

역해법에 의한 공작기계의 열변형 예측정도의 향상

이종두*

Improvement of Estimation Accuracy of Thermal Deformation on Machine Tool by Inverse Method

Jong Doo Lee*

ABSTRACT

One of the major obstacles in testing or evaluating precisely the thermal behavior of a machine tool is the difficulty in measuring the heat transfer coefficients on the surfaces by a conventional method. This paper presents a new approach based on the inverse method to identify the values of heat transfer coefficients by using temperature changes measured on the surfaces of a machine tool during a short period in its operating. In the present method, a machine tool structure is modeled by the finite element method and the characteristic curves of the temperature change at several points on machine tool surfaces are theoretically derived in the form that they contain the heat transfer coefficient as an unfixed parameter. Using the model, first, an average heat transfer coefficient as well as the strength of internal heat source are approximated so that the theoretical characteristic curves of temperature change fit the measured ones as closely as possible.

Key Words : Thermal Behavior (열거동), Machine Tool (공작기계), Heat Transfer Coefficient (열전달계수), Inverse Method (역해법), Finite Element Method (유한요소법)

1. 서론

공작기계의 열변형은 가공정도에 악영향을 미치는 인자로 인식되어, 지금까지 많은 연구가 실시되고 있다^{[1][2][3]}. 최근 공작기계의 고속화·고정도화의 개발연구에 있어서 열적거동의 상세한 해석이 중요시되고 있다. 이때 유한요소법(FEM)은 유력한 해석수단이지만 그 계산결과와 精度는 초기조건·경계조건의 정확도에 의존한다. 경계조건의 하나인 열전달계수는 공작기계의 표면상태나 설치상황등에 따라 크게 다르며, 주변의 자연대류, 강제대류에

의해서도 현저하게 변화한다^[4]. 따라서 정밀공작기계의 열변형 해석에 있어서 벽면 열전달계수를 정확하게 파악하는 것의 중요성이 지적되고 있다^[5]. 그러나 그 實測은 반드시 용이하다고는 할 수 없다.

한편, 내부열원의 세기 추정에 관해서는 온도측정 데이터로부터 정확한 열원의 세기를 구하는 방법^{[6][7]}이 있지만, 이 경우에도 입력치로서 정확한 열전달계수를 입력할 필요가 있다.

본 연구에서는 비교적 측정이 용이한 벽면 온도 데이터와 유한요소법을 이용해서 공작기계벽면의

* 경남도립거창대학 기계설계과

평균적인 열전달계수와 열원의 세기를 동시에 추정하고, 단순한 형상의 블록모델과 내면연삭기의 콘크리트 베드를 이용한 실험을 통하여 본 추정방법을 평가하였다.

2. 수치계산법

대상구조물내의 3차원 비정상 온도상승은 유한요소법에의해 식(1)과 같이 이산적인 matrix식으로 표현할 수 있다^[8].

$$[C] \left\{ \frac{d\theta}{dt} \right\} + [H] \{ \theta \} = \{ Q \} \quad (1)$$

여기서, $[C]$ 는 비열, 밀도, 형상과 크기로 결정되는 熱剛性 matrix, $\{ \theta \}$ 는 온도 벡터, $[H]$ 는 열전도율, 열전달계수, 형상과 크기로 결정되는 熱慣性 matrix, $\{ Q \}$ 는 내부발열량 벡터, t 는 시각이다. 다만, $\{ Q \}$ 는 스텝적인 발열로 가정하였다. $[H]$ 는 물체 벽면의 열전달계수 a_j (j 는 벽면의 번호)를 포함하고 있다. 만약 열전달계수 a_j 가 既知라면 $[H]$ 의 값을 얻을 수 있으므로 $\{ \theta \}$ 를 실측해서 식(1)에 의해 $\{ Q \}$ 를 수치계산으로 구할 수 있다. 그러나 a_j 도 未知數로서 식(1)을 푸는 것은 어떤 수치해법에 의존하지 않으면 안된다.

본 연구에서 시도한 열전달계수 추정의 기본적인 개념은 다음과 같다. 먼저, 대상이 되는 공작기계의 유한요소 모델을 작성한다. 다음으로, 공작기계를 일정조건에서 운전하여 주요한 벽면 온도상승 $[e\theta_{ij}]$ (i :시간, j :벽면의 번호)를 실측한다. 내부 열원의 세기 $\{ Q \}$ 와 각 벽면의 열전달계수 a_j 의 초기 입력치를 주어서 식(1)로부터 $[c\theta_{ij}]$ 를 계산한다. 실측온도 $[e\theta_{ij}]$ 와 계산된 온도 $[c\theta_{ij}]$ 와의 差의 自乘승이 최소가 되도록 $\{ Q \}$ 와 a_j 를 결정한다. 즉, 이 문제는

$$J = \sum_i \sum_j (c\theta_{ij} - e\theta_{ij})^2 \quad (2)$$

를 평가 함수로서 J 가 최소가 되도록 $\{ Q \}$ 및 a_j 를 결정하는 최적화 문제로서 생각할 수 있다. 그러나 실제의 공작 기계에서는 미지수의 수 (열원과 열전달계수가 복수)가 많고, 上述한 최적화 문제를 직접 푸는 것은 실용적이지 못하다. 그래서 이 해법의 프로세서를 2단계로 분할하는 방법을 채용하였다. 제 1단계는 공작기계의 모든 벽면이 똑같이 평균 열전달계수 a_0 를 가졌다고 가정하고, a_0 와 $\{ Q \}$ 를 추정하는 부분이다. 열원에 가까운 점의 온도측정치를 이용하면 이 방법에 의해 아주 정확하게 $\{ Q \}$ 를 추정할 수 있다^[7]. 제 2단계는 제 1단계에서 얻은 a_0 와 $\{ Q \}$ 를 이용해서 각 벽면의 열전달계수 a_j 를 추정하는 부분이다. 여기에서는 각 벽면에서의 온도 측정치 $[e\theta_{ij}]$ 와 온도 추정치 $[c\theta_{ij}]$ 가 더욱더 일치하도록 a_j 를 결정한다. 이 해법의 흐름을 그림 1에 나타내었다.

제 1단계에서는 수치 해법으로서 가우스-뉴턴(Gauss-Newton)법^[9]을 이용하였고, 제 2단계에서는 특이치 분해법(Singular Value Decomposition)을 이용하였다. 본보 제 3절 이후에는 제 1단계에 대해서 논하고, 제 2단계에 대해서는 차후에 詳述하도록 하였다.

3. 모델 실험에 의한 본 수법의 평가

3.1 블록 모델의 개요

단순한 형상의 모델을 이용해서 본 수법의 유효성을 검토하였다. 실험에 사용한 모델을 그림 2에 표시하였다. 크기가 240(L)×128(W)×155(H)(mm)인 2개의 鋼製 직방체 블록을 겹쳐놓고, 그 사이에

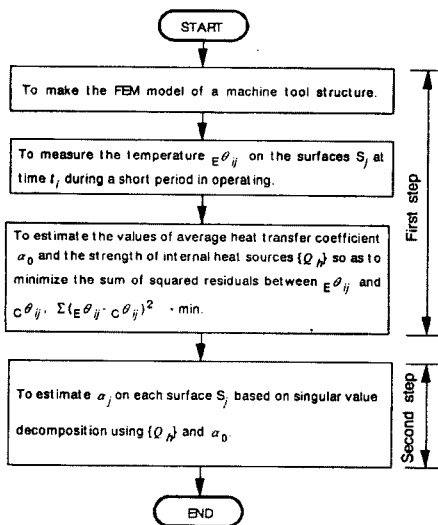


Fig. 1 Algorithm of the present method

105(L)× 100(W)(mm)의 고무 히터(Rubber heater)를 삽입하여 열원으로 하였다. 열원의 세기를 정확하게 구하기 위해 고무 히터를 삽입한 상하의 블록을 열적으로 대칭이 되도록 하였고, 고무히터에 공급한 전력은 100% 열로 변환되어 그 1/2씩이 상하의 블록에 똑같이 유입한다고 가정하였다. 그림 중의 S₁은 블록의 윗면, S₂는 뒷면, S₃는 좌측면, S₄는 우측면, S₅는 앞면을 표시한다. 또한 P₁, P₂, P₃, P₄, P₅는 각각 S₁, S₂, S₃, S₄, S₅ 면의 중앙의 온도 측정점을 나타낸다.

공급된 열원의 세기는 각 블록에 2.1 kW/m²으로 하였다. 열유속은 고무히터의 소비전력을 전력계(Watt meter)로 측정하여 얻은 값이다. 또 그림 2의 S₃면을 팬으로 강제 대류 시켜, 이 면의 열전달계수가 다른 면보다 특히 크도록 하였다. S₃면 이외의 면은 팬의 영향을 받지 않도록 S₃면의 외주부에 차단판을 설치하여, 거의 자연 대류면이 되도록 하였다. 온도 상승은 각 벽면의 중앙점 P₁~P₅와 고무히터의 끝 점 가까이의 P₆에 접촉시킨 T형 열전대로 실측하였다. 또한 열류계를 각 벽면의 중앙 부근에 접촉하여 열전달계수도 동시에 실측하였다.

그리고 여기에서 취급하는 열전달계수는 열전달의 참 값 분과 열복사 분을 합한 외전상의 열전달계수^[5]로서 취급한 것이고, 이후 이것을 단순히 열전달계수로 표기하였다.

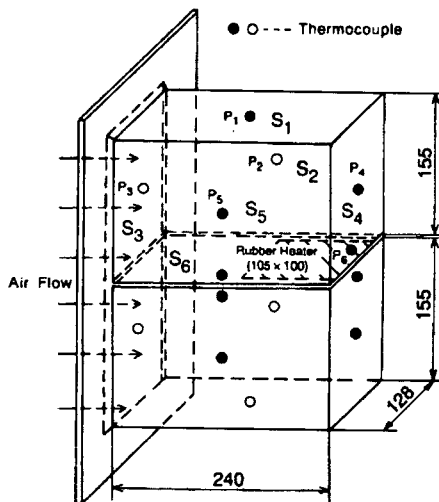


Fig. 2 Block model used in experiment

실험은 20± 1℃로 제어된 항온실에서 12시간 실시하였다. 각 면의 중앙점의 온도 경과 곡선을 그림 3에 나타내었다. 또 각 면의 열전달계수 및 열원의 세기의 실측치를 표 1에 나타내었다.

3.2 추정결과

열원에서 가까운 점 P₆의 온도 측정치를 이용해서 평균 열전달계수 α_0 및 열원의 세기 Q_1 을 Gauss-Newton법에 의해 추정하였다. 열원에 가까운 점 P₆의 온도 측정치를 사용한 이유는 앞절에서 기술한 바와 같이, 열원의 영향을 직접받지 않는 곳의 온도를 사용함으로써 고정도로 열원의 세기를 추정할 수 있다고 생각하였기 때문이다^[7]. 추정에는 가열개시로부터 0.5~5시간까지의 사이의 온도 데이터를 사용하였다.

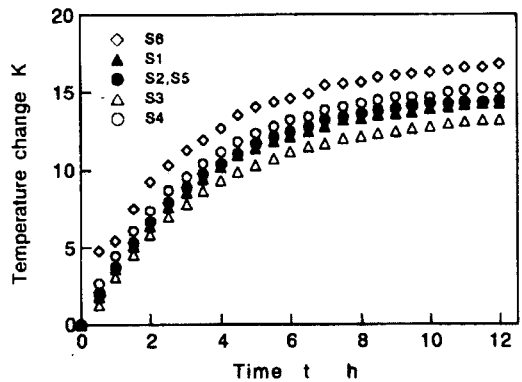


Fig. 3 Temperature change measured on block surfaces

Table 1 Measured value of α_j and Q_1

Heat transfer coefficient α_j W/(m ² · K)				Strength of internal heat source Q_1 kW/m ²
Surfaces	Measured Value			Measured Value
	Ave.	Min.	Max.	
S1	6.6	6.2	6.9	2.1
S2,S5	5.8	5.5	6.0	
S3	39.0	36.1	41.3	
S4	6.2	5.7	6.5	

평균열전달계수 a_0 와 열원의 세기 Q_1 의 추정 결과는 표 2에 나타낸 바와 같이, $a_0 = 10.6 \pm 0.5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, $Q_1 = 2.2 \pm 0.3 \text{ kW}/\text{m}^2$ 이다. 수치계산의 초기치로서 열전달계수는 $0.1 \sim 50.0 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, 열원의 세기는 $0.5 \sim 5.0 \text{ kW}/\text{m}^2$ 사이의 값을 여러 가지로 조합해서 주었지만, 어느 쪽도 표 2에 표시한 결과로 수렴하였다. 이와 같이 열원에 관해서는 측정 결과와 추정결과가 잘 일치하고있어 쏠 벽면의 열전달계수를 똑같이 가정하여도 열원의 세기를 비교적 정도 높게 추정할 수 있다는 것을 나타내고 있다. 이 a_0 와 Q_1 을 이용해서 식 (1)에 의해 각 점의 온도를 계산한 것이 그림 4의 실선이다. 강제대류인 S3면에서는 a_0 가 실제의 열전달계수보다 작으므로 온도의 계산 결과는 실측치보다 높게 나타났다. 이와 반대로 그 외의 면에서는 a_0 가 실제의 열전달계수보다 크므로 온도의 계산결과는 실측치보다 낮게 되어있다는 것을 알 수 있다. 또한 이 a_0 와 Q_1 을 이용해서 식(2)에 의해 평가함수 J 를 계산한 결과, $J=3.5$ 이었다. 만약 a_0 가 9.0, 12.0 $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 인 경우의 평가함수 J 는 각각 5.0, 4.1인 것으로

부터 $a_0=10.6 \pm 0.5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 는 평가함수 J 를 최소화하기 위한 타당한 평균 열전달계수라고 말할 수 있다.

4. 연삭기용 베드에 의한 본 수법의 평가

여기에서는 복수의 열원을 가진 내면 연삭기용 콘크리트 베드에 대해서 베드의 열변형을 실측하여, 본 수법의 추정에 의해 얻어진 평균 열전달계수와 열원의 세기로부터 유한요소법으로 계산한 열변형 결과와 비교하여 종합적으로 본 수법의 타당성을 검증하였다.

4.1 실험장치와 해석모델

그림 5에 실험에 사용한 내면 연삭기용 콘크리트 베드의 개략도를 나타내었다. 베드는 鋼纖維 補強의 포트랜드 세멘트 콘크리트(Protland Cement Concrete)를 中實에 주입한 것으로 안내면 및 주축대와 이송기구부를 탑재한 부분에는 주철재의 바가 埋設 되어 있다. 표 3에 강섬유 보강의 포트랜드 세멘트 콘크리트의 특성치를 나타내었다. 온도 분포의 측정은 베드표면(그림 5의 ⊙)에 T형 열전대를 접착하여 실시하였다. 내부 발열원으로서 그림 5의 사선부에 고무히터를 부착하였다. 본 베드는 이 부분에 연삭 슛돌의 Z축 요동기구(모터를 포함)가 설치되어 이것이 최대의 발열원이 되고 있기 때문이다. 고무히터 위에는 두께 90mm의 발포 스티로 폴을 피복시켜 간단한 단열 조치를 하였다. 각 고무히터는 모두 $421 \text{ W}/\text{m}^2$ 로 발열하고 베드에 대하여 일정한 열유속을 공급하였지만 단열재로부터의 손실 분을 파악하는 것은 곤란하였으므로 베드에의 정확한 유입 열량은 실측으로 구하지 않았다. 베드의 열변형은 그림 5에 표시한 바와 같이 베드 윗면 A, B사이의 신장은 레이저 간섭 측정기로, 베드 윗면의 기울기는 No.1~No.3의 3대의 수준기(분해능 0.02mm/m)를 이용해서 각각 측정하였다.

그림 6에 본 해석에 이용한 유한요소 모델을 나타내었다. 해석에 이용한 콘크리트의 특성치는 표 3의 값을 이용하였다. 베드 밑면은 대류나 외부로부터의 열복사의 영향이 매우 작다고 생각되므로 단열면으로 가정하였고, 그 외 벽면의 열전달계수는 전부 똑같이 하였다. 내부 발열원은 그림 6의 사선부 $Q_1 \sim Q_4$ 의 4개소로 가정하였다.

Table 2 Estimated a_0 and Q_1

Average heat transfer coefficient $a_0 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$		Strength of internal heat source $Q_1 \text{ kW}/\text{m}^2$
10.6 ± 0.5		2.2 ± 0.3

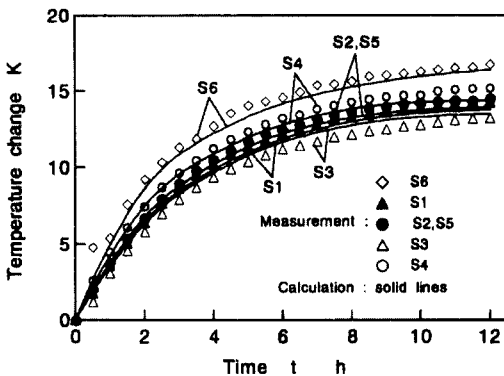


Fig. 4 Temperature change calculated on block surfaces

4.2 실측 데이터와 본 해석의 비교

여기에서는 온도 측정점 중에서 열원에 가까운 점 1, 2, 3, 4 (3, 4는 각각 1, 2의 반대측의 점)의 온도를 이용하여 평균열전달계수 α_0 와 열원의 세기 Q_h ($h=1 \sim 4$)를 추정하였다. 그 결과를 표 4에 나타내었다. 또한 추정에는 실험 개시로부터 5시간까지의 온도 측정치를 사용하였다.

α_0 및 Q_h 를 이용하여 열변형거동을 조사하였다. 그림 7에 콘크리트 베드의 열변형 거동의 실측치와 계산치를 비교한 결과를 나타내었다. (a)는 1,

2, 5각 점의 온도 상승을 (b)는 베드 윗면 A, B사이의 신장을 (c)는 베드 윗면의 기울기를 각각 나타내고있다. 그림 7 (a)의 온도 상승은 열원에 가까운 점 1, 2에 대해서는 실측치와 계산치가 잘 일치하고 있다. 그리고 열원의 추정에 이용하지 않은 점 5에 있어서도 실측치와 계산치의 차가 0.5°C 이내에 있다는 것을 알 수 있다. 이것은 그 반대측의 점 3, 4에 대해서도 같은 결과이었다. 그림 7(b)의 베드 윗면의 신장에 대해서는 계산치와 실측치는 비교적 잘 일치하고 있다. 그림 7(c)의 베드 윗면의 기울기에 대해서는 실측치와 계산치의 차가 $10 \mu\text{m}/\text{m}$ 의 차가 생기고 있다. 이것은 측정기의 분해능 $20 \mu\text{m}/\text{m}$ 를 고려하면 분해능의 범위 내에서 일치하고 있다

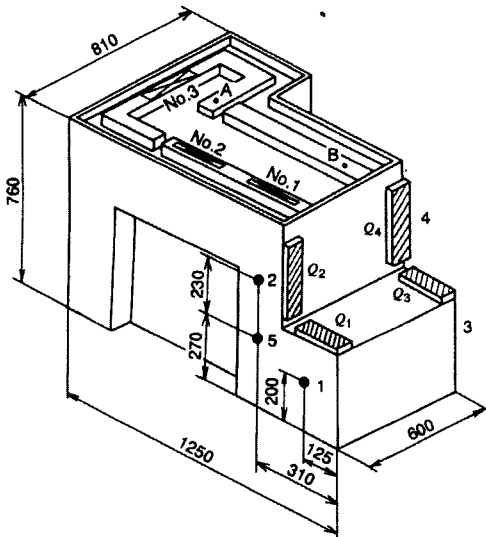


Fig. 5 Bed for precision internal grinding machine

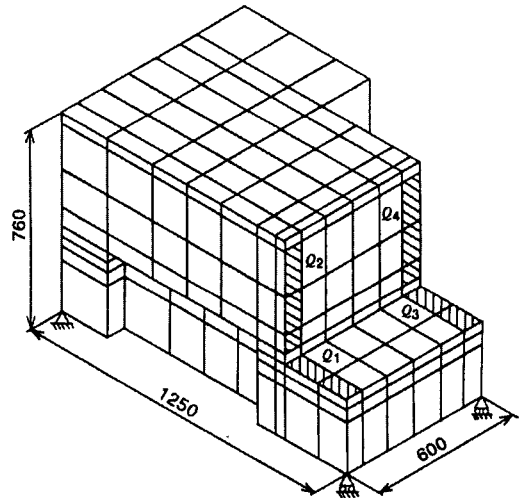


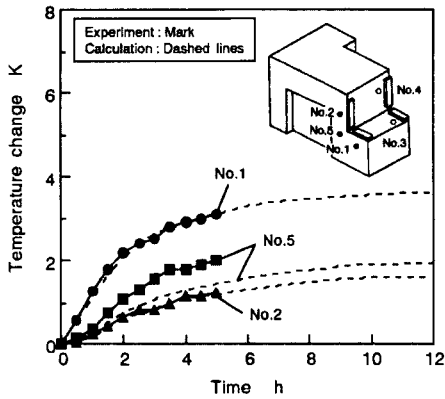
Fig. 6 FEM model of precision internal grinding machine

Table 3 Mechanical and thermal properties of material

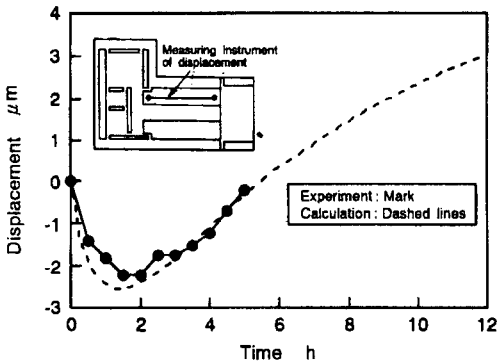
Material	Protland cement concrete
Density	2300 kg/m ³
Thermal conductivity	2.1 W/(m · K)
Specific	0.92 kJ/(kg · K)
Coefficient of linear expansion	21×10^{-6} 1/K
Young's modulus	24.5 GPa
Possion's ratio	0.25

Table 4 Estimated α_0 and Q_h

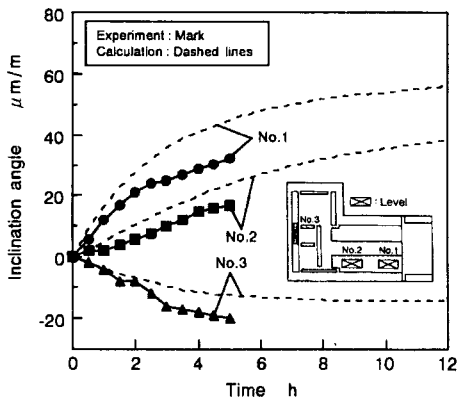
Average heat transfer coefficient α_0 W/(m ² · K)	Strength of internal heat source Q_h W/m ²	
	Q_1	Q_2
11.6 ± 0.5	Q_1	412 ± 5
	Q_2	374 ± 8
	Q_3	405 ± 10
	Q_4	391 ± 10



(a) Temperature changes



(b) Thermal displacement



(c) Inclination of concrete bed

Fig. 7 Thermal behaviour of concrete bed

는 것을 표시한다. 따라서, 여기에서 구한 α_0 및 Q_h 는 고정도로 추정이 되었다고 말할 수 있다.

5. 결론

온도 측정 데이터로부터 제1단계로서 벽면의 평균 열전달계수와 열원의 세기를 동시에 추정하는 것을 시도하였다. 그 결과는 다음과 같다.

(1) 국부적으로 열전달계수가 크게 다른 단순형상의 블록 모델에서는 열원의 세기가 고정도로 추정되었다. 그리고 평가 함수 J 를 최소로 하는 평균 열전달계수를 구할 수 있었다.

(2) 복수의 열원을 가진 내면 연삭기의 콘크리트 베드에서는 열원으로부터 떨어진 온도 측정치를 사용하였지만 온도분포, 신장, 기울기의 계산치와 실측치는 비교적 잘 일치하였다.

참고문헌

1. Spur, G., and Fischer, H., "Thermal behaviour of machine tools," Proc. 10th Int. MTRD Conf., pp. 147, 1969.
2. Kakino, Y., and Okushima, K., "공작기계의 열변형에 관한 연구," J. of JSPE, 40-12 pp. 1105-1110, 1974.
3. Tanabe, I., et al., J. of JSME, 60-580C, pp. 4361-4367, 1974.
4. Moriwaki, T., et al., CNC 머시닝 센터의 열변형에 관한연구, (제) 공작기계기술 진흥재단, pp. 49-53, 1992.
5. Nishiwaki, N., et al., "공작기계의 설치환경과 컬럼의 열변형거동," J. of JSME, 53-495C, pp. 2408, 1987.
6. Takeuchi, Y., et al., "온도분포제어에 의한 공작기계구조의 실시간 열변형제어," J. of JSPE, 42-11, pp. 1043-1048, 1976.
7. Matsuo, M., et al., "열모드해석에 의한 공작기계의 온도상승 한도의 비속추정," J. of JSPE, Vol. 50, No. 9, pp. 1413-1418, 1984.
8. Zienkewitz, O. C., and Cheung, Y. K., "The finite element method," McGraw-Hill, 1967.
9. Nakagawa, T., and Oyanagi, G., "최소자승법에 의한 실험 데이터 해석," 동경대학출판회, pp. 98, 1982.