

# 전단띠 형성에 의한 원형접합판의 변형한계 해석

정 태 훈\*

## Analysis of Forming Limit for Circular Bonded Sheet Metals by Shear Band Formation

Taehoon Chung\*

### Abstract

By the use of a similar numerical method as that the forming limit strain by coating method of coated sheet metals is investigated, in which the FEM is applied and J2G(J2-Gotoh's corner theory) is utilized as the plasticity constitutive equation. Circular bonded sheet metals with dissimilar sheets on both surface planes are stretched in a plane-strain state, with various work-hardening exponent n-values and thicknesses of each layer. Processes of shear-band formation in such composite sheets are clearly illustrated. It is concluded that, in the bonded state, the higher limiting strain of one layer is reduced due to the lower limiting strain of the other layer and vice versa, and does not necessarily obey the rule of linear combination of the limiting strain of each layer weighted according thickness.

**Key Words :** Plasticity(소성), Elastic-plastic FEM(탄소성유한요소법), Forming Limit Strain(성형한계), Circular Bonded Sheet Metals(원형접합판), J2G(J2-Gotoh's Corner Theory), Shear-band(전단띠)

### 1. 서 론

최근 공업기술의 고도화에 따라 제품의 필요기능이 다양화되어 소재에도 고기능성이 요구되나 단일재로서는 이러한 요구를 만족시키지 못하는 경우가 많아 단일재 각각의 특성을 중첩시킨 접합복합재가 주목받고 있다.

이러한 신기능의 적층접합판의 양산기술은 점차 확립되고 있으며 따라서 사용범위도 더욱 많은 제품에 적용되

어 가고 있다. 본 논문에서는 이러한 적층접합판의 복합특성을 이용한 소재의 소성가공중에 발생하는 접합판재의 기계적, 물리적 고유의 변형특성인 국소 변형에 따른 파단한계(성형한계)를 탄소성유한요소법에 의해 해석 고찰하였다.

이러한 접합재의 프레스 성형성에 영향을 주는 인자 중에서 r치, n치, 모재와 피복재의 두께비율 등이 성형한계에 많은 영향을 주고 있다.<sup>1)</sup> 이러한 접합판재의 변형한계를

\* 중부대학교 기술공학부(cthoon@joongbu.ac.kr)

유한요소법에 의해 수치시물레이션하여 예측한다는 것은 흥미있는 일이다.

판재는 기하학적 특징, 즉 판면에 수직방향의 치수와 판두께가 판면내 치수에 비해 압도적으로 작기 때문에 국부넉킹의 발생을 파단이라고 생각하는 것이 일반적이다. 또한 수치적으로는 평면응력으로 취급하는 것이 상식화되어 있다. 따라서 Hill<sup>(2)</sup>의 국부넉킹조건을 파단조건으로 하는 경우가 많았다. 여기서 국부넉킹은 시각적으로는 판면에서 십자상의 선으로 보이는 판두께방향의 넉킹이며 종전부터 일종의 소성불안정현상으로 알려져 왔다. 이것은 평면응력하의 국부분기로서도 취급하여 이론적 연구도 많이 행하여져 왔다.

Hill은 Levy-Mises구성식을 사용하여 한 면내의 스트레인비  $\alpha > 0$ 인 상황에서는 국부넉킹은 발생하지 않는 것에 대하여 나타냈다. 실제의 재료에서는 처음부터 어느 정도의 불안정이 있어, Marciniak & Kuczynski<sup>(3)</sup>는 초기불안정을 고려하여 Levy-Mises구성식에서도  $\alpha > 0$ 의 상황에서 국부넉킹을 갖는 판의 파단을 나타냈다.

그 후 Stren & Rice<sup>(4)</sup>가 Levy-Mises구성식이 아닌 Hencky의 전스트레인 이론의 속도형을 이용하여 국부분기 즉 국부넉킹조건이  $\alpha > 0$ 에 대하여도 생기는 것을 나타내어 처음으로 의 전영역에 대한 파단한계 조건을 나타냈다.

국부분기조건은 소성구성식에 대한 의존성이 크기 때문에 변형이력이 복잡하게 되면 이 파단에측 성능은 구성식의 정도에 따라 나쁘게 된다.

宅田<sup>(5)</sup>은 판재에 압축성을 고려한 소성구성식에 의해 변형해석하여 재료내부의 밀도변화를 추출하여, 이것에 한계치를 설정하는 것으로서 파단 예측을 하였고, 또한 3차원 고찰을 한 것으로서 Stren & Rice의 이론을 확장한 伊藤<sup>(6)</sup>의 연구에서는 국부분기가 전단파 이론이 되기 때문에 판재의 파단한계는 평면응력 가정하에서 국부넉킹조건에 의한 경우보다 높게 됨을 나타내었다.

또한 Gotoh<sup>(7)</sup>는 소성구성식(J2G)을 제안하여 국부분기조건 즉 파단조건을 정하여 실험적 검증에 의해 적어도 실용레벨에서의 유용성을 나타내었다.

이 J2G(J2-Gotoh's corner theory)를 변형의 수치시물레이션에 적용하여 이 때의 변형양태의 관찰과 하중의 급락 등과 시물레이션의 결과로서 생기는 국부넉킹을 성형한계라고 판정하였다. 그러나 판재의 파단한계의 이론적 연구는 지금까지 거의 평면응력 가정하에 행하여져 왔기 때문에 판두께 방향에 관한 고려를 할 수 없었다.

따라서 판두께 방향에도 요소분할하여 확장평면 스트레인 방법을 적용하여 판재의 성형한계변형의 판두께 의존성을 검토하였다.<sup>(10)</sup> 성형한계의 판정은 국부넉킹 발생 후 두께방향으로 발생하는 전단파 형성의 시점으로 하고 이러한 소성변형 국소화를 표현하기에 적합한 소성구성식 J2G의 채용에 의해서 수치적 평가가 충분히 가능한 것을 확인하였다.<sup>(11)</sup>

본 논문에서는 같은 수법으로 최근 많이 사용되는 원형접합체에 대하여 몇 종의 다른 재료를 조합하여 접합의 효과와 성형한계에 미치는 영향에 주목하였다. 접합경계의 박리는 없는 것으로 하였다.

## 2. 기초이론

소성구성식으로는 다음의 J2G를 이용했다. 먼저 J2G구성식<sup>(12-13)</sup>을 기술하면 굵은 문자는 2계텐서를 나타내고,  $t_r$ 은 trace의 기호이며 표시는 증분형식이다.

$$\begin{aligned} d\epsilon &= d\epsilon^e + d\epsilon^p \\ &= (1/2G^*)dT + \langle P(\Theta) \rangle b/2\bar{\sigma}h_0 T d\bar{\sigma} \end{aligned} \quad (1)$$

$$t_r d\epsilon = (1/3K)t_r d\sigma \quad (2)$$

여기서  $d\epsilon$ 는 변형률증분  $d\epsilon$ 의 편차, 첨자 e, p로서 탄성, 소성을 나타낸다.  $T$ 는 Cauchy응력  $\sigma$ 의 편차,  $dT = dT - d\omega T + Td\omega$ ,  $d\omega$ 는 강제회전증분이다. K는 체적탄성계수이며 식 (1)은 후속부하면에서의 부하점으로서 꼭지점의 형성을 하고 있으며,  $\Theta_0$ 는 이 반정각을 나타낸다. 여기서,

$$\Theta_0 = (\pi/2) - \rho \bar{\epsilon}^p; \quad \bar{\epsilon}^p = \int d\bar{\epsilon}^p \quad (3)$$

가 되며, 일반적으로  $0 \leq \rho < 1$ 이다.  $\rho \equiv 0$ ,  $\Theta_0 \equiv \pi/2$ 에서는 꼭지점은 없고, 식 (1)은 종래의 J2F(J<sub>2</sub> Flow theory)로 된다. 또한 소성성형에서는  $70^\circ < \Theta_0 < 90^\circ$ 에서 꼭지점의 진전은 없지만, 이 작은 꼭지점형성이 국부넉킹 등 스트레인집중현상에 크게 기여한다.  $\rho$ 는 실험적결정법<sup>(9)</sup>에 의해 결정하는 꼭지점 진전을 조절하는 재료정수이고,  $\bar{\epsilon}^p$ 는 스트레인 경로의 전장의 소성성분이다. 위의 이론을 기본으로 하여 아래와 같은 확장평면스트레인 상태에서 해석하였다.

$$d\epsilon_z = \alpha dL / L = dZ \quad (4)$$

$$d\sigma_z = 3K(d\epsilon_x + d\epsilon_y + dZ) - (d\sigma_x + d\sigma_y) \quad (5)$$

여기서 L은 시편길이이고 dZ는 계산에서 주어지며  $\alpha$ 는 시험편 면내의 스트레인비 ( $\epsilon_x / \epsilon_y$ )로서  $0 \leq \alpha < 1$ 에 대하여 검토한다. 이 경우 다음과 같은 가공경화식(n 승 경화법칙)을 사용하였다.

$$\bar{\sigma} = C_i \bar{\epsilon}^{ni} \quad (6)$$

여기서  $\bar{\sigma}$ 는 상당응력, C는 소성계수,  $\bar{\epsilon}$ 는 상당소성 변형률, n는 가공경화지수이다.

### 3. 수치해석

해석에는 증분적 탄소성대변형 해석으로서 1스텝의 증분량은 확장 r-min법에 의해서 각 요소내의 상당소성변형의 증분을 제어한다. 1스텝(step)에서의 최대상당소성스트레인증분의 규제는 0.01로 했다. 구성식은 J2G를 이용하고 삼각형 1차요소를 사용하였으며 판두께 방향으로 요소분할하여 확장평면스트레인 방법을 적용하였다.

Fig. 1과 같은 원통형 모델이 내압을 받아 인장압축되는 상태를 확장평면스트레인 탄소성유한요소법으로 해석하였다. 접합원통판의 두께를 그림의 왼쪽부분을 전체두께의 0.04% 작게하고, 모재 A재료에 대하여 B(피복재)재료를 전체초기판두께의  $\beta$ 배로 하여 외부(out1~out4) 또는 내부면쪽(inner1~inner6)에 접합을 하였다. 이 경우는 대칭성이므로 1/2만 해석하고, 원주방향으로 1스텝당 변위량을 주어 r-min방법으로 증분 해석하였다. 그림에서 보는 바와 같이 스트레인의 집중이 예상되는 두께가 작은 시험

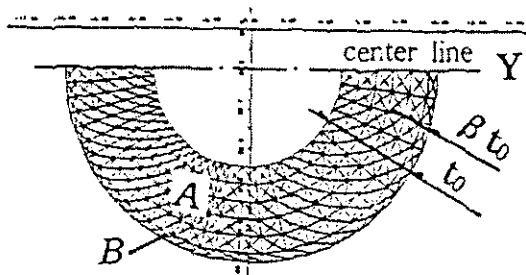


Fig. 1 Model of circular bonded sheet metals

Table 1 B-material constants of circular bonded sheet metals

Type	n	$\rho$	$\beta$	Type	n	$\rho$	$\beta$
out1	0.01	0.8	0.5	inner1	0.01	0.8	0.5
" 2	0.5	0.2	0.5	" 2	0.5	0.2	0.5
" 3	0.01	0.8	0.1	" 3	0.01	0.8	0.1
" 4	0.5	0.2	0.1	" 4	0.5	0.2	0.1
				" 5	0.2	0.5	0.1
				" 6	0.2	0.5	0.5

편 왼쪽부분은 특히 작게 요소분할을 하였다.

해석한 접합재의 재료상수는 모재인 A가 탄성계수  $E = 70\text{GPa}$ , 프와송비  $\nu = 0.33$ , 초기항복응력  $\sigma_0 = 10\text{MPa}$ , 가공경화지수  $n = 0.1$ , 재료정수  $\rho = 0.8$ 로서 일정하게 하였다. 여기에 접합한 피복재 B는  $E = 120\text{GPa}$ ,  $\nu = 0.34$ ,  $\sigma_0 = 200\text{MPa}$ 로서 B재료의 두께비와 n치,  $\rho$ 치와 접합위치를 변화시켜서 Table 1과 같이 계산하였다. A와 B는 A재료와 B재료의 경계를 나타낸다.

Fig. 2는 위 접합재를 해석한 것 중 접합두께가 작은 ( $=0.1 t_0$ ) 것으로서 외부와 내부에 접합한 것의 변형양태를 나타냈다. 이 그림에서 보면 전단파 형성이 피복재의 n치가 0.1보다 작은 (a)의 경우 코팅표층으로부터 2중 전단파가 형성되어 유기되는 것을 볼 수 있고, n치가 모재보다 큰 (d)의 경우 신장/초기길이인  $U/L = 0.4$ 까지 안정되게 변형하면서 표피층으로부터 전단파가 명확히 나타났다. 또한 n차( $=0.01$ )가 작으며 변형된 신장율이 거의 같은 단계의 외부에 접합한(a)와 내부에 접합한 (c)를 보면 내부에 접합한 것이 더욱 안정된 변형을 하는 것을 알 수 있다. 이것은 내압이 가해지는 경우에 외부에 피복재를 접합하는 것보다 내부에 피복하여 내구성을 향상시키는 효과와 일치한다. 그러나 n치( $=0.5$ )가 큰 (b)를 보면 피복재의 영향에 의해 외표피가 안정되게 변형하고, 또한 같은 조건이나 내부에 접합한 (d)는 외표피부터 전단파가 발생하는 것을 볼 수 있다. 이것으로 접합(코팅)의 영향을 판단할 수 있었다.

Fig. 3은 위 접합재를 해석한 것 중 접합두께가 모재와 피복재가 같은 ( $=0.5 t_0$ ) 것으로서 외부와 내부에 접합한 것의 변형양태를 나타냈다. 이 그림에서 보면 전단파 형성이 피복재의 n치가 모재의 0.1보다 작은 (a)의 경우 외부 표층으로부터 전단파가 형성되어 내부로 유기되는 것을 볼 수 있고, n치가 모재보다 큰 (b)의 경우  $U/L = 0.5107$ 까

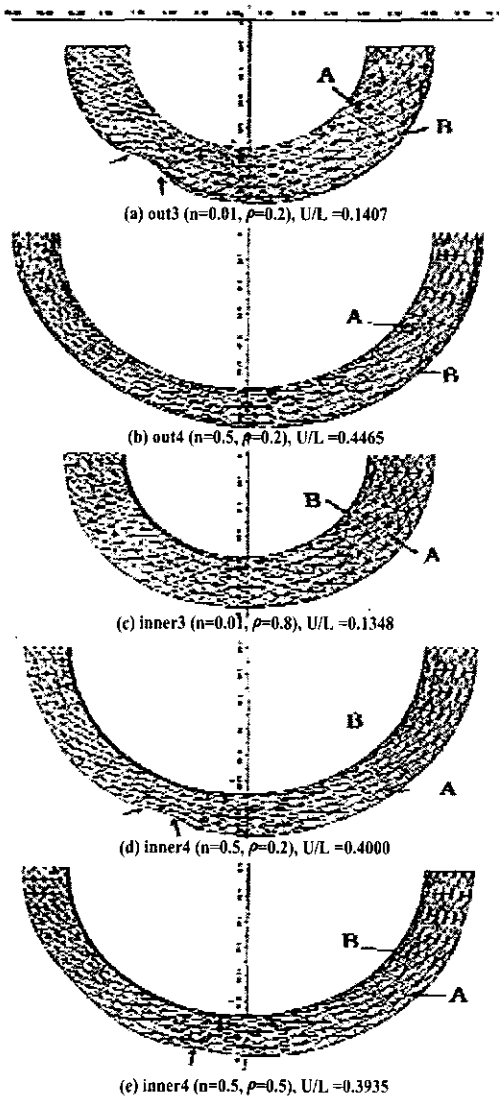


Fig. 2 Appearance of shear-band and forming behavior( $\beta=0.1$ )

지 안정되게 변형하면서 두께가 얇아지며 전단파는 생기지 않았다. 또한  $n$ 치( $=0.01$ )가 작으며 변형된 신장율이 거의 같은 단계의 외부에 접합한 (a)와 내부에 접합한 (c)를 보면 내부에 접합한 것이 더욱 안정된 변형을 하는 것을 알 수 있다. 이것은 접합두께가 작은 Fig. 2의 결과와 일치한다. 그러나  $n$ 치( $=0.5$ )가 큰 (b)를 보면 피복재의 영향에 의해 외표피가 안정되게 변형하지만, 같은 조건인 내부에 접합한 (d)는 외표피부터 두께가 얇아지며 불안정변형이

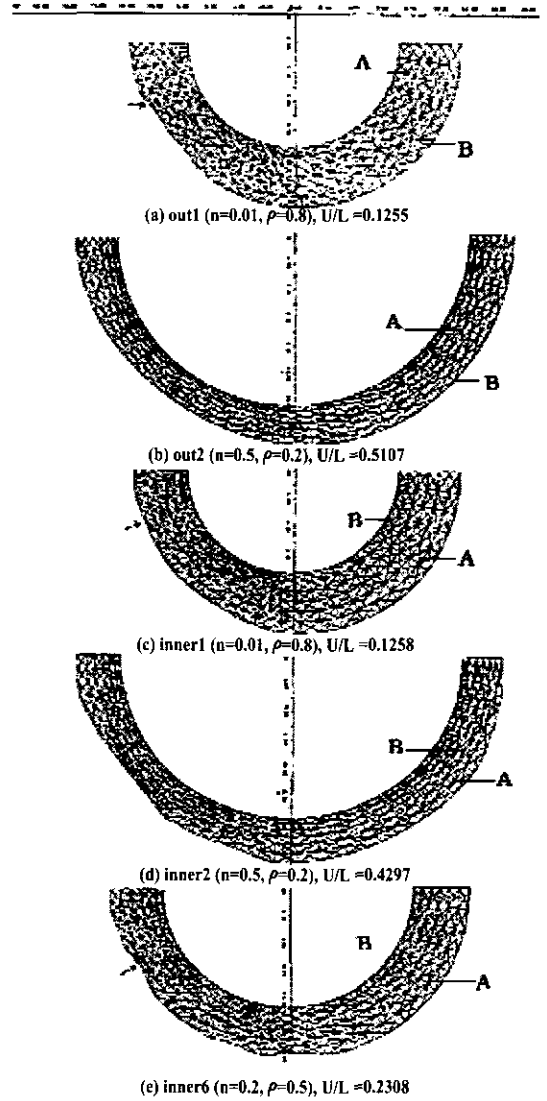


Fig. 3 Appearance of shear-band and forming behavior( $\beta=0.5$ )

발생하는 것을 볼 수 있다. 또한 같은 조건인 (e)와 Fig. 2의 (c)를 보면 Fig. 2의 (c)의 변형한계가 크게 나타나므로 이것으로 피복접합두께의 영향을 알 수 있으며, 즉  $n$ 치, 접합위치 및 접합두께가 인장굽힘에서도 상당히 작용하여 변형한계가 변하는 것을 확인할 수 있었다.

Fig. 4는 Fig. 2와 Fig. 3의 경우의 하중-변형률곡선을 나타냈다. 그림에서 종축의  $F/(A_0 * SIGY)$ 는 인장하중/(초기단면적 \*  $\sigma_0$ )를 나타내고 횡축의  $U/L$ 은 신장/초기

길이 이다. 이 그림에서 n치가 작으면 소성변형중에 하중이 빨리 떨어지는 것을 알 수 있다(out1과 out2, inner1과 inner2). 또한 파단까지의 전신장이 접합한 B재료의 판두께가 클 수록 큰 것을 나타내며(inner1과 inner3) 이것으로부터 피복재의 영향에 의해 인장하중이 작게 되는 한편 신장율은 크게 되는 것을 알 수 있다.

Fig. 5는 내부에 집합한 경우로서 응력집중이 예상되는 두께가 약간 작은 중앙원쪽부분의 그림과 같은A(내부), B(표면)요소의 응력비( $\bar{\sigma}/\sigma_y$ )와 공칭변형률( $\epsilon$ )과의 관계를 나타냈다. 모재의 n값은 0.1로서 공통된 값이다. 이 결과를 보면 집합재료의 n값의 차가 클 수록(inner3) 내외부 요소의 응력의 차가 심하다. 즉 내부에 같은 비율로 접합한 경우라도 피복재 n값이 모재의 n값과 차이가 적을 경우(inner4) 연성재료의 변형에서 볼 수 있는 일정변형 양태를 볼 수 있다.

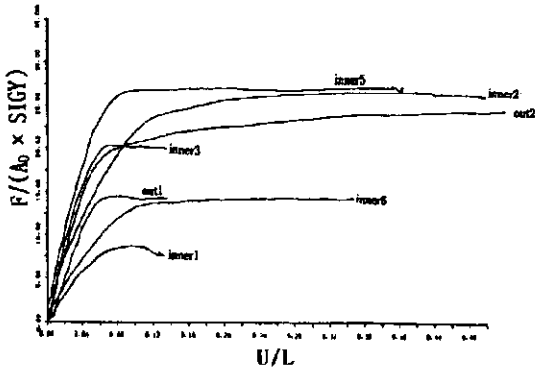


Fig. 4 Comparison of extension ratio-tensile load curves for Fig. 2 and Fig. 3

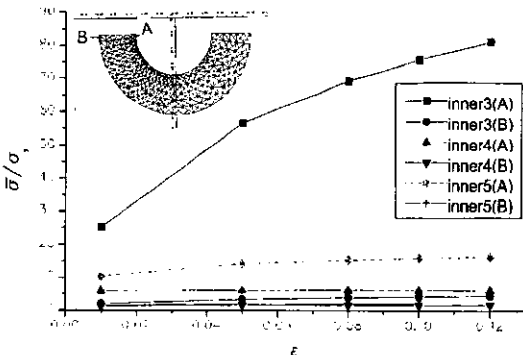


Fig. 5 Equivalent stress for inner element and surface element

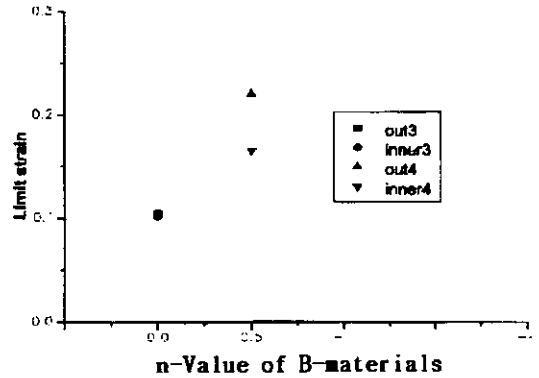


Fig. 6 Effect of bonded material's n-value ( $\beta=0.1$ )

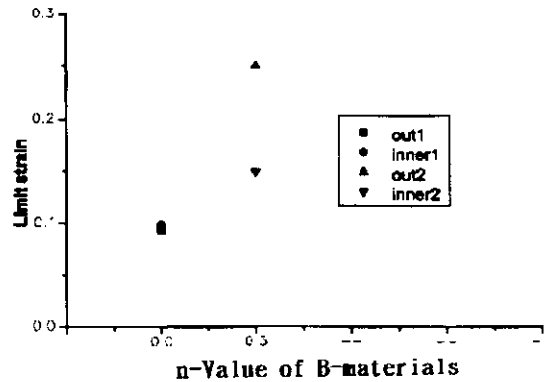


Fig. 7 Effect of bonded material's n-value( $\beta=0.5$ )

Fig. 6은 피복재 B의 두께비율이  $\beta=0.1$ 인 경우의 한계 스트레인을 나타냈다. 여기서 한계스트레인의 값은 국부 넥킹이 시작되는 시점과 전단파형성에 의한 시점을 판단하여 추출하였다. 이 결과에서 피복재 B의 n값이 같더라도 내부 피복이 외부 피복보다 한계스트레인(변형한계)이 적은 것은 인장성형시 코팅판재의 위치의 효과라는 것을 알 수 있다.

Fig. 7은 피복재 B의 두께비율이 같은 재료로서  $\beta=0.5$ 인 경우의 한계스트레인을 나타냈다. 이것을 보면 모재와 피복재의 n값의 차(0.09)가 작은 out1, inner1의 경우 한계스트레인이 거의 같으나 n값의 차(0.4)가 큰 out2, inner2의 경우는 외부접합의 경우가 한계스트레인이 크다.

#### 4. 결 론

금속의 기계적 성질 또는 성형성을 개선하기 위한 원형 접합재에 관하여 주로 전단띠형성을 변형한계라고 하는 것에 의해 면내 확장평면스트레인상태에서의 몇 가지 경우에 대하여 수치적으로 검토했다. 특히, 이중금속판의 접합이 전단띠형성의 모양에 미치는 영향과 전단띠 발생한계(성형한계)에서 접합의 효과에 주목했다. 본 논문에서는 접합경계의 박리는 없는 것으로 가정하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 소성구성식으로 J2G를 이용하여 인장굽힘의 상태를 변위증분을 통하여 접합두께비 또는 n치의 영향을 조사하고, 불안정변형의 거동모양과 접합효과를 검토하여 접합재의 변형한계를 판정할 수 있는 가능성을 확인하였다.
- (2) 본 논문에서 취급한 적층접합판은 한정적이다. 최근 은 많은 형태의 복합적층접합판이 고려되고 있으며, 복합적층접합판의 해석의 중요도는 더욱 증가되어 가고 있다. 따라서 본 논문에서의 연구는 이러한 복합적층접합판의 전단띠형성에 의한 해석코드의 적용가능성을 확인하였다.

#### 참 고 문 헌

- (1) 森敏彦, 栗本眞司, 八尋昭人, 芝原隆, "ステンレス-알루미늄積層板の一軸引張り變形特性", 日本機械學會論文集A, 60-577, pp.2107~2112, 1994.
- (2) Hill, R., "On Discontinuous Plastic States with Special Referance to Localized necking in Thin Sheets", J. Mech. Phys., Solids, 1-1, pp.19~28, 1952.
- (3) Marciniak, Z. and Kuczynski, k., "Limit Strains in the Processes of Stretch-Forming Sheet Metal", Int. J. Mech. Sci., 9-9, pp.609~620, 1967.
- (4) St ren, S. and Rice, J. R., "Localized Necking in Thin Sheets", J. Mech. Phys. Solid, 23-6, pp.421~441, 1975.
- (5) 宅田裕彦, 森謙一郎, 八田夏夫, "板材成形における成形限界豫測への延性破壊條件式の適用", 第46回塑性加工聯合講演會, 千葉, pp.155~156, 1995.
- (6) 伊藤耿一, 佐藤浩一, 秋谷暢久, "薄板の破斷限界ひずみ及ぼす分岐モードの影響", 第46回塑性加工聯合講演會, 千葉, pp.149~150, 1995.
- (7) 後藤學, "彈塑性構成式に一形式(第4報, 金屬薄板のFLDの計算への適用)", 日本機械學會論文(A編), 49-437, pp.92~100, 1983.
- (8) 後藤學, 三浦篤之, 平子誠, "深絞りおよび張出し成形における金屬板の變形限界ひずみ", 塑性と加工, 30-342, pp.1022~1029, 1989.
- (9) Gotoh, M., "The Theoretical Prediction of Forming Limit Strains of Sheet Metals in Press-Forming Process", JSME Int. J., Ser. I, 34-3, pp.297~304, 1991.
- (10) 後藤學, 鄭泰勳, "せん斷帶形成による變形限界の數値的研究(第1報, 板材の成形限界ひずみの板厚依存性と傾斜材料の變形限界)", 日本機械學會論文(A編), 61-592, pp.2636~2641, 1995.
- (11) 鄭泰勳, 後藤學, "せん斷帶形成による變形限界の數値的研究(第2報, 接合板の變形限界)", 日本機械學會論文(A編), 62-594, pp.569~575, 1996.
- (12) Gotoh, M., "A simple plastic constitutive equation with vertex effect", Engng. Fracture Mech., 21-4, pp.673~684, 1985.
- (13) 後藤學, "彈塑性構成式に一形式(第7報, 2次元及び軸對稱塑性成形の有限要素による數値解析への適用)", 日本機械學會論文(A編), 54-504, pp.1579~1587, 1988.