

산업용 로봇의 일정한 방향성 생성

이승황*, 양승한**, 박용국***

Generation of Constant Orientation in Industrial Robots

Seung-Hwang Yi*, Seung-Han Yang**, Yong-Kuk Park***

Abstract

In general, there are many degrees of freedom (DOFs) in industrial robots. So they have many poses of several special end-effector's positions and orientations. For that reason, industrial robots are used in a wide scope of industrial applications such as welding, spray painting, deburring, and so on. In this research, an off-line continuous path planning method based on linear interpolation with parabolic blend is developed. The method safely maintains the constant orientation for base frame and end-effector's path within allowable error and minimizes the number of segments in path. This algorithm may apply to welding and painting in which the orientation is particularly significant. The simulation study of cartesian curve is carried out to show the performance of this algorithm.

Key Words : End-effector's Position and Orientation (엔드-이펙터의 위치와 방향), Linear Interpolation with parabolic blend (포물선과 혼합된 선형 보간법), Forward / Inverse kinematics (순/역기구학)

1. 서론

로봇은 경제적인 측면으로 인건비 절약과 작업환경의 개선, 제품 사양의 변화에 대한 유연성 향상, 제품의 질적 향상 및 생산성 향상을 가져오며, 작업 환경이 열악하고 위험한 곳에서 인간을 대신하여 작업을 수행할 수 있음으로 산업현장의 자동화에서 그 위치가 높아지고 있다. 로봇

이 이용되는 여러 작업들 중에서 특히 용접이나 페인팅과 같은 작업에서는 엔드-이펙터의 경로생성이 매우 중요하다. 특히 위험 물질을 운반할 때 중력방향에 대해 일정한 방향을 유지해야 된다. 이러한 작업들은 경로를 따라서 부드럽게 동작하고, 모든 경로에 대해서 일정한 방향성을 유지하는 것이 중요하다.

로봇의 경로생성에 대한 연구는 직교 공간상에서 실시

* 경북대학교 대학원
** 경북대학교 기계공학부(syang@knu.ac.kr)
*** 대구가톨릭대학교 기계자동차공학부

간으로 보간하거나, 직교 공간상의 경로에 대응하는 관절 공간의 점들을 보간하는 방법으로 연구되었다. 직교 공간 상에서 보간하는 방법^(1,2)은 실시간으로 기구학이나 자코비안 행렬을 계산하므로, 이들 계산에 걸리는 시간만큼 동작 속도의 한계가 있고, 특이점(singular points)을 예측하기 힘든 어려움이 있다.⁽³⁾

관절 공간에서 보간하는 방법⁽⁴⁻⁷⁾에서는 최소 세그먼트 수의 경로 생성과 노트점들 사이를 부드럽게 이어주는 것이 중요하다⁽⁶⁾. Taylor⁽⁵⁾의 경우 직선경로를 필요 이상의 세그먼트로 나누어서 보간하였다. 그러므로, 필요 이상의 세그먼트 수를 가지게 된다. Benhabib와 Goldenberg⁽⁷⁾는 여유 자유도를 가지는 로봇에 대해서 최소 세그먼트 수의 경로를 생성하였지만, 노트점들 사이에서 일정한 방향을 유지하지 않는다. 관절 공간상에서 정의된 점들을 보간하여서 경로를 생성하는 여러 연구⁽⁴⁻⁷⁾들은 주어진 매개변수 경로와 엔드-이펙터 경로사이의 오차계산이 상당히 복잡하여 계산 효율이 떨어지고, 보간할 때 부드러운 동작에 중점을 두어서 노트점 사이에서 엔드-이펙터의 방향을 일정하게 유지하는 것에 대해서는 고려하지 않았다. 또한, 최근에는 다양한 형태의 곡선이 요구됨에 따라, 그것을 표현하기 쉬운 매개변수식 CAD 데이터를 바탕으로 경로 생성을 한 연구가 있다.⁽⁸⁾

따라서, 본 연구에서는 매개변수 곡선 경로로 표현된 많은 작업들에 대해 관절 공간에서 최소 세그먼트 수를 가진 경로 생성을 위한 새로운 오차계산 방법과 기존의 포물선과 혼합된 선형 함수를 기반으로, 엔드-이펙터의 방향을 모든 경로에서 일정하게 유지할 수 있는 보간 알고리즘을 보여주고, 이 알고리즘의 타당성을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 검증하였다.

2. 엔드-이펙터의 경로 생성

로봇의 엔드-이펙터의 위치와 방향은 4×4 균질 변환 행렬로 표시한다.

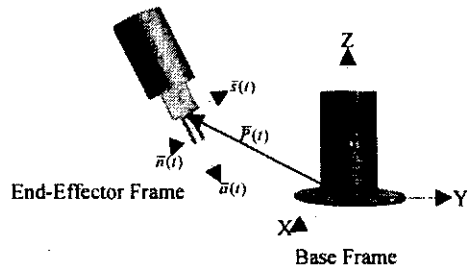
$$H(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}(t) & \mathbf{s}(t) & \mathbf{a}(t) & \mathbf{p}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 식(1)을 손행렬(hand matrix)이라 하며, 이 행렬은 관절의 개수와 같은 행렬의 곱이며, 기준 좌표계에 대한 엔드-이펙터의 위치($\mathbf{p}(t)$)와 방향($\mathbf{n}(t)$, $\mathbf{s}(t)$, $\mathbf{a}(t)$)을 나타낸다(Fig.1). 엔드-이펙터의 위치와 방향은 순기구

학과 역기구학으로 관절 좌표계와 공간 좌표계를 서로 변환한다.

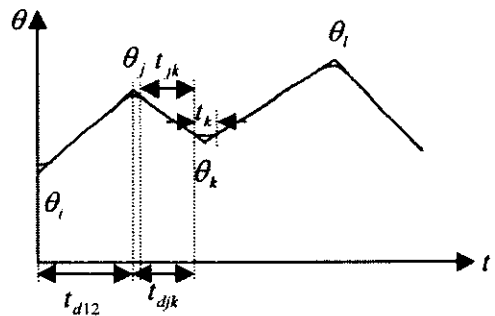
매개변수 곡선이 $\mathbf{p}_d = [\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{z}(t)]$ 으로 주어졌을 때 곡선 상에서의 엔드-이펙터의 방향이 결정되고, 순행렬(H)의 $\mathbf{p}(t)$ 와 $\mathbf{p}_d(t)$ 가 일치한다면 로봇은 정확하게 곡선을 따라갈 것이다. 이를 위해서는 무한히 많은 곡선의 점 데이터를 관절 좌표상으로 변환하여야 하지만 그것은 비현실적이다. 이런 이유로 주어진 곡선을 세그먼트 혹은 노트점으로 나누고, 그 점에 대응하는 관절 공간상의 점들을 보간하여서 로봇의 엔드-이펙터를 일정 오차 범위 안에서 주어진 곡선을 따라 움직이도록 한다.

로봇의 보간에 사용되는 여러 보간 함수들은 각각의 장단점을 가지고 개선되어 왔다. 보간 함수들에 있어서 특징



n(t): Normal vector, s(t): Slide vector, a(t): Approach vector, p(t): Position vector.

Fig. 1 End-effector's position and orientation



t_{djk} : Overall duration of the segment connecting points j and k
 t_k : Duration of the blend region at path point k
 t_{jk} : Duration of the linear portion between j and k

Fig. 2 Multisegment linear path with blends

은 로봇의 운동을 부드럽고 연속적으로 진행되게 만드는 것이다. 이러한 함수 중에서 경유점을 가진 경로에 포물선과 혼합된 선형 함수(Fig. 2)를 사용하였다. 이는 직선 보간함수를 기초로 하여 가속도 연속조건을 만들기 위해서 2차 함수를 혼합한 것이다.⁽⁹⁾

2.1 최소 세그먼트 수의 경로 생성

세그먼트를 나누는 기존의 연구⁽⁷⁾에서는 주어진 곡선과 엔드-이펙터의 경로사이의 오차를 계산하였지만, 주어진 곡선이 직선이나 원호가 아닌 약간 복잡한 형상이면 오차를 계산하는 것은 상당히 복잡하여 계산효율이 떨어진다. 또한 최근에는 직선이나 원호경로가 아닌 다양한 곡선경로를 요구하기에, 본 연구에서는 주어진 매개변수 곡선의 형태에 관계없이 비교적 간단하게 오차를 계산하는 방법을 제안한다.

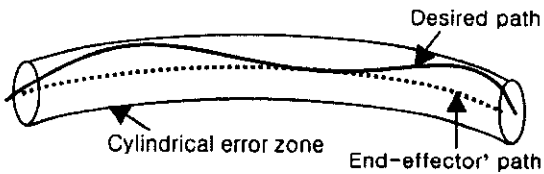
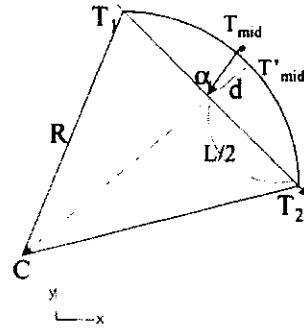


Fig. 3 Cylindrical error definition

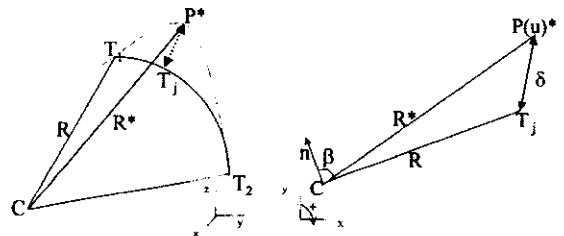
Taylor⁽⁸⁾에 따르면 "각 세그먼트의 간격이 좁아짐에 따라 중간지점 또는 그 근처에서 최대 오차가 발생한다"라고 하였다. 그래서 본 연구에서는 각 노트점 사이에서 엔드-이펙터의 경로가 원형이라 가정하고 그 원형 경로를 중심으로 하는 원통형 오차 영역을 정하였다. 즉, 엔드-이펙터의 경로를 중심으로 한 원통형 오차(cylindrical error)를 정의한다.(Fig. 3)

그리고 다음과 같은 과정으로 오차를 계산하였다.

- (i) Fig. 4 (a)에서 T_1 점과 T_2 점 사이를 세그먼트로 할 경우 T_{mid} 점을 구한다. T_1, T_2 의 관절 공간상에서의 이 중간 값에 대응하는 직교공간상의 점이 T'_{mid} 이다. 각 점의 좌표는 순기구학과 역기구학을 이용하여 구할 수 있다. 그리고 원의 중심과 T_1 과 T_2 를 잇는 직선상의 이동분점의 연장선상의 점 T'_{mid} 를 구한다.
- (ii) Fig. 4 (a)에서 T_1, T_2, T'_{mid} 세 점을 이용하여 점 C를 중심으로 하는 원을 구한다.



(a) Circular tool path



(b) Cylindrical error(δ) calculation

T_1, T_2 : Start and final point of any segment

T_{mid} : Cartesian position corresponding to the mid-value of joint value of T_1, T_2 position

R, C : Radius(R) and center(C) point of arc $T_1T_{mid}T_2$

P^* : Cartesian position on the given parametric curve

R^* : Distance between point C and P^*

δ : Deviation, distance between P^* and end-effector's path,

Fig. 4 Cylindrical error calculation

(iii) Fig. 4 (b)에서 T_1, T_2, C 세 점으로 이루어진 평면에서 엔드-이펙터의 경로(T_1, T_j, T_2)와 주어진 곡선상의 각 점(P^*)와의 거리를 구한다. 이것이 구하고자 하는 원통형 오차이다.

정의한 오차를 계산하여 최대 허용 오차를 만족하는 노트점(T_2)을 찾는다. 최대 허용 오차를 만족하는 T_2 를 구하기 위해서 이분법을 사용하였다. 시작점에서 끝점사이에 대한 오차를 구한 뒤 오차한계를 벗어나면 그 두 지점사이의 곡선의 매개변수 값에 대한 중간 점에 대해서 다시 오차를 구하고, 그것 역시 오차한계를 벗어나면 시작점과

앞에서 구한 중간 점 사이의 중간 점을 구하고, 그렇지 않고 오차한계보다 훨씬 작으면 앞에서 구한 중간 점과 끝점사이의 중간 점을 구하여 오차한계를 넘지 않는 T_2 를 구한다. 이렇게 구한 노트점을 이용하여, 관절 공간상에서 보간한다. 다음 절에서 일정한 방향성을 유지하기 위한 보간법을 나타내었다.

2.2 엔드-이펙터의 일정한 방향성 생성

앞 절에서 구한 노트점들을 보간하기 전에, 먼저 2축 로봇의 방향성에 대해 고려해보자. Fig. 5에서 첫번째와 두번째 관절의 각을 $\theta_{10}, \theta_{1i}, \theta_{11}$ 와 $\theta_{20}, \theta_{2i}, \theta_{21}$ 로 각각 정의하였다. 여기서 아래 첨자 i 는 초기각(0)과 최종각(1)과의 임의의 시간대에 있는 각각의 축에서의 각을 말한다. 먼저 첫번째 관절의 가속도 부분의 시간이 두번째 관절의 시간보다 작다고 가정하자. 즉, Fig. 2에서 첫번째 관절의 t_k 가 두번째 관절의 t_k 보다 작다고 가정한다. 그리고 첫번째 관절을 기준 조인트라 한다. 그러면 엔드-이펙터의 방향은 일정하지 않다. 일정한 방향성을 유지하기 위해서는 가속 혹은 감속이 동시에 시작되고 동시에 끝나면, 엔드-이펙터의 방향은 일정하게 유지된다.(Fig. 9) 또한 방향성을 일정하게 유지하려고 하는 것이 경로 오차에도 좋은 결과를 가져온다.(Fig. 7).

먼저 Fig. 6에 직선 보간 함수와 임의의 보간 함수를 도식화 하였다. 시간의 변화에 따라 각각의 관절이(1, 2 조인트) $\theta_0(t), \theta_1(t)$ 로 변하고, 이러한 변화는 $\theta_{10}, \theta_{11}, t_d$ 와 t 의 함수로 표현할 수 있다. 여기서 t 는 세그먼트 내

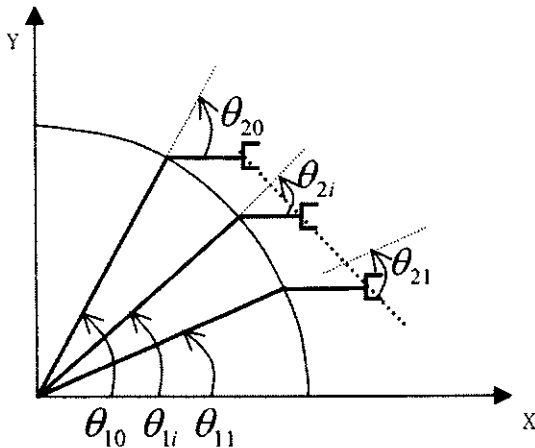


Fig. 5 Basic strategy of orientation interpolation

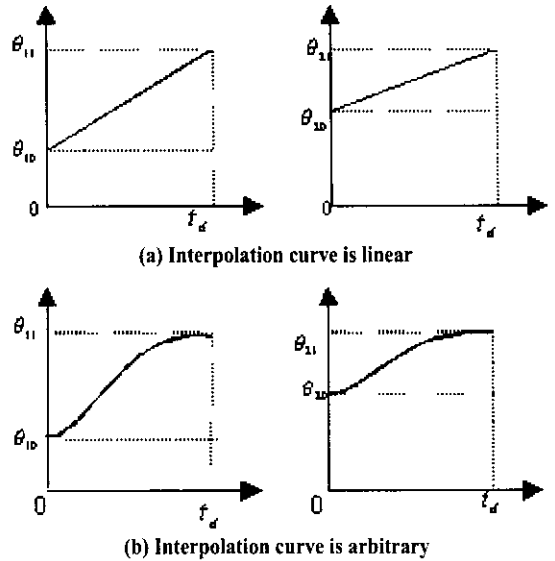


Fig. 6 Interpolation function for a segment

에서 정의된 상대적인 시간이다. 즉, 세그먼트 첫 시작에서는 $t=0$ 을 마지막에서는 $t=t_d$ 라 한다.

먼저 직선 보간 함수에서

$$\theta_1(t) = \theta_{10} + \frac{(\theta_{11} - \theta_{10})}{t_d} \times t \quad (2)$$

$$\theta_2(t) = \theta_{20} + \frac{(\theta_{21} - \theta_{20})}{t_d} \times t \quad (3)$$

여기서 만약 $t = \alpha \times t_d (0 < \alpha < 1)$ 이라면, 관절 1과 2의 각 변화량은 다음과 같이 표시되고

$$\theta_{1i} = \alpha \times (\theta_{11} - \theta_{10}) + \theta_{10} \quad (4)$$

$$\theta_{2i} = \alpha \times (\theta_{21} - \theta_{20}) + \theta_{20} \quad (5)$$

임의의 지점에서 관절 변화량은 아래와 같다.

$$\Delta\theta_1 = \theta_{1i} - \theta_{10} = \alpha \times (\theta_{11} - \theta_{10}) \quad (6)$$

$$\Delta\theta_2 = \theta_{2i} - \theta_{20} = \alpha \times (\theta_{21} - \theta_{20}) \quad (7)$$

$$\frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} = \frac{\theta_{21} - \theta_{20}}{\theta_{11} - \theta_{10}} = K \quad (8)$$

그러므로 직선 보간 함수에 대하여 다음과 같은 식으로 2번 관절의 각을 구할 수 있다.

$$\theta_{2i} = K \times (\theta_{1i} - \theta_{10}) + \theta_{20} \quad (9)$$

다음으로 Fig. 6(b)와 같이 보간 함수를 3차 다항식으로 가정하면

$$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (10)$$

속도와 위치에 대한 구속조건을 다음과 같이 가정하면

$$\begin{aligned} \theta_1(0) = \theta_{10}, \theta_2(0) = \theta_{20}, \theta_1(t_d) = \theta_{11}, \theta_2(t_d) = \theta_{21} \\ \dot{\theta}_1(0) = 0, \dot{\theta}_2(0) = 0, \dot{\theta}_1(t_d) = 0, \dot{\theta}_2(t_d) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

식(10)과 (11)에서 각각의 계수를 구하여 정리하면

$$\begin{aligned} \theta_{1i} = \theta_{10} + 3\alpha^2(\theta_{11} - \theta_{10}) - 2\alpha^3(\theta_{11} - \theta_{10}) \\ \theta_{2i} = \theta_{20} + 3\alpha^2(\theta_{21} - \theta_{20}) - 2\alpha^3(\theta_{21} - \theta_{20}) \end{aligned} \quad (12)$$

직선 보간의 경우와 마찬가지로 풀면

$$\Delta\theta_{1i} = \theta_{1i} - \theta_{10} = (3\alpha^2 - 2\alpha^3) \times (\theta_{11} - \theta_{10}) \quad (13)$$

$$\Delta\theta_{2i} = \theta_{2i} - \theta_{20} = (3\alpha^2 - 2\alpha^3) \times (\theta_{21} - \theta_{20}) \quad (14)$$

$$\frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} = \frac{\theta_{21} - \theta_{20}}{\theta_{11} - \theta_{10}} = K \quad (15)$$

$$\theta_{2i} = K \times (\theta_{1i} - \theta_{10}) + \theta_{20} \quad (16)$$

이상에서 보듯이, 3차 보간 함수를 이용했을 때(식 16)와 직선 함수를 이용했을 때(식 9)와 같은 결과를 얻었다.

이는 임의의 다른 곡선을 보간 함수로 사용해도 직선에 대하여 유도된 식과 동일한 식이 된다. 즉, 기준 좌표계에 대해서 일정한 방향성을 생성하기 위해서 관절 변화량의 비는 일정한 상수이다. 그러나, 기존의 방법⁹⁾에서 포물선과 혼합된 선형 보간법을 사용할 때, 각 축의 최대 가속도로 포물선의 형태를 만들기 때문에 일정한 방향이 유지되지 않고 또한 경로상의 오차도 발생한다. 위의 방법을 가속도 구간에 적용하였다. 가속도 구간을 수정하기 위하여 한 노트점에서 각 축의 t_k 중 가장 긴 것을 기준 조인트라 정의하고, 이 값을 이용해 다른 축의 가속도를 같은 시간 동안 비례하는 값으로 수정하였다. 또한 이것은 2개축뿐만 아니라 그 이상의 회전 관절에 대해서도 사용할 수 있다.

결과적으로 기준 좌표계에 대해 일정한 방향성을 유지하기 위해서 다음과 같은 일반적인 식을 유도하였다.

$$\theta_{ji} = K \times (\theta_{ri} - \theta_{r0}) + \theta_{j0} \quad (17)$$

여기서 $K = \frac{\Delta\theta_j}{\Delta\theta_r} (\geq 1)$, i 는 순차적으로 변하는 중간 지점, r 는 기준 조인트, 즉 이전의 관절이며 j 는 1, 2, ..., 6관절로 각 노트의 초기 관절각을 나타내며 j 는 r 과 일치하지 않고, 최종적으로 식(17)을 적용하여 로봇 엔드-이펙터의 방향을 일정하게 유지할 뿐만 아니라 경로상의 오차도 줄일 수 있다.

3. 시뮬레이션

시뮬레이션을 위해서 프로그램 언어는 MATLAB을 이용하였다. 프로그램은 크게 노트점을 찾는 것과 일정한 방향성을 유지하도록 보간하는 알고리즘의 두 가지를 포함하고 있다. 먼저 PUMA 560에 대한 속도와 가속도의 최대 제한 조건은 Table 1에 나타내었다. 그리고, Table 2의 제어점을 가지는 공간상의 매개변수 곡선(bezier curve)경로에 대한 시뮬레이션을 하였다. Table 2에 곡선의 제어점, 허용오차, 총 이동시간 및 방향성을 나타내었다. 위의 제한 조건에서 경로상의 노트점은 Table 3과 같다. 즉 각 노트점에 대응하는 관절공간, 직교 공간 및 매개변수 공간에서의 값이다.

시뮬레이션 절차는 다음과 같다.

(i) 주어진 매개변수 곡선(bezier curve)에 대해서, 2-1

절의 오차계산을 이용하여서 노트점을 찾는다. (Table 3) 즉, 최소 세그먼트 경로를 위한 노트점을 구한다.

- (ii) Table 3을 기반으로 Table 1과 Table 2의 제한조건을 이용하여서 각 축의 각 세그먼트에 대한 t_{dik}, t_{jk}, t_k 를 구한다⁽¹⁰⁾. 시뮬레이션의 간략화를 위해서 매개변수 값에 총 이동시간을 곱하여서 t_{dik} 값을 계산하였다.
- (iii) 각 세그먼트에서 가장 긴 t_k 를 가지는 기준 조인트를 설정한 후, 이 기준 조인트에 대해서 식(17)을 적용한다. 세그먼트에 따라 기준조인트는 달라진다.

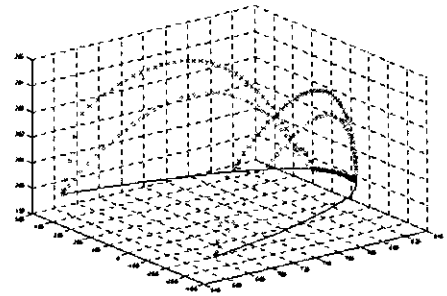
각 알고리즘에 의해서 생성된 경로는 Fig. 7과 8에 나타나 있다.

Table 1 Maximum velocity and acceleration constraints of PUMA 560

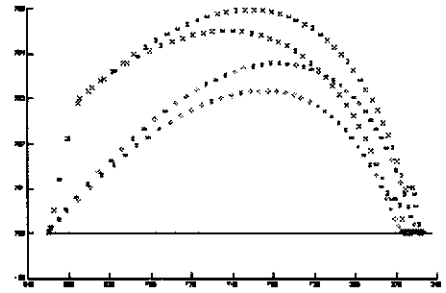
	Joint 1	Joint 2	Joint 3	Joint 4	Joint 5	Joint 6
Velocity (degree/sec)	100	95	100	150	130	110
Accerelation (degree/sec ²)	45	35	75	70	90	80

Table 2 Path constraints

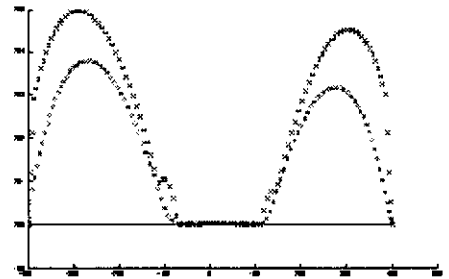
	Control point (x,y,z) mm	Allowable deviation (mm)	Duration (sec)	Orientation
Simulation	(650,400,200), (900,200,200), (900,-200,200), (650,-400,200)	4	6	Slide vector : tangential vector approach vector : [0 0 -1]



(a) Cartesian Space simulation



(b) XZ-plane simulation



(c) YZ-plane simulation

Fig. 7 Cartesian plot (unit : [mm])

Table 3 Knot points and curve parameter

Axis [rad]						Cartesian coordinate [mm]			Curve parameter
Axis_1	Axis_2	Axis_3	Axis_4	Axis_5	Axis_6	X	Y	Z	
0.3538	-0.7451	2.4469	0	1.4398	-0.5422	650.0000	400.0000	200.0	0
-0.0258	-0.4292	1.8684	0	1.7024	-0.2687	821.8330	128.8705	200.0	0.3555
-0.2906	-0.3995	1.8111	0	1.7300	-0.1195	829.6659	-91.5560	200.0	0.6022
-0.7495	-0.7451	2.4469	0	1.4398	0.1466	650.0000	-400.0000	200.0	1.0000

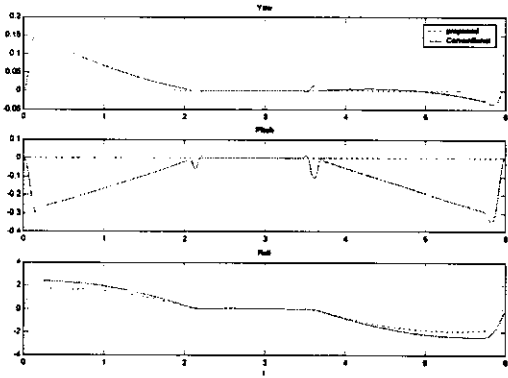


Fig. 8 Orientation error plot (unit : x[sec], y[deg])

Fig. 7은 공간상의 경로를 나타내었다. 기존의 방법은 각 세그먼트에 대해서 최대허용오차 벗어나지만, 새롭게 제안된 방법에서는 모든 세그먼트에 대해서 최대허용오차를 만족하면서 경로를 생성하였다. 이로써 보다 안정된 경로를 생성하였다.

Fig. 8에서는 방향성 오차를 보여준다. 경로상의 방향성 오차는 매개변수 곡선에 대한 롤-피치-요 (roll-pitch-yaw)로 표현했다. 일반적으로 롤 방향의 자유도를 무시하면 방향성 오차는 기존의 방법(최대[-2.43,-0.32,0.17]degree)에 비해 제한한 방법(최대 [-1.63 ,0,0]degree)에서는 거의 없는 것을 알 수 있다. 즉, xy-평면에 대해서 일정한 방향을 유지함을 보여 준다.

Fig. 9는 각 알고리즘에 대해 각 관절의 시간에 대한 속

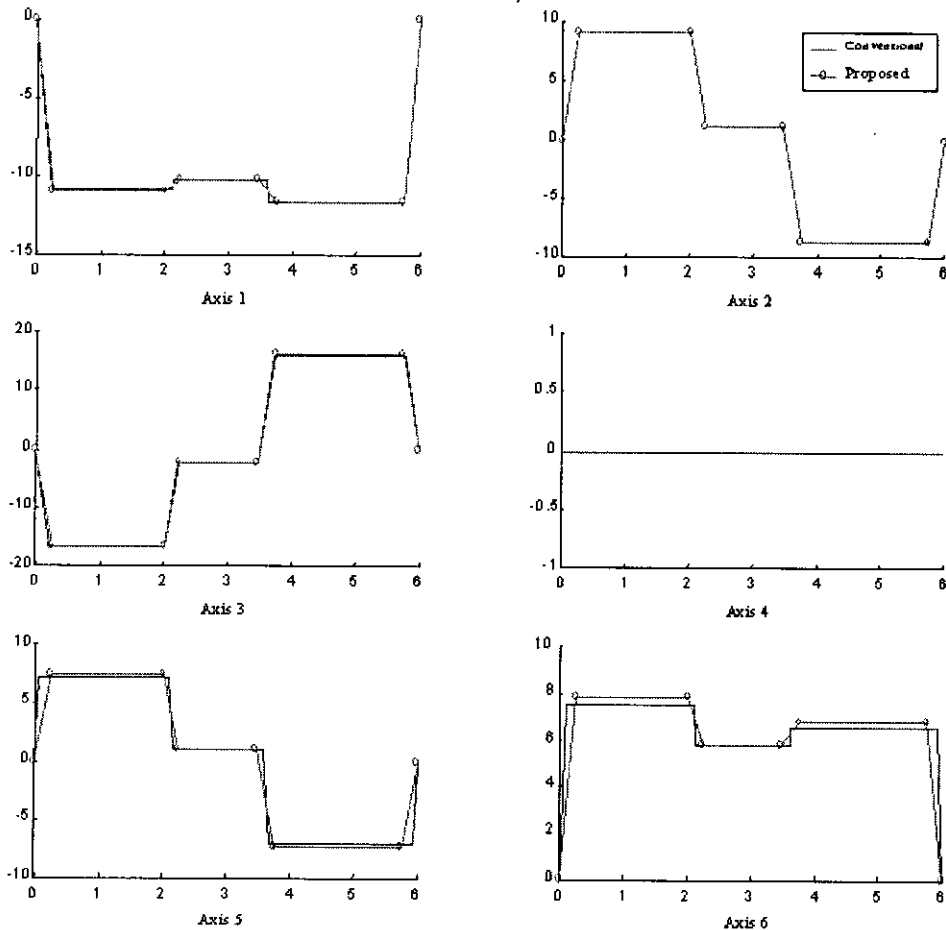


Fig. 9 Axis velocity plot (unit : x [sec], y [deg/sec])

도변화를 보여 준다. 여기서 각각의 속도변화는 각 축들 중에서 가장 긴 시간을 가지는 축에 맞게 가(감)속되는 것을 알 수 있다. 즉 동시에 가 감속을 하여 동시에 가 감속이 끝난다. 이렇게 함으로 식(17)을 만족하도록 하고 이것은 일정한 방향을 유지하고 경로상의 오차도 줄이게 된다.

4. 결 론

본 연구에서는 매개변수 곡선 경로로 표현된 많은 작업들에 대해 관절 공간에서 최소 세그먼트 수를 가진 경로 생성을 위한 보다 간결한 오차계산 방법과 기존의 포물선과 혼합된 선형 함수를 기반으로, 노트점과 노트점 사이에서 엔드-이펙터의 방향을 일정하게 유지할 수 있는 보간 알고리즘을 제시하였다. PUMA560 로봇에 대한 시뮬레이션 결과 다음과 같은 결과를 도출할 수 있었다.

- (1) 포물선과 혼합된 선형 보간법을 기본으로 하여, 기준 좌표계에 대해 보다 안정된 엔드-이펙터의 경로와 일정한 방향성을 유지할 수 있는 새로운 보간 방법을 개발하였다.
- (2) 가변적으로 변화하는 최소 세그먼트의 결정 방법을 유도하여 세그먼트의 개수를 줄일 수 있었다. 오차 계산에 있어 보다 단순하고 효율적인 작업을 수행할 수 있다.
- (3) 본 연구의 컴퓨터 시뮬레이션에서 사용한 PUMA 560 로봇뿐만 아니라, 회전 관절을 가진 다른 로봇에서도 적용이 가능하다. 본 연구에서 제시한 알고리즘은 회전 관절의 형식이고 관절의 각도 변화와 상관없이 관절의 형식이 같은 로봇은 범용적으로 사용 가능하다.

참 고 문 헌

- (1) R. P. Paul. "Manipulator Cartesian Path Control." *IEEE Trans. on Syst. Man, Cybernetics*, Vol. SMC-9, No. 11, 1979
- (2) D.E., Whitney, "Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Human Prostheses" *IEEE Trans. On Man-Machine Systems*. Vol. MMS-10, No. 2, 1969
- (3) R. P. Paul. "Robot Manipulators : Mathematics Programming, and Control" MIT press, Mass, 1981

- (4) J.Y.S. Luh and C.S. Lin, "Approximate joint Trajectories for Control of Industrial Robots Along Cartesian Paths." *IEEE Tran. on Syst, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-14, No. 3, 1984
- (5) R. H. Taylor, "Planning and Execution of Straight Line Manipulator Trajectories", *IBM J. Res., Develop.*, Vol. 23, No. 4, 1979
- (6) J.Y.S. Luh and C.S. Lin, "Formulation and Optimization of Cubics Polynomial Joint Trajectories for Industrial robots", *IEEE Trans on Automatic Control*, Vol.AC-28, NO.12, 1983.
- (7) B. Benhabib, A. A. Golgenberg, R.G. Fenton "Optimal Continuous Path Planning for Seven-Degree-of-Freedom Robots." *Journal of Engineering for industry* Vol. 108 *Trans. of ASME*. 1986
- (8) Markus Varsta, pasi Koikkalainen, "Surface modeling and Robot Path Generation Using Self-Organization", *Proceedings of the 13th International Conference on Pattern Recognition -Vol 4* , IEEE Computer Society
- (9) John J, Craig, "Introduction to Robotics Mechanics and Control", Addison-Wesley Publishing Company. 1986
- (10) C.S.G. Lee, M. Ziegler, "Geometric Approach in Solving Inverse Kinematics of PUMA Robots", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Sys.* ,Vol. AES-20, No. 6, 1984
- (11) K.Feldmann, S.Krimi, "Alternative Placement Systems for Three-Dimensional Circuit Boards", *Annals of the CIRP* Vol. 47. 1998.
- (12) Y.Mizugaki, H.Hiraoka, F.Kimura, T.Sata, "Continuous path generation with Precise Control of Velocity and Orientation for Industrial Robot" *Annals of CIRP*, Vol. 34/1. 1985.
- (13) B.K.Kim, K.G.Shin "Minimum-Time Path Planning for Robot Arms and Their Dynamics" *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics*. Vol.SMC-15 No.2, 1985.