

최적화를 이용한 단순 유한 요소 모델링 기법 개발

이광원*.석일우**.박경진***
(1999년 5월 14일 접수)

A Method for Simplified and Equivalent Finite Element Modeling Using Optimization Technique

Lee, Kwang Won, Seok, Il Woo, and Park, Gyung Jin

Key Words : Simplification(단순화), Equivalence(등가), Goal Programming Method(목표계획법), Recovery(복구화), Correlation(상관 관계), Tuning(일치)

Abstract

As computer power is increased, refined finite element models are employed for structural analysis. However, it is difficult and expensive to use refined models in the design stage. The refined models especially cause problems in the preliminary design where the design is frequently changed. Therefore, simplified models are needed. The simplification process is regarded as an empirical technique. Simplified and equivalent finite element model of a structure has been studied and used in the preliminary design. A general approach to establish the simplified and equivalent model is presented. The generated simple model has satisfactory correlation with the corresponding refined finite element model. An optimization method, the Goal Programming algorithm is used to make the simple model. The simplified model is used for the design change and the changed design is recovered onto the original design. The presented method was verified with three examples.

1. 서론

일반적으로 공학 분야의 설계는 수학적 모델링, 수치적인 해석, 그리고 설계에의 반영과 같은 몇 개의 단계를 거쳐 수행된다.⁽¹⁾ 어떤 의미에서 전술한 각 단계들은 자연 현상을 근사화 하는 작업이다. 유한 요소법(finite element method)은 가장 널리 이용되는 구조 해석(structural analysis) 기법이다.^(2,3) 유한 요소법에서는 근사화의 정도를 최소화하기 위한 방법으로 복잡한 모델을 구성한다. 유한 요소법에서 복잡함의 정도는 요소(element)의 수에 의해 결정된다. 유한 요소 해석에서 복잡한 모델은 상세 모델(refined model)로 명명된다. 해석의 정

확도 면에서 상세 모델이 유리하지만 모델의 수정에 어려운 면을 지닌다. 기계 구조물의 설계 단계에서는 설계 변경이 빈번히 발생한다. 변경된 설계안을 토대로 상세 모델을 변경하는 것은 많은 인적, 경제적 비용을 필요로 한다. 또한 초기 설계 단계(preliminary design)에서는 확정된 설계 모델이 없다. 이러한 이유로 초기 설계 단계에서는 상세하지 않은 근사 모델을 이용하여 설계를 수행할 수 있다. 전술한 근사 모델을 단순 모델(simplified model)이라 명명된다. 많은 기계 산업 분야에서는 이미 특정의 용도를 위해 단순화된 모델이 이용되고 있다.⁽⁴⁾ 이들 단순화 모델은 단지 유한 요소 모델에 국한되지 않고 경험이나 실험을 통해 얻어진 실험식까지 포함된다. 그러나, 이들 단순 모델들은 신뢰성이 결여되고 특정 문제에만 국한되는 단점을 지닌다.

본 연구에서는 초기 설계 단계에서 상세 유한 요소 모델을 대처하기 위한 단순 유한 요소 모델링 기법을 개발한다. 단순 모델은 상세 모델과 등

* (주) 대우자동차 기술연구소

** (주) KAMCO

*** 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : gjpark@email.hanyang.ac.kr

TEL : (031)400-5246 FAX : (031)407-0755

가이어야 한다는 전제 조건을 지닌다. 단순화된 유한 요소 모델링 기법에 대한 연구는 다학제적 설계 최적화(Multidisciplinary Design Optimization) 분야에서 수년간 진행되고 있다.^(5,6) 현재의 다학제적 설계 최적화에서는 하나의 학제(discipline) 모델이 복잡하다면 전체 설계를 수행하기 어렵다. 다학제적 설계 최적화에서는 이러한 문제를 극복하는 방법으로 복잡한 모델을 단순화하는 방법을 이용한다. 과거의 연구에서는 항공기 날개를 등가의 평판으로 단순화하여 설계를 수행하였다.⁽⁷⁻⁹⁾ 그 외의 연구로는 구조물의 결합부(structural joint)를 보 구조물(beam structure)로 단순화한 연구가 있다. 보 구조물은 실제 결합부의 거동과 동일한 거동을 보이도록 등가 되었다. 이 방법은 전기 자동차의 최적화 연구에서 이미 적용된 사례가 있다.⁽¹⁰⁾ 기존의 연구 중에는 단순화에 대한 일반적인 방향을 제시하는 연구도 있으나 보편성(generality) 측면에서 취약하다.⁽¹¹⁾

개발된 단순화 기법은 구조물의 설계에 보편적으로 적용 가능하다. 단순 모델은 상세 모델의 해석 결과와 수치적으로 동일한 결과를 보다 적은 비용으로 도출할 수 있다. 이러한 이유로 구조물의 단순화는 주로 실험이나 상세 모델의 해석에 의해 취득된 정보에 대한 상관 관계(correlation)를 구축하는 과정을 의미한다. 상관 관계의 구축은 일종의 일치(tuning) 작업을 의미한다. 단순 모델을 구성하기 위한 상관 관계의 구축을 위해 다중 목적 함수 최적 설계 기법(multi-objective optimization)인 목표 계획법(goal programming algorithm)이 이용된다.^(10,12) 완성된 단순 모델에 대해 최적화 설계가 초기 설계로서 수행된다.⁽¹³⁻¹⁵⁾ 초기에 상세 모델이 구축되었다면 설계 결과를 상세 모델에 반영하는 복구화(recovery)가 수행된다. 보편성을 위해 단일 부품과 조립 구조물의 모두 적용이 가능하도록 2 단계로 구분한다. 만일 대상 구조물이 단품인 경우에는 요소 단순화만 수행되고 조립 구조물인 경우에는 요소 단순화와 전체 단순화가 순차적으로 수행되는 2 단계 단순화를 수행한다. 복구화 역시 2 단계로 수행된다. 상용 구조 최적화 소프트웨어인 GENESIS 가 구조 최적 설계를 위해 사용되었다.^(16,17)

2. 단순 유한 요소 모델링 기법

앞서 언급한 바와 같이 본 연구에서는 단순 구

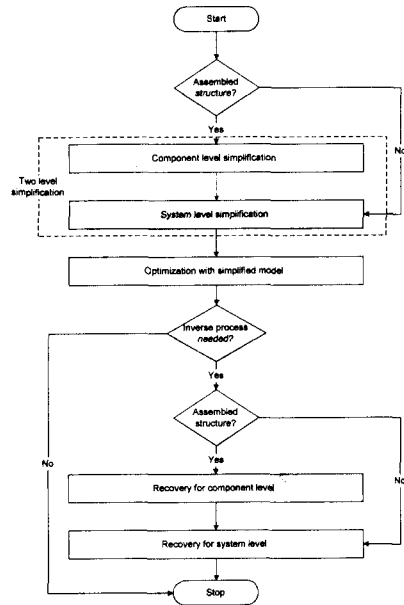


Fig. 1 Flow of the developed simplification and recovery processes

조물이 완성되고 그에 대한 최적화 설계가 수행되며 설계 결과가 상세 모델에 반영된다. 전반적인 흐름은 Fig. 1 과 같다.

2.1 단순화 과정

우선 단순 모델의 구성은 단순한 유한 요소(simple finite element)를 이용하여 구축된다. 예를 들어 복잡한 구조물은 공학적인 견지에서 약간의 평판 요소와 보요소로 표현될 수 있다. 단순 구조물을 구성하는 요소들의 치수와 형상은 상세 모델과의 상관 관계화를 통해 결정된다. 상관 관계화를 위해 목표 계획법이 이용된다. 목표 계획법을 이용한 상관 관계의 수학적 정식은 다음과 같다.

$$\text{find } \mathbf{b} = \{b_1, b_2, \dots, b_n\},$$

$$\mathbf{d} = \{d_1^-, d_2^-, \dots, d_k^-, d_1^+, d_2^+, \dots, d_k^+\} \quad (1)$$

to minimize

$$\mathbf{z} = \sum_{i=1}^k f_i(d_i^-, d_i^+) = \sum_{i=1}^k (w_i d_i^- + \mu_i d_i^+) \quad (2)$$

subject to

$$h_j(\mathbf{b}, \mathbf{d}) \equiv u_{j, \text{simple}}(\mathbf{b}) + d_j^- - d_j^+ - u_{j, \text{target}} = 0 \quad (3)$$

$$d_j^-, d_j^+ \geq 0 \quad (4)$$

식 (1)의 \mathbf{b} 는 구조물의 치수나 위치, 형상들을 나타내는 설계 변수 벡터(design variable vector)이며, \mathbf{d} 는 목표 계획법에서 일치해야 하는 목표와의 음/양의 편차를 나타내는 편차 변수 벡터(deviation variable vector)이다. 위의 식에서 n 은 설계 변수의 수이며, k 는 일치의 대상이 되는 반응치의 수이고, 그리고 식 (2)의 w_i 와 μ_i 는 편차 변수에 대한 가중 인자(weighting factor)이다. 식 (2)의 함수 \mathbf{z} 는 성취 벡터(achievement vector)로서 편차 변수와 가중 인자로 이루어진 가중 선형 함수(weighted linear function)인 $f_i(d_i^-, d_i^+)$ 로 이루어진 목적 함수이다. 식 (3)의 함수 $h_j(\mathbf{b}, \mathbf{d})$ 는 등제한조건(equality constraint)으로 상관 관계화가 수행된다. 여기서 $u_{j, simple}(\mathbf{b})$ 는 j 번째 단순 등가 구조물의 반응치이며, $u_{j, target}$ 은 $u_{j, simple}(\mathbf{b})$ 이 도달해야 하는 목표 반응치(target response value)이다.

Fig.1 에서와 같이 2 단계 단순화는 먼저 단순화의 대상이 되는 구조물이 다수의 부품들로 구성된 구조물인지의 여부를 먼저 판별한다. 대상 구조물이 여러 부품이나 부재들로 구성된 구조물인 경우에는 요소 단순화와 전체 단순화의 2 단계 단순화 과정을 수행한다. 대상 구조물이 단품인 경우에는 2 단계 단순화를 수행하지 않고 전체 단순화만 수행하게 된다. 여기서 요소 단순화는 단품이나 단품들의 조립체와 같이 전체 구조물을 이루는 구성 성분들만을 각각 단순화하는 것이다. 전체 단순화는 단순화된 구성 성분들을 조립한 후 전체 구조물이 원래의 전체 구조물과 동일한 거동을 나타내도록 단순화하는 것을 의미한다. 이와 같이 단계별로 단순화를 수행하게 되면 복잡한 구조물을 보다 체계적으로 단순화할 수 있고 모든 부품들의 특성들이 고려한 상태에서 단순화할 수 있는 장점을 지니게 된다.

2.2 단순 유한 요소 모델을 이용한 설계

구축된 단순 모델에 대한 설계가 수행된다. 본 연구에서는 일반적인 구조 최적 설계가 적용된다.⁽¹³⁻¹⁷⁾ 그 정식은 다음과 같다.

find \mathbf{b} (5)

to minimize objective function (6)

subject to various constraints (7)

설계 변수는 단순 구조물의 여러 가지 특성치들이 선정될 수 있다. 설계 변수는 단순화를 수행

할 때의 설계 변수인 식 (1)의 \mathbf{b} 와 동일할 수 있으며 전혀 다른 특성치도 가능하다. 물론 다른 설계 방법이 적용될 수 있다. 단순 유한 요소 모델의 수정이 용이하므로 설계 변경 역시 수행할 수 있다. 만일 단순 모델을 이용한 설계 결과가 채택 가능하다면 모든 과정은 종료하게 된다. 상세 모델에 변경된 설계 결과를 반영할 필요가 발생한다. 이러한 이유로 단순 모델의 설계 결과를 상세 모델에 반영하는 복구화 과정이 개발되었다.

2.3 복구화 과정

단순화 과정을 통해 만들어진 단순 모델은 설계 과정을 통해 수정된다. 수정된 단순 모델의 반응치는 설계자가 의도한 방향으로 변화된다. 변화된 반응치는 본래의 구조물에 반영되어야 한다. 본래의 구조물에 단순 모델의 설계 결과를 반영하는 것을 단순화의 역과정(inverse process)으로 간주하며 복구화(recovery)로 정의한다. 복구화를 위해 단순화 과정에서 사용된 최적화 기법을 적용한다. 복구화가 단순화와 다른점은 설계 변수로 본래 구조물의 특성치가 적용되며, 목적 반응치로서 수정된 단순 구조물의 반응치가 적용되는 점이다. 복구화를 위한 최적화 정식은 다음과 같다.

$$\text{find } \mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\},$$

$$\mathbf{d} = \{d_1^-, d_2^-, \dots, d_k^-, d_1^+, d_2^+, \dots, d_k^+\} \quad (8)$$

to minimize

$$\mathbf{z} = \sum_{i=1}^k f_i(d_i^-, d_i^+) = \sum_{i=1}^k (w_i d_i^- + \mu_i d_i^+) \quad (9)$$

subject to

$$h_j(\mathbf{x}, \mathbf{d}) \equiv u_{j, refined}(\mathbf{x}) + d_j^- - d_j^+ - u_{j, simple} = 0 \quad (10)$$

$$d_j^-, d_j^+ \geq 0 \quad (11)$$

식 (8)에서 \mathbf{x} 는 상세 모델의 설계 변수이다. 변수 \mathbf{x} 의 초기값은 본래 구조물에 근거하여 결정된다. 식 (10)의 $u_{j, refined}(\mathbf{x})$ 는 상세 모델의 반응치 이고 $u_{j, simple}$ 은 단순 모델의 반응치로서 복구화의 목표가 된다.

전술한 복구화 과정을 위해 상세 모델이 필요하다. 본 연구에서 상세 모델이 필요하다는 것은 다소 모순이 될 수 있다. 만일 상세 모델로의 복구화 과정이 반드시 수행되어야 한다면 단순화를 수행할 필요가 없다. 상세 모델에 대해 직접 설계를 수행하는 것이 오히려 효율적이기 때문이다. 단순화는 상세 모델 없이 단순 모델만을 대상으로

Table 1 Results of the simplification for the plate

Structure	Plate structure (refined model)	Beam structure (simplified model)	Error(%)
Target Response			
Mass (kg)	4.10E+00	4.15E+00	1.
Tip displacement (mm)	5.26E-03	5.31E-03	0.9

Table 2 Design results of the simplified structure

Structure	Initial design	Optimum design
Response		
Mass (kg)	4.15E+00	3.44E+00
Displacement (mm)	5.31E-03	3.99E-03

Table 3 Design results of the original plate structure

Structure	Initial plate configuration	Target from simplified design	Plate configuration after recovery	Optimum design with plate
Response				
Mass(kg)	4.10E+00	3.44E+00	3.46E+00	3.10E+00
Tip displacement(mm)	5.26E-03	3.99E-03	4.00E-03	3.99E-03

수행되는 설계에만 적용되어야 한다. 그럼에도 불구하고 복구화 과정을 본 연구에서 개발한 이유는 설계 변경된 단순 모델과 일치하는 거동을 나타내는 상세 모델이 존재할 수 있다는 것을 증명하기 위함이다. 식 (8)-(11)에 의해 상세 모델은 최적의 단순 모델의 거동과 동일한 거동 또는 보다 개선된 거동을 구할 수 있다. 이것은 식 (8)-(11)에서 목적함수나 제한 조건을 구조물의 질량이나 강성으로 설정한다면 최적의 단순 구조물 보다 더욱 개선된 결과를 구할 수 있기 때문이다. 그러나 이 경우에는 일치의 정확성은 고려하지 않는다.

3. 단품에 대한 단순화

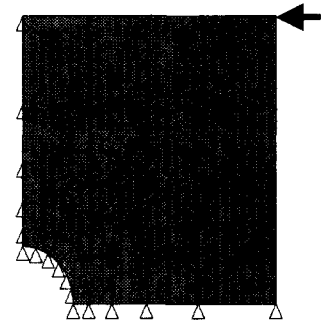
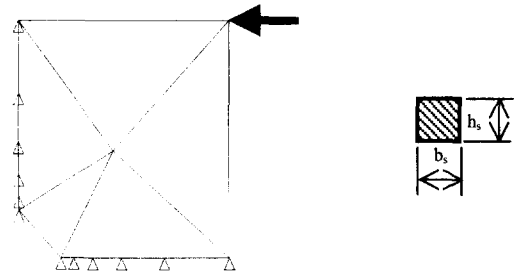
본 장에서는 단일 부품에 대한 단순화 예제가 제시된다. 단일 부품이므로 Fig. 1 에서와 같이 1 단계 단순화만이 수행된다.

3.1 평판 구조물

Fig. 2 는 평판 구조물이다. Fig. 2 의 모델을 상세 모델이라 가정한다. Fig. 2 의 평판 구조물을 Fig. 3 에 예시한 보 구조물로 단순화 한다.

평판 구조물의 단순화를 위해 식 (1)-(4)가 이용된다. Fig. 3 에 도시된 보 단면 치수인 b_s 와 h_s 가 단순화를 위한 설계 변수이다. 식 (3)의 반응치 u 는 외력이 작용하는 절점에서의 하중 방향 변위이다. 단순화의 결과는 Table 1 과 같다.

Table 1 에서와 같이, 단순 모델의 거동과 상세 모델의 거동이 상당히 일치하고 있음을 알 수 있다. 결국 주어진 환경 안에서 Fig. 3 의 보 구조물

**Fig. 2** A plate structure**Fig. 3** Simplified model of the plate structure with beam elements

은 Fig. 2 의 평판 구조물을 대체할 수 있다.

식 (5)-(7)에 의해 단순 모델은 최적화 된다. 설계 변수는 보의 단면 특성치이고, 목적 함수는 구조물의 질량이다. 제한 조건은 하중이 가해지는 지점에서의 변위를 4.0E-03mm 로 제한한다. 최적화의 결과는 Table 2 와 같다.

Table 2의 최적화 결과가 Fig. 2의 평판 구조물인 상세 모델에 반영하기 위한 복구화를 수행한다. 복구화를 위해 식 (8)-(11)이 이용된다. 식 (8)에서 설계 변수는 평판 구조물을 구성하는 평판 요소의 두께이다. 모든 요소를 다 이용하기 때문에 설계 변수의 수는 30개이다. 식 (10)-(11)은 각기 질량과 변위로 설정된다. 복구화의 결과는 Table 3과 같다. 복구화 된 모델의 거동은 단순 모델의 거동과 아주 유사하다. 위의 결과에 의하면 최적화된 단순 모델의 기능을 만족하는 평판의 특성치가 존재함을 알 수 있다.

단순 구조물을 대상으로 수행된 설계가 본래의 구조물을 대상으로 수행된 설계의 경향과 일치하는지의 여부는 아직 알 수 없다. 그러나, 구조물을 대상으로 수행되는 모든 설계는 구조물의 반응치를 위주로 수행되기 때문에 적절히 상관 관계가 수립되었다면 본래의 구조물에 대한 설계 결과와 단순 구조물을 이용한 설계 결과의 경향이 일치해야 한다. 단순 구조물에 대한 설계 결과와 본래 구조물을 대상으로 직접 수행된 설계 결과와의 비교를 위해 본래 평판 구조물에 대한 최적화 설계를 수행한다. 설계를 위한 설계 변수는 평판 구조물을 구성하는 평판 요소들의 두께이며, 목적 함수는 평판의 질량이고, 제한 조건은 하중 받는 지점에서의 정적 변위이다. 이것은 보 구조물에 대한 설계와 동일한 의미를 나타내는 정식이다. 설계의 결과는 Table 3과 같다. 상세 모델을 대상으로 수행된 설계는 단순화된 모델을 대상으로 수행된 설계 결과 보다 좋은 것은 자연스러운 것이다. 여러 인자들의 영향을 단순 모델은 보다 적은 수의 인자로 표현하기 때문이다. 그러나 그 차이는 약 10 퍼센트 이내이다. Fig. 4는 단순 구조물의 설계 결과를 반영한 평판 구조물의 모든 요소 두께와 본래 평판 구조물에 대한 설계 결과로 산출된 요소 두께를 도시한 것이다. Fig. 4에서 횡축은 평판 요소의 번호이자 설계 변수의 번호이고, 종축은 설계 변수들의 값이다. Fig. 4에서 PLATE로 표기된 것은 실제 평판 구조물에 대해 수행된 설계의 결과이고, EQU로 표기된 것은 단순화된 구조물로 설계를 수행한 후 본래 평판 구조물에 반영한 결과이다. Fig. 4에서 보는 바와 같이 두 가지 경우의 설계 변수들이 나타내는 경향은 거의 일치하며 Table 2와 3의 결과를 종합하면 정확한 단순화가 수행되었다면 단순 모델을 이용한 설계 결과는 본래 구조물에도 유효할 수 있음을 알 수 있다.

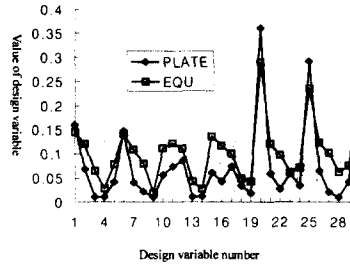


Fig. 4 Comparison of optimums between the inverse process and optimization with the refined model

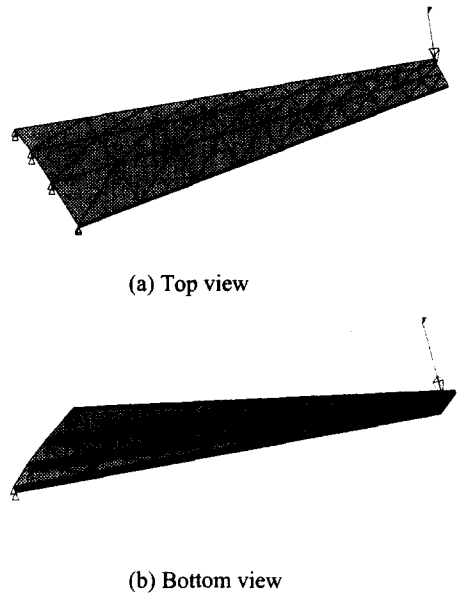


Fig. 5 Refined finite element model of the swept wing

3.2 경사진 날개 구조물

경사진 날개(swept wing structure)를 통해 단순화의 적용 가능성을 검증한다. 비행기 구조물의 날개 중 본체와 예각을 이루는 날개를 의미한다.⁽¹³⁾ 경사진 날개의 구성은 큰 강성을 가진 트러스(truss) 구조물과 평판(plate)으로 구성된다. 또한 날개 전체의 강성보강을 위해 웹(web) 부분을 두었다. Fig. 5는 이를 토대로 구성된 경사진 날개의 상세 유한 요소 모델이다. 경계 조건은 비행기 몸체에 붙는 절점의 자유도를 모두 고정하였고, 하중 조건은 Fig. 5와 같이 집중 하중 f 를 날개의 끝단에 적용하였으며, 그 지점에서의 변위를 측정하여 단순화 시 고려하는 변위 반응치로서 이용한다. 하중 f 의 크기는 25N이다. 전체 날개를 하나

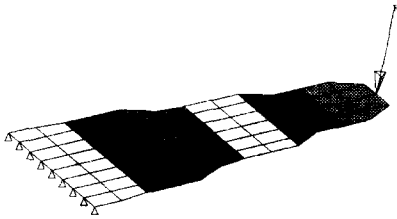


Fig. 6 Simplified finite element model of the swept wing

의 부품으로 간주하여 단순화한다. 여기서 조립 구조물도 하나의 부품으로 단순화할 수 있음을 알 수 있다. 경사진 날개 구조물을 Fig. 6 에 도시된 평판 외팔보로서 단순화한다. Fig. 6 의 평판 구조물의 물성치는 경사진 날개의 물성치와 동일하며, 경사진 날개와 동일한 크기의 하중이 평판 구조물의 끝단에 있는 한 절점에 작용하며, 경계 조건은 하중이 가해지는 지점의 반대 끝단의 모든 절점을 고정하였다.

경사진 날개 구조물 예제에서는 최적화를 이용한 단순화의 효율성과 정확성을 판단하기 위한 것으로 설계의 과정은 수행하지 않는다. 단순화를 위해 식 (1)-(4)가 이용된다. 단순 모델은 길이가 균일하게 6 개의 영역으로 나누었다. 최적화를 이용한 단순화 시 실제 구조물과 일치시켜야 하는 반응치로서 하중이 가해지는 절점에서의 하중 방향 변위와 첫 번째 고유 진동수로 선정한다. 상관 관계를 위해 Fig. 5 의 상세 유한 요소 모델의 해석 결과를 이용한다. 평판의 6 개 영역의 두께와 굽힘 강성 계수(bending stiffness coefficient)를 설계 변수로 선정하여 단순화를 수행하였다. 목적함수는 최적화 정식의 성취 함수이고 제한 조건으로 변위와 고유 진동수에 대한 등제한 조건이 부여된다. 고유 진동수는 경계 조건이 없는 상태에서 계산된다. 단순화의 결과는 Table 4 와 같다.

Table 4 에 나타난 초기치는 임의로 설정하였다. 위의 결과에 의하면 단순 구조물의 변위와 고유 진동수가 경사진 날개와 잘 일치한다. 수렴 조건을 강화하거나 앞서 수행된 단순화 결과를 바탕으로 초기 단순 모델을 수정 또는 보강한다면 보다 정확한 결과를 얻을 수 있다. Table 4 의 결과는 또한 본 연구에서 개발한 단순화 기법이 일반적인 구조물에 적용이 가능함을 나타내고 있다. 본 예제에서는 상세 모델의 해석 결과를 단순화의 목표치로서 사용했다. 그러나, 상세 모델의 해석치외에 실험이나 경험치가 사용될 수 있다.

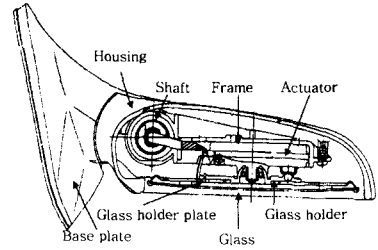


Fig. 7 Schematic view of an outside rear view mirror

4. 조립체에 대한 단순화

Fig. 7 은 주행 시에 후방을 관측하는 기구인 자동차 후사경의 분해 조립도 이다.⁽¹⁹⁾ 본 예제에서는 자동차 후사경이 단순화된 형태로 설계되며, 그 설계 결과를 본래의 후사경에 반영하는 작업이 수행된다. 자동차 후사경이 여러 부품들로 이루어진 구조물이므로 2 단계 단순화가 수행된다. 적용된 자동차 후사경은 Fig. 7 에서 표시한 바와 같이 글래스(glass), 액추에이터(actuator), 프레임(frame), 샤프트(shaft), 베이스 플레이트(base plate), 하우징(housing)의 6 개 부품들로 구성된다. 본 연구는 조립 구조물에 대한 설계 방법론의 개발을 목표로 하므로 구조물의 세세한 구조나 거동에 대해서는 언급하지 않는다. 그러한 이유로 후사경 주위에 발생하는 유체 동력학 역시 고려하지 않았다.

4.1 단순화 과정

전체 단순화의 초기 조건을 구축하기 위해 요소 단순화가 수행된다. 전술한 바와 같이 자동차 후사경은 6 개의 부품으로 구성되어 있으므로 각 6 개의 부품에 대한 요소 단순화를 수행한다. 각 부품의 거동을 제대로 반영할 수 있는 단순화 초기 모델을 만든다. 여기서는 GENESIS ver. 4.0 의 CQUAD4 요소를 이용하여 모델링 된다. 이 초기 모델이 실제 부품의 반응치와 일치하도록 최적화 기법을 이용하여 요소 단순화를 수행한다. 일반적으로 요소 단순화에서 적용되는 반응치는 해당되는 부품 하나만을 대상으로 측정된 미시적인(microscopic) 반응치로서 부품의 질량과 경계 조건이 없는 상태에서의 고유 진동수이다. 단순화를 위해 적용된 설계 변수는 단순화 초기 모델의 두께와 굽힘 강성 계수이다. 이때 상관 관계를 위해 상세 모델에 대한 해석이 선행되어야 한다. Table 5 는 요소 단순화의 결과이다.

요소 단순화를 위한 초기 모델 구축과 단순화

Table 4 Responses of the refined and simplified models for the swept wing

Structure Response	Refined swept wing model	Initial Values of the simplified model	Simplified model after the simplification
Natural frequency (Hz)	2.19	5.709	2.19
Tip displacement (mm)	0.0257	0.148	0.0279

Table 5 Results of the component level simplification for parts of the outside rear view mirror

Part	Response	Refined model	Simplified structure	Error(%)
Glass	Mass(kg)	7.33E-02	7.35E-02	0.3%
	Natural frequency(Hz)	311.2	312.0	0.2%
Frame	Mass(kg)	1.082E-01	1.08E-01	0.1%
	Natural frequency(Hz)	132.2	132.1	0.7%
Shaft	Mass(kg)	0.99E-01	0.99E-01	0.1%
	Natural frequency(Hz)	958.7	949.8	0.2%
Actuator	Mass(kg)	1.56E-01	1.57E-01	0.9%
	Natural frequency(Hz)	294.2	295.1	0.3%
Housing	Mass(kg)	1.67E-01	1.68E-01	0.3%
	Natural frequency(Hz)	147.4	147.9	0.3%
Base Plate	Mass(kg)	3.83E-01	3.84E-01	0.3%
	Natural frequency(Hz)	322.1	323.1	0.3%

과정은 전체 구조물에 대한 단순화에 비해 용이하고 더욱 정확하다. Table 5 에서 오차로 표기된 값들이 전부 1%미만의 극히 작은 값이므로 각 단순 부품들은 본래의 부품의 거동과 상당히 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

요소 단순화의 결과를 지닌 단순 부품들을 모두 연결하여 Fig. 8 과 같이 자동차 후사경의 단순 등가 모델을 구성한다. Fig. 8 의 구조물은 전체 단순화를 위한 초기 모델이다. 결합부는 주로 GENESIS version 4.0 에서 보 요소인 CBAR 를 이용하여 모델링 하였다. 정확한 단순화를 위해 본 예제에서는 여러 지점에서 반응치를 측정하였다. 여러 지점에서 반응치를 측정함을 통해 전체 단순화에서도 요소의 특성이 위배되지 않도록 하였다. 조립된 상태에서 자동차 후사경의 글래스, 액추에이터, 프레임, 샤프트 부품에 각기 크기 5N 의 집중 하중을 적용하여 하중이 작용된 지점에서의 정적 변위를 구한다. 조립된 단순 후사경에도 동일한 단순 부품에 동일한 하중 조건을 부여하여 구한 정적 변위를 상관 관계를 위한 반응치로 적용한다. 그 외 전체 단순화를 위한 반응치로서 조립 구조물의 첫번째 고유 진동수를 선정하였다. 전체 단순화를 위한 설계 변수는 각 단순 부품의 두께와 굽힘 강성 계수, 그리고 각 부품을 연결하는 결합부의 강성과 질량이다. 그에 따른 결과는 다음 Table 6 과 같다.

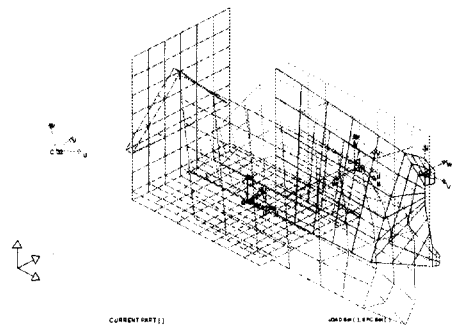


Fig. 8 Simplified finite element model of the assembled structure with simplified models

Table 6 의 결과를 보면 4 지점의 정적 변위와 고유 진동수에 오차가 존재한다. 이 오차는 일치를 위한 제한 조건의 수렴조건을 강화하거나, 요소 단순화 시 만들어진 단순 부품의 수정을 통해 줄일 수 있다. 위의 결과는 초기 단순 모델이 매우 중요하며 정확한 단순 모델의 구축을 위해 반복 수행도 필요하다는 것을 의미한다. 발생한 오차의 정도를 설계자가 허용하는 한계 내에 있다면 적절한 자동차 후사경의 단순 등가 모델이 완성된 것이다. 단순 모델의 효율을 비교하기 위해 본래 후사경의 상세 유한 요소 모델과 해석 시간을 비교하였다. 해석을 위해 상용 구조 해석 및 최적 설

Table 6 Results of system level simplification for the outside rear view mirror

Response	Structure	Target	After correlation	Error(%)
Displacement(mm)	Glass	56.18	58.02	3.
	Actuator	12.32	12.29	0.3
	Frame	33.55	31.68	5.5
	Shaft	3.79	3.92	3.
Natural frequency(Hz)		25.73	27.99	9.

Table 7 Results of the optimum design for the simplified outside rear view mirror

Response	Case	Initial design	Optimum design	Change (%)
Mass (kg)		1.66	1.53	-7.
Tip displacement (mm)		5.80E+01	5.23E+01	-9.8
Natural Frequency (Hz)		2.79E+01	3.03E+01	8.

계 소프트웨어인 GENESIS version 4.0 을 이용하였고, Silicon Graphics Indigo2 R4400 워크스테이션을 이용하였다. 상세 유한 요소 모델의 경우 75 초(second)가 소요되고, 단순 모델을 이용한 경우 7 초의 시간이 소요되었다. 상세 모델에 비해 해석 시간을 1/10 로 단축할 수 있었다. 설계 시 여러 번의 해석을 반복해야 하므로 더 많은 비용의 절감을 기대할 수 있을 것으로 판단된다.

4.2 단순 구조물을 이용한 설계

단순화된 자동차 후사경을 대상으로 최적화 설계를 수행한다. 최적화 설계는 식 (12)-(13)의 정식에 의해 수행된다. 목적 함수는 질량 최소화과 정적 변위의 최소화, 그리고 고유 진동수의 최대화이다. 설계 변수는 3 가지 목적 함수에 영향이 많은 글래스, 하우징, 그리고 베이스 플레이트의 두께와 굽힘 강성 계수이다. 설계의 결과는 Table 7 과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{b} & (12) \\ & \text{to minimize} \\ & \text{mass} + \text{displacement} - \text{natural frequency} \end{aligned}$$

Table 7 의 결과에 의하면 질량은 7% 감소하였고, 변위는 9.8% 감소하였으며, 고유 진동수는 8% 증가하였다. 3 가지 목적 함수가 모두 고려된 다중 목적 함수 문제이므로 3 가지 반응치가 모두 향상된 결과를 얻을 수 있었다. 앞서 수행된 설계의 결과를 복구화를 통해 자동차 후사경의 상세 모델에 반영한다. 조립 구조물인 관계로 2 단계 단순화

가 수행된 것과 같이 2 단계로 복구화를 수행한다.

4.3 복구화 과정

복구화는 최적의 단순 모델의 설계 결과를 반영할 수 있는 상세 모델의 존재가 가능성을 증명하기 위해 수행된다. 복구화 역시 요소 복구화와 전체 복구화의 2 단계로 나누어 수행된다. 설계 과정에서 변경된 3 개의 부품인 글래스, 하우징, 그리고 베이스 플레이트에 대한 요소 복구화를 먼저 수행한다. 나머지 부품들은 단순화 이전의 치수를 사용한다. 먼저 글래스의 요소 복구화를 수행한다. 글래스의 요소 복구화는 다음과 같은 정식에 의해 수행된다.

$$\text{find } \mathbf{b}_{part} \quad (14)$$

$$\text{to minimize } \text{mass} \quad (15)$$

$$\text{subject to } \xi = \xi_{opt}. \quad (16)$$

식 (14)의 설계 변수 벡터 \mathbf{b}_{part} 는 글래스의 상세 모델의 두께와 굽힘 강성 계수를 의미하며, 목적 함수인 식 (15)은 글래스 상세 모델의 질량을 최소화하는 것이다. 이것은 설계된 단순 글래스의 거동을 상세 모델에 반영하는 동시에 보다 비용이 작은 글래스를 만들기 위한 것이다. 요소 복구화 작업을 의미하는 식 (16)은 단순 글래스의 고유 진동수인 ξ_{opt} 와 상세 모델의 고유 진동수인 ξ 와의 일치를 위한 등제한 조건이다. 위의 정식에 의해 글래스, 하우징, 그리고 베이스 플레이트의 요소 복구화가 수행되었으며 결과는 Table 8 과 같다.

Table 8 Results of the recovery for parts

Part	Response	Optimum of simplified Model	Results of the recovery
Glass	Mass (kg)	2.13E-01	1.88E-01
	Natural frequency (Hz)	4.68E+02	4.68E+02
Housing	Mass (kg)	3.16E-01	1.58E-01
	Natural frequency (Hz)	2.10E+02	2.10E+02
Base plate	Mass (kg)	6.19E-01	2.70E-01
	Natural frequency (Hz)	2.54E+02	2.54E+02

Table 9 Results of system level recovery for the outside rear view mirror

Response	Case	Initial response of the refined model	Optimum response of the simplified model	The refined model after the recovery
	Mass (kg)	1.66	1.53	0.95
	Displacement (mm)	5.80E+01	5.23E+01	4.50E+01
	Natural frequency (Hz)	2.79E+01	3.03E+01	3.02E+01

Table 10 Comparison of designs with the recovery and optimization

Response	Case	Responses from the recovery	Optimization with the refined model
	Mass (kg)	0.95	0.58
	Displacement (mm)	4.50E+01	2.06E+01
	Natural Frequency (Hz)	3.02E+01	4.43E+01

요소 복구화의 결과를 이용하여 전체 복구화가 수행된다. 전체 복구화 역시 최적화 정식을 이용하며 그 정식은 아래와 같다.

$$\text{find } \mathbf{b}_{mirror} \quad (17)$$

$$\text{to minimize } mass_{mirror} \quad (18)$$

$$\text{subject to } \delta_{mirror} \leq \delta_{mirror_opt}. \quad (19)$$

$$\xi_{mirror} \geq \xi_{mirror_opt}. \quad (20)$$

식 (17)의 설계 변수 벡터인 \mathbf{b}_{mirror} 는 자동차 후사경의 부품과 결합부의 강성과 질량에 관련된 특성치이다. 목적 함수인 식 (18)은 요소 복구화의 목적 함수와 동일한 의도를 지닌다. 전체 복구화의 작업을 의미하는 식 (19)는 단순화된 후사경의 최적 변위인 δ_{mirror_opt} 와 본래 구조물의 변위인 δ_{mirror} 의 일치를 위한 등제한 조건이며, 식 (20)은 단순화된 자동차 후사경의 최적 고유 진동수인

ξ_{mirror_opt} 와 본래 후사경의 고유 진동수인 ξ_{mirror} 의 일치를 위한 등제한 조건이다. 그러나 식 (19), (20)과 같이 부등제한 조건으로 정식을 수정한 것은 보다 향상된 결과를 의도하였기 때문이다. 전체 복구화의 결과는 Table 9와 같다.

Table 7과 Table 9에 의하면 설계에 의해 자동차 후사경의 강성과 질량이 향상되었다. 또한 복구화 과정을 통해 자동차 후사경의 상세 모델은 앞서 최적화된 단순 모델의 거동과 일치하거나 보다 향상된 거동을 나타내고 있다. 전체 복구화의 결과 단순 모델의 설계 결과를 반영할 수 있는 모델이 존재할 수 있음을 증명하였다. 구조물의 질량은 식 (18)의 목적 함수로 사용되었기에 감소하였다. 비교를 위해 상세 모델에 대한 직접 설계를 수행한다. 설계를 위한 모든 조건은 단순 모델에 대한 설계와 동일하다. 그 결과는 Table 10과 같다.

상세 모델에 대한 설계 결과가 더욱 개선된 결과를 보인다. 그러나, 상세 모델에 대한 최적화 설계는 대형 구조물의 경우 해를 구하지 못하거나

인적, 시간적 비용을 많이 소모해야 하는 단점이 있다.

5. 결론

본 논문에서는 단순 유한 요소 모델링 기법의 개발에 대한 연구가 수행되었다. 일반화된 단순화 기법 개발을 위해 2 단계 단순화와 같은 체계적인 단순화가 제안되었다. 상관 관계를 위해 최적화 기법인 목표 계획법을 이용하여 효과적인 결과를 얻었다. 그리고, 상세 모델을 이용한 설계 결과와 비교하여 단순 모델을 이용한 설계의 적용 가능성을 검증하였다. 자동차 후사경의 경우 단순화된 모델은 상세 모델에 비해 해석 시간을 1/10 로 줄일 수 있었다. 복귀화를 통해 단순 모델에 대한 설계가 실제 설계에서도 유용함을 증명하였다. 개발된 단순화 기법에 의해 다학제적 설계 최적화 분야에서의 적용이 현재 수행되고 있다.⁽²⁰⁾

후 기

이 연구는 한국과학재단지정 최적설계신기술센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Dieter G.E., 1991, *Engineering Design*, McGraw Hill.
- (2) Bathe, K. J., 1982, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Inc..
- (3) Logan, D.L., 1986, *A First Course in the Finite Element Method*, PWS Publishing Company.
- (4) Shigley, J. E. and Mischke, C. R., 1989, *Mechanical Engineering Design*, McGraw-Hill Inc., pp. 3~9.
- (5) Sobieszczanski-Sobieski, J. and Haftka, R. T., 1996, "Multidisciplinary Aerospace Optimization: Survey of Recent Developments," *AIAA Paper* 96-0711.
- (6) Balling, R. J. and Sobieszczanski-Sobieski, J., 1996, "Optimization of Coupled Systems: A Critical Overview of Approaches," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 1, pp 6~17.
- (7) Livne, E., 1994, "Equivalent Plate Structural Modeling for Wing Shape Optimization Including Transverse Shear," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 6, pp. 1278~1288.
- (8) Livne, E., 1994, "Analytic Sensitivities for Shape Optimization in Equivalent Plate Structural Wing Models," *Journal of Aircraft*, Vol. 31, No. 4, pp. 961~969.
- (9) Livne, E., Sels, R. A., and Bhatia, K. G., 1994, "Lessons from Application of Equivalent Plate Structural Modeling to an HSCT Wing," *Journal of Aircraft*, Vol. 31, No. 4, pp. 953~960.
- (10) Lee, K.W., Park, G.J., 1998, "The Modeling and Optimization of an Electrical Vehicle Using Joint Analysis," *International Journal of Vehicle Design*, Vol. 19, No. 1, pp. 14~28.
- (11) Yoshimura, M., 1988, "Detailed Machine Structure Shapes Generated from Simplified Models," *Proceedings of the IUTAM Symposium on Structural Optimization*, Melbourne, Australia, 9-13, pp. 387~394.
- (12) Kamat, P., 1993, *Structural Optimization: Status and Promise*, AIAA.
- (13) Haug, E.J., Arora, J.S., 1979, *Applied Optimal Design*, John Wiley & Sons.
- (14) Arora, J.S., 1989, *Introduction to Optimum Design*, New York, McGraw-Hill, Inc..
- (15) Haftka, R.T., Gurdal, Z., 1992, *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers.
- (16) Schmit, L.A., Farshi, B., 1974, "Some Approximation Concepts for Structural Synthesis," *AIAA Journal*, Vol. 11, pp. 489~494.
- (17) GENESIS ver. 4.0 Users Manual, VMA.
- (18) 이광원, 1998, "독립 설계 공리를 이용한 구조물의 최적 설계," 박사 학위 논문, 한양대학교 대학원 기계설계학과.
- (19) Hwang, K. H., Lee, K. W., and Park, G. J., 2000, "Robust Optimization of an Automobile Rearview Mirror for Vibration Reduction," *Structural Optimization*, being published.
- (20) Park, G.J., 2000, "Preliminary Study of MDO applications Other Than Aircraft Design," Internal Report, Mechanical Engineering, Hanyang University, Seoul, (In Korean) Korea.