

육면형 병렬기구에서의 조인트 오차의 영향

임승룡*, 최우천**, 송재복**, 홍대희**

Effect of Joint Errors in a Cubic Parallel Device

Seung Reung Lim*, Woo Chun Choi**, Jae-Bok Song**, Daehie Hong**

ABSTRACT

An error analysis is very important for a precision machine to estimate its performances. This study proposes a new parallel device, cubic parallel manipulator. Errors of the proposed cubic parallel manipulator include upper and down universal joint errors, due to the directional changes in the forces in the links, and actuation errors. An error analysis is presented based on an error model formed through the relation between the universal joint errors of the cubic parallel manipulator and the end effector accuracy. The analysis shows that the method can be used in predicting the accuracy of other cubic parallel devices.

Key Words : Cubic Parallel Device(육면형 병렬기구), Link(링크), Error Sources(오차요소), Position Error(위치오차), Orientation Error(방위오차), Universal Joint(유니버설 조인트)

1. 서론

오늘날 산업 현장에서 사용되는 공작기계는 주로 직렬형 구조로 이루어져 있다. 직렬형 구조는 엔드이펙터까지 운동을 전달하는 동안 오차가 누적되어 고정밀을 구현하기 어렵다. 이러한 직렬형 구조 공작기계의 단점을 극복하기 위해 병렬형 구조를 갖는 공작기계가 연구되고 있다. 병렬형 구조의 공작기계는 플랫폼과 베이스가 2 개 이상의 직렬형 부속 조인트에 의해 연결되어 폐회로를 형성하며, 서로의 운동을 구속하는 형태로 이루어지므로 상대적으로 높은 정밀도를 갖을 수 있다. 개회로 형태의 직렬 기구는 작업 영역이 크고 동작의 유연성이 요구되는 일에 사용되나, 관성력, 원심력과 중력의 영향이 크며, 조인트마다 구동오차

가 누적되어 엔드이펙터의 위치오차가 비교적 크게 발생한다. 이에 반해 폐회로 기구인 병렬 기구는 동작의 유연성이나 작업 영역은 작으나, 구조적으로 여러 개의 링크로 연결되어 있어서 엔드이펙터의 운동이 여러 개의 조인트에서의 구속방정식을 만족해야 하므로 각 조인트에서의 오차가 한 방향으로 누적되지 않아 엔드이펙터의 오차가 작다. 그리고 병렬형 구조는 여러 링크가 하중을 분산 지지하여 강성이 매우 크므로 고하중이 요구되는 작업에도 적합하다.

이러한 병렬기구의 구조적인 장점 때문에 최근에 공작 기계에 적용하는 것을 목적으로 한 연구가 활발히 진행되고 있다. 일반적인 형태의 병렬형 기구에 대해서는 Masory 등⁽¹⁾이 가공오차, 설치오

2000년 12월 29일 접수

* 고려대학교 대학원 기계공학과

** 고려대학교 기계공학과

차, 링크의 유격 등을 고려하여 공칭오차 모델을 제시하였고, Wang 등⁽²⁾은 1 자유도를 갖는 링크 요소에 대한 모델링을 실시하였고, 볼 조인트의 오차를 D-H 변환을 이용해 수학적으로 유도하였다. Satori 등⁽³⁾은 기하학적 오차 측정 방법과 오차에 대한 정보의 일반화에 대해 연구하였다. Arai 등⁽⁴⁾은 스튜어트 플랫폼에서의 조인트 변위 오차와 엔드이펙터의 정밀도에 관한 모델을 제시하고 순기구학과 역기구학을 적용하여 엔드이펙터의 타원체형상의 오차 분포를 유도하였다. 이선규등⁽⁵⁾은 조인트의 회전 각도에 따른 조인트 특성이 플랫폼의 자세 오차에 미치는 영향을 연구 하였다.

본 연구는 육면형 병렬기구의 오차를 기하학적으로 모델링하고, 타 연구에서 그다지 고려되지 않았던 조인트에서의 오차와 기구 형상이 병렬기구의 엔드이펙터의 오차에 미치는 영향을 다루며, 플랫폼의 위치오차와 방위오차를 예측할 수 있게 하였다.

2. 구조와 오차 모델

2.1 구조

본 연구에 사용된 병렬기구는 Fig. 1 에서처럼 3 개의 링크가 z 축 방향으로 플랫폼을 지지하고 있고, 2 개의 링크가 x 축 방향으로, 1 개의 링크가 y 축 방향으로 연결되어 있다. 링크는 볼스크루와 너트로 이루어져 있고, 양끝에 유니버설 조인트가 연결되어 있다. 링크의 길이는 모터로 볼스크루를 회전시켜 너트를 직선 운동시킴으로써 변화된다.

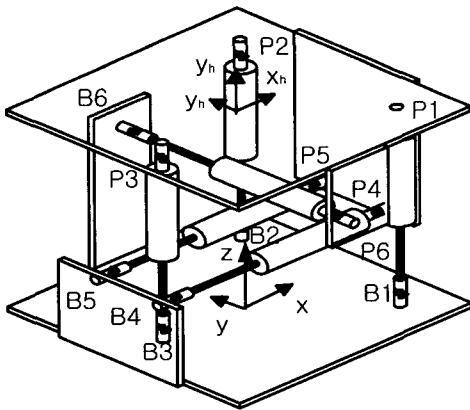


Fig. 1 A proposed cubic parallel manipulator.

2.2 역기구학을 이용한 오차 모델

육면형 병렬기구의 기하학적 변수를 그림으로 표시하면 Fig. 2 와 같다. 각각의 링크는 플랫폼과 연결된 부분에 유니버설 조인트, 링크부에 선형 구동 조인트, 베이스와 연결된 부분에 유니버설 조인트로 연결되어 있다. 베이스 좌표계(x,y,z)는 베이스의 중심부에 원점이 있고, 플랫폼 좌표계(x_n,y_n,z_n)는 플랫폼의 중심부에 원점이 있다. p_i^h는 플랫폼의 원점으로부터 i 번째 링크의 플랫폼 측 유니버설 조인트의 중심까지의 위치 벡터이다. R을 베이스 좌표계에 기준한 플랫폼의 중심을 표현한 회전 행렬이라 하면, p_i^h를 베이스 좌표계에 표현할 수 있다.

$$s_i = R p_i^h \quad (1)$$

또한, 기구의 기하학적 형태로부터 링크의 길이 벡터인 w_i는 다음과 같이 표현된다.

$$w_i = p_h + s_i - p_{bi} \quad (2)$$

여기서 p_h는 베이스 좌표계에 기준한 플랫폼 중심의 위치 벡터이고, p_{bi}는 베이스 좌표계에 기준한 i 번째 링크 끝 단에 위치한 베이스측 유니버설 조인트의 중심까지의 위치 벡터이다. 링크의 길이 벡터인 w_i는 링크 길이 l_i와 링크 길이 방향의 단위 벡터인 z_i로 이루어 진다.

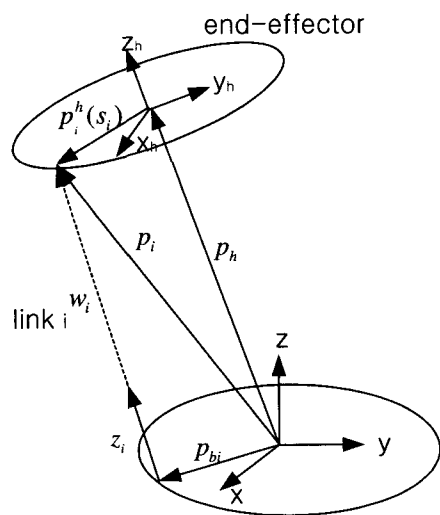


Fig. 2 Kinematic parameters of one link of a parallel

$$w_i = l_i z_i \quad (3)$$

여기서 식(1)과 식(2)를 식(3)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$l_i z = p_h + R p_i^h - p_{bi} \quad (4)$$

식(4)의 양변을 미분하면 다음과 같다.

$$\delta l_i z_i + l_i \delta z_i = \delta p_h + \delta R p_i^h + R \delta p_i^h - \delta p_{bi} \quad (5)$$

한편 δR 은 다음과 같이 표현된다.

$$\delta R = R_{\Omega} R = \begin{bmatrix} 0 & -\delta \omega_z & \delta \omega_y \\ \delta \omega_z & 0 & -\delta \omega_x \\ -\delta \omega_y & \delta \omega_x & 0 \end{bmatrix} R \quad (6)$$

여기서, $\delta \omega_x, \delta \omega_y, \delta \omega_z$ 는 각각 x 축, y 축, z 축 방향의 방위 오차의 성분들이다. 식(6)을 식(5)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \delta l_i z_i + l_i \delta z_i \\ & = \delta p_h + \delta \Omega \times s_i + R \delta p_i^h - \delta p_{bi} \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)을 δl_i 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\delta l_i = z_i^T \delta p_h + (s_i \times z_i)^T \delta \Omega + z_i^T R \delta p_i^h - z_i^T \delta p_{bi}$$

$$\delta l_i = \begin{bmatrix} z_i^T & (s_i \times z_i)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p_h \\ \delta \Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_i^T R & -z_i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p_i^h \\ \delta p_{bi} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\text{그리고, } J_p = \begin{bmatrix} z_i^T & (s_i \times z_i)^T \end{bmatrix}, \quad \delta x = \begin{bmatrix} \delta p_h \\ \delta \Omega \end{bmatrix},$$

$$J_s = \begin{bmatrix} z_i^T R & -z_i^T \end{bmatrix}, \quad \delta p = \begin{bmatrix} \delta p_i^h \\ \delta p_{bi} \end{bmatrix} \text{라 하면,}$$

식(8)은 다음과 같이 정리된다.

$$\delta l_i = J_p \delta x + J_s \delta p \quad (9)$$

식(9)를 δx 에 대해 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\delta x = J_p^{-1} \delta l_i - J_p^{-1} J_s \delta p = \begin{bmatrix} \delta p_h \\ \delta \Omega \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서 δp 는 플랫폼에 장착된 유니버설 조인트의 오차 δp_i^h 와 베이스에 장착된 유니버설 조인트의 오차 δp_{bi} 로 구성된 벡터이고, δx 는 유니버설 조인트의 오차와 링크의 길이 오차 때문에 발생하는 엔드이펙터의 오차이며, 위치오차 δp_h 와 방위오차 성분 $\delta \Omega$ 로 구성된다.

3. 동역학 해석 및 조인트의 운동 오차 해석

3.1 동역학 해석

작용하는 모든 힘의 결과로 플랫폼의 원점, 즉 엔드이펙터가 운동을 할 경우, 시스템에 작용하는 힘들에 의한 식은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^6 {}^p F_i + {}^p F_G + {}^p F_C = m \ddot{x} \quad (11)$$

여기서 $\sum_{i=1}^6 {}^p F_i$: 각 링크에 작용하는 선형 힘

${}^p F_G$: 플랫폼의 자중

${}^p F_C$: 절삭력

$m \ddot{x}$: 시스템의 관성력

한편 식(11)을 정리하면 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^6 {}^p F_i = -{}^p F_G - {}^p F_C + m \ddot{x} = F_{total} \quad (12)$$

또한 식(12)는 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$F_{total} = J \tau_i \quad (13)$$

이 때 F_{total} 은 플랫폼의 원점인 엔드이펙터에 발생하는 힘이고, τ_i 는 각 구동기에 가해지는 선형힘이다. $F_{total} = [f, m]^T$ 으로 플뤼커 좌표계로 표시되며, f, m 은 각각 엔드이펙터에서 발생하는 힘과 모멘트이다. z_i 를 링크의 길이 방향을 표현하는 단위 벡터라고 하고, s_i 를 플랫폼 좌표계의 원점에서 플랫폼에 부착된 유니버설 조인트의 중심까지의 위치 벡터이다. 여기서 $\tau_i = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6]^T$ 이고, 구동력과 엔드이펙터의 관계를 나타내는 자코비안 행렬은 다음과 같다.

$$J = \begin{bmatrix} z_1 & L & z_6 \\ s_1 \times z_1 & L & s_6 \times z_6 \end{bmatrix} \quad (14)$$

식(13)은 최종적으로 다음과 같이 된다.

$$F_{total} = \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_6 \\ s_1 \times z_1 & \dots & s_6 \times z_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (15)$$

또한, 식(13)은 다음과 같이 표현될 수도 있다.

$$\tau_i = J^{-1} F_{total} \quad (16)$$

3.2 조인트의 운동 오차

유니버설 조인트에는 두 개의 축이 있고, 이 축은 홀에 조립되어 있다. 축과 홀에서 회전 운동을 하므로, 이들 사이에는 간극이 존재한다. 이 간극으로 인해 유니버설 조인트 중심은 이상적인 위치에서 벗어나게 되고, 이 오차가 플랫폼의 오차에 영향을 준다. Fig. 3 과 같이 유니버설 조인트 내부의 축의 운동을 제한하는 간극 때문에 유니버설 조인트의 두 축은 일정한 반경의 구의 내부의 임의의 위치에 놓이게 된다. 여기서 베이스와 플랫폼에 연결된 유니버설 조인트에서의 구의 반경을 C_b 라 둔다. 플랫폼 원점의 위치와 방향이 결정되면 다리의 길이가 결정되고, 플랫폼이 움직임에 따라, 각 링크에 작용하는 힘의 크기와 방향이 결정된다.

플랫폼이 운동을 할 경우, 각 링크가 받는 힘은 식(16)에서 구할 수 있다. 이 경우 τ_i 의 부호에 따라 각 링크가 인장력 혹은 압축력을 받게 되고, 힘 방향에 따라 조인트 오차가 달라진다. c_{bUi} 를 베이스측 유니버설 조인트의 운동오차 벡터, c_{pUi} 를 플랫폼 측 유니버설 조인트의 운동 오차 벡터라 하면 τ_i 의 부호에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

① τ_i 의 부호가 (+)이면 인장력이 작용한다.

$$c_{bUi} = (+)c_b z_i = \delta p_{bi}$$

$$c_{pUi} = (-)c_b z_i = \delta p_i^h \quad (17)$$

② τ_i 의 부호가 (-)이면 압축력이 작용한다.

$$c_{bUi} = (-)c_b z_i = \delta p_{bi}$$

$$c_{pUi} = (+)c_b z_i = \delta p_i^h \quad (18)$$

(17)식과 (18)식에서 c_{bUi} 는 δp_{bi} 에 해당하고, c_{pUi} 는 δp_i^h 에 해당하므로 δp 가 결정되고, δl_i 는 볼스크루 선정 시 제품의 등급에 의해 결정된다. 이로써 식(10)에 의해 플랫폼 엔드이펙터의 위치오차와 방위오차를 구할 수 있다.

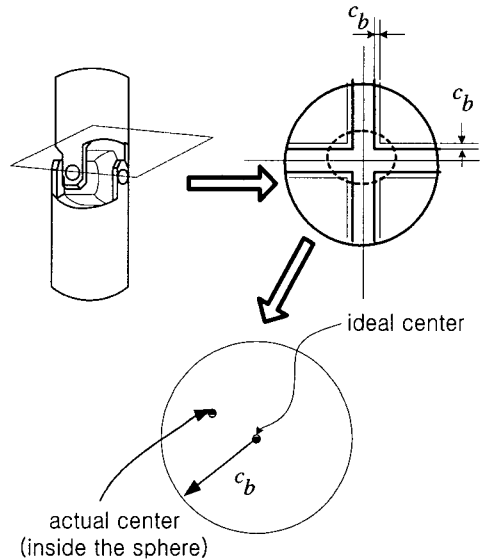


Fig. 3 Clearance of a U-joint and position error bound of the joint center.

4. Case Study

Fig. 1 의 형상을 가진 육면형 병렬기구를 대상으로 모의 실험을 하였다. 모의 실험에 사용된 기구의 크기, 공차와 작용 힘은 Table 1, 2 와 Fig. 4, 5 와 같다.

Table 1 Kinematic values of Cubic Parallel Mechanism.

플랫폼의 자중	47.068N
절삭력 (수직 하향)	500N
유니버설 조인트 공차	10 μ m
볼스크루 백래시 공차	0 μ m

Table 2 Coordinates of the joint centers.

중심점	좌표	중심점	좌표
B1	(b, -a, 0)	P1	(b, -a, 0)
B2	(b, a, 0)	P2	(b, a, 0)
B3	(-b, 0, 0)	P3	(-b, 0, 0)
B4	(-c, -e, z ₁)	P4	(c, -e, -d)
B5	(-c, e, z ₂)	P5	(-c, e, -d)
B6	(0, f, z ₃)	P6	(0, -f, -g)

a=0.16m, b=0.14m, c=0.195m, d=0.270m, e=0.055m, f=0.205m, g=0.130m, c_b=0.00001m, z₁=0.130m, z₂=0.130m, z₃=0.280m

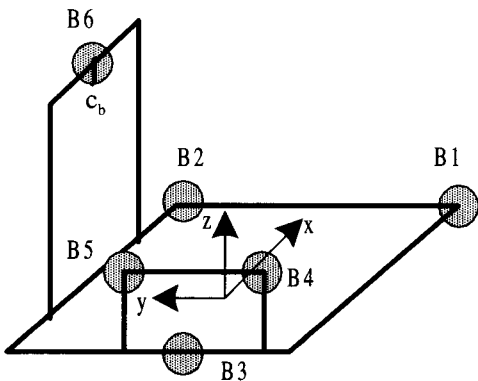


Fig. 4 Error ranges of U-joint centers on the base.

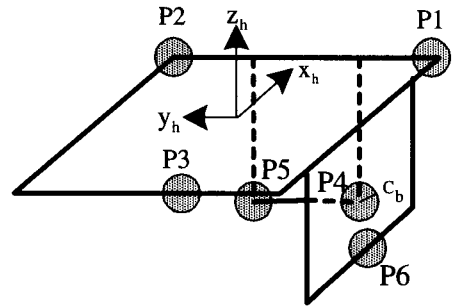


Fig. 5 Error ranges of U-joint centers on the platform.

위와 같은 플랫폼이 z=410mm 인 평면 상에서 반경이 10cm 인 원의 궤적을 구심 가속도 10rad/sec² 로 등속 원운동할 때, 링크에 작용하는 힘의 방향을 고려하여 오차를 분석하였다. Fig. 4 와 Fig. 5 에서는 유니버설 조인트의 기하학적 위치와 오차 반경을 갖는 구를 그림으로 표시하였다. 파라메타 a, b, c, d, e, f, g, c_b, z₁, z₂, z₃ 는 프로그램에서는 변수로 지정하여, 설계상의 값이 바뀔 때마다 임의로 지정할 수 있게 하였다. 이후, 반 시계 방향으로 각도에 따라, 매 순간 링크에 작용하는 힘의 크기와 방향을 구하였고, 그 결과는 Fig. 6 과 같다. Fig. 6 의 결과에서 플랫폼과 베이스에 있는 각각의 유니버설 조인트의 오차 벡터의 방향과 크기를 계산하였다. 그리고 구한 값을 역기구학의 미분식인 식 (10)에 대입하여 원형 궤적을 그리는 동안의 오차를 계산할 수 있었다. Fig. 7 은 등속 원운동을 하는 동안 발생하는 플랫폼의 위치오차와 방위오차를 나타낸 것이다. x 방향의 오차 dx 의 경우, x 축 방향으로 설치된 4 번 링크와 5 번 링크의 영향을 많이 받는데, 이들 링크의 힘의 방향이 바뀌는

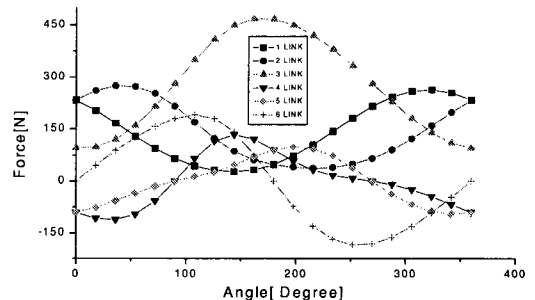


Fig. 6 Actuating forces.

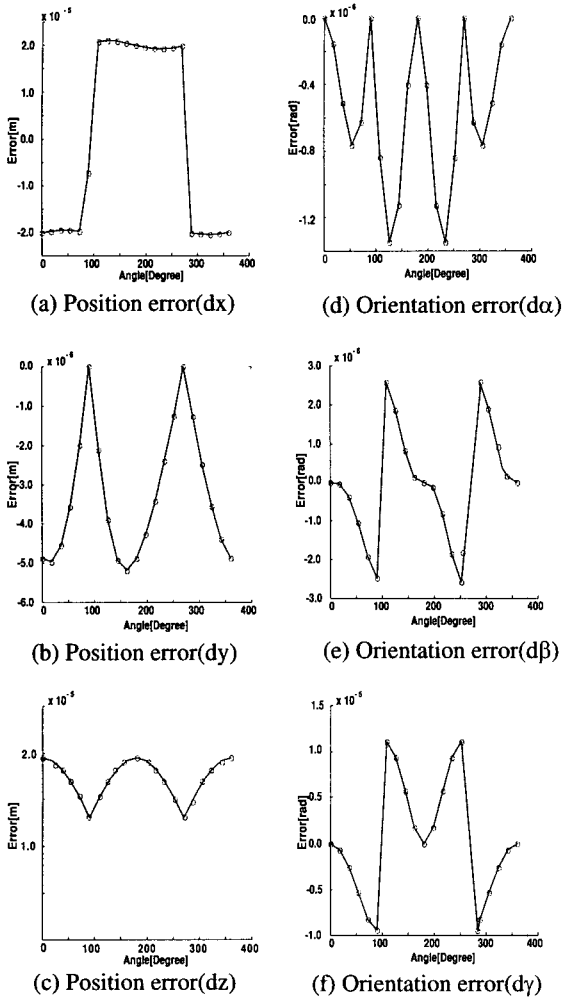


Fig. 7 Position errors and orientation errors of the end effector.

90°와 270°에서 값이 급격히 변화함을 확인할 수 있다. y 방향의 오차 dy의 경우는 6번 링크의 영향을 많이 받고, z 방향의 오차 dz의 경우에는 1번 링크의 영향을 많이 받는다. 각 링크의 힘의 방향이 바뀌는 지점에서 오차가 변화하는 것을 확인할 수 있었고, 1회의 등속 원운동을 하는 동안 규칙성을 갖고, 오차가 변화함을 확인할 수 있었다. $d\alpha$ 의 경우에는 기구가 x 축을 기준으로 대칭형상을 이루고 있고, 등속 원운동을 하므로, 오차가 180°를 기준으로 대칭으로 분포함을 예측할 수 있고, 모델링 결과 이를 확인할 수 있었다. $d\beta$, $d\gamma$

의 경우도 4번과 5번 링크의 힘의 방향의 영향을 받아, 이들 링크의 힘의 방향이 바뀌는 곳에서, 오차 값이 급격히 변화됨을 알 수 있었다.

5. 결론

본 연구는 일반적인 병렬기구와는 다소 다른 육면 병렬기구에서 유니버설 조인트에서의 간극 오차와 백래시 오차가 플랫폼의 위치와 방위오차에 미치는 영향을 알아보았다. 위치오차는 플랫폼에 설치된 유니버설 조인트의 간극 운동오차와 선형 구동기의 백래시 오차와 작용하는 힘에 의해 결정되며, 링크에 작용하는 힘의 방향은 오차의 크기 변화에 영향을 준다는 것을 알 수 있었다. 또한 이러한 오차 요소들이 주어졌을 경우 엔드이펙터의 궤적에 따라 위치오차와 방위오차를 예측이 가능함과 동시에 육면형 병렬 기구의 성능을 예측할 수 있다.

후기

본 연구는 한국 과학 재단 특정 기초 연구(과제번호: 1999-1304-003-3)에 의해 지원을 받아 이루어졌으며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참고문헌

- O. Masory, J. Wang, "On the Accuracy of a Stewart Platform - Part I The Effect of Manufacturing Tolerances," IEEE Conference on Robotics and Automation, Vol. 1, pp. 114-120, 1993.
- S. M. Wang, K. F. Ehmann, "Error Model and Accuracy Analysis of A Six-DOF Stewart Platform," Manufacturing Science and Engineering, Vol. 2, pp. 519-530, 1995.
- S. Satori, G. X. Zhang, "Geometric Error Measurement and Compensation of Machines," Annals of the CIRP, Vol. 44, pp. 599-609, 1995.
- T. Rooponen and T. Arai, "Accuracy Analysis of a Modified Stewart Platform," IEEE Conference on Robotics and Automation, Vol. 1, pp. 521-525, 1995.
- 전진철, 이선규, "6-PRRS 병렬형 기계의 오차해석 및 교정에 관한 연구," 한국정밀공학회추계 학술대회 논문집, I 권, pp. 239-242, 1999.