

파라미터 변화에 강인한 Multi-Hump Convolution 입력성형기 설계

박운환*, 이재원**

Robust Multi-Hump Convolution Input Shaper for Variation of Parameter

Un-Hwan Park*, Jae-Won Lee**

ABSTRACT

A variety of input shaper has been proposed to reduce the residual vibration of flexible structures. Multi-hump input shaper is known to be robust for parameter variations. However, existing approach should solve the more complicated nonlinear simultaneous equations to improve the robustness of the input shaper with the additional constraints. In this paper, by proposing a graphical approach which uses convolution of shaper, the multi-hump convolution input shaper could be designed even if the constraints are added for further robustness. With a mass-damper-spring model, the better performance is obtained using the proposed new multi-hump convolution input shaper.

Key Words : Zero-Vibration Input Shaper(Zero-Vibration 입력성형필터), Multi-Hump Convolution input shaper (Multi-Hump Convolution 입력성형필터), Sensitivity Curve(민감도 선도)

1. 서론

가볍고 긴 유연한 구조물을 가진 로봇을 점대점 이동을 시키면 잔류진동이 발생한다. 이러한 잔류진동이 발생하지 않고 정밀한 위치제어를 하기 위하여 많은 제어기법이 개발되어 왔다⁽¹⁻⁴⁾. 그 중에서 입력성형기법은 임펄스 열로 이루어진 입력성형필터와 기준 입력을 컨벌루션하여 잔류진동이 발생하지 않는 입력을 만들어 시스템에 가하는 개루프 제어 기법이다. 입력성형필터는 시스템의 고유주파수와 감쇠비의 정보를 이용하여 설계가 된다.

Smith는 기준 입력을 두 단계로 나누어 시스템에 입력을 가하는 postcast 기법으로 입력성형기법

을 소개하였다⁽⁴⁾. Singer와 Seering은 입력성형기법을 로봇에 적용하여 좋은 성과를 얻었으며 제한조건을 추가하여 더 강인한 입력성형필터 설계방법을 제시하였다⁽⁵⁾. Singhose는 시스템의 고유주파수에서 어느 정도(예를 들어 5%)의 잔류진동을 허용하는 multi-hump Extra-Insensitive(EI) 입력성형필터를 제시하였다^(6,7,8). Teo는 Singer의 방법에서 제한조건을 추가하여 강인성을 더 증가시킨 입력성형필터를 제시하였다⁽⁹⁾. Pao와 Lau는 최적화 기법을 이용하여 파라미터 변화에 강인한 입력성형필터를 설계하였다⁽¹⁰⁾. 그러나 기존의 방법들은 복잡한 비선형 연립 방정식의 해를 구해야 하는 어려움이 있으며 감쇠비가 있는 시스템에서는 해석적인 해를 구하는

* 영남대학교 대학원 기계공학부

** 영남대학교 기계공학부

것이 불가능하다. 따라서 전산 수치를 이용하여 해를 구한다. 그러나 본 논문에서는 Zero-Vibration (ZV)^(7,8) 입력성형필터들을 컨벌루션함으로써 복잡한 비선형 연립방정식을 풀지 않고도 기존의 multi-hump EI 입력성형필터보다 강인성이 더 증가된 multi-hump Convolution (CV) 입력성형필터를 제시하고자 한다. 2장에서는 기존의 입력성형필터에 대해 간략하게 설명하고 3장에서는 multi-hump CV 입력성형필터 설계에 대해서 설명한다. 4장에서는 기존의 multi-hump EI 입력성형필터와 제시된 multi-hump CV 입력성형필터의 성능을 질량-댐퍼-스프링 모델을 이용하여 비교 설명한다.

2. 기존의 입력성형필터

입력성형기법의 기본적인 원리는 첫 번째 임펄스에 의한 진동을 진동주기의 반주기 후에 두 번째 임펄스로 상쇄시키는 것이다. 진동주기의 반주기 후에 임펄스를 가해주면 첫 번째 임펄스에 의한 진동과 위상이 반대가 되어 서로 상쇄가 된다. 이와 같이 2개의 임펄스로 이루어진 입력성형필터를 ZV 입력성형필터라고 한다. ZV 입력성형필터를 설계하기 위해서는 잔류진동의 크기비를 나타내는 식(1)이 고유주파수에서 0이 되어야 한다는 조건식과 초기 임펄스 시간이 0이라는 조건식과 임펄스 크기들의 합은 1이라는 조건식이 필요하다.

$$V(\omega, \zeta) = e^{-\zeta\omega t_n} \sqrt{\left\{ \sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \cos(\omega t_i \sqrt{1-\zeta^2}) \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \sin(\omega t_i \sqrt{1-\zeta^2}) \right\}^2} \quad (1)$$

여기에서 n 은 임펄스 개수, A_i 는 i 번째 임펄스 크기, t_i 는 i 번째 임펄스가 가해지는 시간이다. ZV 입력성형필터는 시스템의 고유주파수에서 잔류진동이 0이 되고 주파수가 변함에 따라 잔류진동이 급격히 증가되는 것을 Fig. 1의 민감도 선도에서 알 수 있다. 식(1)의 주파수에 대한 미분식이 고유주파수에서 0이 된다는 조건식을 추가하면 주파수 변화에 대한 잔류진동의 증가를 ZV 입력성형필터보다 둔감시킨 Zero-Vibration-Derivative(ZVD)^(7,8) 입력성형필터를 설계할 수 있다. Fig. 1의 민감도 선도에서 ZVD 입력성형필터가 ZV 입력성형필터보다 주파수 변화에 대한 잔류진동이 더 작은 것을 알 수 있다. ZVD 입력성형필터보다 강인성이 더 증가된

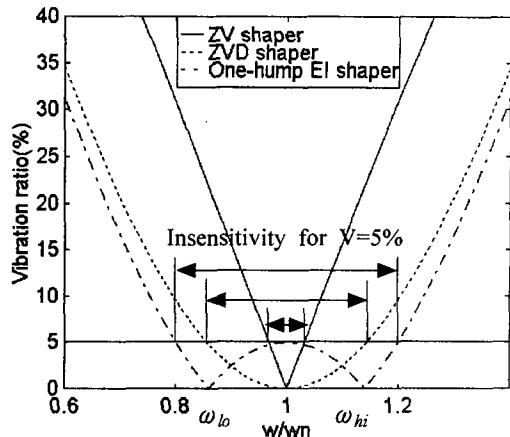


Fig. 1 Sensitivity Curve of ZV, ZVD and one-hump EI shaper

입력성형필터를 구하기 위해서는 식(1)의 미분식을 다시 미분하여 조건식을 추가한다. 그러나 강인성이 증가되는 반면에 시간지연이 늘어나게 되어 응답속도가 느린 단점이 있다. Multi-hump EI 입력성형필터는 시간지연을 줄이면서 강인성을 증가시킨 필터로서 고유주파수 부근에서 어느 정도(예를 들어 5%) 진동을 허용하는 구속조건을 주어 민감도 선도가 hump를 가지도록 한 것이다. ZVD 입력성형필터와 1개의 hump를 가지는 EI 입력성형필터는 3개의 임펄스로 구성되었지만 저지 대역대는 EI 입

력성형필터가 더 넓은 것을 Fig. 1에서 알 수 있다. 1개의 hump를 가지는 EI 입력성형필터를 설계하기 위해서는 식(1)이 ω_{lo} 와 ω_{hi} 에서 잔류진동이 0이 된다는 조건식과 고유주파수 ω_n 에서 잔류진동이 0.05가 된다는 조건식이 필요하다. 그리고 임펄스 크기들의 합은 1이며 첫 번째 임펄스가 가해지는 시간은 0이라는 조건식이 필요하다. 그러나 EI 입력성형필터는 hump 개수의 증가에 따라 비선형 식들이 추가되므로 설계하기가 어렵다.

3. Multi-Hump CV 입력성형필터

민감도 선도는 주파수 변화에 대한 잔류진동 비

를 백분율로 나타낸 것이다. z -영역에서는 민감도를 계산할 때 식(2)와 같이 입력성형필터 식을 이용하여 나타낼 수 있다^(11,12).

$$V_z(\%) = |H(z)z^n| \times 100 \quad (2)$$

여기에서, $H(z)$ 는 입력성형필터 식, n 은 필터 차수를 나타낸다. $H_1(z)$ 필터와 $H_2(z)$ 필터를 컨벌루션하면 $H_1(z)H_2(z)$ 가 된다. 따라서 컨벌루션되어진 $H_1(z)H_2(z)$ 필터의 민감도는 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} V_z(\%) &= |H_1(z)H_2(z)z^n| \times 100 \quad (3) \\ &= |H_1(z)z^{n_1}| |H_2(z)z^{n_2}| \times 100 \end{aligned}$$

여기에서, n_1 은 $H_1(z)$ 필터의 차수, n_2 는 $H_2(z)$ 필터의 차수, n 은 $n_1 + n_2$ 이다. 식(3)에서 $H_1(z)H_2(z)$ 필터의 민감도는 $H_1(z)$ 필터의 민감도와 $H_2(z)$ 필터의 민감도를 서로 곱한 것이라는 것을 알 수 있다. 이러한 원리를 이용하여 설계된 hump 형태의 입력성형필터를 multi-hump CV 입력성형필터라고 한다.

예를 들어 고유 주파수가 4Hz이고 감쇠비가 0인 시스템에 대해 한 개의 5% hump를 가지는 입력성형필터를 설계하여 보자. Fig. 2는 3.43Hz와 4.57Hz에서 잔류진동이 0이 되는 ZV 입력성형필터의 민감도 선도들을 나타낸 것이다. 이와 같은 두 개의 ZV 입력성형필터를 컨벌루션하였을 때의 민감도 선도는 두 필터의 민감도를 각 주파수에서 서로 곱한 것이므로 Fig. 3과 같이 3.43Hz와 4.57Hz에서 0이 되며 중간에 hump가 생기게 된다. Fig. 3의 민감도 선도에서 주파수는 시스템의 주파수 4Hz로 표준화하여 나타낸 것이다. 시스템의 고유주파수에서 양방향으로 $\Delta\omega$ 만큼 떨어진 주파수에 대해 ZV 입력성형필터를 설계하여 서로 컨벌루션하면 중간에 볼록한 형태의 민감도 선도를 가지는 입력성형필터를 설계할 수 있다. 이 때, $\Delta\omega$ 는 컨벌루션된 입력성형필터의 민감도 선도를 그리면서 hump의 크기가 5%가 되는 값을 찾는다.

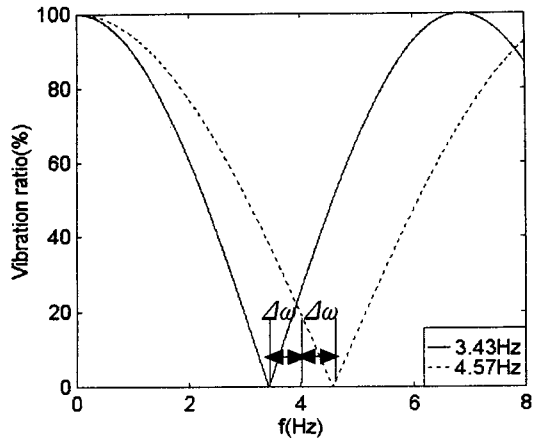


Fig. 2 Sensitivity curve of ZV shapers for 3.43Hz and 4.57Hz ($\zeta = 0$)

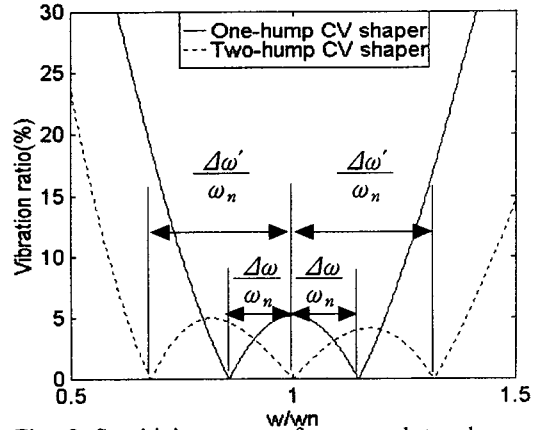


Fig. 3 Sensitivity curve of one- and two-hump CV shapers for natural frequency of system 4Hz

Fig. 4와 같이 양방향으로 $\Delta\omega'$ 만큼 떨어진 주파수에 대한 ZV 입력성형필터에 고유주파수 4Hz에 대한 ZV 입력성형필터를 추가하면 Fig. 3과 같이 2개의 hump를 가지는 입력성형필터를 만들 수 있다.

3개의 hump를 가지는 경우는 4개의 ZV 입력성형필터를 설계해야 한다. 이 때, hump의 크기는 Fig. 5에서 보는 바와 같이 $\Delta\omega_1$ 와 $\Delta\omega_2$ 의 함수다. $\Delta\omega_1$ 를 증가시키면 바깥 hump의 크기가 커지고 $\Delta\omega_2$ 를 증가시키면 중간 hump의 크기가 커지게 된다.

4개의 hump를 가지는 경우도 3개의 경우와 같

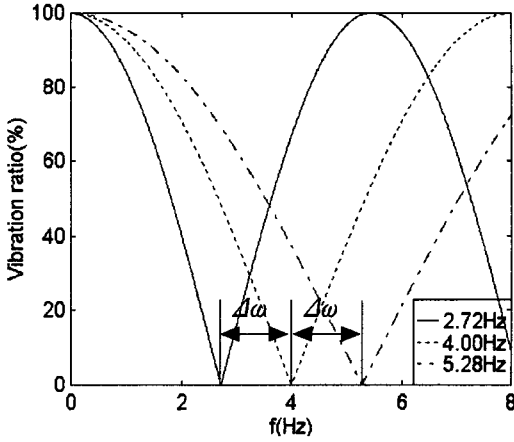


Fig. 4 Sensitivity curve of ZV shapers for 2.72Hz, 4Hz and 5.28Hz

이 변수가 2개이다. Fig. 5와 Fig. 6은 3개와 4개의 hump를 가지는 입력성형필터의 민감도 선도이다. 그러나 3개의 hump를 가지는 입력성형필터를 설계하였을 때 실제로는 4개의 hump를 가지고 있으며 4개의 hump인 경우는 7개의 hump를 가지고 있다. 그것은 Fig. 7에서 보는바와 같이 ZV 입력성형필터가 설계된 주파수에서 잔류진동이 0이 될 뿐만 아니라 설계된 주파수의 2배 간격에 있는 주파수에서도 잔류진동이 0이 되기 때문이다. 4Hz에 대한 ZV 입력성형필터를 설계하면 $4n(n=3,5,7,\dots,\infty)$ Hz 시스템에 적용하여도 잔류진동이 0이 된다.

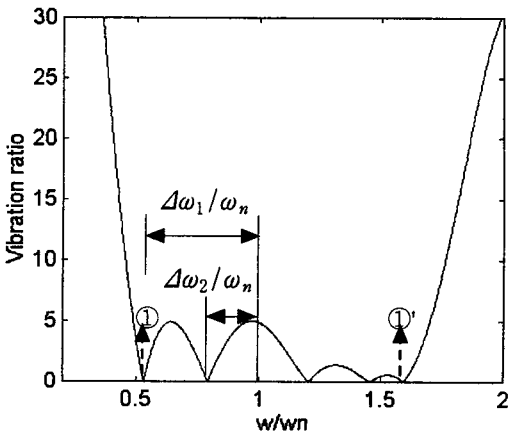


Fig. 5 Sensitivity curve of three-hump CV shaper for natural frequency of system 4Hz ($\zeta=0$)

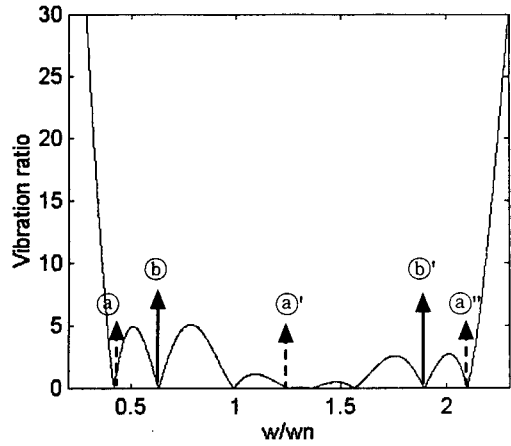


Fig. 6 Sensitivity curve of four-hump CV shaper for natural frequency of system 4Hz ($\zeta=0$)

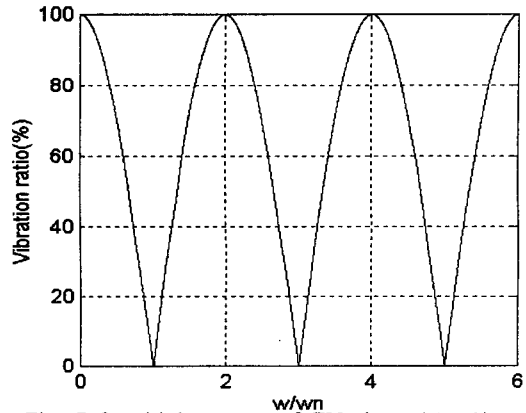


Fig. 7 Sensitivity curve of ZV shaper($\zeta=0$)

예를 들어 4Hz 시스템에서 진동주기 반주기는 12Hz 시스템에서 진동 주기의 3/2지점이 된다. 그 지점에서도 A_1 의 임펄스로 A_0 에 의한 진동을 상쇄시킬 수 있다는 것을 Fig. 8에서 알 수 있다. 20Hz인 경우는 시스템 진동 주기의 5/2지점에서 잔류진동이 0이 된다. Fig. 5에서 3개의 hump인 경우 잔류진동이 0이 되는 가장 작은 ①지점의 주파수는 2.12Hz이다. 이 주파수의 2배 간격은 6.36Hz인 ①' 지점이 된다. 이러한 이유로 3개의 hump를 설계하였는데 4개의 hump가 나오게 된다. 4개의 hump인 경우는 ②지점이 1.68Hz이고 2배 간격인 ②'지점 5.04Hz, ③지점 8.4Hz가 된다. 그리고 ④지점은 2.52Hz이고 2배 간격인 ④'지점은 7.56Hz이다. 따라

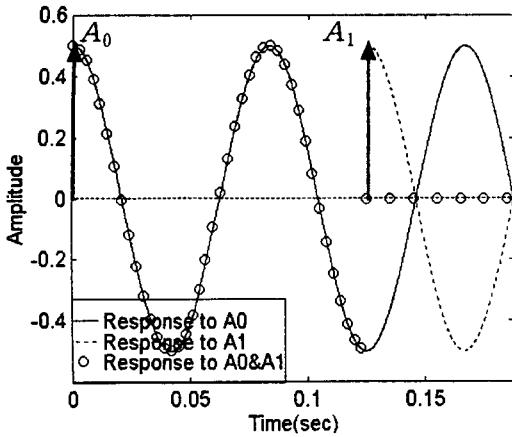


Fig. 8 Vibration cancellation using two impulses

서 3개의 hump가 더 나타나게 된다. 이와 같이 hump가 많이 나타나면 그 만큼 주파수 저지대역대가 넓어지므로 강인성이 좋아지는 것을 의미한다.

그러나 감쇠비가 있는 시스템인 경우에는 Fig. 9에서 보듯이 ZV 입력성형필터가 설계된 주파수 외에서는 0이 되지 않는다. 따라서 Fig. 10의 3개와 4개의 hump를 가진 입력성형기의 민감도 선도에서 설계된 개수 이상의 hump는 나타나지 않는다. 그러나 Fig. 9에서 보면 설계된 주파수의 2배 간격인 주파수에서 잔류진동이 지역 최소점이 된다는 것을 알 수 있다. 이것 또한 저지 대역대를 넓히는 효과를 준다.

Fig. 11과 Fig. 12는 기존의 3개의 hump를 가지는 EI 입력성형필터와 제시된 CV 입력성형필터의

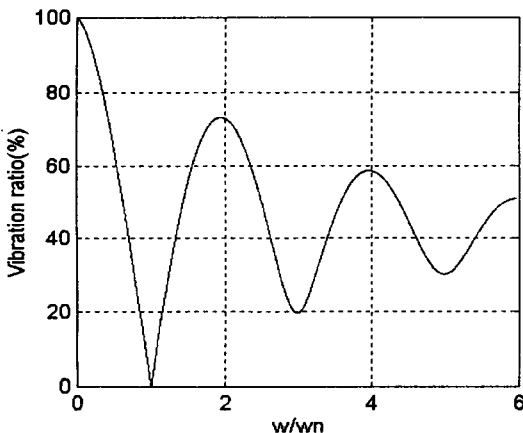


Fig. 9 Sensitivity curve of ZV shaper($\zeta=0.1$)

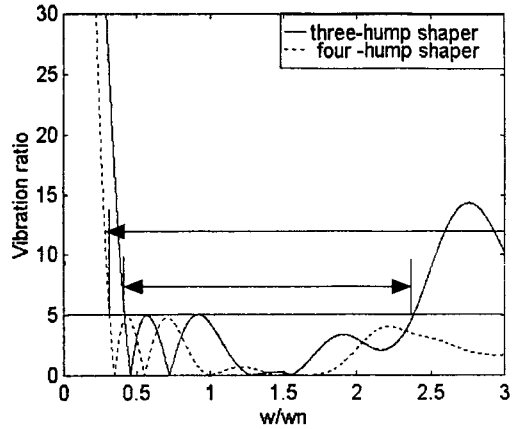


Fig. 10 Sensitivity curve of three- and four-hump CV shaper for natural frequency of system 4Hz ($\zeta=0.1$)

민감도 선도를 비교한 것이다. Fig. 11은 감쇠비가 0이고 Fig. 12는 감쇠비가 0.1에 대한 것이다. Fig. 11과 Fig. 12의 민감도 선도에서 저지 대역대가 기존의 EI 입력성형필터보다 제시된 CV 필터가 더 넓으므로 강인성이 더 좋다. 그러나 임펄스 열의 길이를 비교하면 기존의 것보다 제시된 CV 입력성형필터가 더 길게 나온다. 그 이유는 시스템의 고유주파수보다 낮은 주파수의 ZV 입력성형필터들이 존재하므로 컨벌루션을 하면 임펄스 열들이 기존의 EI 입력성형필터보다 길게 나온다.

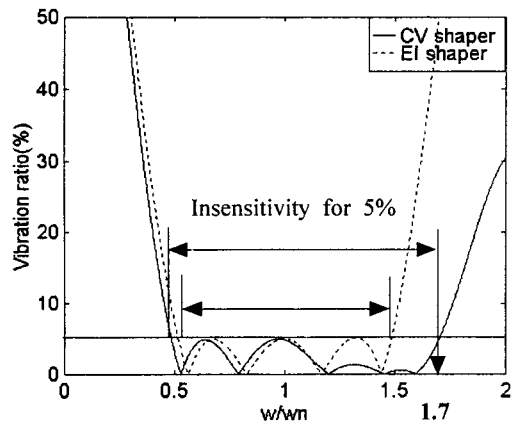


Fig. 11 Sensitivity curves of three-hump EI shaper and CV shaper(4Hz, $\zeta=0$)

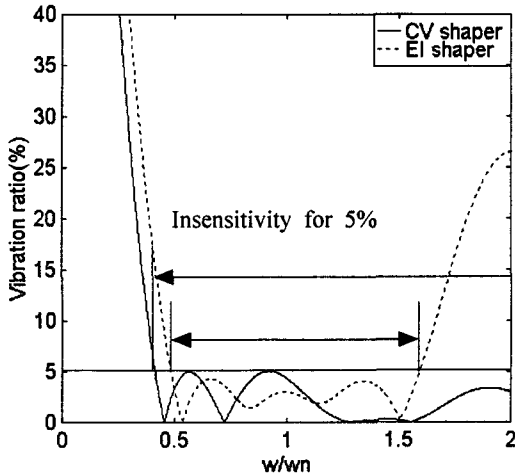


Fig. 12 Sensitivity curves of three-hump EI shaper and CV shaper(4Hz, $\zeta = 0.1$)

Fig. 13은 hump의 개수에 대한 임펄스 열의 길이 비와 주파수 저지 대역대의 폭비를 나타낸 것이다. Fig. 13에서 보면 CV 입력성형필터가 EI 입력성형필터보다 임펄스 열의 길이와 주파수 저지 대역폭이 더 크므로 1보다 크게 된다. 1개의 hump인 경우는 임펄스 열의 길이가 2% 더 늘어났는데 비해 주파수 대역폭은 8% 더 늘어났다. 2개의 hump인 경우에는 임펄스 열의 길이가 8%, 저지 대역폭은 6%

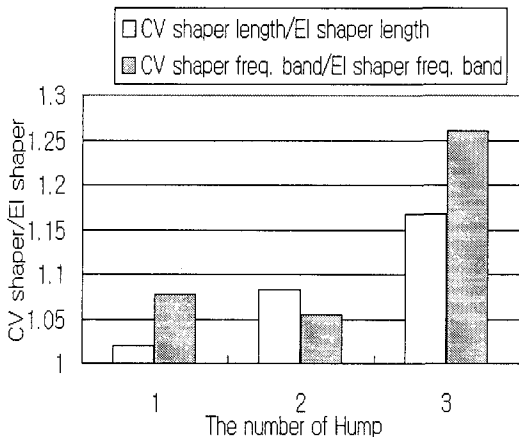


Fig. 13 CV shaper/EI shaper vs. the number of hump(4Hz, $\zeta = 0$)

이고 3개의 경우는 임펄스 열의 길이가 16%, 저지 대역폭이 26% 더 늘어났다. 임펄스 열의 길이보다 대역폭의 비가 더 크면 성능이 더 우수하다는 것을 의미한다. 따라서 2개의 hump인 경우는 EI 입력성형필터가 우수하지만 1개와 3개의 hump인 경우는 CV 입력성형필터가 더 우수하다. 그리고 hump의 개수가 4개 이상인 경우는 Fig. 7과 같이 주파수의 2배 간격으로 잔류진동이 0이 되는 효과로 인하여 CV 입력성형필터가 EI 입력성형필터보다 성능이 더 우수하다.

다음은 one-hump CV 입력성형기의 세부적인 설계 순서이다.

1. 시스템의 고유주파수와 감쇠비를 구한다.
2. k 값을 0으로 정한다.
3. 2개의 ZV 입력성형필터의 설계 주파수 $\omega_{o,hi}$ 를 $(1 \mp k)\omega_n$ 로 정한다.
4. 2개의 ZV 입력성형필터를 서로 컨벌루션하여 민감도 선도를 그린다. 이 때, 주파수의 영역은 $[0, 2\omega_n]$ 로 한다.
5. 이 때, k 값을 0에서 점점 증가시키면서 4번을 반복한다. 그렇게 되면 hump의 크기도 점점 증가하게 된다.
6. 민감도 선도에서 hump의 크기가 5% 될 때, k 값을 취하면 된다.

4. 시뮬레이션

기존의 EI 입력성형필터와 제시된 CV 입력성형필터의 성능을 비교하기 위하여 질량-댐퍼-스프링 시스템으로 감쇠비가 없는 경우와 감쇠비가 있는 경우에 대해서 시뮬레이션을 하였다. Fig. 14에서 2개의 질량을 스프링으로 연결하여 x_1 에 계단입력을 주어 보았다. 이 때 질량은 1kg이고 스프링 상수(k)는 632N/m이다. Fig. 15는 Fig. 11의 입력성형필터들을 이 시스템에 적용하였을 때 시간응답을 나타낸 것이다. Fig. 11에서 예상하는 것과 같이 5%의 잔류진동이 발생한다. Fig. 16은 시스템의 스프링 상수를 1826N/m로 변화시켜 주파수 오차를 70%나도록 한 다음, 적용하였을 때 나타나는 시간응답이다. Fig. 11에서 예상하는 것과 같이 EI 입력성형필터는 50% 잔류진동이 발생하는데 비해 제시된 입력성형필터는 5%의 잔류진동이 나타난다.

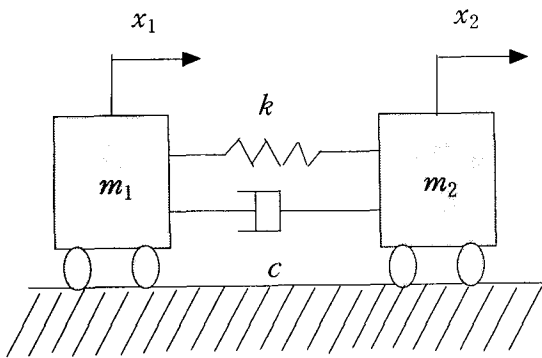


Fig. 14 Two mass and spring model

2개의 질량을 스프링과 댐퍼로 연결하여 x_1 에 계단입력을 주어 보았다. 이 때 질량은 1kg이고 스프링 상수(k)는 2526N/m이며 댐퍼는 10.05kg/s이다. Fig. 17은 Fig. 12의 민감도 선도를 가지는 입력성형필터를 사용하였을 때 시간응답을 나타낸 것이다. 입력성형필터의 설계 주파수는 4Hz이고 시스템의 고유주파수는 8Hz로서 100% 오차를 가진다. Fig. 12의 민감도 선도에서 예상하는 것과 같이 CV 입력성형필터인 경우는 4%의 잔류진동이 발생하고 EI 입력성형필터의 경우는 26%의 잔류진동이 발생한다.

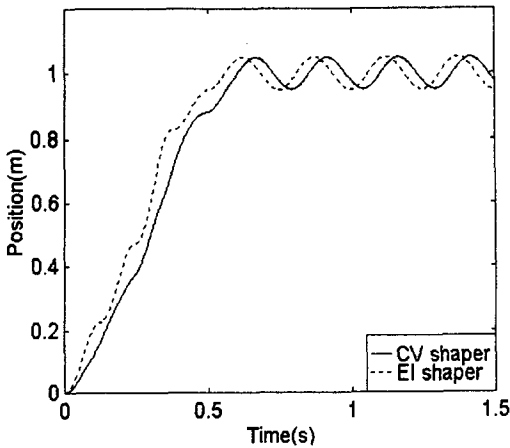


Fig. 15 Time response with three-hump EI shaper and CV shaper at modeling frequency ($\zeta=0$)

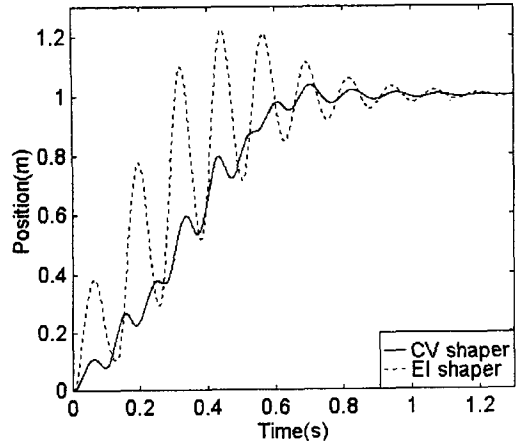


Fig. 17 Time response with three-hump EI shaper and CV shaper at modeling error 100% ($\zeta=0.1$)

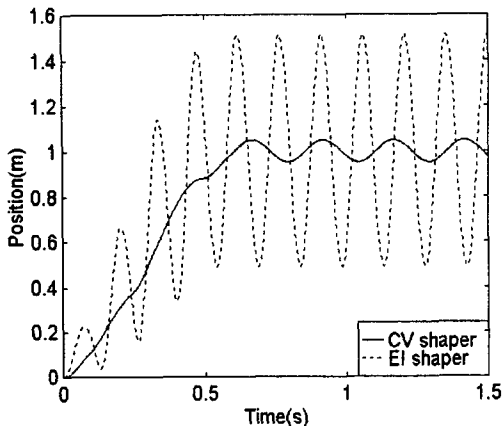


Fig. 16 Time response with three-hump EI shaper and CV shaper at modeling error 70% ($\zeta=0$)

5. 결론

본 논문에서는 기본적인 ZV 입력성형필터를 컨벌루션하는 방법을 이용하여 multi-hump CV 입력성형필터를 설계하였다. 컨벌루션을 이용한 방법은 응답이 느리지 않으면서 강인성이 높은 hump 형태의 입력성형필터를 복잡한 비선형 연립방정식을 풀지 않고도 쉽게 설계할 수 있다는 장점이 있다. 또한 제시된 CV 입력성형필터는 hump의 개수가 증가할수록 기존의 EI 입력성형필터보다 성능이 더 우수하다. CV 입력성형필터의 강인성이 기존의 EI 입력성형필터보다 더 증가된 것을 질량-댐퍼-스프링 모델을 이용하여 보였다.

후 기

본 연구는 지역협력연구센터(RRC)의 연구비에 의해 수행되었으며, 이에 관계자 제위께 감사드립니다.

참고문헌

1. J.S. Kim, K. Suzuki, M. Yamamoto, M. Uchiyama, "Vibration Suppression Control of Constrained Spatial Flexible Manipulators," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Aitomation, New Mexico, pp. 2831-2837, 1997.
2. H.P. Lee, "Dynamic Responses of a Beam With a Moving Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 191, No. 2, pp. 289-294, 1996.
3. J.W. Lee, H.H. Joo, "End-Point Position Control of a Flexible Manipulator," Journal of Korean Society of Mechanical Engineerrs, Vol. 16, No. 7, pp. 1307-1313, 1992.
4. G.H. Tallman, O.J.M. Smith, "Analog Study of Dead-Beat Posicast Control," IRE Transactios on Automatic Control, Vol. AC-3, pp. 14-23, 1958.
5. N.C. Singer, W.P. Seering, "Preshaping Command Inputs to Reduce System Vibration," Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 112, pp. 76-82, 1990.
6. W.E. Singhose, N.C. Singer, "Extra-Insensitivity Input Shapers for Controlling Flexible Spacecraft," Guidance, Control, and Dynamics Vol. 19. No. 2, March-April, 1996.
7. L.J. Porter, W.E. Singhose, T.D. Tuttle, N.C. Singer, "Vibration Reduction Using Multi-Hump Input Shapers," Transactions of the ASME, J DSMC Vol. 119, pp. 320-326, 1997.
8. W.E. Singhose, W.P. Seering, N.C. Singer, "Time-Optimal Negative Input Shapers," ASME Vol. 119, pp. 198-205, 1997.
9. C.L. Teo, C.J. Ong, M. Xu, "Pulse Input sequences for Residual Vibration Reduction," Journal of Sound and Vibration, Vol. 211(2), pp. 157-177, 1998.
10. L.Y. Pao, M.A. Lau, "Robust Input shaper Control Design for Parameter Variations in Flexible Structures," Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 122, pp. 63-70, 2000.
11. 박운환, 이재원, 임병덕, 주해호, "Z-영역에서 강인한 입력성형필터의 설계," 한국정밀공학회지 제16권 제4호, pp. 155-162, 1999.
12. 박운환, 이재원, 임병덕, "Z-영역에서 입력성형기의 설계와 민감도 해석," 대한기계학회논문집 A권 제24권 제7호, pp. 1854-1862, 2000.