

열박음된 이종재 다중보강링을 갖는 금형의 통합해석

여은구*, 이용신**

Integrated Analysis for the Shrink-Fitted Die with Multi Stress-Ring of Dissimilar Materials

Eun-Gu Yoh*, Yong-Shin Lee**

ABSTRACT

An integrated analysis for the thermo-elastic deformation, fatigue, wear and brittle damage evolution of the shrink-fitted die with multi stress-ring of dissimilar materials is presented. A simple numerical algorithm for the moving elastic boundaries characterizing the contacts of the insert and multi stress-rings is presented. The initial stress distribution in the die due to shrink-fit is considered and the traction at the die surface contacting with the work piece is obtained by analyzing the elasto-plastic deformation of work piece. Elastic analysis of the separate-type die is performed and then the evolution of brittle damage, wear and fatigue life are predicted. This integrated analysis is applied to the extrusion die with two layers of stress-rings and the results are discussed in detail.

Key Words : Stress ring(응력보강링), Shrink-fit(열박음), Fatigue(피로), Wear(마모), Brittle Damage(취성결함)

1. 서론

단조/압출 소성가공은 정밀기계부품제작에 있어서 소재의 기계적 성질을 높이거나 공정의 효율성과 경제성 측면에서 매우 좋은 제작방법이다. 그러나 소재의 대변형으로 금형에 높은 허용강도를 요구하게되고 대형소재의 성형시 금형의 외부직경이 가용치수를 초과하는 경우가 발생한다. 이때 주어진 금형의 치수와 압축력에 적합한 금형을 제작하기 위하여 기계적 성질이 다른 이종재 응력보강링(stress rings)을 이용하는데 열박음을 통하여 조립하므로 인서트 다이와 응력보강링 사이에 정확한 응력해석이 필수적이다. 또한 집중하중에 의한 국

부파손을 최소화하기 위하여 일체형 다이보다는 분할형 다이를 많이 사용하기 때문에, 분할된 다이의 변형해석을 위한 알고리즘이 필요하게 되었다.

다양한 소성가공에서 금형의 중요성으로 인하여 금형에 관한 많은 연구가 보고되어 왔으며, 피로나 마모 등의 금형해석에 관한 연구^(1,2,3)도 여러 연구자들에 의해 진행되었다. 금형파괴의 근본원인이 되는 취성결함성장 등의 미세조직의 변화를 예측할 수 있는 미시적 관점에서의 연구도 여와 이⁽⁵⁾에 의해서 제시되었다. 또한 신⁽⁶⁾ 등에 의해서 단일보강링 금형의 최적설계에 대한 연구도 진행되었다.

본 연구에서는 다중보강링의 열박음해석과 소재와 다이의 접촉력에 의한 다중모듈 이종재 금형의 열

* 국민대 자동차공학대학원
** 국민대 기계.자동차공학부

탄성 해석, 피로해석, 마모해석 그리고 취성결합해석을 통합·연계하는 모델을 제시하고 압축금형해석에의 적용을 보여준다.

2. 통합금형해석

이종재의 다중보강링으로 구성된 금형세트의 설계를 위하여 소재의 변형해석과 보강링의 열박음 해석, 보강링들과 인서트 다이의 기하학적 구속을 만족시키는 탄성변형해석, 피로해석, 마모해석, 그리고 결합해석을 결합하는 통합해석 알고리즘을 제안한다. 먼저 인서트다이와 압축링의 열박음해석(2.1 참조)을 수행하여 통합금형의 초기응력 분포를 구한다. 소재와 다이간에 생기는 접촉력의 이력을 추적하기 위하여 다이면을 강체로 가정하고 소재의 탄소성해석을 수행한다. 통합금형의 초기응력을 고려한 상태에서 소재와의 접촉력을 경계조건으로 하고 분할형 다이의 모듈별 탄성해석(2.2 참조)을 수행하여 얻은 결과를 바탕으로 금형의 피로, 마모 및 결합 해석을 수행한다.

2.1 열박음해석

압축성형에 사용하는 원통형 금형의 설계는 일정내압을 유지하고 있는 두꺼운 벽을 갖는 원통 해석(thick walled cylinder analysis)에 근거한다. 이러한 원통해석은 Juvinall 에 의해서 정리되었고, Kuhn, Shin에 의해서 최적금형설계에 도입되었다^(6,7,8). 본 연구에는 Shin의 모델을 사용하였다. 탄성응력해석에 의한 원통의 응력상태는 내압과 외압이 유지될 때 다음과 같다.

$$\sigma_r = \frac{a^2 p_i - b^2 p_o + a^2 b^2 (p_o - p_i) / r^2}{b^2 - a^2} \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{a^2 p_i - b^2 p_o - a^2 b^2 (p_o - p_i) / r^2}{b^2 - a^2}$$

여기서,

σ_r = 반경방향의 응력, σ_θ = 원주방향의 응력

p_i = 원통의 내압, p_o = 원통의 외압

a, b = 원통의 내경과 외경의 반 지름

응력보강링(stress-ring)을 사용하였을 때는 열박음(shrink-fit)에 의하여 동일한 크기의 열박음 압력 p_i, p_o 이 생기는데 이것을 구속조건으로 열박음시 안쪽 실린더 와 바깥쪽 원통 사이에 경계에서의 변형을

을 계산할 수 있기 때문에 윗 식을 사용해서 Fig. 1 과 같이 단일링과 이중링의 경우 원통 사이의 각 접촉력에 대한 값을 유도할 수 있다. 실제 금형의 경우 링의 두께는 일정한 반면 인서트 다이는 기하학적모양을 가지고 있지만 본 연구에선 일정두께로 가정하여 평균두께로 계산하였다. Fig. 1 의 그림에서와 같이 A와 B, B와 C의 구속조건은

$$\epsilon_\theta^B - \epsilon_\theta^A = \epsilon_\theta^{AB}$$

$$\epsilon_\theta^C - \epsilon_\theta^B = \epsilon_\theta^{BC} \quad (2)$$

접촉력의 평형조건은

$$P_{Ao} = P_{Bi}, P_{Bo} = P_{Ci} \quad (3)$$

나타낼 수 있다.

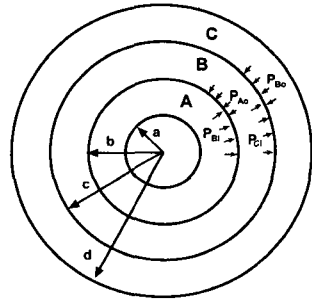


Fig. 1 Multi stress ring

2.2 분할형 다이해석 알고리즘

실제 단조압출 가공에 사용하는 금형의 형태는 단일형보다 분할형 다이가 많이 사용된다. 분할형 다이의 탄성해석을 위하여 여러 가지 방법이 시도되었다. 본 논문에서는 분할된 각 다이 접촉면의 법선변위를 구속하고 최대 접촉력을 초기치로 하여 모듈사이의 변위가 일치하는 평형상태의 표면력을 찾는 알고리즘을 개발하였다.

- step 1 소재의 탄소성해석을 통해서 내부 다이 사이의 접촉력을 구한다.
- step 2 Fig. 1 에서와 같이 A 다이에 대해서 접촉면의 경계조건을 미끄러짐으로 놓고 탄성해석을 수행하여 접촉부위에 대한 최대 접촉력을 구한다.
- step 3 A로부터 경계면에서 접촉력을 받아 B 다이를 2 step과 같은 방법으로 탄성해석을 수행한다.
- step 4 B 다이로부터 경계면에서의 접촉력을 받아 3

step의 과정을 반복한다.

step 5 앞 단계에서 구한 접촉력이 모듈별 변위 평형 경계조건에 도달할 때까지 이분법(bisection method)을 사용하여 step 1부터 step 4까지의 과정을 반복계산 한다.

2.3 결함모델

공학재료의 결함은 기계적 성질과 변형특성에 매우 중요한 영향을 끼치므로 많은 연구가 진행되었다. 1954년 Kachanov가 최초로 미세 결함의 밀도에 의한 국부 결함 변수를 도입하면서 결함에 관한 연구가 시작되었다. 모든 공학재료는 미시적으로 재료의 내부를 검사해 보면 미세결함들이 불균일하게 존재하지만, 이들을 거시적 관점에서 보면 국부적으로 결함들이 균일하게 분포되어 있다고 가정하는 것이 연속체 결함역학의 기본 출발점이다. 따라서 미세결함들의 효과를 거시적으로 반영하는 내부상태변수로 표시하고 상태변수의 발전식으로 결함성장을 모델링하여 결함크기의 분포 및 파괴 가능부분의 예측을 목표로 하게된다. 본 연구에서는 Krajcinovic, Lee가 제안한 축대칭 취성 구조재의 결함 모델을 이용하였다^(4,5). 결함변수로는 재료내에 평면 등전모양을 가정하여 기하학적 정의를 벡터 $\omega = \omega_N \mathbf{N}$ 로 표시한다. ω_N 은 주결함면에서의 기공밀도이고, \mathbf{N} 은 주 결함면의 법선방향 벡터이다.

취성재 파괴시에는 변형량이 매우 작다는 것을 근거하여 결함을 갖는 취성재료의 미소변형에 대한 Helmholtz 자유에너지를 결함벡터 ω 와 탄성변형률 텐서 ϵ 의 함수로 (4)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho\Psi = \frac{1}{2}(\lambda + 2\mu)\epsilon_{KK}\epsilon_{LL} - \mu(\epsilon_{KK}\epsilon_{LL} - \epsilon_{KL}\epsilon_{LK}) + \sum_{P=1}^{\infty} [C_1 \omega_K^{(P)} \epsilon_{KL} \omega_L^{(P)} \epsilon_{MM} + C_2 \omega_K^{(P)} \epsilon_{KL} \epsilon_{LM} \omega_M^{(P)}] \quad (4)$$

여기서 ρ 는 질량밀도이고, C_1, C_2 는 스칼라값의 재료상수이며, λ 와 μ 는 Lamé상수이다. 윗 첨자는 P 번째 결함장을 의미하며 본 연구의 응용에서는 Fig. 2와 같이 α -결함장과 β -결함장 두 가지를 고려한다.

따라서 (4)식의 자유에너지는 다양한 결함장을 포함하도록 확장될 수 있다. 자유에너지식을 포텐셜함수로 사용하면 등온과정에서 응력식은 (5)식과 같다.

$$\sigma_{IJ} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon_{IJ}} = D_{IJKL} \epsilon_{KL} \quad (5)$$

각 결함장의 상태와 발전을 모사하기 위해서는 각 결함장마다 한 개의 결함식(소성변형을 규명하는

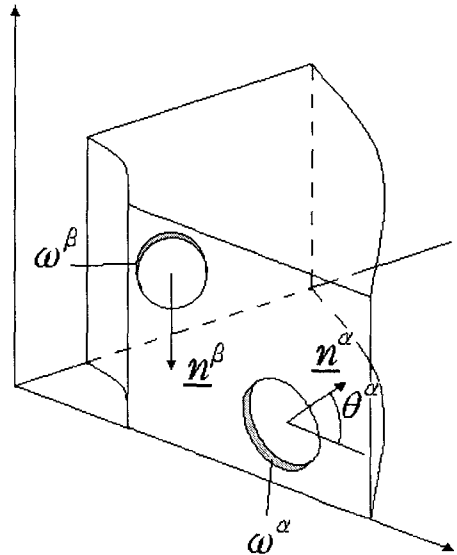


Fig. 2 α, β field physical meaning

항복식과 같은 역할을 한다.)이 요구된다. 결함식은 결함성장여부를 판별하는 기준을 제시하는데, 결함성장을 일으키는 하중경로(Loading Path)에서는 다음조건을 만족해야 한다.

$$f = 0 \text{ and } \frac{\partial f}{\partial \epsilon_{IJ}} d\epsilon_{IJ} \geq 0 \quad (6)$$

한편 결함성장이 없는 하중상태에서는 다음을 만족하게 된다

$$f = 0 \text{ and } \frac{\partial f}{\partial \epsilon_{IJ}} d\epsilon_{IJ} < 0 \quad (7)$$

(6)식의 조건이 만족될 때에 결함은 성장하며 그 결함벡터의 발전식은 결함변수의 정의로부터 (8)식과 같이 유도된다.

$$d\omega_i = d\omega_N n_i + \omega_N dn_i \quad (8)$$

여기서 ω_N 은 스칼라값이고 오른쪽 첫째항은 결함의 팽창, 둘째항은 결함의 회전을 나타낸다. 물리적으로는 변형을 받는 재료내부의 주변행률 방향과 수직으로 결함이 성장하는데 만일 주변행률 방향과 결함벡터의 방향이 다를 경우 결함성장과 함께 회전이 일어난다.

2.4 마모모델

금속과 금속의 접촉시 마모에 관계되는 인자들은 접촉면의 온도, 접촉돌기의 분포, 접촉면의 거칠기 등의 접촉상태와 금형재료의 경도, 다이에 작용하는 수직 압력, 미끄럼길이, 윤활조건 등에 의해 결정된다. Archard는 두 물체의 접촉시 마모체적은 (9)식과 같다고 제안하였다⁽⁹⁾.

$$V = \frac{kPA}{3h} \quad (9)$$

여기서 V 는 마모체적이며 k 는 마모계수, P 는 수직 압력, A 는 접촉면적, h 는 다이의 경도이다.

본 논문에서는 Archard의 마모모델을 금형에 응용하여 수치해석적인 수식을 제안한 Kim의 모델을 사용하였다⁽¹⁰⁾. 일반적으로 금속성형 공정에서 다이에 작용하는 압력은 공정의 진행과 함께 변하므로 (9)식을 아래와 같은 형태로 적용하였다.

$$d = \sum_{i=1}^N \frac{k}{3h} (\sigma_n V_s \Delta t)^i \quad (10)$$

여기서 마모로 발생되는 체적을 길이 단위로 환산하였으며 d 는 마모깊이, N 은 전체 성형증분단계 수, σ_n 은 수직압력, V_s 는 다이와 소재의 미끄럼속도이며, Δt 는 증분시간이다. 본 연구에서는 소재와 접촉하는 다이격자의 모든 표면절점에서 i 번째 증분단계에서의 마모깊이를 계산하고 누적하여 최종의 다이 마모량을 계산한다.

2.5 피로모델

피로수명예측 방법으로는 크게 응력-수명법, 변형률-수명법, 파괴역학적 접근법 등으로 나눌 수 있다. 반복적인 탄성변형만을 받는 금형의 피로수명예측은 일반적으로 응력-수명법을 사용한다. 본 연구에서는 다축 하중 상태에서의 피로수명예측 방법으로 Miner가 제안한 피로파손 누적방법을 적용하였다^(11,12). von Mises가 제안한 상당응력식을 사용하여 상당응력진폭(equivalent stress amplitude, σ_a)과 상당평균응력(equivalent mean stress, σ_m)을 구한다.

각 응력성분들에 의하여 계산된 상당응력값은 Goodman과 Gerber가 제안한 등수명선도(constant life diagram)식에 대입한다.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \quad (\text{Goodman}) \quad (11)$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2 = 1 \quad (\text{Gerber}) \quad (12)$$

여기서 σ_u 는 극한강도이고, σ 는 등수명응력이다. (11), (12)식을 통하여 금형재의 피로 실험식과 동일한 조건의 응력비에서의 응력값을 얻을 수 있고 그 값을 실험식과 비교하여 피로수명을 예측하게 된다. 실험 논문들에 의하면 피로수명은 Goodman조건과 Gerber조건사이에 존재함을 알 수 있다. 본 연구에서는 금형 유한요소격자내의 가우스 적분점에서의 수명을 (11)식을 이용하여 계산하였다.

3. 응용

개발된 시스템의 유용성을 판단하기 위하여 테이퍼 형 볼스텝드 제품의 공정해석 중 마지막 공정의 이중재 분할 다이에 대한 해석예제를 수행하여 보았다. 압축링이 이중으로 조립된 형태의 축대칭의 압축금형 개략도가 Fig. 3에 보여진다. 압축링과 인서트 다이 간의 열박음해석을 수행하여 얻은 초기 유효응력분포를 Fig. 4에 나타내었다. 인서트 다이에는 열박음에 의해 반경방향으로 압축응력이 작용하게 되어 소재의 압축로 인한 반경방향으로의 인장을 보다 크게 흡수할 수 있을 것을 기대한다. 열박음으로 인한 초기응력과 소재의 성형해석에서 얻은 다이면에서의 접촉력을 각각 초기조건과 경

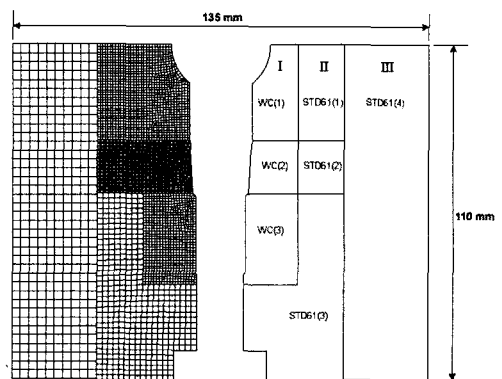


Fig. 3 Schematic view of integrated extrusion die

- I. insert die, II. first stress ring
- III. second stress ring

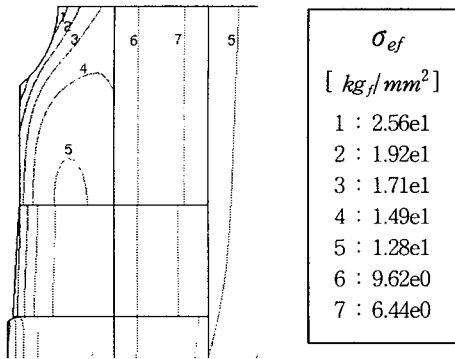


Fig. 4 Distribution of initial effective stress

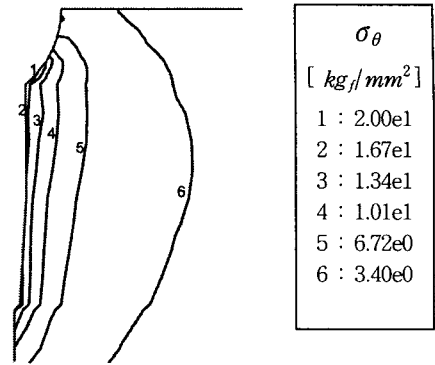


Fig. 5 Distribution of final circumference stress for single die

계조건으로하여 전체 금형에 대한 해석을 수행하였다. 이과정에서는 본 논문 2.2에서 제안한 이분법을 이용하여 분할다이의 경계에서 평형을 만족시키도록 반복해석을 수행 하였다.

결합성장은 변형경로에 의존하기 때문에 이중재 분할다이의 변형경로를 추적하기 위하여 소재의 변형을 다단계로 나누어 해석을 하였다. Fig. 5와 Fig. 6에서는 최종단계에서의 원주방향 응력분포를 일체형 다이와 분할형 다이를 비교할 수 있는데 예측한 바와 같이 일체형 다이를 사용할 때와는 달리 이중 보강링에 의한 초기압축응력으로 인하여 인서트에 분포하는 원주방향 응력은 압축형태로 분포하고 있음을 확인할 수 있었고⁽¹²⁾, 이것이 다이의 피로 수명을 연장하는데 공헌하게된다.

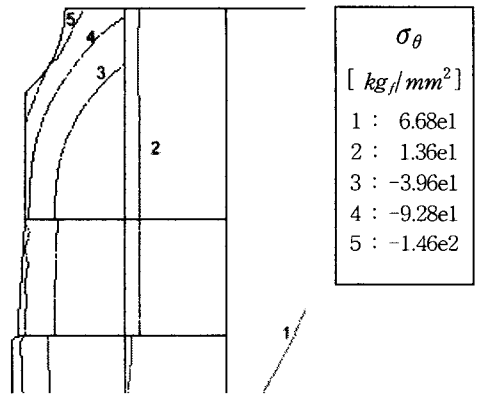


Fig. 6 Distribution of final circumference stress for multi die

Table 1 Mechanical properties of the workpiece and die

	SCM 435 (Workpiece)	STD 61 (ring)	WC (die)
Modulus of Elasticity(kgf/mm^2)	20.4e3	20.2e3	56.02e3
Poisson's Ratio	0.3	0.3	0.24
Hardness (HRA)	-	77.0	92.0
Ultimate Strength(kgf/mm^2)	95	194.5	-
Yield Stress(kgf/mm^2)	21		

소재와 다이간의 접촉부에서는 마모해석이 수행되었다. 소재와 다이의 상호 접촉력이 크고 소재의 전단변형이 급격히 일어나는 곳에서 마모량이 크게 됨을 예측하고 있었다. 이전 공정에서 볼 스테르트의 목부 성형을 마친 경우엔 목부 마모가 거의 보이지 않았지만 본 해석에선 볼 스테르트 목부 성형과 머리성형을 한꺼번에 수행하는 해석이었기 때문에 머리아랫 부분에서 목부에 이르는 부분까지 마모가 크게되는 형상을 보여주고 있다.(Fig.7) 금형 피로해석의 결과 전체 금형에서 피로수명예측이 무한수명(약 10^6 cycle)이상으로 해석되었다.(Fig. 7)

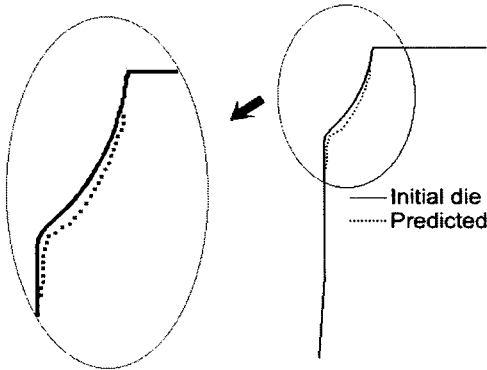


Fig. 7 Wear prediction profile

피로수명은 인서트다이 보다 압축링이 먼저 파손될 것으로 예측되었지만 무한수명 이상이므로 실제 금형의 수명에 영향은 미치지 않는 것으로 생각할 수 있다. 또한 이것은 열박음을 하지 않은 일체형 다이의 경우와 비교⁽¹²⁾할 때 인서트 다이의 수명이 현저하게 증가되어 있음을 알 수 있어 압축링의 필요성을 확인시켜준다.

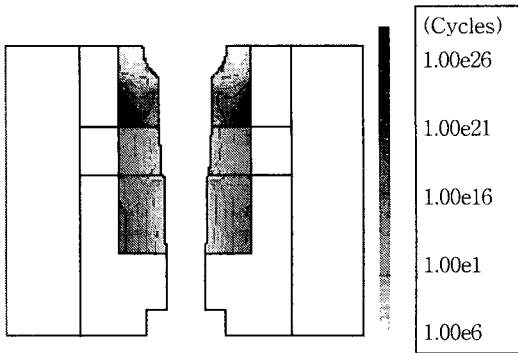


Fig. 8 Fatigue analysis distribution

Fig. 9 은 취성결합해석을 수행하여 β field의 결합성장 분포를 나타내고 있다. 단일 압출다이의 경우⁽⁸⁾에 β field의 결합값이 크게 해석된 반면 분할 다이의 경우엔 압축링에 의한 초기 압축 때문에 β field의 값이 인서트 다이에선 거의 나타나지 않고, 오히려 압축링에 크게 나타난 것을볼 수 있다.

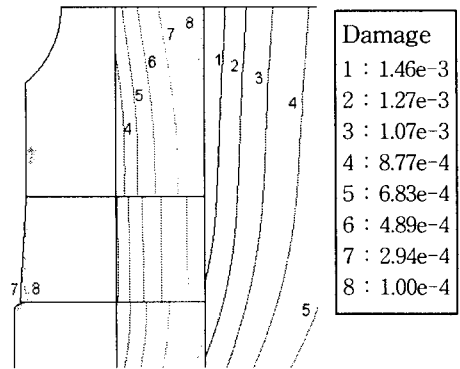


Fig. 9 Brittle damage analysis distribution (β field)

이것은 열박음을 너무 크게 하였기 때문인 것으로 추측되며, Fig.10은 실제 열박음을 너무 크게 하여서 압축링이 β field형태로 파손된 다이의 모습(a)과 열박음을 너무 작게 하여서 초기 압축 효과를 보지 못해서 인서트 다이가 β field형태로 파손된 모습(b)을 보여주고 있다.

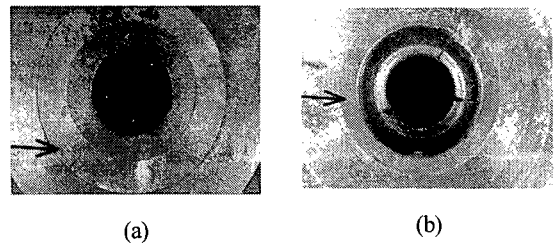


Fig. 10 Failure of extrusion by damage (β field)

4. 결론

본 연구에서는 이미 개발된 금형의 탄성해석, 피로해석, 마모해석 및 취성결합해석 모델을 가지고 다중모듈 이중재 다이의 통합 금형해석 모델을 개발하였다. 또한 다중보강링의 열박음해석과 분할된 각 다이 접촉면의 법선 변위를 구속하고 최대 접촉력을 초기치로 하여 모듈별 변위가 일치하는 평형상태의 표면력을 찾는 분할형 다이해석 알고리즘을 개발하였다.

개발한 통합 금형해석모델의 응용성을 입증하

기 위하여 자동차 현가장치 링크부에 사용되는 볼스터드 압출금형을 해석하였다. 다중 보강링의 해석해를 통한 다이해석을 수행한 결과 인서트 다이부에 있어서 단일다이보다 피로수명이 늘어났고, 취성결합해석에 있어서 압축링에 의한 인서트 다이의 β field 결합성장이 둔화되는 것을 발견할 수 있었다. 이중 보강링의 열박음공차를 0.3%로 하였을 때 인서트다이보다 보강링의 결합성장이 크게 해석되어 보강링의 반경방향 균열이 예상되므로 실제 금형설계시 열박음공차량을 0.3%보다 작게 설계해야함을 예측할 수 있었다. 이로써 본 연구에서 제안한 통합 금형해석모델이 다이의 설계에 필요한 해석값을 소재해석과 연계시켜 통합된 해석결과로 보여줄 수 있다는 것을 확인할 수 있었다.

후기

본 연구는 국민대학교 자동차 대학원 두뇌한국 21 사업에 의한 것입니다.

참고문헌

1. K.Mori, K.Nakadoi and M.Fukuda, "Coupled analysis of steady state forming process with elastic tools," Proc. NUMIFORM '86 Conf., Gothenburg, pp. 237-242, 1986.
2. H.Rystad and C.R.Boer, "Forging of an axisymmetrical shape Modelling of material flow, die loads and die stresses using FEM," Proc. NUMIFORM '86 Conf., Gothenburg, pp. 283-286, 1986.
3. J.H.Yoon, N.K.Lee, D.Y.Yang, "Treatment of contact traction at the die-workpiece interface for the elastic analysis of die deformation," Int. J. Mech. Sci. Vol. 34, No. 9, pp. 689-702, 1992.
4. D.Krajcinovic, G.U.Fonseka, "The Continuous Damage Theory of Brittle Materials-Part 1,2," ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 48, pp. 809-815 and pp. 816-824, 1981.
5. 여은구, 유현일, 이용신, "금형의 취성결합성장에 관한 연구," 대한기계학회, 제22권 제10호, pp. 1866-1873, 1998.
6. 신중호, 손주리, "분말압축성형용 단일보강링 금

- 형의 최적설계," 한국기계연구소, 제17집, pp. 75-82, 1987.
7. R.C.Juvinall, "Stress, Strain, and Strength," McGraw-Hill Book Comp., N.Y., N.Y., 1967.
8. H.D.Kuhn, "Optimum Die Design for Powder Compaction," Internation Journal of Powder Metallurgy & Powder Technology, Vol. 14, pp. 259-275, 1978.
9. J.F.Archard, "Contacts and rubbing of flat surfaces," *J. of Appl. Phys.*, Vol. 24, pp. 981-988, 1953.
10. 김병민, 조해용, 김태형, "온도상승을 고려한 인발금형의 마모해석," 한국정밀공학회지, 제13권, pp. 116-122, 1996.
11. M.A.Miner, "Cumulative Damage in Fatigue," Trans. ASME, J. Appl. Mech., 67, A159, 1945.
12. 송영철, 여은구, 이용신, "금형의 피로수명예측에 관한 연구," 한국공작기계학회, 제8권 제4호, pp. 87-92, 1999.