

모형기차의 구동부 설계를 위한 동역학적 성능해석

김석태*, 윤순형**, 탁태오***

Analysis of Dynamic Performance of Model Trains for Their Drive Train Design

Suc Tae Kim*, Soon Hyung Yoon ** and Tae Oh Tak***

ABSTRACT

Model trains should have very similar motion characteristics to real trains in order to provide realistic feeling to their operators. Main purpose of dynamic analysis of model trains is to predict velocities in straight and circular tracks and estimate stopping distance after power shut off. Equations of motion for a model train are derived that relates velocity, traction, rolling resistance, and pulling force. Also, energy equations for calculating stopping distance after power shut off are derived. Experiments with model trains are performed to measure velocity, rolling resistance, slip, and stopping distance. The results are compared with the prediction based on the equations of motion, and they showed good agreement. It can be concluded that the prediction is more accurate when the slip between wheel and rail is accounted for. The analysis procedures can be applied to determining various design factors in model trains.

Key Words : Model Trains (모형기차), Rail Dynamics(기차동역학), Slip(슬립), Traction(구동력), Rolling Resistance(구름저항)

1. 서론

모형기차는 실제로 존재하는 특정한 기차를 모델로 하여 32:1 에서 64:1 사이의 스케일로 축소하여 제작되는데, 실물 기차와 거의 동일한 외관을 가지고 있으므로 실제로 기차를 보는 듯한 즐거움을 제공하는 고가의 고부가가치 상품이다. 모형기차가 높은 상품성을 가지기 위해서는 외형의 정밀함도 중요하지만, 모형기차의 움직임 또한 실제기차와 유사해야 한다. Fig.1 에는 모형기차의 외관과 구동부를 보여주고 있으며, Fig.2 에는 구동부의 개념도가 나타나 있다. 모형기차의 구동부는 디젤기관차 모델이나 증기

기관차 모델 모두 직류모터를 사용하며, 감속기어를 통하여 바퀴를 직접 구동하는 방식이다.

모형기차의 구동부 설계에서 고려하는 동역학적 성능은 직선주행속도, 곡선주행속도, 제동거리 등이다. 우선 모형기차는 실제기차에 비하여 외관이 축소된 비율만큼 직선주행속도를 가져야 하므로, 원하는 직선주행속도가 구현되도록 구동부를 적절히 설계해야 한다. 곡선주행속도는 실내에 설치된 원형궤도에서 탈선이나 전복되지 않고 얼마나 속도를 낼 수 있는가를 알기 위함이다. 모형기차의 제동은 별도의 제동장치가 있는 것이 아니라, 동력을 차단하여 스스로 정지하도록 되어있다. 그러나 모형기차는 축

* 강원대학교 기계메카트로닉스 공학부 대학원
 ** 강원대학교 기계메카트로닉스 공학부 대학원
 *** 강원대학교 기계메카트로닉스 공학부

소된 스케일을 고려해도 실제 기차에 비해 가벼우므로 관성효과가 거의 없으며, 직류모터와 바퀴가 웜기어와 같이 높은 감속비를 가진 기어를 통해 연결되므로 모터에 전기를 차단하면 기어의 역회전이 불가능하여 관성력에 의한 구동이 발생하지 않기 때문에 기차는 거의 제자리에서 정지하게 되어 실제 기차의 정지동작과는 차이가 발생한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서

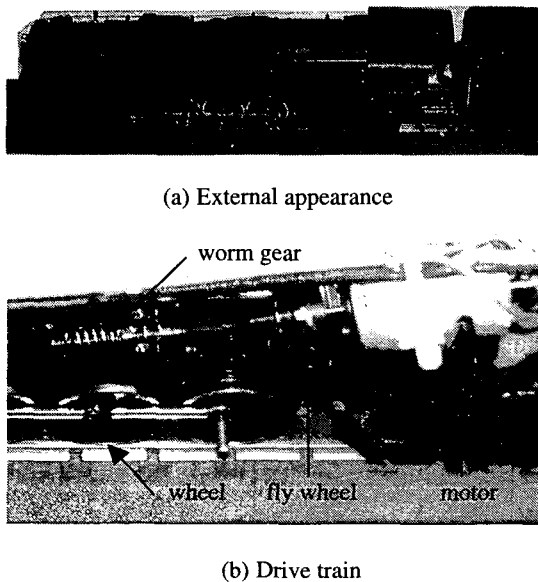


Fig. 1 External appearance and the drive train of a model train

Fig.2 에서와 같이 모터에 플라이휠을 부착하여, 동력이 차단되더라도 플라이휠의 운동에너지를 이용하여 일정거리를 주행한 후 정지하도록 하고 있다. 그러므로 모형기차가 원하는 주행속도와 정지거리를 구현하기 위해서 모터, 기어, 바퀴, 플라이휠, 객차 등과 관련한 각종 설계인자가 적절히 결정되어야 한다.

이러한 설계인자들을 과거의 모형기차 제작의 경험에만 의존하여 결정하기에는 설계인자의 수가 많고 복잡하여 정확성이 결여된다. 또 다양한 종류의 많은 모형기차에 대해서 동일한 설계기준을 적용하기에도 무리가 따른다. 그러므로 실제 기차나 자동차의 운동해석에 이용되는 차량동력학적 해석기법을 모형기차의 운동해석에 적용한다면, 주어진 설계인자에 대해서 운동 성능을 정확하게 예측할 수 있을 것이다.

실제기차의 주행성능 예측에 관한 연구는 국외의 경우 Association of American Railroads(AAR)의 TOS 프로그램⁽¹⁾, Carnegie-Mellon 대학의 TPS 프로그램⁽²⁾ 등이 있다. 이들 프로그램들은 열차의 선로주행에 따른 주행시간, 열차속도, 소비에너지 및 연료 등과 같이 열차의 성능을 표시할 수 있는 변수들에 대한 정보를 제공한다. 국내의 경우에는 고속전철 차량편성 모델에 대한 주행시간과 소비에너지 등을 비교 분석하기 위한 프로그램이 개발되었다.⁽³⁾

본 연구는 이러한 관점에서 모형기차의 구동 및 제동에 관한 운동방정식을 유도하고 이를 바탕

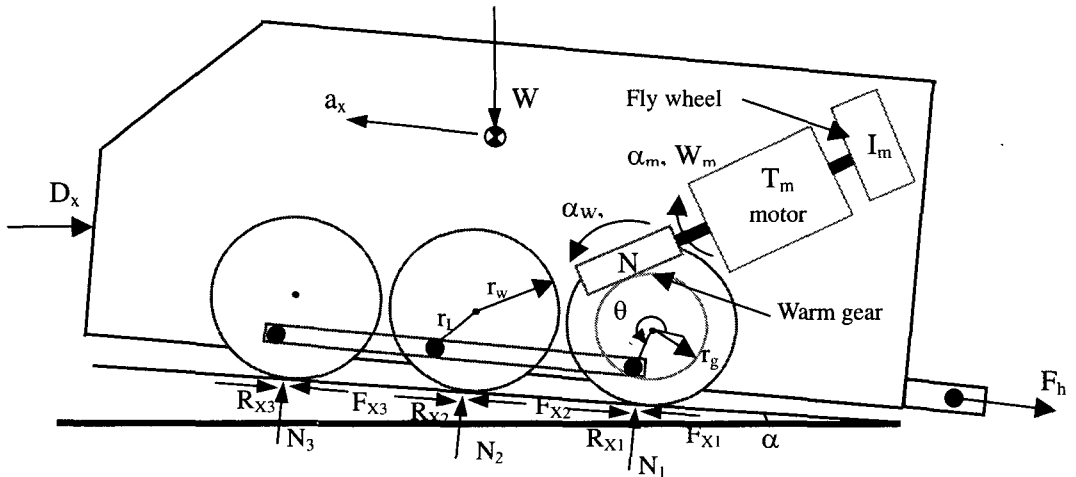


Fig. 2 Free body diagram of a model train

으로 주어진 설계인자에 대해서 모형기차의 운동 성능을 예측하고자 한다. 또한 실제모형기차를 이용하여 구동 및 제동과 관련한 실험을 수행하여 예측된 결과를 비교 검증하고자 한다.

2. 기차의 운동방정식

2.1 구동방정식

Fig.2 는 모형기차의 구동부를 나타내고 있다. 직류모터에 의해서 발생된 구동토크는 웬기어를 통하여 구동바퀴에 전달되어 구동력(F_x)으로 작용하며, 주행저항으로는 구름저항 R_x , 공기저항 D_A , 구배저항 $W \sin \alpha$ 과 객차의 견인력 F_h 를 고려하여 다음과 같이 구동방정식을 쓸 수 있다.

$$Ma_x = F_x - R_x - D_A - W \sin \alpha - F_h \quad (1)$$

모터의 토크를 T_m , 웬기어의 기어비와 기계적 효율을 각각 N 과 η , 바퀴의 반경을 r_w 라 하고 레일과 바퀴가 미끄러짐이 없다고 가정하면 구동력 F_x 는 다음과 같다.

$$F_x = \frac{N\eta T_m}{r_w} \quad (2)$$

식(1)에서 정상상태를 가정하고 식(2)를 식(1)에 대입하면 구동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\eta NT_m}{r_w} = R_x + D_A + W \sin \alpha + F_h \quad (3)$$

위 식에서 구배저항을 무시하고 차량의 정상상태 속도를 V 라 하면 모터의 구동토크 T_m , 구름저항 R_x , 공기저항 D_A 그리고 객차에 대한 견인력 F_h 은 모두 속도의 함수이므로 Fig.3 과 같이 견인력과 저항의 전체 합력 ($R_x + F_h + D_A$) 이

같아지는 속도가 기차의 주행속도가 된다. 그러나 실제 모형기차에 있어서 구동력 F_x 는 바퀴와 레일과의 슬립으로 인하여 100% 전달되지 않는다.⁽⁴⁾

기차의 바퀴반경을 r_w , 각속도를 ω , 주행속도를 V 라 하면 다음과 같이 슬립 S 을 정의한다.

$$S = \frac{r_w \omega - V}{r_w \omega} \quad (4)$$

식(4)에 정의한 슬립 S 과 구동력 F_x 과의 일반적인 관계는 Fig.4 와 같다. 그림에서와 같이 슬립이 전혀 발생하지 않는 상태에서는 구동력이 발생하지 않으며, 슬립이 증가됨에 따라 구동력도 증가하다가 어느 정도이상의 슬립에서는 거의 동일한 구동력이 발생한다. 이처럼 바퀴와 레일간의 슬립과 구동력의 관계는 실제기차에서도 해석하기가 대단히 어려운 부분이며 바퀴의 슬립을 크립피지(creepage)라 부른다.⁽⁴⁾ 실제기차에서 구동력은 대략 슬립이 20% 이내에서 발생하며 이때 구동력과 슬립은 식(5)와 같은 선형관계를 가진다.

$$F_x = \mu S \quad (5)$$

위의 관계를 적용하기 위해서는 Fig.4 와 같은 슬립-구동력의 특성선도를 모형기차에 대해서 실험적으로 구해야 한다.

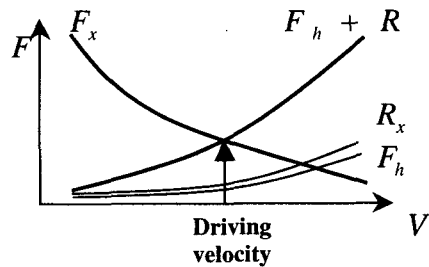


Fig. 3 Determining of driving velocity in steady state

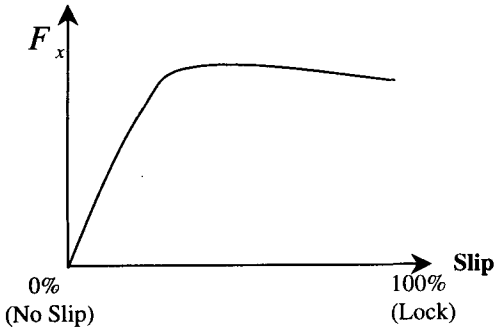


Fig. 4 The relation between slip and traction

2.2 정지거리 운동방정식

모형기차에 제동장치는 없지만 전기가 차단되면 실제기차와 유사하게 움직이기 위해서 일정한 거리이상을 주행해야 한다. 그러나 모형기차가 실제 기차보다 가볍고 클러치가 없어 직류모터와 바퀴가 웜기어를 통해 직접 연결이 되어 있으므로 모형기차에 전원공급을 차단하면 거의 제자리에서 정지하게 된다. 따라서 정지거리를 늘이기 위해서 Fig.2 와 같이 구동모터에 플라이휠을 부착하여 저장된 운동에너지를 이용하여 일정거리를 주행하도록 하고 있다.

모형기차에 대하여 일과 에너지 원리를 적용하여 보면 전원공급이 차단된 상태에서 기차가 가지고 있는 운동에너지는 정지되는 과정에서 저항력이 기차에 행한 일과 같다. 기차의 운동에너지는 모터에 연결된 플라이휠, 바퀴, 기차의 질량이 가진 에너지가 있으므로 식(6)과 같이 에너지 방정식을 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n M_i V^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n I_i \omega_i^2 = \int_0^l R_x dx \quad (6)$$

여기서 M_i 는 i 번째 객차의 하중을, I_i 는 i 번째 회전체의 관성을, V 와 ω_i 는 각각 전원공급이 차단된 직후의 기차의 속도와 i 번째 회전체의 각속도를 나타내며, R_x 은 기차의 주행저항이며, l 은 기차의 정지거리가 된다.

2.3 원형트랙에서의 임계속도

고려하는 모형기차의 경우 원형트랙의 회전반경이 주어지고, 지면과 구배가 없다. 여기서 기차의 무게중심의 높이를 안다면 주어진 원형트랙 조건에 대한 임계속도를 예측할 수 있다.⁽⁵⁾

Fig.5 는 반경 R 인 원형트랙을 주행할 때 기차

에 작용하는 힘을 나타내고 있다. 기차가 원심력에 의하여 중심을 잃고 전복되기 직전의 상황을 가정하여 보면 기차는 원형트랙 바깥쪽으로 넘어지므로 트랙 안쪽의 휠과 레일은 접촉을 잃게 되고 그 반력 R_{in} 은 0 이 된다. 정상상태에서 기차에 발생되는 원심력이 무게중심에 작용한다고 볼 때, 원심력 F_S 는 다음과 같다.

$$F_S = ma = mR\omega^2 = m \frac{V^2}{R} \quad (7)$$

그림에서 레일 바깥쪽에 미치는 반력 R_{out} 이 미치는 점에 대한 모멘트 방정식은 식(8)과 같이 된다.

$$mg \cdot \frac{t}{2} = m \frac{V^2}{R} \cdot h \quad (8)$$

위식을 임계속도 V 에 대해 풀면 다음과 같다.

$$V = \sqrt{\frac{g t R}{2h}} \quad (9)$$

식(9)에서 유도된 바와 같이 정해진 반경 R 을 원운동하는 기차의 임계속도는 회전반경, 무게중심점까지의 높이, 게이지의 함수이다.

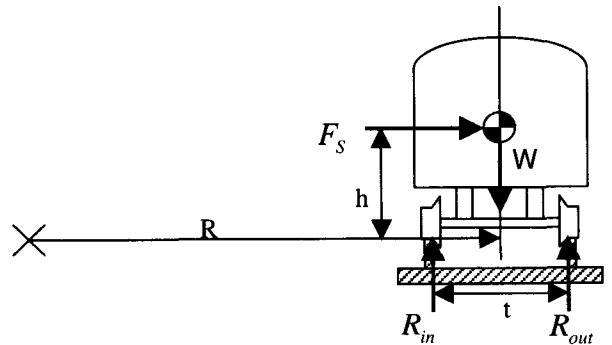


Fig. 5 External forces to a model train on a curve track

3. 실험 및 분석

3.1 구름저항 측정

모형기차의 주행성능을 예측하기 위해서 구름저항 R_x 를 측정해야 한다. Fig.6 는 구름저항 측정을 위한 실험장치의 개념도를 나타내고 있다. 모형기차를 모터를 이용하여 일정한 속도에 도달하여 정상상태가 되도록 끌어 이때의 속도와 로드셀

에 작용하는 힘을 측정하면 그 속도에서의 구름저항이 된다. Fig.7 과 8 은 직선트랙과 곡선트랙에서 측정된 기차의 구름저항 선도이다. 그림에서 점들은 측정값을, 선은 보간한 값을 나타낸다.

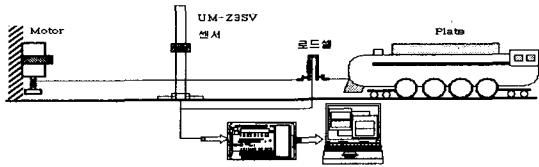
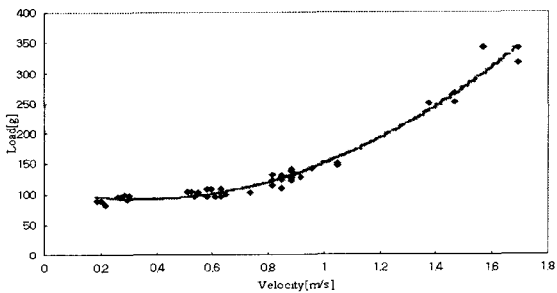
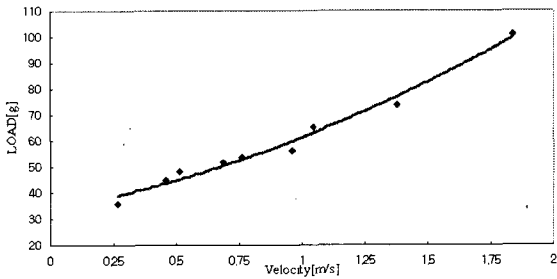


Fig. 6 An experimental setup to measure rolling resistance

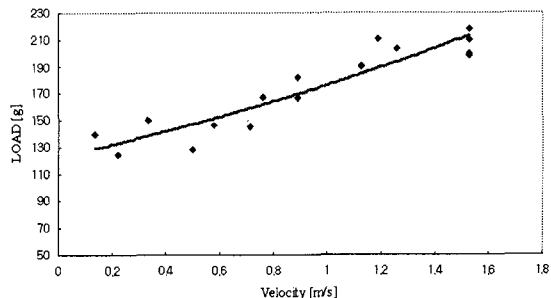


(a) A locomotive

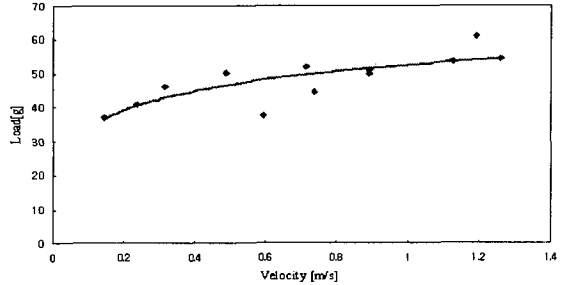


(b) A passenger train

Fig. 7 Rolling resistance on the straight track



(a) A locomotive



(b) A passenger train

Fig. 8 Rolling resistance on the curve track

3.2 구동력 및 슬립을 측정

모형기차가 움직이는데 있어 모터에서 발생된 구동력은 웜기어를 통하여 바퀴에 전달된다. 모터에 의해 발생된 구동력이 전달된 바퀴는 레일과의 접촉으로 구동하게 된다. 이때 실제 전달된 구동력은 바퀴와 레일간의 슬립으로 인하여 모터의 구동토크 전부가 구동력으로 작용하지 않는다.

Fig.9 은 기관차에 사용된 모터의 전압변화에 따른 RPM 과 토크선도를 나타낸다. 그림에서 보듯이 모터특성은 RPM 과 토크가 서로 반비례하는 관계이다. 이러한 특성은 웜기어를 거치면서 기어비 N 만큼의 토크가 증폭되고 RPM 이 감소되어 바퀴를 구동한다. 그러나 실제 바퀴에서는 슬립이 발생하므로, 슬립과 구동력과의 관계를 구해야 한다.

Fig.10 은 모형기차의 실제구동력과 슬립율을 측정하기 위한 실험장치의 개념도이다. 기관차의 구동모터에 일정한 전압을 공급하고 기관차에 견인부하를 주기 위하여 추를 실은 트레일러를 연결한다. 기관차와 트레일러는 로드셀을 이용하여 연결하여 추의 무게가 증가됨에 따라 증가되는 견인력을 측정하도록 한다. 일정한 전압에 대하여 추의 무게를 증가시키고, 이에 따라 변하는 기차의 속도를 근접센서를 이용하여 측정한다. 동시에 바퀴부분에 타코메터를 설치하여 바퀴의 RPM 을 측정한다. 속도와 RPM 을 이용하여 기차의 슬립을 계산하고 로드셀에서 측정되는 힘을 이용하여 실제구동력을 얻는다.

Fig.11 에는 각 전압별로 측정된 기관차의 구동력이 속도의 함수로 나타나있고, Fig.12 에는 구동력이 슬립의 함수로서 표시되어 있다.

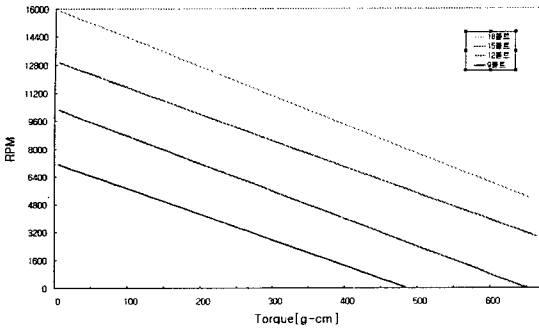


Fig. 9 RPM - Torque characteristic of motor

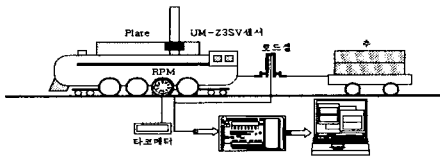


Fig. 10 An experimental setup to measure traction and slip

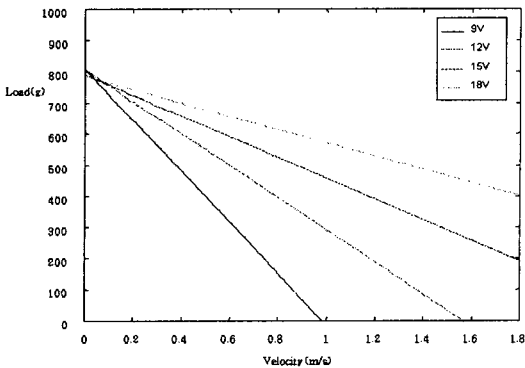


Fig. 11 Measured traction vs velocity

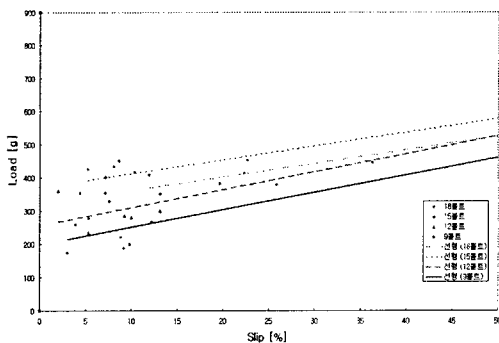


Fig. 12 Measured traction vs slip

3.3 정지거리 측정

Fig.13 은 정지거리를 측정하기위한 실험장치의 개념도를 나타낸다. 전원공급이 차단되기 직전의 기차의 속도와 바퀴의 RPM 을 측정하고, 전원이 차단되는 스위치의 위치에서부터 기차가 정지하는 곳까지의 거리가 정지거리가 된다. Table 1 은 식(6) 에 의한 기관차의 예상정지거리 및 측정된 정지거리를 나타낸다. 낮은 전압에서 보다 높은 전압에서의 정지거리 예측이 실험과 잘 일치한다. 그 이유는 높은 전압일수록 더 큰 운동에너지를 가지고 있어 유도된 식(6)의 예상결과와 잘 일치한다.

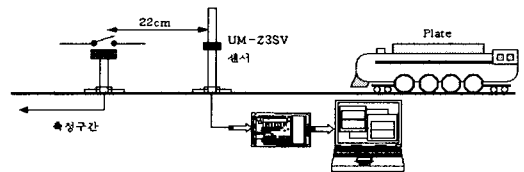


Fig. 13 An experimental setup to measure stopping distance

Table 1 Comparison of measured and predicted stopping distance

전압 (v)	예상정지거리 (m)	실험정지거리 (m)	오차(%)
9	1.54	1.17	24.35
12	2.17	1.85	14.89
15	2.56	2.39	6.74
18	2.81	2.96	5.38

3.4 속도예측

모형기차는 주행하는 동안 모터의 구동력이 저항으로 작용하는 구름저항 R_x 과 객차에 대한 견인력 F_h 를 극복해야 한다. 기차의 최고속도는 기차의 주행저항과 모터에 의해서 발생하는 구동력이 일치하는 점이 된다. 우선 기차가 슬립 없이 구동한다고 가정하면 식(2)에 의한 구동력과 구름저항이 만나는 점이 최고속도가 된다.

Fig.14 는 12 볼트에 관하여 슬립이 일어나지 않는다고 가정한 경우의 속도 예측이다. 그림에서 실선은 모터에 의해 발생하는 구동력을, 점선은 실험에 의해 측정된 기차의 실제 구동력을, 일점쇄선은 기차의 구름저항을 의미한다. 슬립을 고려하지 않을 때의 속도는 그래프상의 일점쇄선과 실선이 만나는 점(v_2)이 되며 실제 기차의 속도는

굽은 점선과 일점쇄선이 만나는 점(v_1)이 된다. 그림에서 보듯이 예측된 속도와 실제속도가 일치하지 않는다. 이는 모터에서 발생하는 구동력이 기차를 구동시키는데 100% 전달되지 않음을 의미한다. Fig.15 는 슬립을 고려한 구동력을 사용한 경우이다. 그림에서와 같이 실험으로 측정된 실제 구동력과 거의 일치한다. 이로부터 바퀴에 발생하는 구동력은 바퀴와 레일과의 슬립의 함수라는 사실을 알 수 있다. Table 2 은 모형기차의 슬립을 고려하지 않은 속도예측과 슬립을 고려한 속도예측 결과이다. Table 2 에서 보듯이 슬립을 고려하지 않은 속도 예측의 경우 높은 볼트일수록 실제 속도와 더 차이가 났고 15%이내의 오차율을 보이고 있다. 슬립을 고려한 속도예측의 경우 전압 변화에 관계없이 실제속도와 5%내외의 오차를 보이고 있다. 속도예측에 있어 슬립을 고려함으로써 더 정확한 속도예측이 가능함을 알 수 있다.

Table 2 Comparison of measured and predicted velocity

전압 (v)	실제속도 (m/s)	속도 (m/s)	
		슬립고려 (오차%)	슬립무시 (오차%)
9	0.75	0.78 (3.49)	0.81 (7.32)
12	1.05	1.07 (1.88)	1.17 (10.12)
15	1.27	1.34 (5.73)	1.47 (13.70)
18	1.52	1.47 (3.14)	1.79 (15.15)

4. 결론

본 연구에서는 모형기차의 운동방정식을 유도하였고, 각 기차의 구름저항 및 구동력을 측정하였다. 또한 슬립을 정의하여 구동력과 슬립율과의 관계, 슬립율과 속도와의 관계를 알아보았다. 곡선 트랙의 경우 무게중심의 높이를 이용하여 임계속도를 예측하였고, 유도된 식과 실험을 통하여 직선 및 곡선트랙에 대한 속도예측 및 정지거리예측을 수행하였다. 속도예측에 있어 바퀴와 레일간의 슬립이 고려될 때 정확한 속도예측이 가능함을 보였다. 일과 에너지 법칙을 이용하여 모형기차의 정지거리 운동방정식을 유도하였고, 실험을 통하여 전원공급이 차단되기 직전에 많은 에너지를 갖을수록 예측된 정지거리와 비교적 잘 일치함을 보였다.

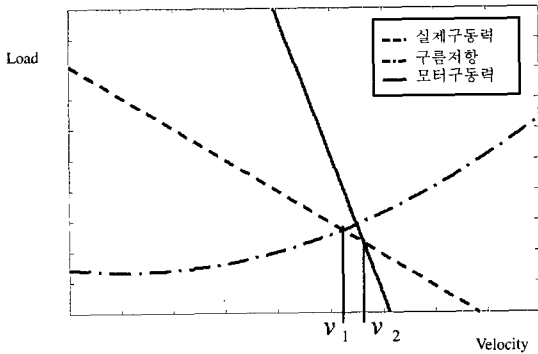


Fig. 14 Prediction of velocity without slip

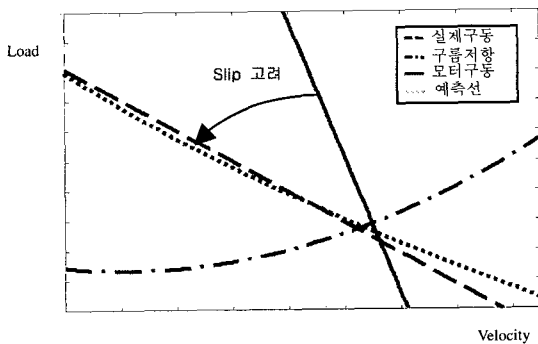


Fig. 15 Prediction of velocity with slip

참고문헌

1. Quetin F, Castel L, Gautier P, and Zheng J.S., "A New Tool to Optimize the Travel Time Won on Tilting Trains Versus Investment," WCR97 Vol. A, pp. 67-72, 1997.
2. Howard S.M., Gill L.C., and Wong P.J., Review and Assessment of Train Performance Simulation Models, Transportation Research Record 917, pp. 1-6, 1983.
3. 정경렬, 김상헌, 박수홍, 이장용, "고속전철 차량시스템의 주행성능 예측 소프트웨어의 개발," 대한기계학회논문집 A 권, 제 24 권 제 1 호, pp. 134-143, 2000.

4. Vijay K. Garg, Rao V. Dukkipati, DYNAMICS OF RAILWAY VEHICLE SYSTEMS, ACADEMIC PRESS, 1984.
5. Rao V. Dukkipati, Joseph R. Amyot, COMPUTER-AIDED SIMULATION IN RAILWAY DYNAMICS, MARCEL DEKKER, INC., 1988.