

DADS 및 MSC/NASTRAN을 이용한 다물체계 유연물체의 동역학 해석

김창부*, 백윤기**

Dynamic Analysis of a Flexible Body in Multibody System Using DADS and MSC/NASTRAN

Chang Boo Kim*, Yun Ki Baek**

ABSTRACT

This paper introduces a method for calculation of dynamic stress occurring in flexible bodies of a moving multibody system by using commercial softwares DADS for dynamic analysis and MSC/NASTRAN for finite element analysis. Three methods for modal transient response analysis of a flexible body are summarized. Elastic deformation of a flexible body can be described with normal modes and static modes composed of constraint modes and residual attachment modes. The deformation modes divided into fixed-interface modes and free-interface modes can be determined by using MSC/NASTRAN and selected for dynamic analysis. The dynamic results obtained from DADS are utilized to calculate dynamic stress by using mode-displacement method or mode-acceleration method of MSC/NASTRAN. As a numerical example of the analysis, we used a three dimensional slider-crank model with a flexible connecting rod.

Key Words : dynamic stress(동응력), normal mode(정규모드), constraint mode(구속모드), residual attachment mode(잔류부착모드), mode acceleration method(모드가속도법).

1. 서론

기계제품의 설계 주기가 짧아짐에 따라서 한정된 시간 내에 신뢰성 있는 제품의 설계를 위해서는 실제 실험을 통한 방법보다 컴퓨터를 이용한 피로수명예측방법의 중요성이 커지고 있다. 피로수명을 정확하게 예측하기 위해서는 먼저 제품에 대한 동역학해석을 수행하여 제품에 작용하는 동하중(dynamic load)을 정확하고 신속하게 계산한 후, 그 결과로부터 유한요소해석을 수행하여 동응력

(dynamic stress)을 계산하여야 한다.

구조동역학에서는 가진에 의한 구조물의 동적응답을 구하기 위해서 유한요소모델을 사용하는 경우에는 전체자유도의 수에 따라 계산비용이 증감하게 된다. 그러므로 전체구조물이 매우 복잡하거나 구조물을 이루는 구분들이 서로 다른 체제로 설계되면 전체구조물의 자유도수가 매우 크게 되어 유한요소법에 의한 구조동역학 해석이 불가능할 수도 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 전체구조물을 여러 개의 구분(component) 또는 부분구조

* 인하대학교 기계 · 항공 · 자동화공학부

** 인하대학교 대학원 자동화공학과

(substructure)로 나누어서 각 부분의 모드를 구한 후 다시 합성하여 전체구조물의 동특성을 유지시키면서 전체구조물의 자유도수를 감소시키는 방법인 구분모드합성법이 제안되었다⁽¹⁾. 구분모드합성법에서 사용되는 구분모드(component modes)는 생성방법에 따라 크게 고정계면모드(fixed interface modes)인 Craig-Bampton 모드와 자유계면모드(free interface modes)인 Craig-Chang 모드로 구분된다.

유연다물체동역학에서도 유연물체의 운동을 나타내기 위해 단순히 저차의 진동모드만 사용하지 않고 구분모드합성법에서의 구분모드를 유연물체의 변형모드로 사용하고 있으나 다물체동역학 소프트웨어인 DADS Revision 8.5⁽²⁾ 이상에서는 고정계면모드와 강제운동이 없는 경우의 자유계면모드만 지원하기 때문에 본 연구에서는 강제운동이 있는 경우의 자유계면 모드인 정규모드와 관성제거 잔류부착모드를 DADS Revision 9.5에서도 사용할 수 있도록 구해주는 DMAP⁽³⁾ Alter를 개발하였다.

물체들이 관절 등으로 연결되어 운동하는 다물체계에서 물체가 유연성을 갖는 경우에는 가해지는 힘과 운동으로 인하여 변형이 일어나면서 응력이 발생하게 된다⁽⁴⁾. 본 연구에서는 유연물체에서 발생하는 동응력을 계산하기 위하여 유연물체에 전달되는 동역학결과를 입력조건으로 사용하여 유연물체만을 분리한 후 아무런 구속이 없는 상태에서 모달과도응답해석을 수행하였다. 모달과도응답해석은 비연성 모달방정식을 이용한 수치적분으로부터 구해진 모달좌표의 이력을 다시 절점변위 이력으로 재변환하는 방식에 따라 모드변위법, 정적수정법, 모드가속도법 등으로 구분된다^(1,5). 모드변위법은 모드좌표의 이력과 모드좌표에 대응하는 진동모드를 선형중첩해서 계산함으로써 가장 경제적인 방법이나 고려되지 않은 진동모드의 효과를 나타내지 못하므로 상대적으로 큰 오차를 갖는 결과를 주게 된다. 그러나 정적수정법과 동일한 결과를 주는 모드가속도법은 매 적분시간단계마다 정적해석을 수행해서 무시된 진동모드의 효과를 정적보상함으로써 모드변위법에 비하여 정밀한 과도응답해를 얻을 수 있으나 매 적분시간마다 수행되는 정적해석으로 인하여 계산시간 등이 모드변위법보다 증가한다.

본 논문에서는 유한요소해석 상용소프트웨어인 MSC/NASTRAN⁽⁶⁾에서 강제모드를 가지는 유연물체에 대한 자유계면모드의 관성제거 잔류부착모드를 구하는 방법을 제안하고 구해진 변형모드를 다

물체동역학해석 상용소프트웨어인 DADS에 적용하여 유연물체에 작용하는 동적 힘과 운동을 얻고, 얻어진 결과를 이용하여 다시 MSC/NASTRAN에서 모드가속도법으로 유연물체의 동응력을 계산할 때 발생할 수도 있는 문제점을 보완하는 수정된 모드가속도법을 제시하고 유연링크계인 3차원 슬라이더-크랭크 모델에 대하여 수치해석을 수행하여 그 결과를 분석하였다.

2. 유연물체의 운동방정식

2.1 유연물체의 변분 운동방정식

상용소프트웨어 DADS에서 사용되는 유연물체

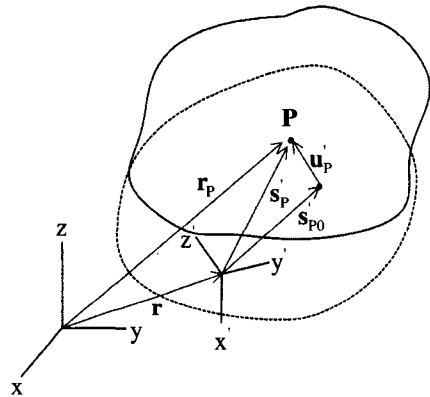


Fig. 1 Kinematics of a flexible body

의 변분운동방정식은 다음과 같이 얻어진다. Fig. 1에서와 같이 운동하고 있는 유연물체상의 한 점 P의 고정좌표계 {x-y-z}에 대한 위치벡터 r_p 는 다음과 같이 표현된다.

$$r_p = r + A(s_{p0} + u_p) = r + A s_p \quad (1)$$

여기서 r 은 물체와 함께 운동하는 물체좌표계 {x'-y'-z'}원점의 위치벡터, A 는 회전변환행렬이고 s_{p0} 와 u_p 는 각각 물체좌표계에 대한 변형전의 P점의 위치벡터 및 탄성변위벡터이다.

한편 탄성변위벡터 u_p 는 다음과 같이 탄성모드행렬 Ψ_p 및 모달변수벡터 q 로 표현된다.

$$u_p = \Psi_p q \quad (2)$$

또한, P점의 속도 및 가속도벡터는 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{r}}_P = \dot{\mathbf{r}} - \mathbf{A} \tilde{\mathbf{s}}_P \dot{\boldsymbol{\omega}}' + \mathbf{A} \boldsymbol{\Psi}_P \dot{\mathbf{q}} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_P = \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{A} \tilde{\boldsymbol{\omega}}' \tilde{\boldsymbol{\omega}}' \mathbf{s}_P - \mathbf{A} \tilde{\mathbf{s}}_P \ddot{\boldsymbol{\omega}}' \\ + 2\mathbf{A} \tilde{\boldsymbol{\omega}}' \boldsymbol{\Psi}_P \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{A} \boldsymbol{\Psi}_P \ddot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}'$ 는 $\boldsymbol{\omega}'$ 의 사대칭(skew-symmetric)행렬이다.

따라서 유연물체의 변분 운동방정식은 다음과 같은 가상일의 원리로부터 구해진다.

$$\delta A + \delta E_d = W_e \quad (5)$$

여기서 가속도량에 의한 가상일 δA , 가상변형 에너지 δE_d 및 외력에 의한 가상일 δW_e 는 다음과 같다.

$$\delta A = \int_{\Omega} \delta \mathbf{r}_P^T \rho \dot{\mathbf{r}}_P d\Omega$$

$$\delta E_d = \int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}_P^T \boldsymbol{\sigma}_P d\Omega$$

$$\delta W_e = \int_{\Omega} \delta \mathbf{r}_P^T \mathbf{f}_P d\Omega + \int_{\partial\Omega} \delta \mathbf{r}_P^T \mathbf{t}_P dS$$

이때 ρ 와 Ω 는 유연물체의 밀도 및 체적, $\boldsymbol{\sigma}_P$ 는 P점의 응력벡터, $\boldsymbol{\varepsilon}_P$ 는 P점의 변형도벡터, \mathbf{f}_P 와 \mathbf{t}_P 는 단위체적당 체적력벡터 및 단위면적당 표면력벡터, $\partial\Omega$ 는 유연물체의 표면적이다.

2.2 유한요소 선형 운동방정식

상용소프트웨어 MSC/NASTRAN에서 사용되는 유연물체의 유한요소 선형 운동방정식은 다음과 같이 얻어진다.

물체좌표계가 선가속도 $\dot{\mathbf{r}}'$, 각속도 $\boldsymbol{\omega}'$, 각가속도 $\ddot{\boldsymbol{\omega}}'$ 을 가지고 운동하고 있을 때, 물체좌표계에 대하여 구속되는 절점변위를 제외한 독립된 절점변위벡터를 \mathbf{v} 라고 하면 P점의 탄성변위벡터는 유한요소 형상함수행렬인 \mathbf{N}_P 를 사용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{u}_P = \mathbf{N}_P \mathbf{v} \quad (6)$$

탄성변위는 미소하다고 가정하고 코리올리스 가속도를 무시하면 가상일의 원리로부터 얻어지는 유연물체의 유한요소 선형 운동방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{k} \mathbf{v} = \mathbf{p}(t) \quad (7)$$

여기서

$$\mathbf{m} = \int_{\Omega} \rho \mathbf{N}_P^T \mathbf{N}_P d\Omega$$

$$\mathbf{k} = \int_{\Omega} \mathbf{N}_P^T \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{N}_P d\Omega$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{f}_E + \mathbf{f}_I$$

$$\mathbf{f}_E = \int_{\Omega} \mathbf{N}_P^T \mathbf{f}_P d\Omega + \int_{\partial\Omega} \mathbf{N}_P^T \mathbf{t}_P dS$$

$$\mathbf{f}_I = - \int_{\Omega} \rho \mathbf{N}_P^T (\dot{\mathbf{r}}' + \tilde{\boldsymbol{\omega}}' \tilde{\boldsymbol{\omega}}' \mathbf{s}_{P0} - \tilde{\mathbf{s}}_{P0} \dot{\boldsymbol{\omega}}') d\Omega$$

3. 모달과도응답

3.1 모드변위법

유연물체가 r개의 강체모드 $\boldsymbol{\phi}_{Ri}(i=1, \dots, r)$ 를 가지고 있는 경우에, 고차의 탄성모드를 무시하고 최저차 e개의 탄성모드 $\boldsymbol{\phi}_{Ki}(i=1, \dots, e)$ 를 취하여 절점변위, 절점속도 및 절점가속도벡터를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{v} \approx \hat{\mathbf{v}} &= \sum_{i=1}^r \boldsymbol{\phi}_{Ri} \eta_{Ri} + \sum_{i=1}^e \boldsymbol{\phi}_{Ki} \eta_{Ki} \\ &= \boldsymbol{\phi}_R \boldsymbol{\eta}_R + \boldsymbol{\phi}_K \boldsymbol{\eta}_K \end{aligned} \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{v}} \approx \dot{\hat{\mathbf{v}}} = \boldsymbol{\phi}_R \dot{\boldsymbol{\eta}}_R + \boldsymbol{\phi}_K \dot{\boldsymbol{\eta}}_K \quad (9)$$

$$\ddot{\mathbf{v}} \approx \ddot{\hat{\mathbf{v}}} = \boldsymbol{\phi}_R \ddot{\boldsymbol{\eta}}_R + \boldsymbol{\phi}_K \ddot{\boldsymbol{\eta}}_K \quad (10)$$

여기서 $\boldsymbol{\phi}_R$ 및 $\boldsymbol{\phi}_K$ 는 강체모드 및 탄성모드행렬로서 다음과 같은 특성을 갖고 있다.

$$\mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_R = \mathbf{0}, \boldsymbol{\phi}_R^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_R = \mathbf{I}_r$$

$$\mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_K = \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_K \boldsymbol{\Lambda}_K, \boldsymbol{\phi}_K^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_K = \mathbf{I}_e$$

$$\boldsymbol{\phi}_R^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_K = \mathbf{0}, \boldsymbol{\Lambda}_K = \text{Diag}(\omega_1^2, \dots, \omega_e^2)$$

$\boldsymbol{\eta}_R$ 및 $\boldsymbol{\eta}_K$ 는 강체모달변위 및 탄성모달변위벡터로서 다음과 같은 모달방정식에서 구해진다.

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}}_R = \boldsymbol{\phi}_R^T \mathbf{p} \quad (11)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}}_K + \boldsymbol{\Lambda}_K \boldsymbol{\eta}_K = \boldsymbol{\phi}_K^T \mathbf{p} \quad (12)$$

3.2 정적수정법

모드변위법에서 무시된 고차 탄성모드의 유연성에 의한 영향을 고려할 수 있도록 절점변위를 정적으로 수정하면 절점변위는 아래와 같고 절점속도

및 절점가속도벡터는 식(9), (10)과 같다.

$$\mathbf{v} \approx \hat{\mathbf{v}} + \mathbf{v}_C$$

$$= \phi_R \eta_R + \phi_K \eta_K + \mathbf{a}_R \mathbf{p} \quad (13)$$

여기서

$$\mathbf{v}_C = \mathbf{a}_R \mathbf{p}$$

$$\mathbf{a}_R = \mathbf{a}_E - \phi_K \Lambda_K^{-1} \phi_K^T$$

$$\mathbf{a}_E = (\mathbf{I} - \mathbf{R})^T \mathbf{a} (\mathbf{I} - \mathbf{R})$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{m} \phi_R \phi_R^T$$

\mathbf{v}_C 는 정적보상변위, \mathbf{a}_R 은 잔류유연성행렬, \mathbf{a}_E 는 탄성유연성행렬이며, \mathbf{a} 는 강체운동을 구속할 수 있는 독립된 r 개의 구속자유도에 상대적인 유연성행렬로서 구속자유도에 대응되는 열과 행들의 성분은 영이다. 강체모드가 없는 경우에 \mathbf{a}_E 는 \mathbf{k}^{-1} 이다.

3.3 모드가속도법

정적수정법에 의한 절점변위벡터를 탄성모달가속도로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{v} \approx \tilde{\mathbf{v}} = \phi_R \eta_R + \phi_K \eta_K + \mathbf{a}_R \mathbf{p}$$

$$= \phi_R \eta_R + \mathbf{a}_E \mathbf{p} - \phi_K \Lambda_K^{-1} \phi_K^T \mathbf{p}$$

$$+ \phi_K \eta_K$$

$$= \phi_R \eta_R + \mathbf{a}_E \mathbf{p} - \phi_K \Lambda_K^{-1} \tilde{\eta}_K \quad (14)$$

따라서 정적수정법과 모드가속도법에 의한 선형과도응답은 일치한다.

3.3.1 MSC/NASTRAN에서의 모드가속도법에 의한 수치해석 해법

유한요소 방정식(7)을 강체운동을 구속할 수 있는 독립된 r 개의 자유도변수와 나머지 l 개의 자유도 변수로 자유도변수를 \mathbf{v}_r 과 \mathbf{v}_l 로 분할하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_{ll} & \mathbf{m}_{lr} \\ \mathbf{m}_{rl} & \mathbf{m}_{rr} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{v}}_l \\ \tilde{\mathbf{v}}_r \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{ll} & \mathbf{k}_{lr} \\ \mathbf{k}_{rl} & \mathbf{k}_{rr} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_l \\ \mathbf{v}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_l \\ \mathbf{p}_r \end{pmatrix} \quad (15)$$

r 개의 자유도변수를 구속하지 않은 계의 절점변위를 모드변위법으로 나타내면 다음과 같다.

$$\hat{\mathbf{v}} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{v}}_l \\ \hat{\mathbf{v}}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{Rl} \\ \phi_{Rr} \end{pmatrix} \eta_R + \begin{pmatrix} \phi_{Kl} \\ \phi_{Kr} \end{pmatrix} \eta_K \quad (16)$$

또한, $\mathbf{k} \phi_R = \mathbf{0}$ 이므로 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\phi_{Rl} = -\mathbf{k}_{ll}^{-1} \mathbf{k}_{lr} \phi_{Rr} \quad (17)$$

$$\phi_R = \begin{pmatrix} \phi_{Rl} \\ \phi_{Rr} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_m \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} \phi_{Rr} = \mathbf{D}_r \phi_{Rr} \quad (18)$$

여기서 $\mathbf{D}_m = -\mathbf{k}_{ll}^{-1} \mathbf{k}_{lr}$, $\mathbf{D}_r = \phi_R \phi_{Rr}^{-1}$ 이다.

강체운동을 구속하기 위하여 설정한 r 개의 변수들을 구속하여 모드가속도법으로 구한 절점변위

$\tilde{\mathbf{v}}^*$ 는 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{v}}^* = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{v}}_l^* \\ \tilde{\mathbf{v}}_r^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{k}_{ll}^{-1} (\mathbf{p}_l - \mathbf{m}_{ll} \ddot{\tilde{\mathbf{v}}}_l) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (19)$$

MSC/NASTRAN에서 비구속 비감쇠계의 모드가속도법에 의한 절점변위 $\tilde{\mathbf{v}}$ 는 다음 식으로부터 구해진다.

$$\tilde{\mathbf{v}} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{v}}_l \\ \tilde{\mathbf{v}}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{v}}_l^* + \hat{\mathbf{v}}_{Rl} \\ \hat{\mathbf{v}}_r \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{v}}_l^* + (-\mathbf{k}_{ll}^{-1} \mathbf{k}_{lr} \hat{\mathbf{v}}_{Rr}) \\ \hat{\mathbf{v}}_{Rr} + \hat{\mathbf{v}}_{Kr} \end{pmatrix} \quad (20)$$

여기서 $\hat{\mathbf{v}}_{Rr} = \phi_{Rr} \eta_R$, $\hat{\mathbf{v}}_{Kr} = \phi_{Kr} \eta_R$ 이다.

MSC/NASTRAN에서는 수치해석과정에서 존재하는 수치적 버림(numerical truncation)에 의한 오차 또는 외력의 불균형으로 인해서 강체변위가 점진적으로 증가하는 강체운동편위(rigid motion drift)가 발생할 수도 있다. 이러한 경우에는 과도응답해석으로부터 계산되는 절점의 강체변위는 탄성변위에 비해 매우 큰 값을 갖게 된다. 즉 $\tilde{\mathbf{v}}_l^*$ 가 $\tilde{\mathbf{v}}_l$ 에 비해 매우 작을 경우에 $\tilde{\mathbf{v}}_l^*$ 는 수치적 버림오차의 영향을 받게 되므로 정확한 탄성 변위를 구할 수 없게 되어 결과적으로 부정확한 응력을 구하게 된다. 따라서 비구속계의 과도응답해석을 수행할 경우 수치적 버림오차로 인해서 발생하는 강체운동편위를 제거할 수 있는 방법이 필요하다. 이를 위하여 다음과 같은 수정된 모드가속도법을 제안한다.

3.3.2 수정된 모드가속도법

강체운동을 발생시키는 관성하중을 제거하여 순수한 탄성변위를 구할 수 있게 하기 위하여 절점변위를 다음과 같이 분해한다.

$$\mathbf{v} = \Delta \mathbf{v} + \mathbf{D}_r \mathbf{v}_{Rr} \quad (21)$$

이때 $\Delta \mathbf{v}$ 는 전체 절점변위에서 강체변위 $\mathbf{D}_r \mathbf{v}_{Rr}$ 를 제거한 절점변위이며 다음과 같이 다시 강체변위와 탄성변위로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{v} &\approx \Delta \hat{\mathbf{v}} = \Delta \mathbf{v}_R + \Delta \mathbf{v}_K \\ &= \phi_R \Delta \eta_R + \phi_K \Delta \eta_K \end{aligned} \quad (22)$$

식(21)을 식(15)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 $\Delta \mathbf{v}$ 로 표현되는 수정된 운동방정식이 얻어진다.

$$\mathbf{m} \Delta \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{k} \Delta \mathbf{v} = \Delta \mathbf{p} \quad (23)$$

여기서 $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{m} \mathbf{D}_r \ddot{\mathbf{v}}_{Rr}$ 이다.

모드가속도법을 사용하여 식 (23)의 절점변위를 구하기 위한 모달방정식은 다음과 같다.

$$\Delta \ddot{\eta}_R = \phi_R^T \Delta \mathbf{p} \quad (24)$$

$$\Delta \ddot{\eta}_K + \Lambda_K \Delta \eta_K = \phi_K^T \Delta \mathbf{p} \quad (25)$$

식(24)의 강체 모달외력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_R^T \Delta \mathbf{p} &= \phi_R^T \mathbf{p} - \phi_R^T \mathbf{m} \mathbf{D}_r \ddot{\mathbf{v}}_{Rr} \\ &= \phi_R^T \mathbf{p} - \phi_R^T \mathbf{m} \phi_R \ddot{\eta}_R = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (26)$$

결국 $\Delta \eta_R$ 도 0이 되므로 강체변위항 $\Delta \mathbf{v}_R$ 이 0이 되어 모드가속도법에 의한 절점변위에는 강체성분이 포함되지 않는다. 결국 절점탄성변위는 수치적 버림에 의한 강체운동 편위의 영향을 받지 않게 되어 정밀하게 계산된다.

따라서 수정된 모드가속도법에 의한 절점변위는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{\mathbf{v}} &= \begin{pmatrix} \Delta \tilde{\mathbf{v}}_I \\ \Delta \tilde{\mathbf{v}}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \tilde{\mathbf{v}}_I^* + \Delta \hat{\mathbf{v}}_{Rr} \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_r \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \Delta \tilde{\mathbf{v}}_I^* + \mathbf{D}_m \Delta \hat{\mathbf{v}}_{Rr} \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{Rr} + \Delta \hat{\mathbf{v}}_{Kr} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

여기서

$$\Delta \tilde{\mathbf{v}}_I^* = \mathbf{k}_{II}^{-1} (\Delta \mathbf{p}_I - \mathbf{m}_{II} \Delta \ddot{\mathbf{v}}_I)$$

$$\Delta \hat{\mathbf{v}}_{Kr} = \phi_{Kr} \Delta \eta_K$$

$$\Delta \hat{\mathbf{v}}_{Rr} = \phi_{Rr} \Delta \eta_R = \mathbf{0}$$

4. 유연물체의 변형모드

4.1 계면자유도

유연물체가 다른 물체들과 관절 또는 힘요소로 연결되어 운동하면서 힘을 받을 때, 물체좌표계에 대하여 구속되는 자유도를 제외한 관절 또는 힘요소가 작용하는 힘에 대한 자유도를 계면자유도라 한다.

DADS에서는 계면자유도에 작용하는 힘이 큰 경우에는 힘에 의한 변형모드 즉, 정적모드를 최저차 몇 개의 정규모드와 함께 고려하여 직교화한 후 사용한다. 고려되는 탄성모드는 고정계면모드와 자유계면모드로 구분된다.

4.2 고정계면모드

고정계면모드는 계면을 고정하여 구해지는 정규모드와 계면자유도에 단위변위를 가하여 얻어지는 구속모드의 집합이다.

계면자유도를 \mathbf{v}_c , 나머지 자유도를 \mathbf{v}_v 라고 할 때, 절점변위벡터 \mathbf{v} 는 $(\mathbf{v}_c, \mathbf{v}_v)$ 로 분할될 수 있다. $(\mathbf{I}_c, \phi_{Cv})$ 로 분할된 구속모드 ϕ_C 는 다음 식을 이용하여 구해지며,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_{cc} & \mathbf{k}_{cv} \\ \mathbf{k}_{vc} & \mathbf{k}_{vv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{I}_c \\ \phi_{Cv} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_c \\ \mathbf{0}_v \end{Bmatrix} \quad (28)$$

$(\mathbf{0}_c, \phi_{Nv})$ 로 분할된 정규모드 ϕ_N 은 다음 식에서 구해진다. 이때 ϕ_N 과 ϕ_C 는 독립적이다.

$$\mathbf{k}_{vv} \phi_{Nv} = \mathbf{m}_{vv} \phi_{Nv} \Lambda_{Nv} \quad (29)$$

4.3 자유계면모드

자유계면모드는 계면을 자유롭게 하여 구해지는 정규모드와 계면자유도에 단위하중을 가하여 얻어지는 잔류부착모드의 집합이다.

계면자유도를 \mathbf{v}_a , 나머지 자유도를 \mathbf{v}_w 라고 할 때, 절점변위벡터 \mathbf{v} 는 $(\mathbf{v}_a, \mathbf{v}_w)$ 로 분할될 수 있다. 탄성모드 ϕ_K 를 정규모드로 사용하는 경우, 잔류부착모드 ϕ_A 는 다음 식에서 구해진다.

$$\phi_A = [a_E - \phi_K A_K^{-1} \phi_K^T] P_a \quad (30)$$

여기서 P_a 는 $(I_a, 0_w)$ 로 분할된 단위외력행렬이며, ϕ_A 는 ϕ_R 및 ϕ_K 와 m 에 대하여 서로 직교한다. 유연물체가 강체모드를 갖는 경우에는 식(30)에서 얻어지는 잔류부착모드는 관성체거 잔류부착 모드이다.

5. 수치해석

5.1 해석과정

다물체계에서 유연물체가 운동하면서 힘을 받을 때 생기는 동응력을 해석하는 과정은 다음과 같이 3단계로 구분된다.

1) 단계1 : MSC/NASTRAN을 이용한 탄성모드해석

유연물체를 유한요소로 모델링하여 모달해석을 통하여 유한요소 데이터, 질량행렬 및 정규모드를 얻고 정적해석을 통하여 구속모드와 반력행렬을 구한다. 잔류부착모드와 반력행렬은 DADS Revision 8.0에서는 정적해석에서 구한 부착모드로부터 IP를 거쳐서 얻어지지만, Revision 8.5이상에서는 잔류부착모드를 구해주지 않는다. 따라서 본 연구에서는 MSC/NASTRAN에서 잔류부착모드와 반력행렬을 직접 구할 수 있도록 하는 DMAP Alter를 개발하여 사용하였다.

2) 단계2 : DADS를 이용한 동역학해석

단계1에서 구한 유연물체 데이터를 가지고 DADS에서 DFBT를 실행하여 직교화된 탄성모드를 적절하게 선택하여 동역학해석을 통하여 유연물체에 작용하는 동적 외력과 물체좌표계의 선가속도, 각가속도 및 각속도 성분을 물체좌표계에 대하여 구한다.

3) 단계3 : MSC/NASTRAN을 이용한 동응력해석

유연물체를 유한요소로 모델링하고, 단계2에서 얻어진 결과를 이용하여 수정된 모드가속도법을 사용하여 유연물체의 동응력을 계산한다.

5.2 해석모델

Fig. 2와 같이 유연물체인 콘벡팅 로드를 가지고 있는 3차원 슬라이더-크랭크 모델을 해석모델로 사용하였다. 로드는 크랭크에 유니버설 조인트, 슬라이더에 구형관절로 연결되어있다. 크랭크는 길이가 0.15 m이며, 콘벡팅 로드는 길이가 0.3

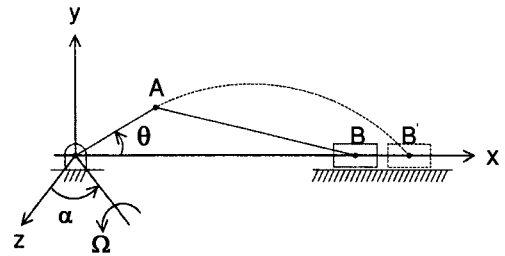


Fig. 2 3D slider-crank model

m, 단면은 반경 0.003 m의 원형이며, 탄성계수는 $2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, 밀도는 7870 Kg/m^3 이며, 슬라이더의 질량은 로드 질량의 절반이다. 크랭크는 비틀림각 α 가 45도인 상태에서 일정한 각속도 $\Omega = 150 \text{ rad/s}$ 로 구동되며, 동역학해석시 초기위치일 때 $\theta = 0$ 이다.

로드는 동일한 12개의 보요소로 모델링되었다. 이때 유니버설 조인트와 연결되는 절점이 1번 절점이고 구형관절과 연결되는 절점이 13번 절점이다. 반력이 있는 방향의 자유도가 계면자유도이므로 $U_{x1}, U_{y1}, U_{z1}, U_{x13}, U_{y13}, U_{z13}$ 을 계면자유도로 선택하여 사용하였다. DADS에 의한 동역학해석에 사용된 탄성모드의 조합은 6N, 2N1C, 6N1C, 2K5A등이며 편의상 고정계면모드의 정규모드를 N, 구속모드를 C, 자유계면모드의 정규모드를 K, 잔류부착모드를 A로 표시하였다.

계면자유도를 모두 고정하여 구한 6개의 정규모드와 종방향 계면자유도 각각에 대하여 구한 2개의 구속모드를 직교화하여 강체모드를 제거한 6N1C의 탄성모드와 진동수가 Table 1에 제시되어 있다. 6N 또는 2N1C의 경우는 Table 1에 제시된 6개의 정규모드를 또는 최저차 2개의 정규모드와 구속모드를 사용하였다. 계면자유도를 모두 자유롭게 하여 구한 강체모드를 제외한 2개의 정규모드와 계면자유도 각각에 대하여 구한 6개의 잔류부착모드를 직교화하여 2차 종방향 신장모드를 제거한 2K5A의 탄성모드와 진동수가 Table 2에 제시되어 있다.

5.3 해석결과

Fig. 3은 DADS 시뮬레이션의 결과로 유니버설 조인트에서 로드로 전달되는 x방향 즉 종방향 동하중을 탄성모드의 조합에 따라 나타난 것으로 6N의

Table 1 Fixed-interface modes and its frequencies

Mode	Frequency(Hz)	Mode shape
N1	131.93	1st vertical bending
N2	131.93	1st lateral bending
N3	527.11	2nd vertical bending
N4	527.11	2nd lateral bending
N5	1183.41	3rd vertical bending
N6	1183.41	3rd lateral bending
C1	9200.72	1st axial extension

Table 2 Free-interface modes and its frequencies

Mode	Frequency(Hz)	Mode shape
K1	292.78	1st vertical bending
K2	292.78	1st lateral bending
A1	827.63	2nd vertical bending
A2	827.63	2nd lateral bending
A3	1624.63	3rd vertical bending
A4	1624.63	3rd lateral bending
A5	9200.72	1st axial extension

경우와 같이 정규모드만 사용한 경우 종방향 신장 모드가 포함되지 않았기 때문에 종방향 진동효과가 나타나지 않음을 알 수 있다. 그러나 2NIC의 경우는 종방향효과가 나타나지만 6NIC 또는 2K5A에 비해서 부정확함을 알 수 있다. 또한 6NIC와 2K5A는 각각 동일한 1개의 종방향 신장모드와 비슷한 3개의 굽힘모드를 사용했기 때문에 종방향 동하중이 거의 일치하고 있다.

Fig. 4는 유니버설 조인트로부터 로드로 전달되

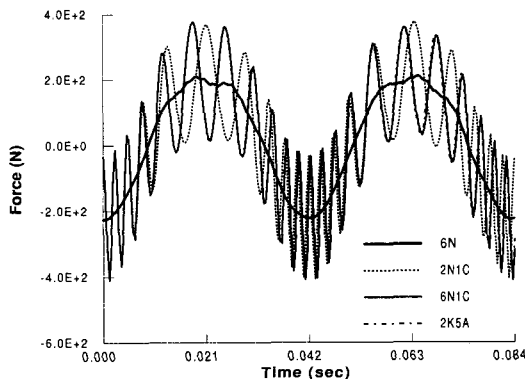


Fig. 3 Time history of axial force on the flexible rod at the universal joint

는 y방향 즉 수직방향 동하중 결과로서 주로 굽힘 모드의 영향을 받기 때문에 6N, 2K5A의 경우 모두 비슷함을 알 수 있다.

Fig. 5는 2K5A의 탄성모드를 사용한 경우의 DADS 동하중 결과를 입력하여 MSC/NASTRAN을 이용하여 구한 로드 중앙점의 종방향 변위로서 모드가속도법(MAM)으로 과도응답해석을 수행하면 시간이 경과함에 따라서 강제운동편위가 발생하나 개발된 DMAP Alter를 사용하는 수정된 모드가속도법(MMAM)의 경우에는 강제모드에 의한 변위가 제거된 순수한 탄성변위만 나타남을 알 수 있다.

Fig. 6은 2K5A의 DADS 동하중 결과를 입력하여 구한 로드 중앙점의 수직방향 변위이다. 모드가 속도법 및 수정된 모드가속도법으로 얻어진 결과가 거의 일치하고 있다.

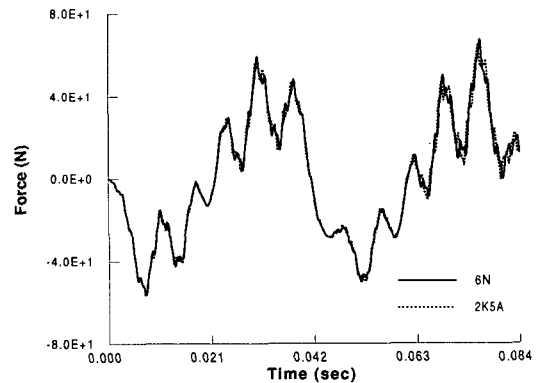


Fig. 4 Time history of vertical force on the flexible rod at the universal joint

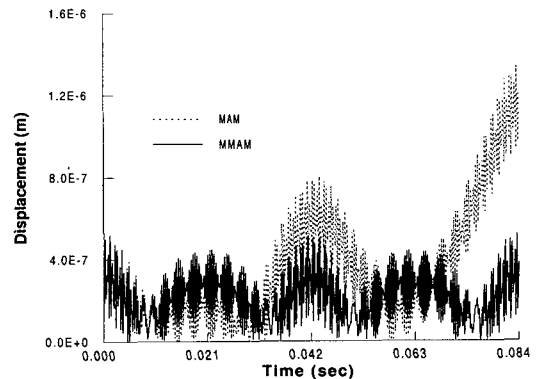


Fig. 5 Time history of axial displacements of the rod center

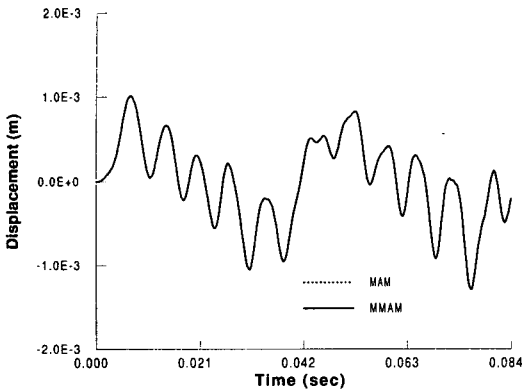


Fig. 6 Time history of vertical displacements of the rod center

Fig. 7은 2K5A의 DADS 동하중 결과를 입력하여 구한 로드 중앙단면 상단부의 동응력 결과이다. 시간이 경과함에 따라서 모드가속도법 및 수정된 모드가속도법으로 얻어진 결과가 차이가 남을 알 수 있다.

6. 결론

유연다물체 동역학해석시 정적모드로서 부착모드를 사용하는 경우에는 정규모드와 질량행렬에 대하여 직교하는 잔류부착모드를 사용해야 적은 수의 모달좌표를 사용하여 유연물체의 변형을 구할 수 있다. 기존의 DADS Revision 8.0에서는 잔류부착모드를 사용하려면 유한요소로 모델링된 유연물체의 전체 강성행렬을 따로 IP에 넣어준 후 잔류부착모드를 구하므로 유한요소 모델이 클 경우에는 잔류부착모드를 구하는데 어려움이 뒤따른다. 그러나 본 연구에서는 DMAP Alter를 개발하여 MSC/NASTRAN에서 잔류부착모드 또는 관성제거 잔류부착모드와 반력결과를 직접 구하여 DADS Revision 8.5의 DFBT에 넣어줌으로써 보다 적은 양의 데이터로 효율적인 동역학해석을 가능하게 하였다.

또한 MSC/NASTRAN의 모드가속도법을 사용하여 불구속계의 과도응답해석을 수행할 때 생기는 강제운동 편위의 존재를 확인하였고, 강제운동을 발생시키는 관성하중을 제거하여 순수한 탄성변위만을 구하여 동응력의 오차를 감소시키는 수정된 모드가속도법을 제안하고 MSC/NASTRAN의 모드

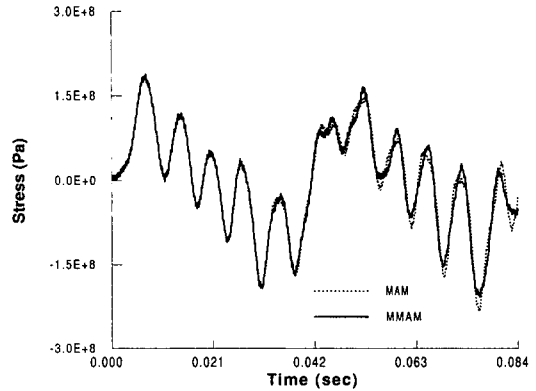


Fig. 7 Stress at the upper point on the cross section at the rod center

가속도법을 DMAP Alter를 사용하여 개선한 수정된 모드가속도법을 사용하여 동응력을 계산할 수 있었다.

참고문헌

1. Roy R. Craig, Jr., Structural Dynamics - An Introduction to Computer Method, John Wiley & Sons, 1981.
2. CADSI, DADS/Flex Manual Revision 8.5, Computer Aided Design Software Inc., 1997.
3. D. Bella and M. Reymond, Editors, MSC/NASTRAN DMAP Module Dictionary Version 68, The Macneal-Schwendler Corporation.
4. W. S. Yoo and E. J. Haug, "Dynamic of Articulated Structures, Part I: Theory," Journal of Structural Mechanism, Vol. 14, No. 1, pp. 105-126, 1986.
5. M. Papadrakais, Solving Large-scale Problems in Mechanics, John Willey & Sons, 1993.
6. G. Sitton, MSC/NASTRAN Basic Dynamic Analysis USER'S GUIDE Version 69, The Macneal-Schwendler Corporation, 1997.

부록1. 관성제거 잔류부착모드를 위한 MSC/NASTRAN Version 70용 입력카드

```
ASSIGN OUTPUT2='ff_2k5a_st.op2' UNIT=11
ASSIGN OUTPUT4='ff_2k5a_st.mgg' UNIT=12
ASSIGN OUTPUT4='ff_2k5a_st.srf' UNIT=13
```



```

SOL 112          $ SOLUTION SEQUENCE SPECIFICATION
$-----
COMPILE subDMAP=SEMTRAN SOUIN=MSCSOU
ALTER 'DO WHILE'(1,-1) $ Before DO WHILE in SEMTRAN routine
$
FILE DADSFRC=APPEND $
FILE OUGV1=APPEND $
$
ALTER 'ENDDO $ LOOPFLAG'(1,-1) $
COPY UPT/UPTX $
MODTRL UPTX//178// $
MPYAD KJJ,UPTX,/DADSFRC/ $
APPEND DADSFRCX,/DADSFRC/2 $
$
APPEND QPT,/OUGV1/2 $
$
ALTER 'ENDDO $ LOOPFLAG'(1,0) $ After ENDDO in SEMTRAN routine
OUTPUT4 DADSFRC,...//1/13 $
OUTPUT4      ...//2/13 $
OUTPUT2 OUGV1,...//0/11 $
OUTPUT2      ...//9/11 $
... 중략 ...
PARAM,DDRMM,-1
PARAM,MODACC,1
ENDDATA
    
```

부록2. 수정된 모드가속도법을 위한 MSC/NASTRAN Version 70용 입력카드

```

ASSIGN OUTPUT2 = 2k5a_mmam.op2', UNIT = 12
SOL 112
$-----
COMPILE subDMAP=DISPRS SOUIN=MSCSOU
ALTER 'MPYAD'(3,-1) $ before DISPRS LINE29 is executed
FILE UHF1=OVRWRT $
TYPE PARM,,I,N,NOR=6,NOH=12,NTIME=841,ITIME=0,NCOLX $
NCOLX=3*NTIME $
COPY UHF1/UHF1X $
FILE CP=APPEND $
... 중략 ...
TRNSP CP/CPT $
PARTN UHF1,CPT,RP/A11,A21,A12,A22/1 $
MATMOD A11,...,A110,/2//1.0E30 $
MERGE A110,A21,A12,A22,CPT,RP/UHF1/1 $
ALTER 'ENDIF $ NORSET=>0'(1,0) $ AFTER DISPRS LINE45 is executed
COPY UHF1X/UHF1 $
CEND
ECHO = NONE
DLOAD = 2
TSTEP = 4
$
METHOD = 5
$
SET 6 = 7
... 중략 ...
PARAM,DDRMM,-1
PARAM,MODACC,1
ENDDATA
    
```