변형률  $\epsilon_{ij}^*$ 가 일정할 때, 타원체의 전체 변형률과 응력도 일정하므로  $\epsilon_{ij}$ 와 개재물  $\Omega$ 의 응력은 다음과 같이 유도된다.

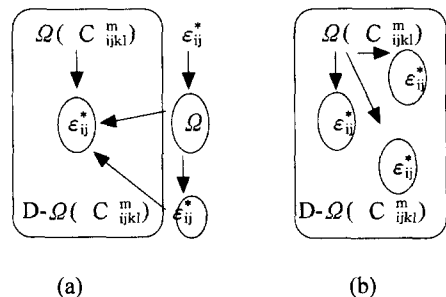


Fig. 1 A schematic description based on Eshelby's equivalent inclusion method : (a) Procedure of Eshelby's solution, (b) Procedure of Mori-Tanaka's mean field theory

$$\epsilon_{ij} = S_{ijkl} \epsilon_{kl}^* \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^m (S_{klmn} - I_{klmn}) \epsilon_{mn}^* \quad (3)$$

여기서,  $S_{ijkl}$ 와  $I_{klmn}$ 은 각각 4계(階)의 Eshelby 텐서 및 단위 텐서이다. 위의 식 (1), (2) 및 (3)을 기초로 하여 무한체의 불균질물 문제를 Eshelby의 해를 이용함으로써 무한체의 개재물 문제로 치환하여 해석하는 방법을 Eshelby의 등가 개재물법이라 한다.<sup>(15)</sup>

이를 더욱 확장하면 Mori-Tanaka의 평균장 이론<sup>(15)</sup>은 무한체에 다수의 타원체 개재물을 고려해 개재물의 상호간섭 및 유한한 경계의 영향을 무한체의 평균 응력장으로 치환한 것이고 Fig. 1(b)에서 보이는 바와 같이 불균질물을 많이 포함하고 있는 실질적인 복합재료에 등가개재물법을 실용적으로 적용한 것이다.

이 이론에 의하면, 무한체 내에 유한한 체적함유율을 가질 때, 즉 개재물  $\Omega$ 가 많을 경우에는 다음의 식을 만족하게 되며 이를 벡터로 표기하면,

$$V_f \langle \sigma \rangle_f + (1 - V_f) \langle \sigma \rangle_m = 0 \quad (4)$$

이 된다. 여기서,  $V_f$ 는 개재물의 체적함유율,  $\langle \sigma \rangle_f$ 는  $\Omega$ 의 평균응력이고,  $\langle \sigma \rangle_m$ 은 모재 D- $\Omega$ 의 평균응력이다. D- $\Omega$ 에 개재물 한 개가 추가되었을 경우 내부응력  $\sigma$ 는 모재의 평균응력  $\langle \sigma \rangle_m$ 과 무한체에 한개의  $\Omega$ 만 있을 때의 내부 변동응력  $\sigma^{pt}$ 의 합으로 된다.

$$\sigma = \sigma^{pt} + \langle \sigma \rangle_m \quad (5)$$

여기서,  $\sigma$ 는 다수의 개재물 중에 오직 하나의 개재물에 대한 응력으로 생각할 수 있으므로, 모든 개재물을 평균할 때 개재물의 평균응력  $\langle \sigma \rangle_f$ 는 다음의 식 (6)과 같이 된다.

$$\langle \sigma \rangle_f = \sigma^{pt} + \langle \sigma \rangle_m \quad (6)$$

식 (6)을 식 (4)에 대입하면, 개재물과 모재에 대

한 평균응력  $\langle \sigma \rangle_f$ ,  $\langle \sigma \rangle_m$ 은 무한체에 한 개만 있을 때의 개재물의 응력  $\sigma^{pt}$ 의 함수로서, 각각 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle_m &= -V_f \sigma^{pt} \\ \langle \sigma \rangle_f &= (1 - V_f) \sigma^{pt} \end{aligned} \quad (7)$$

### 3. 형상기억효과를 고려한 해석 모델

형상기억효과(SME)를 가지는 입자가 분산된 복합체의 탄성계수를 구하기 위하여, 보강재들의 변형과정을 추적해 보았으며, 복합체의 탄성계수의 계산을 다음에 기술한 바와 같이 해석적 모델을 통하여 수행하였다.

#### 3.1 SME에 의한 입자의 변형률 계산

여기서 계산방법은 Eshelby의 등가개재물법 및 정의된 용어를 기초로 한다. Fig. 2에서와 같이 형상기억처리 후에 단일축의 사전변형률  $\epsilon_{ij}^0$ 가

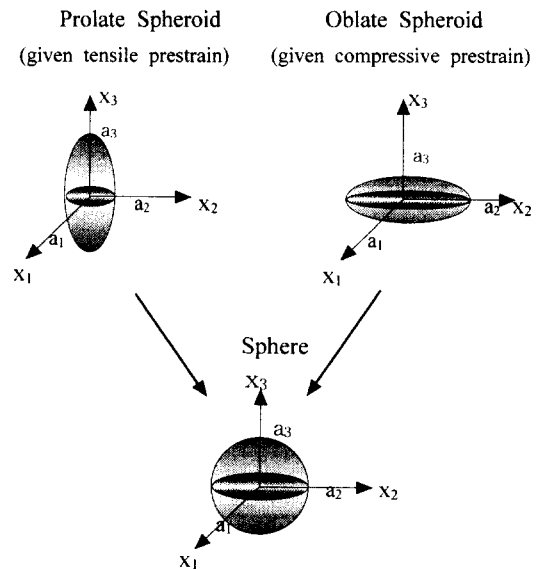


Fig. 2 The model of the shape deformation and calculation of strain by the shape memory effect

$x_3$  축을 따라 복합체에 가해진다. 인장과 압축 사전변형의 두가지 방법으로 형상기억입자에 사전변형을 가한다. 이와 같이 사전변형된 형상기억입자들은  $A_3$  이상 가열하면 Fig. 2에서처럼 초기의 구 형태로 되돌아 가려고 하지만 형상기억입자를 둘러싸고 있는 모재에 의한 제약 때문에 형상기억입자들은 구 형태로 완전히 회복될 수 없다. 변형된 입자들의 종횡비(aspect ratio)  $\alpha$ 는 식 (8)과 같이 된다.

$$\alpha = \frac{a_3}{a_1} \tag{8}$$

단,  $a_1(a_2)$ 은 가로축 방향( $x_1$ 축)에서 변형된 입자의 길이이고,  $a_3$ 은 세로축 방향( $x_3$ 축)에서 변형된 길이이다. 만약, 각 입자의 체적이 변형전이나 후에도 일정하다고 하면, 구 형태의 형상기억입자에 대한 사전변형률  $\epsilon_{ij}^s$ 은 식 (9)에서 처럼 변형된

$$\epsilon_{ij}^s = \begin{pmatrix} \alpha^{\frac{1}{3}} - 1 \\ \alpha^{\frac{1}{3}} - 1 \\ \alpha^{-\frac{2}{3}} - 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{9}$$

입자들의 종횡비  $\alpha$ 로 표시된다. 여기서  $\epsilon_{ij}^s$ 의 여섯 개의 성분들은 (ij)=11, 22, 33, 23, 31, 12의 순서로 표현된다.

3.2 복합체의 탄성계수

강성텐서  $C_{ijkl}^f$ 을 갖는 타원체 개재물이 한 입자 MMC에 대해 사전변형률  $\epsilon_{ij}^s$ 의 형태를 갖는 변태변형률  $\epsilon_{ij}^T$ 이 식 (9)에 의하여 주어진다. 모재와 개재물이 등방성 강체라 할 때, 모재의 강성텐서  $C_{ijkl}^m$ 과 개재물의 강성텐서  $C_{ijkl}^f$ 을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_{ijkl}^m &= \lambda^m \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu^m (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{kj}) \\ C_{ijkl}^f &= \lambda^f \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu^f (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{kj}) \end{aligned} \tag{10}$$

단,  $\delta$ 는 Kronecker delta이고,  $\lambda^m$  ( $\lambda^f$ )와  $\mu^m$  ( $\mu^f$ )는 모재(개재물)의 Lamé 상수이다. 입자들의 변태변형률  $\epsilon_{ij}^T$ 는 형상기억효과에 의하여 입자들의 형상회복의 원인이 된다. 복합체의 평균 잔류 응력  $\langle \sigma_{ij} \rangle_m$ 은 모재의 평균변형률  $\bar{\epsilon}_{kl}$ 와 관련된다. 즉,

$$\langle \sigma_{ij} \rangle_m = C_{ijkl}^m \bar{\epsilon}_{kl} \tag{11}$$

이 되고 개재물 내부에서의 응력은 식 (12)가 된다.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^m (\bar{\epsilon}_{kl} + \epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^s) \\ &= C_{ijkl}^f (\bar{\epsilon}_{kl} + \epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^T) \end{aligned} \tag{12}$$

여기서  $\sigma_{ij}$ 와  $\epsilon_{kl}$ 은 각각  $\Omega$ 에서의 교란 응력 및 변형률(Disturbances of the Stress and Strain) 이고,  $\epsilon_{kl}^s$ 는 영역  $\Omega$ 에 남아있는 고유변형률로서  $\Omega$  밖에서는 영(Zero)이 된다. 한편 Eshelby<sup>(14)</sup>에 의하면 다음 식을 생각할 수 있다.

$$\epsilon_{kl} = S_{klmn} \epsilon_{mn}^* \tag{13}$$

여기서  $S_{klmn}$ 는  $\Omega$ 에 대한 Eshelby 텐서<sup>(16)</sup>로 모재와 개재물 형상의 포아송비의 함수이고 개재물들의 형상에 따라 다르게 주어진다.<sup>(17)</sup> 교란되는 응력  $\sigma_{ij}$ 는  $\int_D \sigma_{ij} dV = 0$ 을 만족하고  $V_f \langle \sigma_{ij} \rangle_f + (1 - V_f) \langle \sigma_{ij} \rangle_m = 0$  이 된다. D는 복합체 전체의 영역을 의미한다. 또 식 (11), (12)로부터 식 (14)가 다음과 같이 유도된다.

$$\bar{\epsilon}_{kl} + V_f (\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^s) = 0 \tag{14}$$

여기서  $V_f$ 는 개재물들의 체적함유율이다. Fig. 3에서처럼 복합체가 작용 응력  $\sigma_{ij}^o$ 을 받을 때, 개재물이 유한한 체적함유율을 가지면 수정된 Eshelby의 등가개재물법에 의해서 개재물의 응력은 식 (15)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^o + \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^f (\epsilon_{kl}^o + \bar{\epsilon}_{kl} + \epsilon_{kl}) \\ &= C_{ijkl}^m (\epsilon_{kl}^o + \bar{\epsilon}_{kl} + \epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^s) \end{aligned} \tag{15}$$

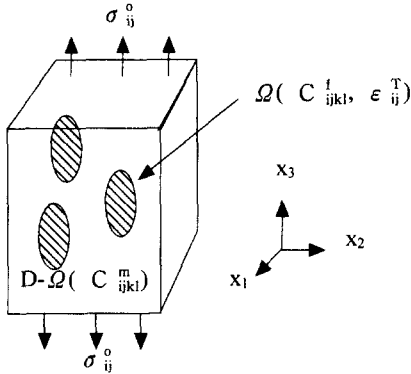


Fig. 3 Analytical model of a composite for calculating the Young's modulus of the composite

$$\sigma_{ij}^o = C_{ijkl}^m \epsilon_{kl}^o \quad (16)$$

그리고 복합체의 전체 영역 D에 대하여는 항상 다음과 같은 관계식 (16)이 성립한다. 여기서  $\epsilon_{kl}^o$  은 작용 응력  $\sigma_{ij}^o$ 에 대한 균일한 변형률이고 식 (13) 및 (14)에 의해 구할 수 있다. 또한 식 (13), (14), (15) 및 (16)으로부터 미지의  $\epsilon_{ij}^*$ 가 구해지면 복합체의 강성텐서는 변형에너지의 등가로부터 계산된다.<sup>(17)</sup> 즉,

$$\frac{1}{2} \sigma_{ij}^o \sigma_{kl}^o C_{ijkl}^c^{-1} = \frac{1}{2} \sigma_{ij}^o \sigma_{kl}^o C_{ijkl}^m^{-1} + V_f \frac{1}{2} \sigma_{ij}^o \epsilon_{ij}^* \quad (17)$$

이 된다. 여기서  $C_{ijkl}^m^{-1}$ 와  $C_{ijkl}^c^{-1}$ 는 모재와 복합체에 의존한다.<sup>(18)</sup> 또한 Fig. 3에서  $\sigma_{ij}^o$ 의 성분 중  $\sigma_{33}^o = \sigma_o$ 로 나타내면 식 (17)은 식 (18)과 같이 표현된다.

$$E_c = \frac{E_m}{1 + \frac{E_m}{\sigma_o} V_f \epsilon_{33}^*} \quad (18)$$

여기서  $E_m$ 과  $E_c$ 는 각각 모재와 복합체의 탄성계수이다. 그리고  $\epsilon_{33}^*$ 는 식 (13), (14), (15) 및 (16)

으로부터 계산되며 다음의 식 (19)로 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_{33}^* = R \frac{\sigma_o}{E_m} \quad (19)$$

여기서 R은 상수이다(부록 참조).

#### 4. 결과 및 토의

MMC 내에 분산되어 있는 TiNi 입자들의 형상기억효과를 관찰하고 방향에 따라 강화되는 정도를 예측하기 위하여 본 연구에서는 MMC의 탄성계수에 대한 해석을 실시하였다. 이때 해석에 이용한 Al 모재와 TiNi 개재물의 물성치는 다음과 같다.

Al 모재 : $E_m=69$ GPa	TiNi 입자 : $E_f=82$ GPa
$\nu_m=0.33$	(Austenite)
$\sigma_{ym}=32$ MPa	$\nu_f=0.43$

여기서  $E_m$ 과  $E_f$ 는 모재와 개재물의 탄성계수이고  $\nu_m$ 과  $\nu_f$ 는 각각 모재와 개재물의 포아송비이다. 여기서 개재물의 체적함유율이 5%, 10%, 15% 및 20%일 때 각각의 경우에 대하여 종축방향( $x_3$ 축)으로 1%, 2%, 3%, 4%의 인장 및 압축 사전변형을 가한 후 개재물의 SME에 의한 복합체의 탄성계수를 계산하여 Fig. 4에 나타냈다. 이때 사전변형은 식 (8)의 종횡비( $a_3/a_1$ )가 1%, 2%, 3%, 4%의 인장 및 압축으로 변형하도록  $\alpha$ 를 구한 다음에 이를 식 (9)에 대입하여 사전변형률을 구하였다.

강화재 TiNi 입자들이 분산되어 있는 복합체의 탄성계수  $E_c$ 를 구하기 위하여 사전변형을 가한후 SME에 의한 복합체의 탄성계수를 식 (18)과 (19)에 의해 계산하였다. 이 때 작용 응력에 대한 균일한 변형률이 관계식에 의해 소거되고, 탄성계수  $E_c$ 는 개재물의 체적함유율과의 함수관계로 표현되어 사전변형률과는 무관하고 주로 체적함유율에 의해 영향을 받음을 알 수 있었다. 따라서 관계식에 의하여 계산된 복합체의 탄성계수  $E_c$ 는 Fig. 4에서처럼 개재물의 체적함유율을 5%, 10%, 15% 및 20%로 증가시킬 때 체적함유율의 증가와

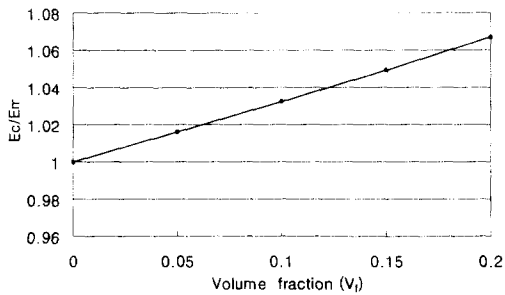


Fig. 4 Analysis of the normalized Young's modulus in the composite as a function of volume fraction of TiNi particle

함께 비례적으로 증가함을 알 수 있었으며 사전 변형률이 복합체의 탄성계수에는 영향을 주지 않음을 알 수 있었다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 SMA 입자에 의한 PDMMC의 인장 성질이 강화된다는 것을 예측할 수 있는 해석적 방법을 제시하였다. 즉, Eshelby의 등가개재물법과 Mori-Tanaka의 평균장 이론을 이용하였고, SME에 의한 입자의 기하학적 형태에 따라 계산이 수행함으로써 Closed Form의 해를 제시하였다. 그리고 복합체에 가한 압축사전변형과 인장사전변형 및 입자의 체적함유율 증가에 따른 복합체 탄성계수의 거동을 정량적으로 조사하는데 초점을 맞추었다. 실제 계산을 위해서는 TiNi/Al 복합체를 모델 시스템으로 하여 적용해 계산하였으며 해석결과 탄성계수가 사전변형률에는 영향을 받지 않고 체적함유율에 선형적으로 비례함을 알 수 있었다.

## 후 기

본 논문은 전주대학교 학술연구지원비에 의해 수행되었습니다.

## 참고문헌

(1) 박영철, 윤두표, 김현수, 이규창, 1995, "형상

기억합금을 이용한 지적복합재료의 개발과 그 지적 특성에 관한 연구," 대한기계학회 추계학술대회 논문집(1), pp. 737~740.

(2) 허경철, 김유영, 남태현, 1995, "Ti-Ni-Cu 형상 기억합금의 형상회복력," 대한금속학회지, 제33권, 제10호, pp. 1296~1301.

(3) 조영태, 김홍건, 노홍길, 이동주, 1999, "형상 기억효과에 따른 3차원 잔류응력의 해석," 한국공작기계학회지, pp. 42~46.

(4) Li, H., Li, J.B., Wang, Z.G., Chen, C.R., and Wang, D.Z., 1998, "Dependence of Thermal Residual Stress on Temperature in a SiC Particle Reinforced 6061Al Alloy," *Metallurgical and Materials Transactions A*, Vol. 29A, pp. 1998~2009.

(5) Taya, M. and Arsenault, R.J., 1989, *Thermomechanical and Material Behavior*, Metal Matrix Composites Pergamon Press, Elmsford, NY, pp. 101~149.

(6) 정태현, 이동주, 김홍건, 1997, "형상기억합금을 이용한 지능형 고분자 복합재료의 설계," 대한기계학회논문집(A), 제21권, 제10호, pp. 1609~1618.

(7) Shi, N., Arsenault, R.J. Krawitz, A.D., and Smith, L.F., 1993, "Deformation Induced Residual Stress Changes in SiC Whisker Reinforced 6061 Al Composites," *Metallurgical Transactions A*, Vol. 24A, pp. 187~196.

(8) 안득만, 김영구, 김부섭, 박익민, 조경목, 최일동, 1997, "단섬유 형상기억합금에 의한 복합재료의 강화기구 해석," 한국복합재료학회지, 제10권, 제3호, pp. 1~15.

(9) 안득만, 1998, "계면적을 고려한 형상기억합금 섬유강화 금속기 복합재료의 기계적 거동해석," 한국복합재료학회지, 제11권, 제4호, pp. 74~82.

(10) Wakashima, K., Suzuki, Y. and Umekawa, S., 1979, "Initial Yield Surfaces of Unidirectional Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 13, p. 288.

(11) 김홍건, 이동주, 남태현, 이수근 1995, "형상 기억효과를 이용한 지능형 복합체의 설계," *Journal of the Institute of Engineering Research*, Jeonju University, Vol. 1, No. 1, pp. 61~68.

(12) Arsenault, R.J., and Taya, M., 1987, "Thermal

Residual Stress in Metal Matrix Composite," *Acta Metallurgical et Materialia*, Vol. 35, No. 3, pp. 651~659.

- (13) Hamada, K., Lee, J.H., Mizuuchi, K., Taya, M., and Inoue, K., 1998, "Thermomechanical Behavior of TiNi Shape Memory Alloy Fiber Reinforced 6061 Aluminum Matrix Composite," *Metallurgical and Materials Transactions A*, Vol. 29A, pp. 1127~1135.
- (14) Eshelby, J.D., 1957, "The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion and Related Problems," *Proc. Roy. Soc.*, London, Vol. A241, pp. 376~396.
- (15) Mura, T., 1987, *Micromechanics of Defects in Solids*, 2nd ed. Martines Nijhoff, Dordrecht, Chap. 2.
- (16) Tandon, G.P., Weng, G.J., 1986, "Stress Distribution in and Around Spheroidal Inclusions and Voids at Finite Concentration," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 53, pp. 511~518.
- (17) Taya, M., and Arsenault, R.J., 1989, "Thermomechanical Behavior," *Metal Matrix Composites*, Pergamon Press, Oxford, pp. 35~250.
- (18) Wei, G.C., and Becker, P.F., 1984, *Journal of American Ceramic Society*, Vol. 67, p. 571.
- (19) Cuberly, H., Baker, W.H., Benjamin, P.M., Unterweiser, C., Kirkpatrick, C.W., Knoll, V., and Nieman, K., 1979, "Metal Hand Book, Ninth Edition," *American Society for Metals, Metals Park*, Vol. 2, Ohio, p. 65.

부 록

$$R = \frac{S_{31} C_a - S_{11} C_b}{S_{13} S_{31} - S_{11} S_{33}}$$

여기서

$$C_a = -(\lambda^f - \lambda^m)(1 - 2\nu^m) + 2(\mu^f - \mu^m)\nu^m$$

$$C_b = -(\lambda^f - \lambda^m)(1 - 2\nu^m) - 2(\mu^f - \mu^m)$$

$$S_{11} = (\lambda^f - \lambda^m)\{(1 - V_f)A_1 + 2V_f\}$$

$$+ 2(\mu^f - \mu^m)\{(1 - V_f)B_1 + V_f\} + 2(\lambda^m + \mu^m)$$

$$S_{13} = (\lambda^f - \lambda^m)\{(1 - V_f)A_3 + V_f\}$$

$$+ 2(\mu^f - \mu^m)(1 - V_f)B_3 + \lambda^m$$

$$S_{31} = (\lambda^f - \lambda^m)\{(1 - V_f)A_1 + 2V_f\}$$

$$+ 2(\mu^f - \mu^m)(1 - V_f)C_1 + 2\lambda^m$$

$$S_{33} = (\lambda^f - \lambda^m)\{(1 - V_f)A_3 + V_f\}$$

$$+ 2(\mu^f - \mu^m)\{(1 - V_f)C_3 + V_f\} + (\lambda^m + 2\mu^m)$$

여기서  $\lambda$ 와  $\mu$ 는 Lamé 상수이고, 식에서 위 첨자 m과 f는 모재와 첨가물을 나타낸다.  $V_f$ 는 첨가물의 체적함유율이고,  $A_1, A_3, B_1, B_3, C_1, C_3$ 는 다음과 같다.

$$A_1 = S_{1111} + S_{2211} + S_{3311} + S_{1122} + S_{2222} + S_{3322}$$

$$A_3 = S_{1133} + S_{2233} + S_{3333}$$

$$B_1 = S_{1111} + S_{1122}, \quad B_3 = S_{1133}, \quad C_1 = S_{3311} + S_{3322}$$

$$C_3 = S_{3333}$$

여기서  $S_{ijkl}$ 은 Eshelby의 텐서이다.