

## 평면 3 자유도 운동 에뮬레이터 구현

박성원\*, 조황\*\*

### Realization of Planar 3 D.O.F Motion Emulator

Sung Won Park\*, and Whang Cho\*\*

#### ABSTRACT

In this paper, a mobile system using multi-wheel steering and driving mechanism is proposed to maximize maneuverability of the wheeled mobile system. Among various possible configurations, the two-wheel steering and driving systems, which is minimal in structural requirement, is proposed to reduce the complexity in actual design and difficulties in control. The system possesses three or four degrees of freedom depending on the orientations of two wheels, one or two for driving and two for steering, which implies that the system's mobility is always less than three DOF. The proposed system, nonetheless, can exactly emulate characteristics of the omnidirectional motion as long as the planned path is smooth i.e., the curvature changes continuously while velocity is not zero. Efficient kinematic and dynamic control algorithms are proposed for position and orientation control of the proposed wheeled mobile system.

**Key Words :** Multi-wheel steering and driving mechanism (다륜 조향·구동 기계구조), Omnidirectional motion (전방 향성 운동)

#### 1. 서론

바퀴식 운행 장치들로 하여금 전방향성 (omnidirectional) 운동 즉, 회전운동과 임의의 방향으로의 병진운동을 복합한 매우 편리한 운동을 가능하게 함으로써 그 조종성 (maneuverability)을 극대화하기 위해서는 운행 장치의 순간 중심점의 위치를 운행 평면상에서 연속적으로 자유롭게 변화시킬 수 있어야 한다. 이를 위해서 일반적으로 추구되는 방법은 평면상에서 3 자유도의 운동성 (mobility)을 갖는 기계적 구조의 바퀴식 메커니즘을 이용하는 것이다. 대표적인 연구로는 스웨덴에서 장애인용 전동휠체어의 조종성을 높이기 위해 개발된 Ilonator wheel<sup>(1)</sup>, 미국에서 상이 군인들을

포함한 장애자들을 위하여 개발된 Stanford wheel<sup>(2,3)</sup>, 미국 Oak Ridge 국립연구소에서 개발된 Omnidirectional Holonomic Rolling Platform<sup>(4)</sup>, 역시 미국에서 개발된 전방향성 운반체<sup>(5)</sup>, 일본에서 개발된 전방향성 운행장치<sup>(6)</sup> 등이 있다. 이들은 모두 특수한 구조의 바퀴들을 사용하고 있으며 운행 효율이 매우 저조하기 때문에 제한된 환경에서만 사용될 수 있는 단점 등으로 인하여 폭넓은 실용화는 이루어지지 않고 있다.

한편 특수한 바퀴를 사용하지 않고 일반 형태의 바퀴를 사용하는 대신 정밀 제어기술을 통하여 운행 장치의 조종성을 극대화하고자 하는 연구들이<sup>(7,8,9,10)</sup> 진행되어왔다. 이 경우 구조상 운행 장치의 운행관련 자유도는 3 자유도 미만이 되기 때문

\* 광운대학교 제어계측공학과 대학원  
\*\* 광운대학교 제어계측공학과

예, 바퀴의 조향 자유도를 이용하여 장치에 부가되는 미분형 운동학적 구속조건(nonholonomic kinematic constraint)의 구조를 적절히 변화시켜 순간 중심점의 위치를 제어하는 방법을 쓰게 되며, 이를 위해서는 능동적으로 조향과 구동이 가능한 두 개 이상의 바퀴가 필요하다.

본 논문은 경제성과 제어성을 고려하여 조향과 구동이 동시에 제어 가능한 2 개의 능동 바퀴를 이용한 이중 세발자전거(dual tricycle) 구조를 이용하여 운반체의 현재 위치와 방향으로부터 임의의 다음 위치와 방향으로 이동 가능하게 하는 제어 알고리즘을 제안하고자 한다. 이중 세발자전거의 구조적 특성상 제어 알고리즘 설계 시 고려된 두 가지 중요한 점들은 다음과 같다. 우선 운행관련 자유도가 두 개의 능동바퀴의 조향 각도에 따라 1 또는 2 가 될 수 있다는 점이다. 따라서 제어 알고리즘도 이를 고려하여 각 경우에 대하여 다르게 구성되어야 한다. 또한 능동바퀴의 조향 각도의 함수로 기계적 이득(mechanical gain)에 의해 결정되는 구동 토크의 변화가 심하기 때문에 무리한 구동으로 바퀴의 미끄러짐을 방지하기 위해서는 1 자유도 운행 시 적절한 구동 토크 최소화 알고리즘이 고려되어야 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2 장에는 제안된 이중 세발자전거 구조의 운동학적 및 동력학적 모델링 결과가 제시되며, 3 장에서 두 가지 제어 알고리즘이 제안되고, 4 장은 모의실험 결과를 보여주고, 5 장에 결론이 언급된다.

## 2. 모델링

그림 1 은 본 논문에서 제안하는 이중 세발자전거 방식을 이용한 운행 장치의 개념도를 보여주고 있다. 그림에서  $(x, y)$ 는 고정된 좌표계  $\{X, Y\}$ 에 대한 운행 장치의 무게중심에 설정된 좌표계  $\{x, y\}$ 의 원점의 좌표를 나타내며,  $\Phi$ 는 장치의 방향을 표시한다. 또한,  $\phi_i$  와  $\theta_i$  는 구동 바퀴  $i=1,2$  의 바닥과의 접촉면에 수직인 방향으로의 회전을 나타내는 조향 각도와 구동 축에 대한 바퀴의 회전 각도를 각각 나타낸다. 동력학적 모델링시 필요한 외력들은 바닥과 구동 바퀴  $i$  사이에 작용하는 마찰력의 두 성분들  $F_{ii}$  과  $F_{i2}$  이며, 보조 바퀴(caster wheel)의 바닥과의 마찰력들은 이상적인 경우로 가정하여 무시한다. 그러나, 운행 장

치의 빠른 운행중에 일어날 수 있는 구동 바퀴들의 바닥과의 미끄러짐 현상을 동력학적 모델링을 통하여 관찰하기 위해서는, 그럼에서 표시하지는 않았지만, 운행 장치 무게중심의 바닥으로부터 수직 높이와 바닥과 바퀴들 사이의 수직 반력들(normal forces)이 고려되어야 한다. 본 논문에서는 모델 수식의 간소화를 위해 바닥을 이상적인 평면으로 가정하고 각 바퀴와 바닥은 점접촉을 이루며 이들 사이의 미끄러짐은 없다고 가정하였다.

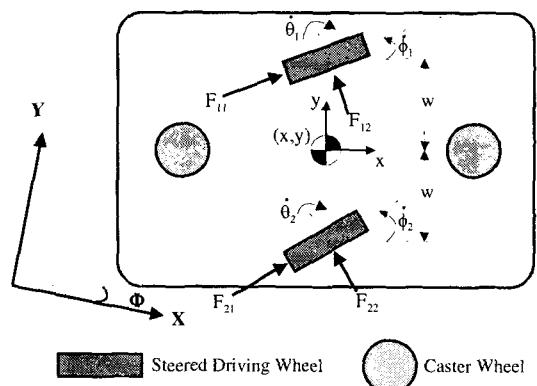


Fig. 1 Schematic of the dual tricycle model

운동학적 해석을 위하여 우선적으로 고려되어야 할 것은 라그란지안(Lagrangian) 변수의 선정 문제와 운행 장치의 구조 특성상 주어지는 운동학적 구속 조건이다. 라그란지안 변수들로는 운행 장치의 평면상에서의 위치와 방향을 나타내기 위한 3 개의 변수  $x, y, \Phi$ , 두개의 구동 바퀴의 조향 각도  $\phi_1, \phi_2$ , 구동 각도  $\theta_1, \theta_2$ 를 선정할 수 있으며, 운행 장치의 경로를 정하는 조향 각도  $\phi_1, \phi_2$ 는 운행 장치 무게중심의 직진 속도  $\dot{x}, \dot{y}$  와 회전 속도  $\dot{\Phi}$  가 주어지면 상대 속도 관계에 의해 식 (1)~(2)로 우선적으로 정해진다.

$$\phi_1 = \tan^{-1}(\dot{x} \cos \Phi + \dot{y} \sin \Phi - w\dot{\Phi}, -\dot{x} \sin + \dot{y} \cos \Phi) \quad (1)$$

$$\phi_2 = \tan^{-1}(\dot{x} \cos \Phi + \dot{y} \sin \Phi + w\dot{\Phi}, -\dot{x} \sin + \dot{y} \cos \Phi) \quad (2)$$

또한 이들 7 개의 변수들은 운행 장치의 구동 바퀴의 반경을  $r$  이라하면 다음과 같이 조향 각도  $\phi_1, \phi_2$ 에 의해서 결정되는 두 경우의 다른 미분형(nonholonomic)의 운동학적 구속 조건을 형성한다. 첫번째 경우는  $\phi_1$  과  $\phi_2$  중 적어도 한 개의 값이  $n\pi$  ( $n$  은 임의의 정수)가 아닐 때, 식(3)~(6)으로 4

개의 독립적인 구속 조건식들이 얻어진다.

$$\dot{x} = r\dot{\theta}_1 \cos(\Phi + \phi_1) + w\dot{\Phi} \cos\Phi \quad (3)$$

$$\dot{y} = r\dot{\theta}_1 \sin(\Phi + \phi_1) + w\dot{\Phi} \sin\Phi \quad (4)$$

$$\dot{x} = r\dot{\theta}_2 \cos(\Phi + \phi_2) - w\dot{\Phi} \cos\Phi \quad (5)$$

$$\dot{y} = r\dot{\theta}_2 \sin(\Phi + \phi_2) - w\dot{\Phi} \sin\Phi \quad (6)$$

따라서, 이 경우 운행 장치의 전체 자유도는 3이지만, 운행 장치의 운행과 관계없는 내부 자유도인 조향 각도  $\phi_1$ 과  $\phi_2$ 의 자유도를 제외하면 운행 관련 자유도는 1임을 알 수 있다.

한편,  $\phi_1 = m\pi$ 이고,  $\phi_2 = n\pi$ ( $m$ 과  $n$ 은 임의의 정수)일 때는 위의 4 개의 구속 조건들 중 임의의 한 개는 나머지 3 개의 조건들에 종속되어 3 개의 독립적인 구속 조건들이 구해진다. 식 (3)~(6)의 구속 조건중 임의의 한 개를 종속이라 가정할 수 있으며, 만약 식(6)을 종속이라 가정하면, 식(7)~(9)의 3 개의 독립적인 구속 조건식들이 얻어진다.

$$\dot{x} = r\dot{\theta}_1 \cos(\Phi + \phi_1) + w\dot{\Phi} \cos\Phi \quad (7)$$

$$\dot{y} = r\dot{\theta}_1 \sin(\Phi + \phi_1) + w\dot{\Phi} \sin\Phi \quad (8)$$

$$\dot{x} = r\dot{\theta}_2 \cos(\Phi + \phi_2) - w\dot{\Phi} \cos\Phi \quad (9)$$

따라서, 이 경우 운행 장치 시스템의 전체 운동학적 자유도는 4이며, 조향과 관련된 2 개의 자유도를 제외하면 운행 관련 자유도는 2이다.

주목할 사실은 이중 세발자전거 방식의 운행 장치 시스템의 운행 관련 자유도는 전방향 운동에 필요한 자유도인 3 보다 적다는 것이다. 그러나 이 문제는 시스템의 운행이 순간 정지점(instantaneous center of zero velocity)의 평면상에서의 위치가 연속적으로 변화하도록 이루어지는 일반적인 운행의 경우 바퀴의 조향각도  $\phi_i$ 를 적절히 변화시켜 해결할 수 있다. 왜냐하면 조향각도  $\phi_i$ 를 변화시켜 시스템의 순간 정지점을 연속적으로 원하는 위치에 정의할 수 있으며 또한 동시에 구속조건을 변화시킬 수 있기 때문이다<sup>(10)</sup>.

시스템의 운동방정식은 운행 관련 자유도와 독립 변수의 선정에 따라 아래의 3 가지 경우로 나뉘어 질 수 있다.

경우 1: 운행 자유도가 1이고, 독립 변수로  $\theta_1$ 을 지정함.

$$(m\ddot{x}\bar{i} + m\ddot{y}\bar{j}) \cdot \bar{v}_{\theta_1}^c + I\ddot{\Phi}\bar{k} \cdot \bar{\omega}_{\theta_1}^c + I_1(\ddot{\phi}_1 + \ddot{\Phi})\bar{k} \cdot \bar{\omega}_{\theta_1}^{w_1} + I_2(\ddot{\phi}_2 + \ddot{\Phi})\bar{k} \cdot \bar{\omega}_{\theta_1}^{w_2} = \tau_{\theta_1} + (\sin\theta_1/\sin\theta_2)\tau_{\theta_2} \quad (10)$$

경우 2: 운행 자유도가 1이고, 독립 변수로  $\theta_2$ 를 지정함.

$$(m\ddot{x}\bar{i} + m\ddot{y}\bar{j}) \cdot \bar{v}_{\theta_2}^c + I\ddot{\Phi}\bar{k} \cdot \bar{\omega}_{\theta_2}^c + I_1(\ddot{\phi}_1 + \ddot{\Phi})\bar{k} \cdot \bar{\omega}_{\theta_2}^{w_1} + I_2(\ddot{\phi}_2 + \ddot{\Phi})\bar{k} \cdot \bar{\omega}_{\theta_2}^{w_2} = \tau_{\theta_2} + (\sin\theta_1/\sin\theta_2)\tau_{\theta_1} \quad (11)$$

경우 3: 운행 자유도가 2이고,  $\theta_1, \theta_2$ 를 독립 변수로 지정함.

$$(m\ddot{x}\bar{i} + m\ddot{y}\bar{j}) \cdot \bar{v}_{\theta_1}^c + I\ddot{\Phi}\bar{k} \cdot \bar{\omega}_{\theta_1}^c + I_1(\ddot{\phi}_1 + \ddot{\Phi})\bar{k} \cdot \bar{\omega}_{\theta_1}^{w_1} + I_2(\ddot{\phi}_2 + \ddot{\Phi})\bar{k} \cdot \bar{\omega}_{\theta_1}^{w_2} = \tau_{\theta_1} \quad (12)$$

$$(m\ddot{x}\bar{i} + m\ddot{y}\bar{j}) \cdot \bar{v}_{\theta_2}^c + I\ddot{\Phi}\bar{k} \cdot \bar{\omega}_{\theta_2}^c + I_1(\ddot{\phi}_1 + \ddot{\Phi})\bar{k} \cdot \bar{\omega}_{\theta_2}^{w_1} + I_2(\ddot{\phi}_2 + \ddot{\Phi})\bar{k} \cdot \bar{\omega}_{\theta_2}^{w_2} = \tau_{\theta_2} \quad (13)$$

식(10)~(13)에서  $I$ 는 운행 장치의 관성 모멘트이며,  $I_i$ 는 구동 바퀴의 관성 모멘트이다. 또한,  $\bar{v}_{\theta_i}^c$ ,  $\bar{\omega}_{\theta_i}^c$ 는 각각 운행 장치의 중심점에서의 위치와 방향에 대한 미분형 부분 변화율이며,  $\bar{\omega}_{\theta_i}^{w_i}$ 는 각 바퀴와 바닥과의 접면에서의 구동각에 대한 미분형 부분 변화율이다<sup>(11)</sup>.

### 3. 제어 알고리즘

일반적으로 전방향성 운행 장치의 제어는 장치 중심점의 병진 운동 효과는 직선적으로 이루어지면서 동시에 회전 운동이 가능함을 목표로 하고 있다. 본 논문에서 제시하는 제어 알고리즘은 운행 계획의 유무에 따라 운동학적 및 동력학적 제어 알고리즘으로 나뉘어지며, 동력학적 제어 알고리즘은 운동학적 제어 알고리즘에 비해 가속도 정보를 포함한 제어를 함으로써 고속 운행에 보다 적합하다.

#### 3.1 운동학적 제어 알고리즘

그림 2는 운행 장치의 위치와 방향 오차가 있을 때, 위치 오차를 직선적으로 줄이는데 필요한 등가적 힘과 방향 오차를 줄이는데 필요한 등가적인 토크를 개념적으로 나타낸 것이다. 그림에서  $e_\Phi$ 는 방향 오차이고,  $e_r$ 는 위치 오차로써 ( $e_x, e_y$ )로 구성되어지며,  $e_x$ 는  $x$  방향의 위치 오

차이고,  $e_y$ 는  $y$  방향의 위치 오차를 표시한다.

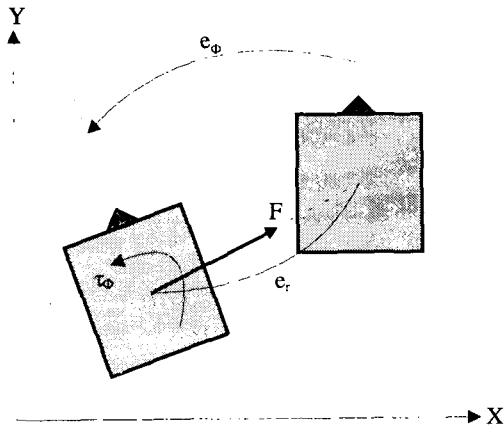


Fig. 2 Schematic of the kinematic control algorithm

운행 장치의 목표 자세(desired posture)는  $(x_d, y_d, \Phi_d)$ 로 정의하고, 목표 자세로부터 자세 오차(posture error)는 식(14)~(16)로 정의한다.

$$e_x = x_d - x \quad (14)$$

$$e_y = y_d - y \quad (15)$$

$$e_\Phi = \Phi_d - \Phi \quad (16)$$

목표 조향각은 운행계획이 수립되어 있는 경우에는 식(1)~(2)로 결정되어질 수 있으나, 운동학적 제어 알고리즘은 운행계획이 주어져 있지 않는 경우를 가정하고 있기 때문에, 여기서는 운행 장치의 위치 오차를 목표 오차에 대해 직선적으로 줄이기 위한 방법에 착안하여 다음과 같이 정의하였다.

$$\phi_{1d} = \tan^{-1} \frac{-e_x \sin \Phi + e_y \cos \Phi}{e_x \cos \Phi + e_y \sin \Phi - we_\Phi} \quad (17)$$

$$\phi_{2d} = \tan^{-1} \frac{-e_x \sin \Phi + e_y \cos \Phi}{e_x \cos \Phi + e_y \sin \Phi + we_\Phi} \quad (18)$$

목표 조향 각속도는 식(17)~(18)을 미분하여 구할 수 있다. 목표 조향각과 목표 조향 각속도가 구해지면, 조향 제어기(controller for steering)는 식(19)와 같이 설계한다.

$$I_i \ddot{\phi}_i = -K_{vpi}(\dot{\phi}_i - \dot{\phi}_{id}) -$$

$$K_{ppi}(\phi_i - \phi_{id}) = \tau_\phi, \quad i = 1, 2 \quad (19)$$

식(19)에서  $K_{vpi}$ 는 속도 이득이며,  $K_{ppi}$ 는 위치 이득이다.

한편, 구동 제어기는 위치와 방향 오차를 줄이기 위해 다음과 같이 비례-미분(PD) 형태의 제어기를 사용하기로 한다.

$$F_x = -K_{px}(x - x_d) - K_{vx}\dot{x} \quad (20)$$

$$F_y = -K_{py}(y - y_d) - K_{vy}\dot{y} \quad (21)$$

$$\tau_\Phi = -K_{p\Phi}(\Phi - \Phi_d) - K_{v\Phi}\dot{\Phi} \quad (22)$$

식(20)~(22)에서  $K_{px}, K_{py}, K_{p\Phi}$ 는 각각  $x, y, \Phi$  방향에 대한 위치 이득이며,  $K_{vx}, K_{vy}, K_{v\Phi}$ 는 속도 이득이다. 식(20)~(22)에서 얻어진 힘과 토크는 구동 바퀴의 토크 값으로 변환할 수 있다.

먼저 운행 자유도가 1인 경우에는 가상 일 이론(virtual work theorem)으로부터 얻어질 수 있는 식(23)으로 변환 가능하다<sup>(12)</sup>.

$$F_x dx + F_y dy + \tau_\Phi d\Phi = \tau_{\theta_1} d\theta_1 + \tau_{\theta_2} d\theta_2 \quad (23)$$

식(23)에서 각 바퀴에서 내야 할 구동 토크는 두 바퀴에서 내는 토크의 유클리디안 노름(Euclidean norm)이 최소가 되도록 하며, 이는 여유 구동 상황에서의 무리한 구동을 막을 수 있는 방법으로 채택하였다. 따라서 이 방법은 순간 정지점이 두 개의 구동 바퀴 중 한 개의 바퀴에 점접촉하는 점에 놓이는 특이한 경우에도 해당 바퀴의 구동 토크를 사용하지 않고 나머지 바퀴, 즉 순간 정지점으로부터 먼 쪽의 바퀴만 구동하여 시스템을 운행하게 해준다.

운행 관련 자유도가 2인 경우에는, 식(7)~(9)로부터 아래와 같은 자코비안 행렬  $J$ 를 구하여 구동 토크를 산출할 수 있다<sup>(12)</sup>.

$$J = \begin{bmatrix} (r/2)\cos\Phi\cos\phi_1 & (r/2)\cos\Phi\cos\phi_2 \\ (r/2)\sin\Phi\cos\phi_1 & (r/2)\sin\Phi\cos\phi_2 \\ -r/(2w)\cos\phi_1 & r/(2w)\cos\phi_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_{\theta_1} \\ \tau_{\theta_2} \\ \tau_\Phi \end{bmatrix} = J^T \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ \tau_\Phi \end{bmatrix} \quad (25)$$

### 3.2 동력학적 제어 알고리즘

그림 3은 동력학적 제어 알고리즘의 개념도이며, 공이 평면 위에서 미끄러짐 없이 한 바퀴 회전할 때의 모습을 나타낸 것이다.

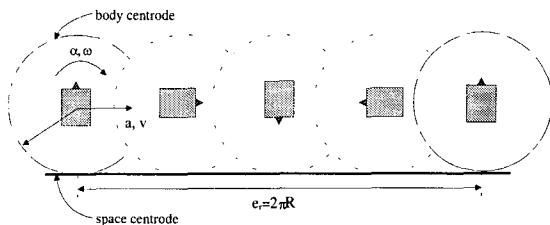


Fig. 3 Schematic of the dynamic control algorithm

그림에서처럼 운행 장치가 공의 중심점에 고정되어 있다면, 운행 장치의 중심점은  $2\pi R$  만큼 직선 운동을 하게 되고, 동시에 장치는  $2\pi$  만큼 회전 운동을 한다. 이에 관한 구속 조건은 식(26)으로 표현 가능하다.

$$a = R\alpha, \quad v = R\omega, \quad e_r = Re_\phi \quad (26)$$

운동학적 알고리즘과 비교하여, 동력학적 알고리즘은 위의 운동을 만족하는 운행 계획(motion planning)을 수립하고 이를 추종함으로써 전방향성 운동을 가능하게 한다. 운행 계획에서 주목할 사항은 곡률이 매끄럽게 변해야 하는 전제에 따라 가속도를 연속적으로 변화시켜는 문제이다<sup>(13)</sup>.

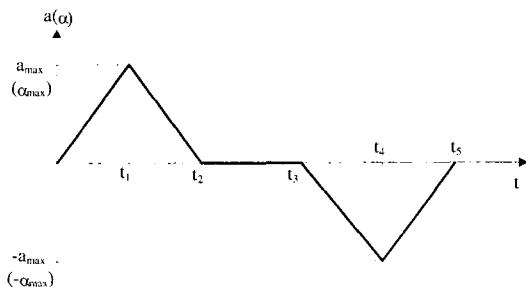


Fig. 4 Acceleration shape

본 논문에서는 위치와 방향에 대한 가속도를 각각  $a$ ,  $\alpha$ 라고 할 때, 가속도가 그림 4의 모양이 되도록 수립한다.

운행 계획에서 얻어진 목표값들에 대한 조향

제어기와 구동제어기는 각각 아래와 같이 설계한다.

$$\ddot{\phi}_i = \ddot{\phi}_{id} + K_{v\phi}(\dot{\phi}_{id} - \dot{\phi}_i) + K_{p\phi}(\phi_{id} - \phi_i), \quad i=1,2 \quad (27)$$

$$\ddot{\theta}_i = \ddot{\theta}_{id} + K_{v\theta}(\dot{\theta}_{id} - \dot{\theta}_i) + K_{p\theta}(\theta_{id} - \theta_i), \quad i=1,2 \quad (28)$$

식(27)에서  $K_{v\phi}$ 는 속도 이득이며,  $K_{p\phi}$ 는 위치 이득이다. 목표 조향각, 목표 조향각속도, 목표 조향각속도는 식(1)~(2)와 이를 미분하여 구할 수 있다. 식(28)에서  $K_{v\theta}$ 는 속도 이득이며,  $K_{p\theta}$ 는 위치 이득이다. 구동과 관련된 목표값들은 운행 관련 자유도와 독립변수의 선정에 따라 운동학적 구속 조건인 식(3)~(9)와 운행 계획을 활용하여 구할 수 있다.

### 4. 모의실험

본 논문에서 수행하는 모의실험은 초기 조향이 된 상태를 가정하였다. 초기 조향이 된 상태란 시스템이 움직이려는 방향으로 두 개의 바퀴가 조향이 되어진 상태를 의미하며, 초기 조향을 가정하지 않았을 경우에는 초기 조향이 이루어질 때까지의 시간적 지연을 허용하는 것이 바람직하다. 왜냐하면 초기 조향이 되어있지 않은 경우는 위치 및 방향 오차를 줄이기 위한 시스템의 운행이 직선적이지 못하고 불필요한 우회 운행을 초래할 가능성이 높기 때문에 실용적인 측면에서 바람직하지 못하기 때문이다.

운동학적 제어 알고리즘의 모의 실험은 몇 가지 사항을 고려하여야 한다. 첫째, 운행 관련 자유도가 변하는 경우의 처리방법이다. 운행 관련 2 자유도 운동은 조향각이 동시에  $n\pi$  일 경우에 발생하지만, 모의 실험에서 사용되는 컴퓨터에서 정확히  $n\pi$ 가 되는 경우는 없다. 만약 조향각이  $n\pi$ 로 접근할 때에도 1 자유도 운동을 명령하면 자코비안이 급속도로 커져 토크가 발산하는 경우가 발생한다. 이는 조향각이 동시에  $n\pi$ 가 되는 근방에서 1 자유도 운동을 2 자유도 운동으로 해석해야 함을 의미하며, 여기서는 조향각이  $n\pi$ 에서 좌우로  $1^\circ$  이내인 경우를 2 자유도 운동으로 해석하였다. 둘째, 위치 오차에 대한 등가적인 힘과 방향 오차에 대한 등가적인 토크의 최대값을 지정한다.

만약 위치 오차에 비해 상대적으로 방향 오차가 매우 클 경우에는, 마찬가지로 등가적인 토크가 등가적인 힘에 비해 매우 크게 된다. 이는 위치 오차를 직선적으로 줄여가는 것이 불가능한 경우를 야기할 수 있으며, 모의실험에서는 힘과 토크의 최대값을 위치 이득의 절대값으로 지정하였다.

운동학적 제어 알고리즘의 조향 제어기의 시간 상수(time constant)는 0.1, 힘과 토크의 시간상수는 0.5로 지정하고, 감쇄율(damping ratio)은 1로 설정한다. 동력학적 제어 알고리즘의 시간 상수는 조향 제어기와 구동 제어기 모두 0.1로 설정하며, 감쇄율은 1로 설정한다. 모의 실험에서 필요한 시스템 변수는 표 1과 같으며, 운행 계획에 필요한 속도와 가속도의 최대값은 표 2와 같다.

Table 1 System parameters

M	w	r	I	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>
100kg	0.5m	0.1m	18kgm <sup>2</sup>	0.18kgm <sup>2</sup>	0.18kgm <sup>2</sup>

Table 2 Maximum values of velocity and acceleration of the linear and rotational motion, respectively

v	a	$\omega$	$\alpha$
2m/s	2m/s <sup>2</sup>	2rad/s	2rad/s <sup>2</sup>

#### 4.1 운동학적 제어 알고리즘 모의실험

운동학적 제어 알고리즘 모의실험은 수식(3)~(6)에 해당하는 1 자유도 운동만 있는 경우 1과 수식(7)~(9)에 해당하는 2 자유도 운동이 있는 경우 2로 나누어 수행한다.

##### 4.1.1 경우 1

목표자세 :  $(x_d, y_d, \Phi_d) = (2, 3, \pi/4)$

그림 5는 운행 장치의 평면 운동을 묘사하는 변수인  $x, y, \Phi$ 에 대한 변화로 모두 매끄러운 곡선으로 이루어짐을 볼 수 있으며, 세모꼴의 운행 장치가 평면 상에서 목표 자세에 이르는 모양을 보여준다.

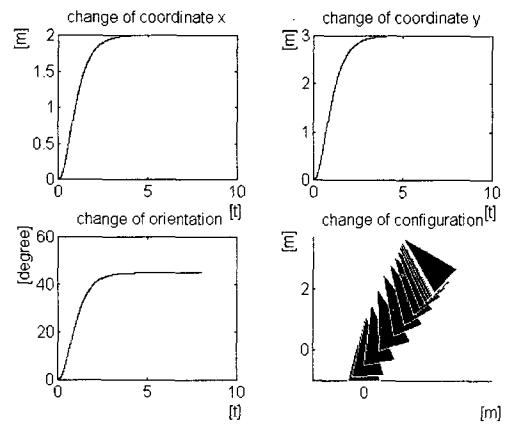
Fig. 5  $x, y, \Phi$  and change of position of mobile robot of case 1

그림 6은 목표 자세에 이르는데 필요한 조향, 구동 토크값을 보여주고 있으며 매끄러운 곡선으로 이루어짐을 볼 수 있다.

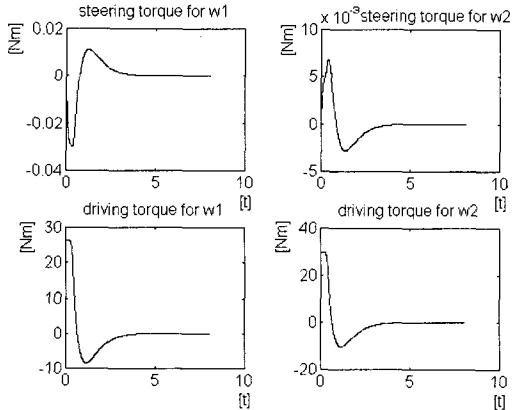


Fig. 6 Steering torques and driving torques of two wheels of case 1, respectively

##### 4.1.2 경우 2

목표자세 :  $(x_d, y_d, \Phi_d) = (2, 3, \pi/2)$

그림 7는 그림 5와 비교하여 방향에 대한 변화 곡선이 매끄럽게 이루어지지 못함을 볼 수 있으며, 짧은 구간이긴 하지만 방향 오차가 늘어나는 구간이 있음을 볼 수 있다.

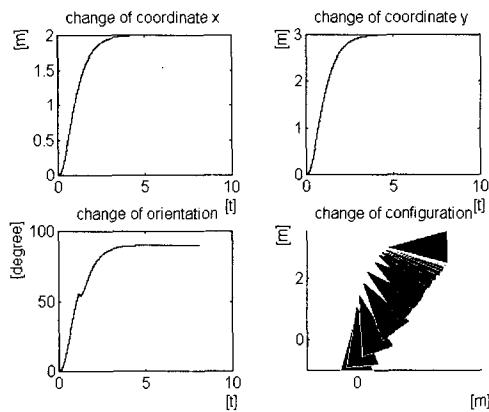


Fig. 7  $x, y, \Phi$  and change of position of mobile robot of case 2

그림 8 은 그림 6 과 비교하여 조향과 구동 토크 모두 매끄럽지 못한 곡선으로 이루어진 점을 볼 수 있다. 특히 우측 상단의 두 번째 바퀴의 조향 토크를 보면, 순간적으로 좌우 방향을 바꾸는 것을 볼 수 있다.

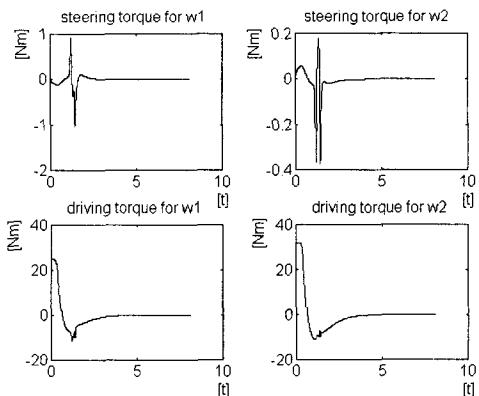


Fig. 8 Steering torques and driving torques of two wheels of case 2, respectively

그림 9 의 좌측은 목표 바디 센트로우드이며, 급격히 변하는 구간은 운행 관련 자유도가 변하지 않기 때문이다. 우측은 조향 및 구동 제어기가 추종한 결과를 이용하여 그려진 실제 바디 센트로우드이며, 자유도가 변한 구간에서 불연속성을 볼 수 있다.

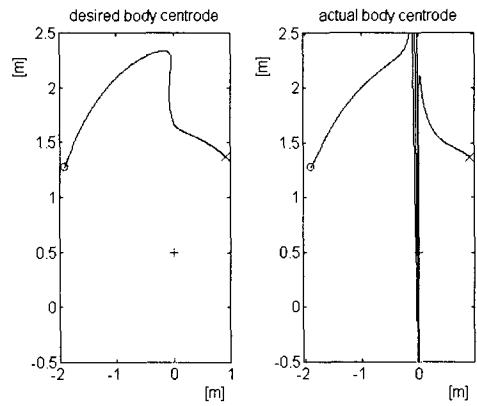


Fig. 9 Desired body centrod and actual body centrod

#### 4.2 동력학적 제어 알고리즘 모의실험

목표자세 :  $(x_d, y_d, \Phi_d) = (2, 3, 2\pi)$

그림 10 은  $x$  방향과 관련된 변수들의 운행 계획을 보여준다. 그림으로 표현하지는 않았지만,  $y$ ,  $\Phi$  도  $x$  방향과 유사하게 주어질 수 있다.

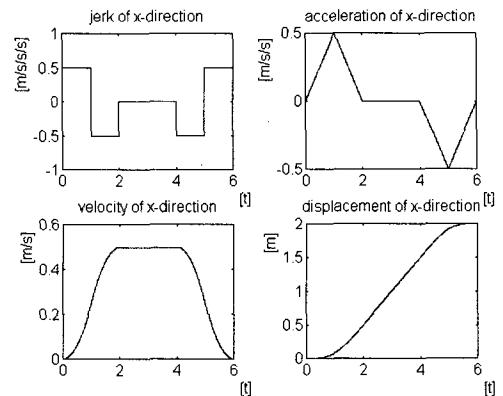


Fig. 10 Motion planning of  $x$  coordination

그림 11 은 운행 장치의 평면 운동을 묘사하는 변수들의 변화와 장치의 위치 변화를 보여준다. 운동학적 제어 알고리즘의 모의실험 경우 2 의 그림 7 과 비교하여, 자유도가 변하는 구간이 있음에도 불구하고 평면 운동을 묘사하는 모든 변수들이 연속적으로 변함을 볼 수 있다.

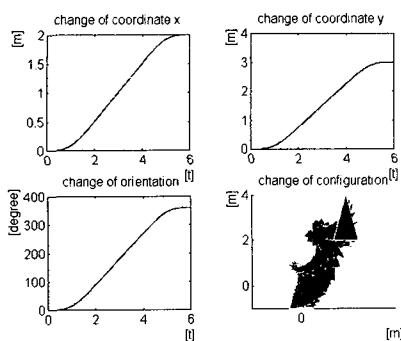


Fig. 11  $x, y, \Phi$  and change of position of mobile robot of dynamic control algorithm

그림 12 는 주어진 동작을 하기 위해서 필요한 조향, 구동 토크값을 보여준다

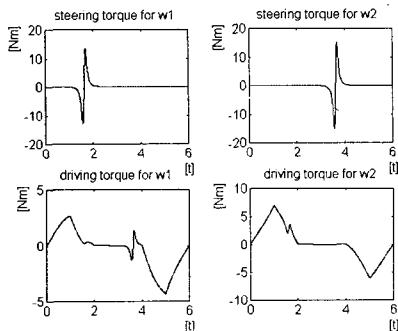


Fig. 12 Steering torques and driving torques of two wheels of dynamic control algorithm, respectively

그림 13 은 그림 9 와 비교하여, 목표 및 실제 바디 센트로우드가 매끄러운 곡선으로 이루어져 있으며, 추종이 잘 이루어짐을 알 수 있다.

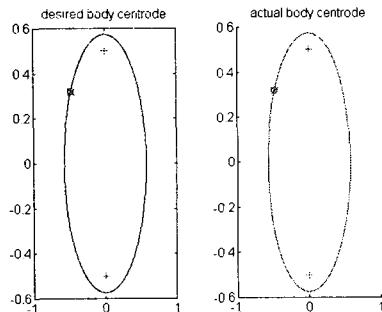


Fig. 13 Desired body centrod and actual body centrod of dynamic control algorithm

### 4.3 모의실험 고찰

제어 알고리즘은 개념적으로 운행 장치의 중심점에 대한 병진 운동 효과를 직선적으로 나타내기 위해서 목표 바디 센트로우드를 원이나 원호 모양을 만들고, 이를 추종하는 방식으로 구성된다.

이를 좀더 자세히 고찰하면, 운행에 관한 1 자유도 운동에서 2 자유도 운동으로 전환은 조향각이 동시에  $n\pi$  인 순간에 발생한다. 그럼 14 에서는 바디 센트로우드가  $Y_a$  축을 지나는 순간이며,  $\alpha_1$ 과  $\alpha_2$ 가 0 이 되는 순간이다.

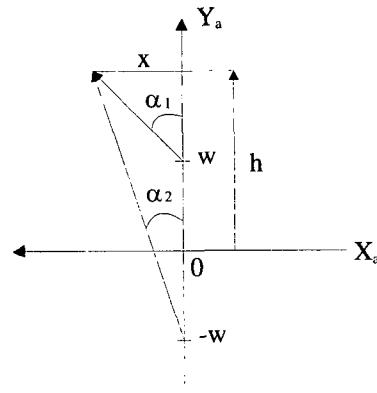


Fig. 14 Analysis of 2 degrees of freedom for driving

이는 제안된 알고리즘이 운행 관련 자유도를 적절히 전환하기 위해서는 목표 바디 센트로우드의 궤적이 장치의 중심점에 고정된  $Y_a$  축을 중심으로 대칭되게 그려져야 함을 의미한다. 그림에서  $Y_a$  축상의  $(0, h)$ 에 놓이는 순간이 2 자유도 운동을 만족하는 점이다. 이 순간  $x$  가 0 으로 접근하면, 식(29)를 만족해야 한다.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{h+w}{h-w} \quad (29)$$

그러나 운동학적 제어 알고리즘은 운행 계획을 수립하지 않음으로써, 목표 바디 센트로우드 자체가 급격히 변할 수 있기 때문에 구동의 역전 현상이 발생할 수 있다.

동력학적 제어 알고리즘은 이런 문제를 해결하기 위해 제안되었으며, 운행 계획 부분에서 목표 바디 센트로우드를 원이나 원호 모양으로 만들

고 이를 추종함으로써 구동의 역전 현상은 발생하지 않는다.

## 5. 결론

본 논문에서는 조향 및 구동 제어가 가능한 두 개의 능동바퀴를 이용한 전방향성 바퀴식 운행 시스템인 이중 세발차전거 모델을 제안하고 운동학적 및 동력학적 관점에서 고찰하였다. 또한 제안된 시스템은 두 개의 능동바퀴의 조향 각도에 따라 운행 자유도가 1 또는 2 가 되는 운동학적으로 가변적 구조를 갖게 되기 때문에 두 경우에 각각 사용될 수 있는 제어기를 제안하였다. 제어기는 시스템의 위치 및 방향 오차로부터 직접 제어 입력을 산출하는 운동학적 알고리즘과 가속도까지의 운행계획을 이용하는 동력학적 제어알고리즘을 제안하였다. 제안된 시스템은 조향 및 구동 제어가 가능한 세 개 이상의 능동바퀴를 사용하는 시스템보다 제어의 용이성 및 경제성 측면에서 실용적인 바퀴식 운행시스템 모델로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

## 후기

이 논문은 1999년도 광운대학교 교내학술연구비 지원에 의해 연구되었음.

## 참고문헌

- Ilon, B. E., "Wheels for a Course Stable Selfpropelling Vehicle Movable in Any Desired Direction on the Ground or Some Other Base," U. S. Patent No. 3876255, Apr. 1975.
- Borenstein J., Everett H. R., and Feng L., "Where am I? Sensors and Methods for Autonomous Mobile Robot Positioning," Prepared by The University of Michigan, 1995.
- La, W. H. T., Koogle, T. A., Jaffe, D. L., and Leifer, L. J., "Microcomputer-Controlled Omnidirectional Mechanism for Wheelchairs," Proceedings, IEEE Frontiers of Engineering in Health Care, 1981.
- Pin, P. G., and Killough, S. M., "Omnidirectional and Holonomic Rolling Platform with Decoupled Rotational and Translational Degrees of Freedom," U. S. Patent No. 5374879, Dec. 1994.
- Smith, R. E., "Omnidirectional Vehicle Base," U. S. Patent No. 4715460, Dec. 1987.
- Takayama, K., and Nakano, E., "Apparatus for Controlling Motion of Normal Wheeled Omnidirectional Vehicle and Method Thereof," U. S. Patent No. 5739657, Apr. 1998.
- Pin, F. G. et al., "Autonomous Mobile Robot Research Using the HERMIES-III Robot," IROS International Conference on Intelligent Robot and Systems, Tsukuba, Japan, Sept. 1989.
- Reister, D. B., "A New Wheel Control System for the Omnidirectional HERMIES-III Robot," Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, Sacramento, California, pp. 1828-1832, Apr. 1991.
- Reister, D. B., and Unseren, M. A., "Position and Force Control of a Vehicle with Two or More Steerable Drive Wheels," Internal Report ORNL/TM-12193, Oak Ridge National Laboratories, 1992.
- Kanayama, Y., "Two Dimensional Wheeled Vehicle Kinematics," Proc. IEEE of R. and A., San Diego, Ca., pp. 3079-3084, 1994.
- Kane, T. R., Dynamics, Holt, Rinehart and Winston, Inc., chap. 2-5, 1968.
- Rosenberg, R. M., Analytical Dynamic of Discrete Systems, chap. 14, Plenum Press, 1997.
- Kanayama, Y., and Hartman, B. I., "Smooth Local Path Planning for Autonomous Vehicles," Proc. IEEE International Conference R. & A., pp. 1265-1270, 1989.