

새로운 공구경로간격 알고리즘을 이용한 자유곡면에서의 CNC 공구경로 계획

이성근*, 양승한**

CNC Tool Path Planning for Free-Form Sculptured Surface with a New Tool Path Interval Algorithm

Sung-Gun Lee* and Seung-Han Yang**

ABSTRACT

A reduced machining time and increased accuracy for the sculptured surface are very important when producing complicated parts. The step-size and tool-path interval are essential components in high speed and high resolution machining. If they are small, the machining time will increase, whereas if they are large, rough surfaces will be caused. In particular, the machining time, which is key in high speed machining, is affected by the tool-path interval more than the step-size. The conventional method for calculating the tool-path interval is to select a small parametric increment or a small increment based on the curvature of the surface. However, this approach also has limitations. The first is that the tool-path interval can not be calculated precisely. The second is that a separate tool-path interval needs to be calculated in each of the three cases. The third is that the conversion from Cartesian domain to parametric domain or vice versa must be necessary. Accordingly, the current study proposes a new tool-path interval algorithm that do not involve a curvature and that is not necessary for any conversion and a variable step-size algorithm for NURBS.

Key Words : Tool-path (공구경로), Tool-path interval (공구경로간격), Variable step-size (가변 step-size)

1. 서론

최근 소비자들은 다양하고 복잡한 제품을 원하며 이 제품은 자유곡면을 가지고 있다. 자유곡면형상은 선박, 자동차, 항공기 산업등에 널리 사용되고 있으며 이와 같은 자유곡면의 제품을 가공하는 데는 많은 시간이 소요될 뿐만 아니라 높은 정도도 요구된다. 그래서 고속, 고정밀 가공이 요구되며 또한 많은 연구가 이루어지고 있다. 이런 연구 중의 하나는 공구경로를 효율적으로 생성

하는 것인데, 이는 허용오차내의 cusp 높이를 가지는 최소의 공구경로와 chodal deviation 이 허용오차를 만족하는 step-size 를 계산하는 것이다.

공구경로를 생성하는 방법은 공구경로위상에 따라 iso-parametric, iso-planar, iso-scallop, iso-offset 방식으로 나누어진다. Iso-parametric 방식은 보편적으로 사용되며 곡면상의 u, v 를 일정하게 증가시킴으로써 공구경로를 계산한다. 이 방법은 계산이 단순하나, u, v 증분량을 작게 하면 불필요한 공구경로가 생성되고, 크게 하면 허용오차를 만족하지

2000년 9월 4일 접수

* 경북대학교 대학원 기계공학과

** 경북대학교 기계공학부

못하는 공구경로가 생성된다. Iso-planar 방식은 기준평면을 따라 공구경로를 생성하며 공구경로간격은 기준공구경로에서 계산한 공구경로간격 중에 가장 최소가 되는 것을 선택한다. Iso-scallop 방식은 scallop 이 일정하도록 공구경로간격을 계산하고, 곡면상에서 최소의 공구경로를 생성함으로써 가공효율을 높인다. 하지만 다음 공구경로를 보간하여 구하기 위해서는 정확한 공구경로간격을 구해야 한다.

좌표방식에 따라 공구경로를 생성하는 방법은 매개변수방식과 직교좌표방식의 두 가지로 나눌 수 있다. 본 연구에서는 공구경로 생성에 있어서 CAD 데이터를 직접 이용할 수 있는 매개변수방식을 사용했다.

공구경로를 생성하기 위해 직교좌표방식으로, 공구 밀면의 투영에 의해 두 타원이 만나는 위치에서 가공면까지의 수직거리를 이용¹² 하거나, 두 엔드밀의 공구경로 상에서 기하학적 형상을 이용한 벡터계산을 통하여 공구간격을 계산한 연구⁸도 있지만, 직교좌표방식에서의 엔드밀에 관한 문제였고 다음 공구경로점을 임의로 선택할 수 있는 알고리즘을 제시하지 못했다.

또한 매개변수방식으로, 등경곡선의 증분량을 이용² 하거나, 곡면의 곡률을 이용하여 평면에 기반^{3,9} 하거나, 평면뿐만 아니라 볼록한 경우, 오목한 경우로 나누어 공구경로간격을 계산한 연구⁶가 있다. 하지만 이 연구는 공구경로간격의 진행방향으로 곡률이 다를 수 있어서 정확한 cusp 높이를 구하지 못하거나, 곡면의 형상에 따른 제한을 받거나, 공구경로간격 진행방향으로의 다음 공구경로상의 접촉점을 구하는데 제약이 있다. 예를 들면, iso-parametric 방식에서 공구경로를 생성할 때 Δv 만큼 증분시켜 다음 공구경로접촉점을 구할 수 있지만 iso-planar 나 iso-scallop 방식으로 공구경로를 생성한다면 공구경로간격방향에 존재하는 다음 공구경로접촉점을 구할 수 없다. 그래서 공구경로간격의 진행방향을 고려한 연구⁶도 있지만, 공구경로간격을 계산하고 단지 그 길이를 다른 좌표상으로 변환하였다. 그리고 공구경로간격의 진행방향에 대한 각을 미리 고려한 연구¹³도 있지만 이 또한 다음 공구경로에 해당하는 점과 기준점과의 곡률이 같다고 가정했기 때문에 정확한 공구경로간격을 구하기가 어렵다.

그래서 본 연구에서는 공구경로간격을 계산하

는데 있어서, 곡률을 이용한 이차원적인 해석이 아닌 볼엔드밀의 기하학적 형상에 기반한 삼차원적인 벡터계산과 경로간격의 진행방향을 고려한 다음 경로접촉점을 선택함으로써 공구경로간격을 계산하는 알고리즘을 제안한다. 또한 Loney 등이 주장했던 가변적인 step-size³를 현재 많이 사용되는 NURBS 식에 확장하여 2-D Jacobian 방법으로 계산하는 알고리즘을 제안한다. 제시한 새로운 공구경로간격 알고리즘과 가변적인 step-size 는 특히 정확한 공구경로간격을 필요로 하는 iso-scallop 방식의 공구경로생성에서 매우 유용하다. 그리고 본 논문에서는 제시하는 알고리즘이 공구경로위상에 상관없이 사용될 수 있음을 보여준다.

2. 새로운 공구경로간격 알고리즘

Fig. 1에서 L 은 공구경로에 따른 공구경로간격을 나타낸다. 즉, 공구경로는 하나의 공구경로와 다음 경로간의 간격을 말한다.

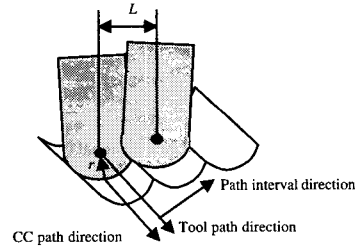


Fig. 1 Tool path interval

공구경로는 CC (Cutter Contact) 경로의 읍셋값인 CL (Cutter Location) 경로이다. 이것은 다음의 식에 의해 구해진다.

$$S_{cl}(u, v) = S_{cc}(u, v) + Rn(u, v) \quad (1)$$

$$n(u, v) = \frac{\frac{\partial S_{cc}(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial S_{cc}(u, v)}{\partial v}}{\left| \frac{\partial S_{cc}(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial S_{cc}(u, v)}{\partial v} \right|}$$

$$S_{cl}(u, v) = \text{CL data}, \quad S_{cc}(u, v) = \text{CC data}$$

$$R = \text{cutter radius}$$

$$n(u, v) = \text{normal vector of the surface}$$

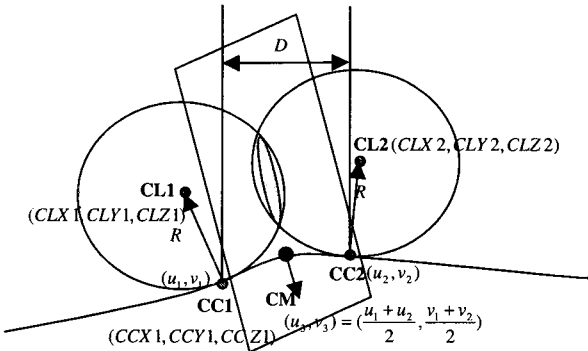


Fig. 2 Tool-path interval by using real cusp height

$$\begin{aligned}
 CC1 &= S(u_1, v_1) \\
 CC2 &= S(u_2, v_2) \\
 CM &= S(u_3, v_3) \\
 CL1 &= S(u_1, v_1) + Rn(u_1, v_1) \\
 CL2 &= S(u_2, v_2) + Ru_2, v_2) \quad (2)
 \end{aligned}$$

Fig. 2 는 허용오차를 만족하면서 공구접촉경로 간격을 계산하는 기하학적인 형상을 나타낸다. CC 는 공구접촉점을, CL 은 공구위치점을, CM 은 두 공구접촉점의 중간점을 나타내고, D 는 공구접촉경로 간격인 공구접촉점 사이의 간격을 의미한다. 기하학적인 형상에 의하여 두 공구접촉점에서의 공구는 아래 두 식과 같이 두 구의 방정식으로 유도된다.

$$\begin{aligned}
 (X - CLX1)^2 + (Y - CLY1)^2 + (Z - CLZ1)^2 &= R^2 \\
 (X - CLX2)^2 + (Y - CLY2)^2 + (Z - CLZ2)^2 &= R^2 \quad (3)
 \end{aligned}$$

Fig. 3 에서는 cusp 높이를 계산한다. M 은 두 구의 교점원의 중심이고 l 은 두 구의 중심사이 거리의 1/2 이며, d 는 교점원의 반지름이다.

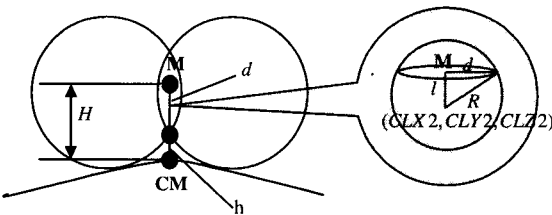


Fig. 3 The calculation of cusp height

$$M = (CL1 + CL2) \times 0.5 \quad (4)$$

$$l = |CL1 - CL2| \times 0.5 \quad (5)$$

$$d = \sqrt{R^2 - l^2}, \quad H = |M - CM| \quad (6)$$

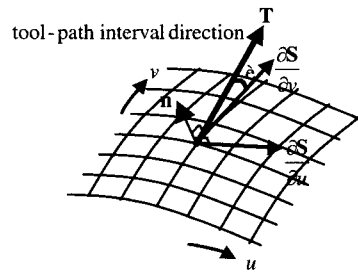
$$h = |H - d| \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 &= \left| \frac{1}{2} \left(S(u_1, v_1) + Rn(u_1, v_1) + S(u_2, v_2) \right) - S(u_3, v_3) \right| \\
 &= \left| \frac{1}{2} \left(Rn(u_2, v_2) \right) - \sqrt{R^2 - l^2} \right|
 \end{aligned}$$

식 (7)의 cusp 높이 h 는 u_1, v_1, u_2, v_2 로 나타내어 질 수 있는데 u_1, v_1 은 현 공구위치점이기에 때문에 구할 수 있으며 다음 공구경로의 위치점에서의 u_2, v_2 를 계산하면 cusp 높이 h 를 계산할 수 있다.

그런데 경로간격의 방향이 결정되지 않았기 때문에 공구접촉경로간격은 두 개의 변수, 즉 u, v 로 계산할 수 없다. 그래서 곡면상의 매개변수 중 하나를 고정시켜서 경로간격을 계산할 수 있다. 즉 Fig. 2 에서 $u_1 = u_2 = u_3$ 을 의미하게 되고, 수치적으로 구하게 되는 변수는 v_2 하나로 줄어든다. 이 v_2 를 Newton Rapsion method 를 사용하여 h 가 허용오차 안에 들도록 구할 수 있다. 경로간격 방향에 대하여 고정된 매개변수는 공구경로방향으로 정해진 매개변수에 의해 쉽게 구할 수 있으며, 이런 방법은 iso-parametric 방식에 유용하다.

그러나 iso-planar 나 iso-scallop 방식인 경우, 경로간격방향은 u 나 v 의 방향과 다를 수 있으며 이럴 경우에는 새로운 u, v 를 둘 다 계산해야 한다. 임의의 방향으로 경로간격을 고려한다면 Fig. 4 처럼 회전된 새로운 점이 고려된다. 새로운 점 $P_i(u_2, v_2)$ 을 Fig. 2 의 CC2 대신에 사용하고 식 (8)의 회전변환에 의해 $P(u_1, v_1 + \delta)$ 로부터 계산한다.



(a) tool-path interval direction

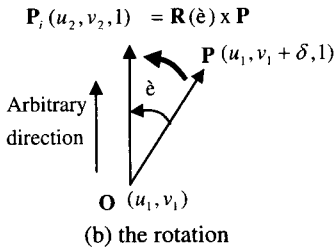


Fig. 4 The rotation to the arbitrary direction

회전은 현재 공구위치점의 법선벡터를 중심으로 일어나고 이 벡터가 $\mathbf{n} = (l, m, n)^T$ 라면, 이에 대한 회전행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{R}_n(\theta) = \begin{bmatrix} l^2 v\dot{e} + c\dot{e} & lm\dot{v} - ns\dot{e} & ln\dot{v} + m\dot{s} \\ lm\dot{v} + ns\dot{e} & n^2 v\dot{e} + c\dot{e} & mn\dot{v} - l\dot{s} \\ ln\dot{v} - m\dot{s} & mn\dot{v} + l\dot{s} & n^2 v\dot{e} + c\dot{e} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$v\theta = 1 - \cos\theta, \quad c\theta = \cos\theta, \quad s\theta = \sin\theta$

여기서도 수치적인 계산을 위해서는 단 한 개의 변수만이 필요하다. 즉 $v_1 + \ddot{a}$ 을 계산하고, u_2 와 v_2 는 회전행렬에 의해 계산한다. 허용오차내의 h 에 대한 u_2, v_2 를 이용해서 CC2 를 계산하면 최종적으로 CC1 과 CC2 의 간격인 경로간격을 계산할 수 있다.

제안된 방법은 경로간격의 진행방향을 고려하고 곡면의 곡면의 곡률을 사용하지 않아 정확한 경로간격을 계산할 수 있다. Fig. 5, Fig. 6 은 제안된 방법이 iso-planar 인 경우와 iso-scallop 방식인 경우 모두 적용이 가능함을 나타낸다. 그림상의 점은 CC 점을 의미한다.

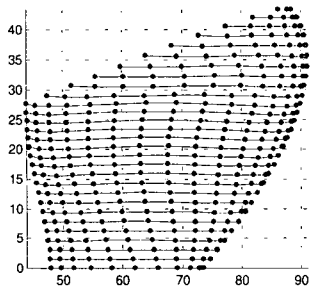


Fig. 5 Tool-path generation using iso-planar method

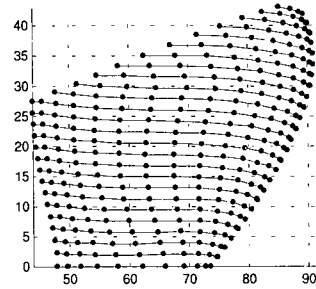
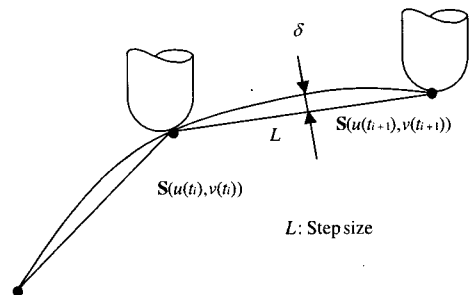


Fig. 6 Tool-path generation using iso-scallop method

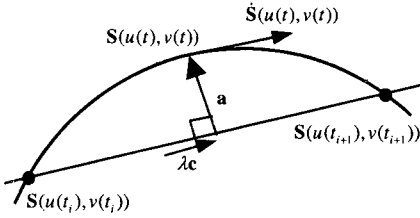
3. 가변 Step-size

공구경로간격에 의해 다음 공구경로를 구하고 이 곡선을 이용하여 step-size 를 계산한다. 허용오차 \ddot{a} 가 주어지면 이에 상응하는 step-size 를 계산해야 한다. 각 단계에서 step-size 를 매우 작게 하면 곡선 윤곽의 실제 형상에 근사적으로 일치하지만, 그러면 공구접촉점이 많아지므로 데이터의 양도 그 만큼 증가한다. 한편 step-size 를 크게 하면 원하는 형상이 나타나지 않을 수도 있다. 따라서 허용오차를 만족하면서 데이터의 양을 줄일 수 있는 step-size 계산이 필요하다. 기존의 방법과 같이 일정한 간격의 u 나 v 로 step-size 를 정하면 오차가 작은 부분과 큰 부분이 생길 수 있다. 그리고 u 나 v 의 충분량을 정하는 기준이 명확하지 않다. 그래서 본 연구에서는 허용오차와 일치하는 가변적인 step-size 를 제시한다. 가변적인 step-size 는 불필요한 step-size 를 제거할 수 있기 때문에 전체적인 데이터 양을 줄일 수 있다.

Fig. 7 에서는 step-size 의 정의와 기하학적인 형상을 이용하여 step-size 를 구한다. Fig. 7 (b)는 Fig. 7 (a)에서 하나의 step 을 크게 확대한 그림이다.



(a) Step-size definition



(b) Step-size calculation

Fig. 7 Step-size definition and calculation

Fig. 7 (a)의 첫 점 $S(u(t_i), v(t_i))$ 과 마지막 점 $S(u(t_{i+1}), v(t_{i+1}))$ 의 거리는 step-size 를 나타내며, chodal deviation 이 최대가 되는 지점의 \mathbf{a} 벡터를 유도¹ 하면 다음과 같다.

$$\mathbf{a} = \mathbf{P}[\mathbf{S}(u(t), v(t)) - \mathbf{S}(u(t_i), v(t_i))] \quad (9)$$

$$\mathbf{P} = \left[\mathbf{I} - \frac{\mathbf{c}\mathbf{c}^T}{\mathbf{c}^T\mathbf{c}} \right], \quad \mathbf{c} = \mathbf{S}(u(t_{i+1}), v(t_{i+1})) - \mathbf{S}(u(t_i), v(t_i))$$

따라서, step-size 는 다음의 두 조건을 만족하는 값이다.

$$\mathbf{a} \cdot \dot{\mathbf{S}}(u(t), v(t)) = 0 \quad (10)$$

$$|\mathbf{a}| - \delta = 0 \quad (11)$$

두 식 (10), (11)을 만족하는 t 와 t_{i+1} 를 구하기 위해서 Newton Rapson method 를 사용하고 다음과 같다.

$$\mathbf{x}_{new} = \mathbf{x}_{old} + \Delta, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} t \\ t_{i+1} \end{bmatrix}, \quad \Delta = \begin{bmatrix} \Delta t \\ \Delta t_{i+1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (10), (11)을 각각 f_1, f_2 라고 하면 $\Delta t, \Delta t_{i+1}$ 을 구하기 위해서 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial t} & \frac{\partial f_1}{\partial t_{i+1}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial t} & \frac{\partial f_2}{\partial t_{i+1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta t \\ \Delta t_{i+1} \end{bmatrix}$$

이 식을 이항하여 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta t \\ \Delta t_{i+1} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} -f_1 \\ -f_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial t} & \frac{\partial f_1}{\partial t_{i+1}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial t} & \frac{\partial f_2}{\partial t_{i+1}} \end{bmatrix}$$

식 (12)를 이용하여 t 와 t_{i+1} 를 구하고 t_i 와 t_{i+1} 로써 하나의 step-size 를 구할 수 있다. 이 과정을 반복하여 공구접촉점들을 구하고, 주어진 곡선에 대한 공구경로를 생성할 수 있으며 앞에서 제시한 공구경로간격 알고리즘을 이용하여 다음 공구경로상의 점들을 곡선접합(curve fitting)하여 곡선을 생성시키고, iso-planar 방식인 경우는 가장 작은 공구경로간격에 해당하는 기준평면을 이용하여 다음 곡선을 생성한다.

4. 실험 및 결과

공구는 반지름이 5mm 인 볼랜드밀을 사용하였고, 허용오차는 0.1mm 이다. Fig. 8 은 실험에 사용된 두개인 패치로 이루어진 곡면을 나타낸다.

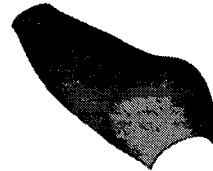
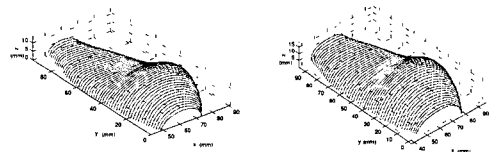


Fig. 8 Surface for tool path planning

Fig. 9 는 Fig. 8 의 곡면에서 생성된 공구접촉점과 공구위치점에 대한 경로를 나타낸다.



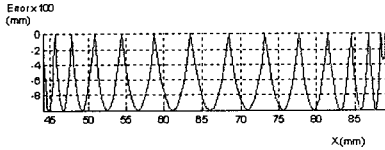
(a) CC data

(b) CL data

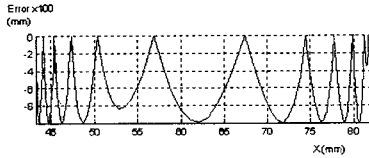
Fig. 9 Tool path generation

Fig. 10 은 step-size 오차를 나타내며, step-size 가 가변적이며, 오차가 항상 일정한 수준으로 유지되

는 것을 알 수 있다.



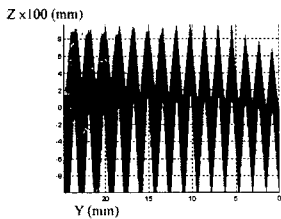
(a) Y=25



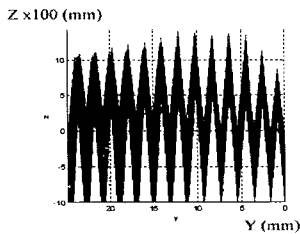
(b) Y=60

Fig. 10 Step-size error

Fig. 11 은 step-size 오차와 경로간격오차를 포함한 전체적인 오차를 나타낸다. step-size 오차는 원하는 곡면보다 과절삭되는 경우 발생하고, 경로간격오차는 미절삭되는 부분에서 발생한다. 즉, Fig. 11 에서 음의 값은 step-size 오차를, 양의 값은 경로간격오차를 표시한다.



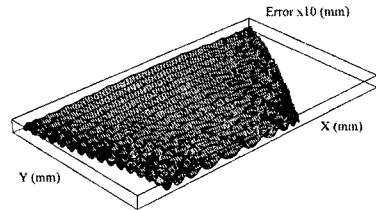
(a) proposed method



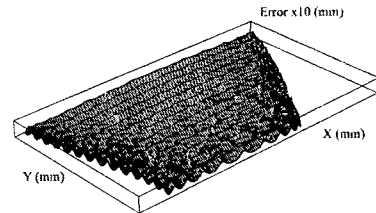
(b) method using the curvature

Fig. 11 The step-size error and the tool path interval error in Y-Z plane

Fig. 11(a) 에서는 허용오차를 만족하는 반면, Fig. 11(b)에서는 만족하지 못한다. 이것은 곡면을 이용한 경로간격계산은 정확하지 못하다는 것을 보여준다. 그리고 Fig. 11(a)에서는 경로간격오차의 최대값이 비슷하지만 Fig. 11(b)는 그렇지 못하다. Fig. 12 에서 Fig. 11 의 오차를 3 차원적으로 나타내었다.



(a) proposed method



(b) method using the curvature

Fig. 12 The step-size error and the tool path interval error

Fig. 13 은 제시된 알고리즘들을 이용하여 실제 3축가공기에 적용시켜 가공한 결과물이다.



Fig. 12 Workpiece

5. 결론

곡률을 이용한 기존의 공구경로간격방법을 사용하지 않고 두 공구사이의 실질적인 기하학적 형상을 이용하고 공구경로간격의 진행방향을 고려한 새로운 방법을 사용함으로써 허용오차를 만족시키는 공구경로를 생성할 수 있었고 회전변환에 의하여 다음 공구경로의 접촉점을 임의로 선택할 수 있었다. 이는 정확한 공구경로간격을 계산함으로써 불필요한 공구경로를 배제할 수 있고 iso-scallop 방식의 공구경로를 생성하는데 이점이 있다. 또한 가변적인 step-size 를 사용함으로써 데이터량도 줄이고 등경매개변수식을 사용하거나 곡률을 이용하는 방법보다 정확하고 효율적으로 공구경로를 생성할 수 있다. 이의 장점은 고속, 고정밀 가공시 가공시간과 전송시간을 줄이고 원하는 가공면을 얻는 것이다. 따라서 제안하는 공구경로간격 알고리즘과 가변적인 step-size 는 고속, 고정밀 가공에서 보다 더 효율적이다.

참고문헌

1. I.D. Faux and M.J. Pratt, "Computational geometry for Design and manufacture," Ellis Horwood, 1980.
2. S. Kawabe, F. Kimura and T. Sata, "Generation of NC commands for Sculptured Surface Machining from 3-Coordinate Measuring Data," CIRP, Vol. 130, pp. 369-327, 1981.
3. G.C. Loney and T.M. Ozsoy, "NC machining of free form surfaces," Computer-Aided Design, Vol. 19, No. 2, pp. 85-90, March, 1987
4. Y.D. Chen, J. Ni and S.M. Wu, "Real-Time CNC Tool Path Generation for Machining IGES Surfaces," Journal of Engineering for Industry, Vol. 115, No. 4, pp. 480-486, 1993.
5. L. Piegl and W. Tiller, "The NURBS Book," Springer, 1997.
6. Y. Koren and R.S. Lin, "Efficient Tool-path planning and machining for free-form surface," Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 118, pp. 20-28, February, 1996.
7. Yau, H. T. and Menq, C.H., "Concurrent process planning for machining and inspection of sculptured surfaces," Transaction of the North American Manufacturing Research Institution of SME, Vol. 2, pp. 320-326, 1991.
8. 조현덕, "자유곡면을 위한 5-축 정밀 가공에 관한 연구," 한국과학기술원 박사학위논문, 1993.
9. 최병규, 전차수, 유우식, 편영식 공저, "CAD/CAM 시스템과 CNC 절삭가공," 희중당.
10. D. Veeramani and Y.S. Gau, "Models for tool-path plan optimization in patch-by-patch machining, International Journal of Production Research, Vol. 36, No. 6, pp. 1633-1651, 1998.
11. Choi, B.K., Lee, C.S., Hwang, J.S. and Jun, C.S., "Compound Surface Modeling and Machining," Computer-Aided Design, Vol.20, No.3, pp. 127~136, April, 1988.
12. Vickers, G. W. et al, "Ball-Mills Versus End-mills for Curved Surface Machining," Journal of Engineering for Industry, Vol. 111, pp. 22-26, February, 1989.
13. 심충건, 양민양, "Cusp 패턴 조정과 미소 블엔드 밀링을 이용한 3 차원 자유곡면의 다듬질," 한국정밀공학회지 제 11 권 제 1 호, pp. 177-183, 1994.