

비축대칭 전후방압출공정의 UBET해석

이희인*, 김진규*, 황범철*, 배원병**

A UBET Analysis of Non-axisymmetric Forward and Backward Extrusion

Hee In Lee*, Jin Kyu Kim*, Bum Chul Hwang*, and Won Byong Bae**

ABSTRACT

A UBET analysis has been carried out to predict the forming load and the extruded length of forward and backward extrusion of hexagonal and trochoidal wrench bolts. For the upper bound analysis, a kinematically admissible velocity field is proposed. From the proposed velocity field, the upper bound load and the average length of the extruded billets are determined by minimizing the total energy consumption rate which is a function of unknown velocities and parameters at each element. Experiments are carried out with antimony-lead billets at room temperature using hexagonal and trochoidal shaped punches. The theoretical predictions of the forming load and the extruded length are in good agreement with the experimental results.

Key Words : forward and backward extrusion(전후방압출), UBET(상계요소법), forming load(성형하중), extruded length(압출길이),

기호설명

a, b = half lengths of major and minor axes in the cross-section

H = height of the neutral plane

m = friction constant at die-material interface

N_1 = No. of symmetric axes of a hexagonal shape

N_2 = No. of symmetric axes of a trochoidal shape

R, θ , Z = cylindrical coordinates

R_0 = radius of a container

R_h = hexagonal shape function with respect to θ

R_{ic} = radius of a orifice

R_t = trochoidal shape function with respect to θ

T = distance between punch and die

U_0 = punch velocity

U_{rij} = the velocity component of the j-th element in the cylindrical coordinates at i-th stage

$V_{B(i)}$ = backward extrusion velocity at i-th step

$V_{F(i)}$ = forward extrusion velocity at i-th step

β = angle between the tangent and the direction of the tangential velocity component at a point of the shear boundary in the cross-section forward

* 부산대학교 대학원 정밀기계공학과

** 부산대학교 기계공학부 / 기계기술연구소

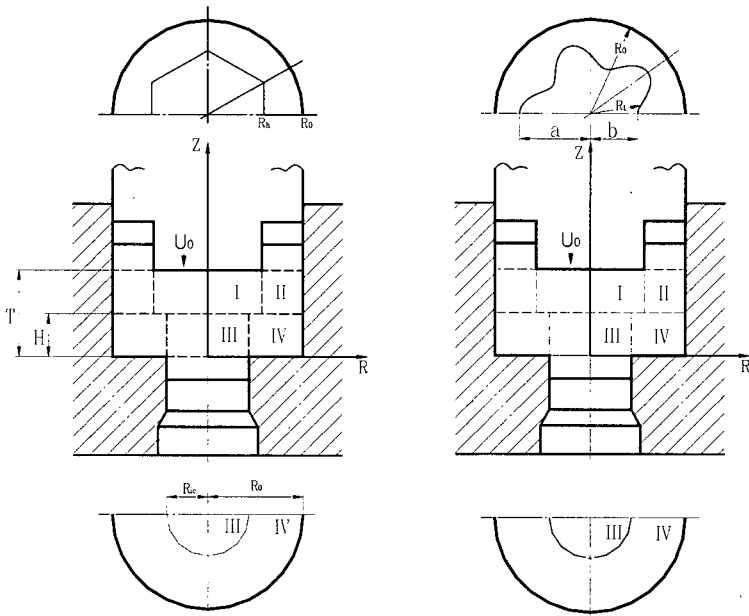


Fig. 1 A general scheme of stage I in the forward and backward extrusion process of hexagonal and trochoidal shapes

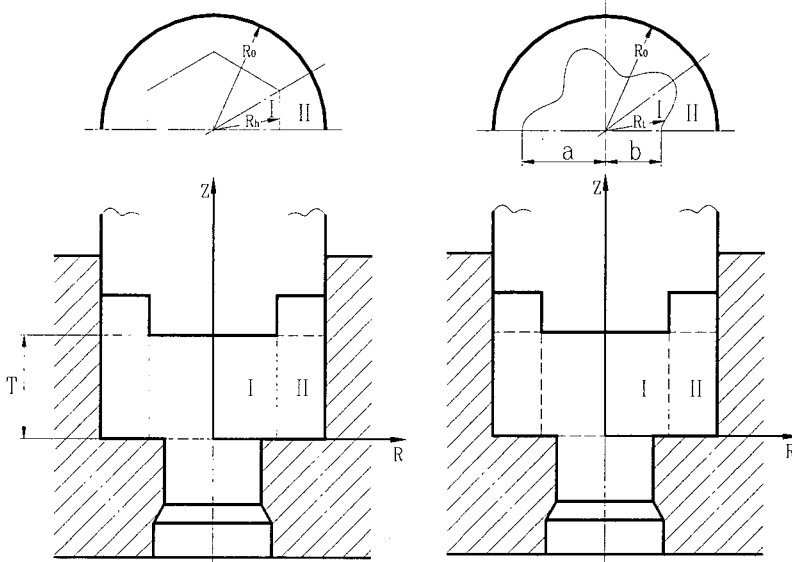


Fig. 2 A general scheme of stage II in the forward and backward extrusion process of hexagonal and trochoidal shapes

Table 1 The kinematically-admissible velocity fields of a hexagonal shape for stage I

Element No.	U_{R_i}	U_{θ_i}	U_{Z_i}
I	$\frac{U_0 R}{2T} \left(1 + \frac{d\omega_1}{d\theta} \right)$	$-\frac{U_0}{T} R \omega_1(\theta)$	$-\frac{U_0}{T} Z$
II	$\frac{R}{2(T-H)} \left(U_0 \frac{d\omega_2}{d\theta} - \frac{U_0}{T} H - V_B \right) + \frac{C_1}{R}$	$-\frac{U_0}{T-H} R \omega_2(\theta)$	$\frac{1}{T-H} \left[\left(V_B + \frac{U_0}{T} H \right) Z - (V_B + U_0) H \right]$
III	$\frac{1}{2} \left(\frac{U_0}{T} + \frac{V_F}{H} \right) R$	0	$-\left(\frac{U_0}{T} + \frac{V_F}{H} \right) \cdot Z + V_F$
IV	$\frac{U_0 R}{2T} + \frac{C_2}{R}$	0	$-\frac{U_0}{T} Z$
Variable(Pseudo-independent parameters) : P_1, P_2, A_1, A_2, H $\omega_1(\theta) = R_{ih}^{P_1} \cdot \theta \cdot A_1 \sin \langle n_1 \cdot \theta \rangle, \omega_2(\theta) = R_{ih}^{P_2} \cdot \theta \cdot A_2 \cdot \sin \langle n_2 \cdot \theta \rangle$ $C_1 = U_0 \frac{R_{ih}^2 R_0^2}{R_0^2 - R_{ih}^2} \left[\frac{1}{2T} \left\{ 1 + \frac{d\omega_1}{d\theta} - 2\omega_1(\theta) \cdot \tan \theta \right\} - \frac{1}{T-H} \left\{ \frac{d\omega_2}{d\theta} - \frac{H}{T} - \omega_2(\theta) \cdot \tan \theta \right\} \right]$ $C_2 = -\frac{U_0 R_0^2}{2T}, V_F = -\frac{R_0 U_0}{R_{ic} T} H$			

Table 2 The kinematically-admissible velocity fields of hexagonal and trochoidal shapes for stage II

Element No.	$U_{R_{ii}}$	$U_{\theta_{ii}}$	$U_{Z_{ii}}$
I	$\frac{1}{2} \left(\frac{V_F}{T} - \frac{U_0}{T} \right) \cdot R$	0	$-\frac{(V_F - U_0)}{T} \cdot Z + V_F$
II	$\frac{U_0 R}{2T} + \frac{C_3}{R}$	0	$-\frac{U_0}{T} Z$
$V_F = U_0 \cdot \left(\frac{R_0}{R_{ic}} \right)^2, C_3 = -\frac{U_0 R_0^2}{2T}$			

여기서, 속도경계조건 $R=0$ 에서 $U_R=0$ 을 대입하여 C_1 을 구하고, 식을 정리하면

$$U_{R11} = \frac{U_0 R}{2T} \left(1 + \frac{d\omega_1}{d\theta} \right) \quad (4)$$

요소 II에서는 중립면에서 Z방향의 속도가 요소 I과 같다고 가정하였으므로 아래의 속도경계조건, $Z=H$ 에서 $U_{Z12} = U_{Z11} = -\frac{U_0}{T} H$

$$Z=H \text{에서 } U_{Z12} = U_{Z11} = -\frac{U_0}{T} H$$

$$Z=T \text{에서 } U_{Z12} = V_B$$

을 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$U_{Z12} = \frac{1}{T-H} \left[\left(V_B + \frac{U_0}{T} H \right) Z - (V_B + U_0) H \right] \quad (5)$$

여기서, 요소 I에서와 같이 θ 방향의 속도를 가정하

면,

$$U_{\theta12} = -\frac{U_0}{T-H} R \omega_2(\theta) \quad (6)$$

위 식들을 체적일정조건에 대입후 적분하면,

$$U_{R12} = \frac{R}{2(T-H)} \left(U_0 \frac{d\omega_2}{d\theta} - \frac{U_0}{T} H - V_B \right) + \frac{C_1}{R}$$

여기에 아래의 경계조건을 대입하여 미지의 항을 구하면,

$R=R_0$ 에서 $U_R=0$ 을 대입하면,

$$V_B = \frac{2(T-H)}{R_0^2} C_1 + U_0 \left(\frac{d\omega_2}{d\theta} - \frac{H}{T} \right) \quad (7)$$

$R=R_{ih}$ 에서

$$U_{R11} \cos \theta + U_{\theta11} \sin \theta = U_{R12} \cos \theta + U_{\theta12} \sin \theta$$

Table 3 The kinematically-admissible velocity fields of a trochoidal shape for stage I

Element No.	U_{R_i}	U_{θ_i}	U_{Z_i}
I	$\frac{U_0 R}{2T} \left(1 + \frac{d\omega_1}{d\theta}\right)$	$-\frac{U_0}{T} R\omega_1(\theta)$	$-\frac{U_0}{T} Z$
II	$\frac{R}{2(T-H)} \left(U_0 \frac{d\omega_2}{d\theta} - \frac{U_0}{T} H - V_B\right) + \frac{C_1}{R}$	$-\frac{U_0}{T-H} R\omega_2(\theta)$	$\frac{1}{T-H} \left[\left(V_B + \frac{U_0}{T} H\right) Z - (V_B + U_0) H \right]$
III	$\frac{1}{2} \left(\frac{U_0}{T} + \frac{V_F}{H}\right) R$	0	$-\left(\frac{U_0}{T} + \frac{V_F}{H}\right) Z + V_F$
IV	$\frac{U_0 R}{2T} + \frac{C_2}{R}$	0	$-\frac{U_0}{T} Z$

Variable(Pseudo-independent parameters) : P_1, P_2, A_1, A_2, H
 $R_i(\theta) = \frac{1}{2} [(a+b) - (a-b) \cos \langle N \cdot \theta \rangle]$ (as shown in Fig. 3),
 $\omega_1(\theta) = R_i^{P_1} \cdot \theta \cdot A_1 \sin \langle n_1 \cdot \theta \rangle$, $\omega_2(\theta) = R_i^{P_2} \cdot \theta \cdot A_2 \cdot \sin \langle n_2 \cdot \theta \rangle$,
 $\beta = \psi - \frac{\pi}{2}$, $\psi = \tan^{-1} \left(\frac{R \cdot d\theta}{dR} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{R}{dR} \right)$, $V_B = \frac{2(T-H)}{R_0^2} C_1 + U_0 \left(\frac{d\omega_2}{d\theta} - \frac{H}{T} \right)$, $V_F = -\frac{R_0 U_0}{R_{ic} T} H$
 $C_1 = U_0 \frac{R_0^2 R_0^2}{R_0^2 + R_i^2} \left[-\frac{1}{T} \left(1 + \frac{d\omega_1}{d\theta}\right) - \frac{1}{T} \omega_1 \tan \psi + \frac{1}{T-H} \omega_2 \tan \psi \right]$

을 대입하면,

$$C_1 = U_0 \frac{R_{ih}^2 R_0^2}{R_0^2 - R_{ih}^2} \left[\frac{1}{2T} \left\{ 1 + \frac{d\omega_1}{d\theta} - 2\omega_1(\theta) \cdot \tan \theta \right\} - \frac{1}{T-H} \left\{ \frac{d\omega_2}{d\theta} - \frac{H}{T} - \omega_2(\theta) \cdot \tan \theta \right\} \right] \quad (8)$$

을 구할 수 있다.

요소 III에서 Z방향 속도를 선형적으로 가정후, 아래의 속도경계조건을 이용하여 U_Z 를 구한다.

$$Z=0 \text{ 에서 } U_Z = V_F$$

$$Z=H \text{ 에서 } U_{Z13} = U_{Z1}$$

그러므로,

$$U_{Z13} = -\left(\frac{U_0}{T} + \frac{V_F}{H}\right) Z + V_F \quad (9)$$

θ 방향은 축대칭형상에서 0이다.

R방향은 체적일정조건에 대입하면,

$$U_{R13} = \frac{1}{2} \left(\frac{U_0}{T} + \frac{V_F}{H}\right) R \quad (10)$$

요소 IV에서 Z방향의 속도를 아래의 경계조건을 사용하여 가정한다.

$$Z=0 \text{ 에서 } U_{Z4} = 0$$

$$Z=H \text{ 에서 } U_{Z4} = -\frac{U_0}{T} H$$

$$\text{그러므로, } U_{Z4} = -\frac{U_0}{T} Z \quad (11)$$

θ 방향의 속도성분은 0이다.

R방향은 체적일정조건에 대입하면,

$$U_{R14} = \frac{U_0 R}{2T} + \frac{C_2}{R} \quad (12)$$

C_2 의 값은 경계조건을 대입하면,

$$R=R_0 \text{ 에서 } U_{R14} = 0$$

$$\text{그러므로, } C_2 = -\frac{U_0 R_0^2}{2T} \quad (13)$$

$$R=R_{ic} \text{ 에서 } U_{R14} = U_{R13}$$

$$V_F = -\frac{R_0 U_0}{R_{ic} T} H \quad (14)$$

(2) 육각형의 2단계 속도장

2단계에서는 후방압출공정이 끝난 후 전방압출만 일어나는 단계로서 전방압출부의 축대칭형상에 대해서만 고려하면 된다.

요소분할은 총 2개의 요소로 분할할 수 있다. 속도장의 유도는 1단계와 동일한 방법으로 행해지

Table 4 Chemical compositions of antimony-lead

Composition		Sn	Sb	Cu	As	Fc	Zn	Al	Pb
Mass %	Max.	1.2	7	0.5	1.2	0.1	0.05	0.01	Rem.
	Min.	0.8	5	0.1	0.75	-			

며 유도한 2단계의 속도장은 Table 2에 제시한다.

(3) 트로코이드형상의 속도장

육각형상의 1단계의 속도장과 동일한 방법으로 유도하여 정리한 속도장은 Table 3과 같다.

2단계 속도장은 육각형상의 속도장과 동일하다 (Table 2).

2.3 상계해

상계이론은 강-완전소성체의 변형에 관한 동적 가용속도장에서 가공에 필요한 에너지율인 J^* 값을 최소로 하는 것이다.

$$J^* = \Sigma \dot{W}_i + \Sigma \dot{W}_s + \Sigma \dot{W}_f \quad (15)$$

내부변형에너지소비율 \dot{W}_i 는 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{W}_i = \bar{\sigma}_m \int \bar{\epsilon} dV \quad (16)$$

전단에너지소비율 \dot{W}_s 는 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{W}_s = \frac{\bar{\sigma}_m}{\sqrt{3}} \int_S |\Delta v_s| dS \quad (17)$$

여기서, $|\Delta v_s|$ 는 전단경계면에서의 속도불연속량이다.

마찰에너지소비율 \dot{W}_f 는 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{W}_f = m \frac{\bar{\sigma}_m}{\sqrt{3}} \int_{S_f} |\Delta v_{s_f}| dS_f \quad (18)$$

여기서, $|\Delta v_{s_f}|$ 는 마찰경계면에서의 속도불연속량이고, m 은 다이와 재료 사이의 마찰상수이다.

본 연구에서는 요소분할시의 경계조건을 육각형상의 경우 육각형상과 축대칭형상을 30°의 대칭축을 기준으로 하였으며,

트로코이드형상의 경우 트로코이드형상과 축대칭형상을 36°의 대칭축을 기준으로 하여 전단에

너지소비율과 마찰에너지소비율을 계산하였다.

3. 실험

3.1 실험소재

실험소재는 안티몬 납을 사용하였고, 소재의 성분은 Table 4에 나타난다.

소재의 물성치를 알기 위하여 원통 압축실험을 한 결과 응력-변형률 관계식은 아래와 같다.

$$\bar{\sigma} = 36.1 \bar{\epsilon}^{0.1806} \quad (19)$$

3.2 실험장치 및 방법

실험은 50ton 유압프레스에 금형을 설치하고, 스트로크에 따른 하중을 측정하기 위해 변위측정기에 로드셀(정격용량 30ton)을 설치하였다.

펀치와 다이의 재질은 탄소강(S45C)을 사용하였다. 실제품실험은 무윤활 상태에서 하였으며 마찰 상수값은 링압축시험을 통하여 0.4의 값을 얻었다. 또한 스트로크에 따른 변형을 보기 위하여 2mm단위로 변화시키며 실험하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 성형 하중

스트로크에 따른 성형하중은 Fig. 4, 5에 나타난다. 육각형상의 경우, 스트로크가 5mm까지는 완만히 상승하고, 6mm이후부터 성형하중이 크게 증가하는 것을 알 수 있다. 이는 Fig. 8의 실제품의 변형양상에서 보듯이 육각 부분의 성형완료후 전방압축이 시작되면서 거의 선형적인 하중의 증가세를 보여주고 있다. 이론치와 실험치가 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 트로코이드형상의 경우 역시 육각형상의 경우와 유사한 결과를 보인다.

4.2 압출 길이

스트로크에 따른 압출길이는 Fig. 6, 7에 나타난다. 해석 및 실험에서 스트로크 6mm에서 1단계공

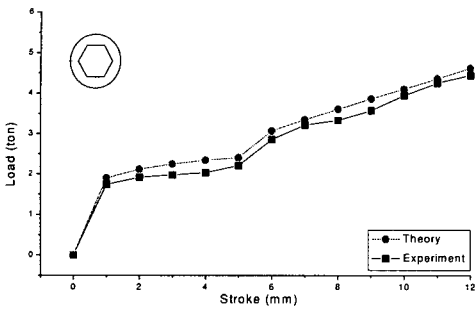


Fig. 4 Load-Stroke curves of the hexagonal shape

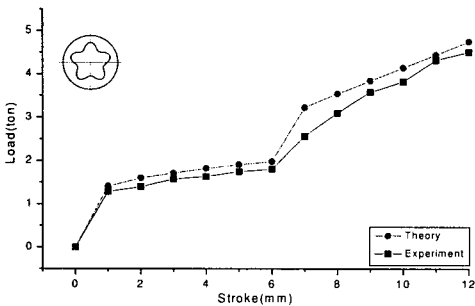


Fig. 5 Load-Stroke curves of the trochoidal shape

정의 후방압출이 완료되고, 그 이후는 전방압출이 진행되어 전방압출길이가 계속 증가한다. 후방압출된 길이의 이론치는 실험치와 잘 일치한다. 전방압출부의 길이는 약 1~2.5mm 정도의 오차를 보이는데, 이것은 전방압출부의 최고높이를 기준으로 측정하였기에 전방압출부의 끝단의 벌집현상에 기인한다. 스트로크의 후반부의 오차값의 감소는 금형에서의 추출과정의 충격으로 인한 것이다.

4.3 변형 양상

편치의 스트로크 변화에 따른 소재의 유동형태와 중립면의 이동양상을 관찰하고자 분할한 소재에 그리드를 새겨넣었다. 중립면의 위치를 그리드의 변형을 통해 육안으로 확인할 수 있다. 스트로크에 따른 육각형의 변형형태를 Fig. 8에 나타낸다. 중립면(Fig. 8의 아래 점선)은 스트로크가 증가함에 따라 점점 높이가 낮아지며 기준면(Fig. 8의 실선)으로 이동한다. 전방압출이 끝나면서 중립면은 기준면과 접하게 된다.

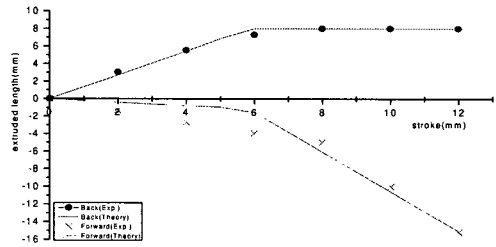


Fig. 6 Extruded length - stroke curves of the hexagonal shape

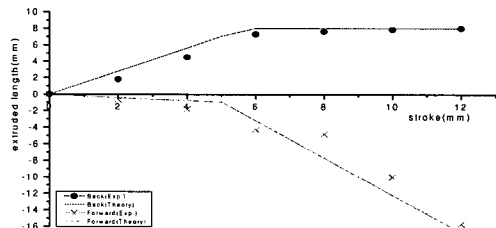


Fig. 7 Extruded length - stroke curves of the trochoidal shape

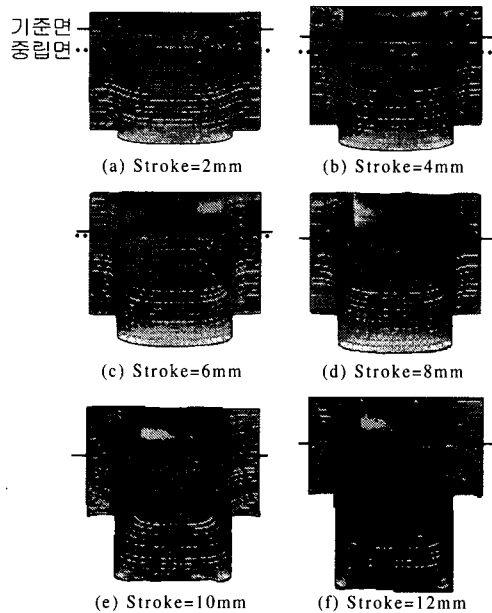


Fig. 8 variation of the flow pattern with respect to punch stroke in a hexagonal shape

5. 결론

비축대칭 전후방압출공정의 육각 및 트로코이드 형상 렌치볼트의 성형공정을 UBET로 해석하기 위한 동적가용속도장을 제안하고, 제안된 속도장을 이용하여 성형하중, 압출길이를 예측하였다. 이론 해석의 타당성을 검증하기 위하여 안티몬납을 사용하여 실험한 결과 실험치와 이론치가 잘 일치하였다.

그러므로, 제안된 속도장은 육각 및 트로코이드 형상 렌치볼트의 성형해석에 편리하게 사용할 수 있다고 생각한다.

참고문헌

1. K. Lange, Handbook of metal forming, McGraw-Hill, 1985.
2. B. Avitzur, W.C. Hahn, Jr, and M. Mori, "Analysis of Combined Backward-Forward Extrusion," J. Engng. Ind., Trans ASME, Vol. 98, No. 2, pp. 438-445, 1976.
3. N.R. Chitkara, and M.A. Butt, "Combined Rod and Tube Extrusion : Numerical Solution of Axi-symmetric Slip-line Fields and Associated Velocity Fields," Int. J. Mech. Sci., Vol. 39, No. 4, pp. 435-454, 1997.
4. K. Kuzman, E. Pfeifer, N. Bay, and J. Hunding, "Control of Material Flow in a Combined Backward Can - Forward Rod Extrusion," J. Mat. Proc. Tech., Vol. 60, pp. 141-147, 1996.