

최소해밍거리를 이용한 트렐리스 부호화된 M-ary PSK의 성능 향상

Performance Enhancement of Trellis Coded M-ary PSK using Minimum Hamming Distance

은도현 · 조훈상* · 이순흠**

Do-Hyun Eun* · Hoon-Sang Cho* · Sun-Heum Lee**

적 요

본 논문은 부가 백색 가우시안 잡음 채널에서 M-ary PSK 트렐리스 부호화 변조기법의 비트 오차 성능을 향상시키기 위하여 기존의 심볼사상방법에 비해 개선된 오류특성을 나타낼 수 있는 새로운 심볼사상방법을 제안하고 그 성능향상을 확인한 내용을 담고 있다. 본 논문에서 제안된 새로운 심볼사상방법은 셋분할하는 경우 유클리드 거리뿐 아니라 해밍거리도 고려한 심볼사상방법으로 본 방법에 의한 성능향상을 기존 방식과 비교하여 수식을 이용한 분석과 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 검증하였다.

Abstract

This paper proposes new symbol mapping method that can enhance the performance of trellis coded M-ary PSK compared with conventional symbol mapping methods in AWGN environment.

Since the basic criteria of TCM design is Maximum Euclidean distance in AWGN, conventional symbol mapping method keep this basic criteria. In this paper, proposed new symbol mapping method uses both Euclidean distance and Hamming distance to design, while conventional methods make use of only optimal Euclidean distance. New symbol mapping method show the better BER performance than the other through computer simulation and error equations.

I. 서 론

디지털 이동통신 환경에서 사용 가능한 주파수 대역폭과 송신전력은 일반적으로 제한되어 있으며, 이 두 요소는 신호품질 및 가입자 수용용량에 직결되는 사항이다. 따라서 증가추세의 가입자를 수용하고 서비스 품질을 개선하기 위해서 보다 효과적인 신호전송기술이 요구된다. 전송품질을 향상하기 위해서는 신호의 에너지를 증가하거나 채널코딩방법

이라는 두가지 방식이 주로 사용된다. 신호 에너지의 증가는 비용면에서 문제가 되며, 채널코딩의 문제는 코딩에 의한 리던던시의 증가로 인한 사용 주파수 대역폭의 증가로 채널용량의 감소를 가져오게 된다는 단점을 가지고 있다. 따라서 신호 에너지의 증가나 신호대역의 증가없이 신호품질을 향상시킬 수 있는 방법에 대한 연구가 요구되어 왔다. 채널코딩과 변조를 접목한 기법을 사용하여 신호에너지 및 신호대역폭의 증가없이 신호품질을 향상시킬 수

*안양과학기술대학교 전기전자통신학부(School of Electrical Electronic and Communication Engineering, Anyang Technical College)

**순천향대 전기전자공학부(School of Electrical and Electronic Engineering, Soonchunhyang University)

***순천향대 정보기술공학부(Division of Information Technology Engineering, Soonchunhyang University)

· 논문 번호 : 20001219-146

· 수정완료일자 : 2001년 2월 19일

가 있는 트렐리스 부호화 변조(Trellis Coded Modulation; TCM)가 1976년에 처음 제안된 이래 많은 연구가 진행되어오고 있다^{[1],[2]}. 이러한 연구 결과는 주로 컴퓨터 통신에 이용되는 유선 모뎀에 적용되어 14,400 bps, 28,800 bps, 55,600 bps 등과 같은 고속 정보전송에 이용되고 있다^[7]. 일반적으로 컨볼루션 부호의 최적 설계기준은 부호화된 심볼간의 최대 해밍거리(Hamming distance)가 되도록 설계하는 것이며, Ungerboeck이 제안한 TCM의 설계기준은 부호화된 심볼간 최대 유클리드거리(Euclidean distance)가 되도록 설계한다^{[3],[4]}.

본 논문에서 TCM에 오류 정정능력을 향상시키기 위하여 유클리드 거리와 해밍 거리를 함께 고려한 새로운 심볼 사상방법을 제안하였으며, 그 검증으로서 오류수식과 컴퓨터 모의실험툴인 SPW를 사용하였다. 본 논문의 구성으로 II장에서는 TCM에 대한 개요를 다루며, III장에서는 심볼사상방법에 대하여 설명을 하며, IV장에서는 각 심볼사상방법에 대한 오류수식의 상한값과 컴퓨터 모의실험을 보여 주며, 마지막으로 V장에서 결론을 제시한다.

II. 트렐리스 부호화 기법(TCM)의 개요

트렐리스부호화 변조기법(Trellis Coded Modulation)은 부호화율이 $m/(m+1)$ 인 컨볼루션 부호와 변조기법이 결합된 형태로 기존의 코딩기법을 사용하면서 발생하는 불필요한 비트, 즉 리던던시(redundancy)로 인한 데이터 전송효율의 감소를 방지할 수 있는 변조기법이다. 주파수 대역이 제한된 환경에서의 트렐리스부호화 변조기법의 주된 장점은 대역폭의 희생 없이 부호화 이득을 얻을 수 있다는 것이다^[1~3]. 이 변조기법의 구조는 다음과 같다. m 개의 비트가 부호화기에 입력되어 발생하는 $(m+1)$ 개의 부호화된 출력 비트가 맵핑(mapping)기를 통해서 2^{m+1} 개의 심볼중 한 개로 할당하는 방법으로 구현된다. 여기에서 각 신호 간격에 m 개의 비트를 전송하기 위해서 2^{m+1} 개의 신호셋이 사용된다^[2].

m 개의 정보비트 ($a_n^{(1)}, a_n^{(2)}, \dots, a_n^{(m)}$)가 부호화에 입력되면, $\widehat{m} \leq m$ 비트는 부호화율이 $\widehat{m}/(\widehat{m}+1)$ 이진컨볼루션 부호화기를 통해서 $\widehat{m}+1$ 개의 비트

로 부호화되고, 나머지 $m - \widehat{m}$ 개의 비트는 부호화되지 않고 직접, 부호화된 비트와 함께 맵핑(mapping)기에 입력된다. 이때, $m - \widehat{m}$ 개의 비트는 병렬천이를 야기한다. ($\widehat{m}+1$)개의 컨볼루션 부호화의 출력 비트는 확장된 2^{m+1} 개의 가능한 부분셋(subset) 중에서 한 개를 선택하는 데 이용되고, 부호화되지 않은 $m - \widehat{m}$ 개의 비트는 이 부분셋에 있는 $2^{m-\widehat{m}}$ 개의 심볼중에서 한 개를 선택하는 데 이용된다. 트렐리스 부호화 변조기법에서의 트렐리스도의 상태(state) 수는 부호화기의 메모리 수에 결정된다. ν 개의 메모리를 갖는 부호화기는 2^ν 개의 상태 수를 갖는다. 트렐리스도에서 현재의 상태에서 다음 상태로의 가능한 경로 수는 부호화되지 않은 $m - \widehat{m}$ 개이다. TCM은 컨볼루션 부호와 변조기법(예: PSK)이 결합된 형태이기 때문에 오차성능은 심볼 사이의 유클리드 거리에 의해 결정된다. 특히 부가백색가우시안 잡음 채널에서는 유클리드 거리를 극대화하는 방향으로 부호화기 설계를 필요로 한다. 트렐리스도에서 자유유클리드 거리(free Euclidean distance)는 Δ_{m+1} 로 표시되는 병렬경로들 사이의 최단유클리드 거리와 병렬이 아닌 경로들 사이의 최단유클리드 거리 중에서 작은 것으로 정의되고, 식 (1)로 표시된다.

$$d_{free} = \min[\Delta_{m+1}, d_{free}(\widehat{m})] \quad (1)$$

AWGN 채널 환경에서의 비트 오차확률 상한값을 전달함수를 구하여 살펴보면 다음과 같다^[5].

$$P_b \leq \frac{1}{2m} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{d_{free}^2}{4N_0}} \right) e^{\frac{d_{free}^2}{4N_0}} \frac{\partial T(D, D)}{\partial D} \Big|_{D=1, D=e^{-\frac{1}{2\gamma}}} \quad (2)$$

d_{free}^2 : 자유 유클리드 거리의 제곱.

여기에서 m 은 전송 비트수이고 d_{free} 은 자유유클리드 거리이고 $T(D, D)$ 는 수정오차상태도 수식이다. 식 (2)는 AWGN 채널에서 TCM 성능이 유클리드 거리가 클수록 우수함을 보여준다.

III. 새로운 심볼 사상 방법

AWGN 채널환경 하에서 트렐리스 부호화 변조 기법을 적용할 때, 심볼 할당 규칙을 살펴보기로 하자. 8PSK에서 심볼 할당은 셋분할 규칙(set partition rule)을 따르게 된다^[3].

2^{m+1} 개로 할당된 심볼의 연속적인 셋분할은 일반적으로 최소 유클리드 거리가 증가하는 쪽으로 한다. 상태수 4인 8PSK 심볼의 셋분할은 그림 1로 표시된다. 그림 1의 연속적인 셋분할은 $\Delta_0 < \Delta_1 < \Delta_2$ 순서로 $(A) \rightarrow (A_0, A_1) \rightarrow (A_{00}, A_{10}, A_{01}, A_{11})$ 이루어진다. 셋분할은 1개의 심볼이 남을 때까지 계속 진행된다^{[5],[8]}.

심볼사상방법중 자연 심볼할당방법(natural symbol mapping method)은 단순히 반시계방향으로 순차적인 심볼할당이 이루어지는 사상방법이다. 자연 심볼할당방법을 8PSK에 적용한 경우의 셋분할도는 그림 2 (a)에서 나타났듯 인접한 부호화된 심볼비트 차이가 한 개에서 최대 세 개까지 나타나게 된다. 이것은 전송채널을 통과한 결과 비트가 최대 세 개의 오차를 가질 수 있다는 것을 의미하며 그만큼 성능 저하 가능성을 내포하게 된다고 말할 수 있다. 최적의 유클리드 거리만을 고려한 자연 심볼할당방법의 성능 저하를 개선하기 위해, 셋 분할 후 심볼 할당의 경우, 각각의 셋 내의 유클리드 거리뿐만 아

니라 입력의 해밍거리 최소화하는 방향으로 입력 심볼을 할당하는 심볼할당방법을 제안하였다. 그 근거로 식 (2)에서 살펴보면 입력 비트의 차가 전달함수의 값에 큰 영향을 끼치게 된다. 그러므로 전달함수의 각 가지값에 곱해지는 입력 비트의 차가 전체 전달함수에 미치는 영향이 최소가 되도록 셋분할 단계중 첫 단계인 (A_0, A_1) 단계에서 $(A_0), (A_1)$ 의 입력 비트의 신호셋이 Gray 심볼할당이 되도록 신호셋을 구성하였다. 트렐리스도를 생각해 보면 인접한 심볼 사이의 실제 비트 차이는, 현재의 상태에서 다음 상태로 신호가 전이될 때 신호셋 $(A_0), (A_1)$ 의 각각의 심볼에 사상된 비트 차이이다. 즉 신호셋 $(A_0), (A_1)$ 내에서의 인접 심볼간 입력 비트차가 비트쌍 오율(pairwise bit error rate)에 주로 영향을 미친다고 볼 수 있다. 그러므로 신호셋 $(A_0), (A_1)$ 의 각각의 네 개의 인접 입력 비트 차이가 1이 되게 설계하면 더 좋은 성능이 나타날 것이다. 이런 점에 착안하여 기존의 자연 심볼할당방법과 다른 신호셋 $(A_0), (A_1)$ 의 각각의 인접 입력 비트 차이가 1이 되도록 심볼을 할당한 새로운 심볼할당방법을 제안하게 되었다.

새로운 심볼사상방법을 적용한 8 PSK의 신호좌(signal constellation)는 그림 2(b)와 같다.

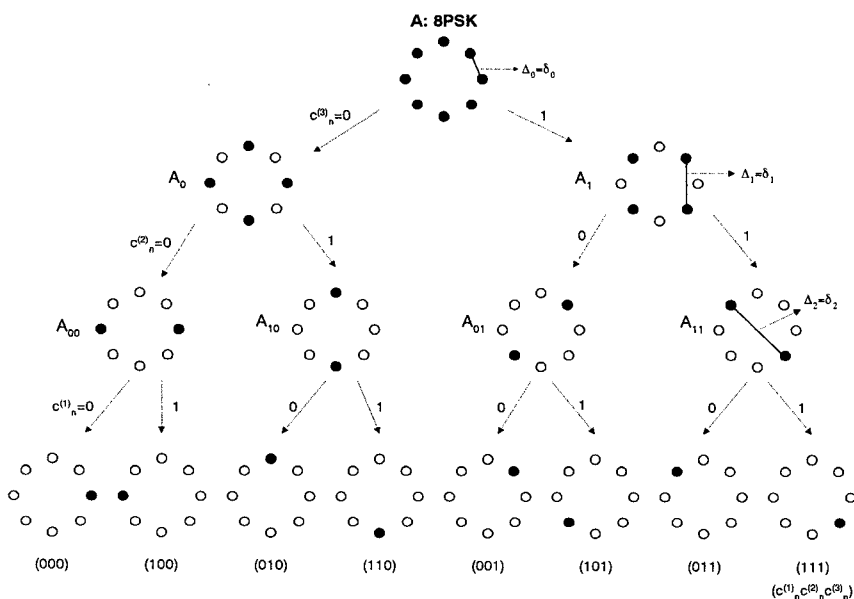


그림 1. 8 PSK의 셋분할도

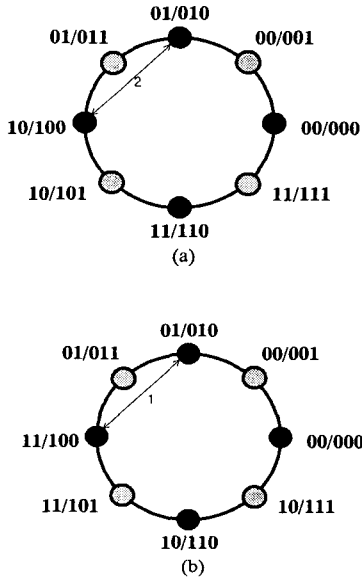


그림 2. 8 PSK의 신호좌. (a)자연사상방법, (b)새로 제안한 방법

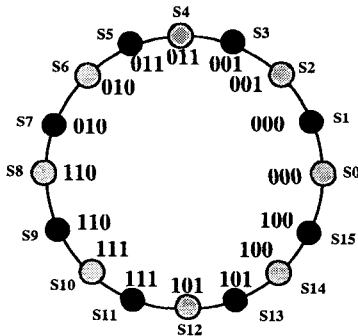


그림 3. 첫 번째 제안된 방법(16 PSK)

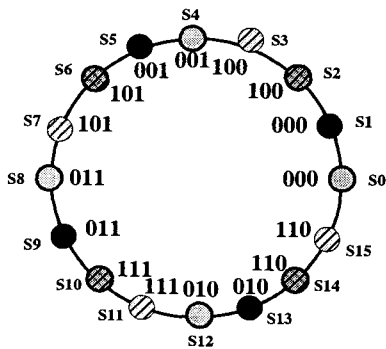


그림 4. 두 번째 제안된 방법(16 PSK)

8-PSK와 동일한 심볼할당규칙에 따라 새로운 심볼사상방법을 16 PSK에 적용해 보면, 첫 번째 셋분할 단계(A0, A1, 각각 8개 심볼)에 입력비트를 Gray 배열을 적용한 심볼사상 방식(그림 3)과 두 번째 셋분할(A00, A01, A02, A03; 각각 4개의 심볼)에서 각 셋에 적용한 경우(그림 4)로 표현할 수 있다. 그림 3과 4에서 같은 동심원 밖의 신호(S1~S16)은 출력신호를, 안쪽 신호(000~111)는 입력비트를 의미하며, 같은 색깔과 무늬는 같은 셋분할을 의미한다. 32 PSK 경우도 16 PSK처럼 두가지 경우에 대해 적용하였으며 그 그림은 지면 관계상 생략한다.

IV. M-ary PSK TCM에 대한 오차 수식 및 컴퓨터 시뮬레이션

기존 방식에 대한 새로운 심볼사상방법의 성능향을 비트 오차율의 상한값(upper bound)에 대한 수식 (2)를 이용하여 8 PSK의 경우를 살펴보면 다음과 같다.

우선 각각의 심볼사상방법에 대한 비트 오차율의 상한값 계산을 위해 그림 5의 상태수 4인 8 PSK의 수정 오차상태도(modified error-state diagram)를 이용하여 생성함수(generating function)를 구하면 식 (3)과 같이 된다^[5].

$$T(D, D) = \frac{t_1[t_2 t_3 + t_4(1 - t_6)]}{(1 - t_6)(1 - t_4 t_5) - t_2 t_3 t_5} \quad (3)$$

트렐리스 상에서도 자유 유클리드 거리를 구할 수 있지만, 생성함수가 구해지면 생성함수로부터도 자유 유클리드 거리를 구할 수 있다. 식 (4)에 생성함수로부터 자유 유클리드 거리를 구하는 방식이 나와 있다^{[4],[5]}.

$$d_{free}^2 = \lim_{D \rightarrow 0} \frac{\partial T(D, D)}{\partial D} \bigg|_{D=1} \quad (4)$$

먼저 자연 심볼사상방법에 대하여 수식을 구하기 위해서 수정된 오류상태도(Modified error state diagram)와 그림 6을 보고 가지값(branch labels)을 구하면 아래 식 (5)와 같다.

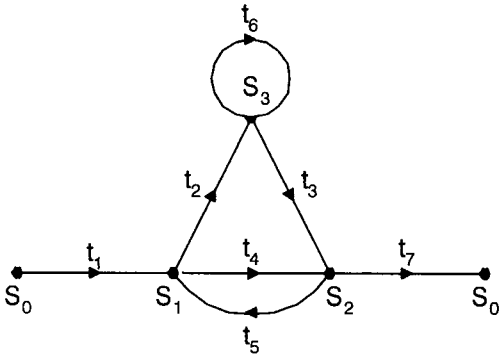


그림 5. 수정 오차상태도(Modified error-state diagram).

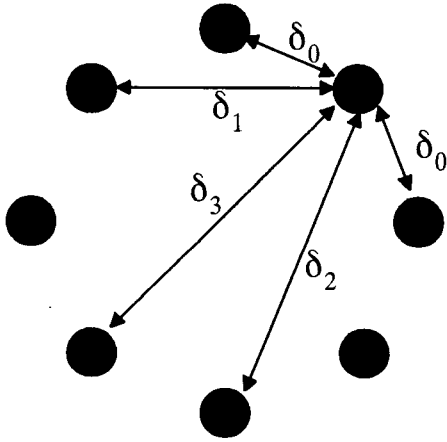


그림 6. 8 PSK 신호좌 및 유클리드 거리

$$\begin{aligned}
 t_1 &= IF(010, D) + I^2 F(110, D) = (I + I^2)D^{\delta_1} \\
 t_2 &= IF(011, D) + I^2 F(111, D) = \frac{1}{2}(I + I^2)(D^{\delta_2} + D^{\delta_3}) \\
 t_3 &= F(011, D) + IF(111, D) = \frac{1}{2}(1 + D)(D^{\delta_2} + D^{\delta_3}) \\
 t_4 &= F(001, D) + IF(101, D) = D^{\delta_2} + ID^{\delta_3} \\
 t_5 &= I + I^2 F(100, D) = I + I^2 D^{\delta_2} \\
 t_6 &= F(001, D) + I^2 F(101, D) = ID^{\delta_2} + I^2 D^{\delta_3} \\
 t_7 &= F(010, D) + IF(110, D) = (1 + D)D^{\delta_1}
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

이를 위의 생성함수에 대입한 후 \$I\$값에 대하여 편미분한 후 \$I=1\$, \$D=e^{-\frac{1}{4N_0}}\$, \$\delta_0^2=0.586E_s\$, \$\delta_1^2=2E_s\$, \$\delta_2^2=3.414E_s\$, \$\delta_3^2=4E_s\$, \$d_{free}=2\sqrt{E_s}\$를 대입하여 전개하면, 비트 오차율의 상한값은 식 (6)과 같이 표현된다.

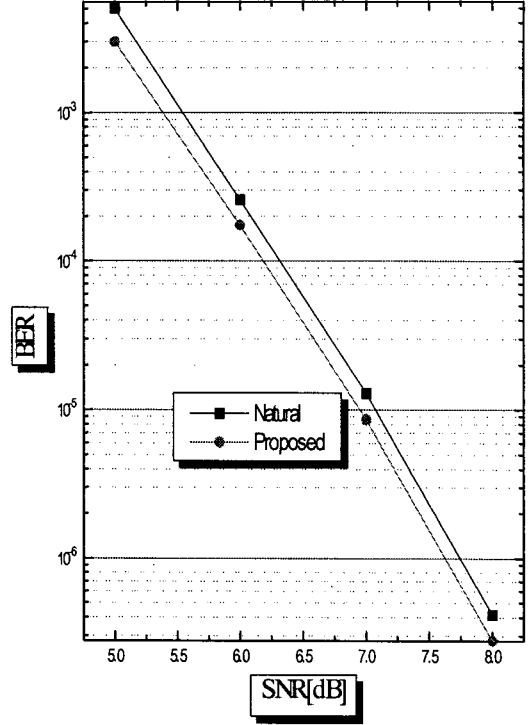


그림 7. 8 PSK 수식 결과

$$P_b \leq \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial T(D, D)}{\partial I} \Big|_{I=1}, D = e^{-\frac{1}{4N_0}}
 \tag{6}$$

이 경우 가장 주요한 오류 이벤트(error event)를 나타내는 가지값(branch label) \$t_1, t_7\$의 값이 작아질 수록 전체의 값이 감소함을 알 수 있다.

새로운 심볼사상방법도 같은 방식으로 가지값을 식 (7)에 나타내었다.

$$\begin{aligned}
 t_1 &= IF(010, D) + IF(110, D) = 2ID^{\delta_1} \\
 t_2 &= IF(011, D) + IF(111, D) = I(D^{\delta_2} + D^{\delta_3}) \\
 t_3 &= IF(011, D) + IF(111, D) = I(D^{\delta_2} + D^{\delta_3}) \\
 t_4 &= F(001, D) + I^2 F(101, D) = D^{\delta_2} + I^2 D^{\delta_3} \\
 t_5 &= I + I^2 F(100, D) = I + I^2 D^{\delta_2} \\
 t_6 &= F(001, D) + I^2 F(101, D) = D^{\delta_2} + I^2 D^{\delta_3} \\
 t_7 &= IF(010, D) + IF(110, D) = 2ID^{\delta_1}
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

끝으로 각각의 심볼사상에 따른 가지값(branch labels)을 구한 후 식 (6)을 이용하여 신호대 잡음비에 따른 비트 오차율의 상한값을 계산하였다.

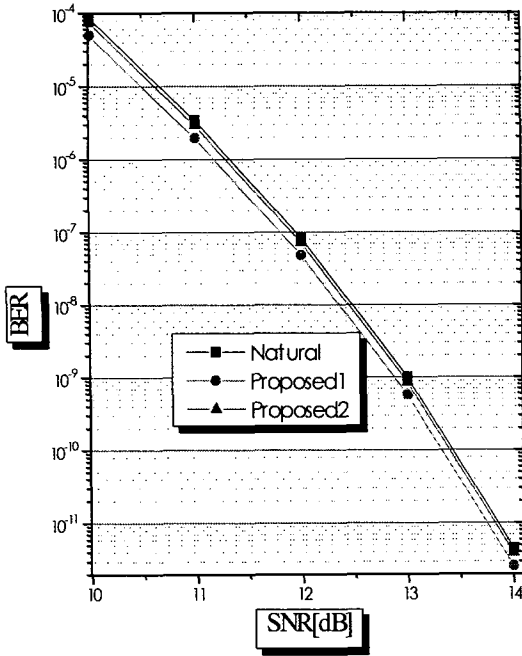


그림 8. 16 PSK 수식결과

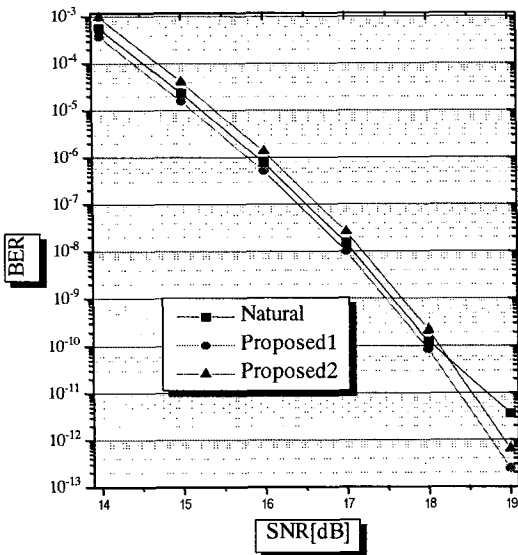


그림 9. 32 PSK 수식 결과

식 (5)와 식 (7)을 살펴보면 미분을 한 후 I 의 값에 1을 대입할 때, 전달함수에 큰 영향을 끼치는 t_1, t_2 의 값이 크게 감소함을 알 수 있다. 8 PSK의

경우 각각의 심볼사상방법의 BER성능을 그림 7에 도시하였다. 그림 7은 앞절의 수식 (2)에서부터 구한 비트오차율의 상한값을 보여주고 있다. 식 (5)는 높은 신호대 잡음비(SNR)에서 근사화한 식이므로 0 dB에서 3 dB에서는 오차범위를 벗어나므로 근사화에 적합한 4 dB에서 8 dB 경우만 도시하였다.

위와 동일한 방법으로 제안된 새로운 심볼사상방법을 M-ary PSK(M=16,32)로 확장되는 경우에 대하여 오류수식을 구한 결과로 그림 8, 그림 9와 같다. M-ary PSK인 경우에도 새로운 심볼사상방법이 자연사상방법보다 더 우수한 비트오차 성능을 보여줄 수 있었다. 또한 첫 번째 셋분할(A0, A1)에서 최소 해밍거리가 되도록 배치하는 것(제안 1)이 가장 좋은 성능을 보여줄 수 있음을 그림 10과 11을 통해 알 수 있다.

수식에 의한 결과를 검증하기 위해 M-ary PSK의 경우 자연 심볼사상방법과 새롭게 제안한 방법을 기본으로 하여 상태수가 4이고 부호화율이 각각 2/3, 3/4, 4/5인 8 PSK, 16 PSK, 32 PSK 트렐리스 부호화 변조기법에 대하여 SPW(signal processing workstation)를 이용하여 모의실험을 수행하였다. 채널환경은 부가백색가우시안잡음(AWGN)환경으로,

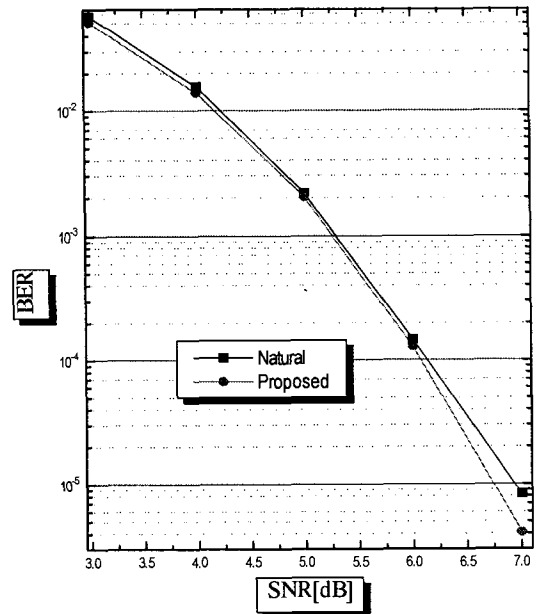


그림 10. 8 PSK 시뮬레이션 결과

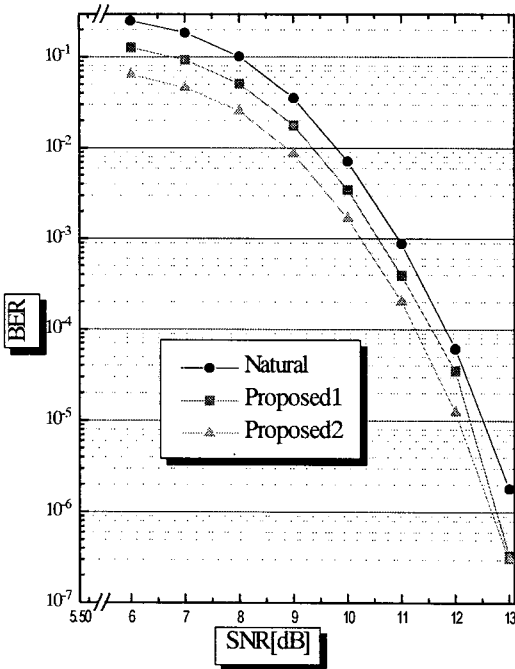


그림 11. 16 PSK 시뮬레이션 결과

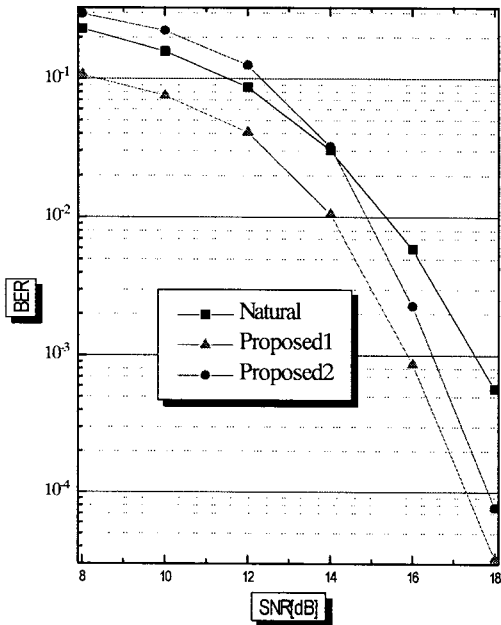


그림 12. 32 PSK 시뮬레이션 결과

트렐리스 부호화 변조기법 복호기에서의 오류정정을 위한 진행 경로 길이(Truncation path length)는

구속장 K 의 5배로 설정하였다.

각 심볼사상방법을 적용한 M-ary PSK에 대한 컴퓨터 모의 실험 결과를 살펴보면 다음과 같다.

8 PSK의 경우 새로운 심볼사상방법을 적용한 경우가 자연 심볼사상방법을 적용한 경우에 비해 성능향상이 있음을 확인할 수 있었다. 16 PSK와 32 PSK에 각각 적용한 경우 역시 처음 셋분할시 입력 비트의 Gray배열을 한 새로운 심볼방식(Proposed1)이 기존의 방식에 비해 성능이 향상됨을 검증할 수 있다. 이들 결과는 그림 10(8 PSK), 그림 11(16 PSK), 그림 12(32 PSK)에 각각 나와 있다. 모의실험 결과 수식결과와 같이 새로운 심볼사상방법이 M-ary PSK의 경우에도 비트 오차 성능을 향상시킴을 확인할 수 있었다.

V. 결 론

본 논문은 대역폭의 증가없이 오류정정을 제공할 수 있는 부호화 기법과 변조기법이 통합된 M-ary PSK 트렐리스 부호화 변조기법의 성능향상에 주안점을 두고 있다.

AWGN 채널 환경 하에서 M-ary PSK 트렐리스 부호화 변조기법의 성능향상을 위해 새로운 심볼사상방법을 적용하여 수식과 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

유클리드 거리만을 고려한 기존의 심볼사상방법에 비해 유클리드 거리와 입력 비트의 해밍 거리를 함께 고려하여 각각의 처음 신호셋 내에서 입력의 해밍 거리가 최소차(비트차 1) 되게 제안한 새로운 심볼사상방법이 트렐리스부호화된 M-ary PSK의 성능을 보다 더 향상시킬 수 있음을 확인하였다. 본 심볼방식을 적용한 TCM방식은 현재 유선통신 뿐만 아니라 차세대 이동통신에도 적용될 수 있으리라 생각된다.

참 고 문 헌

- [1] G. Ungerboeck and I. Csajka, "On improving data-link performance by increasing the channel alphabet and introducing sequence coding," 1976 Int. Symp. Inform. Theory, Ronneyby,

Sweden, June, 1976.

- [2] G. Ungerboeck, "Trellis-coded modulation with redundant signal sets-Part I: Introduction," *IEEE Communications Magazine*, vol. 25, no. 2, Feb., 1987.
- [3] G. Ungerboeck, "Trellis-coded modulation with redundant signal sets-Part I: State of the art," *IEEE Communications Magazine*, vol. 25, no. 2, Feb., 1987.
- [4] G. D. Forney, "Convolutional Codes II : Maximum Likelyhood Decoding", *IEEE Trans. Inf. Control*, vol. 25. pp. 222-266, Jul., 1974.
- [5] S. Hamidreza Jamili, Tho Le-Ngoc, *Coded-Modulation Techniques for Fading Channel*. Boston : Kluwer Academic Publishers, 1994.
- [6] G. Ungerboeck, "Channel coding with multilevel/Phase signals., *IEEE Trans. Information Theory*, vol. IT-28, pp. 55-67, Jan., 1982.
- [7] 정홍량, "Trellis-coded Modulation : Its Fundamentals and Applications".
- [8] Biglieri Divsalar and Simon, *Introduction to Trellis -Coded Modulation with Applications*, Macmillan Publishing Company, 1991.

은 도 현



1992년 2월: 고려대학교 전자공학과(공학사)
 1995년 8월: 고려대학교 전자공학과(공학석사)
 1999년 8월: 고려대학교 전자공학과(공학박사)
 1998년 3월~현재: 안양과학대 전

임강사

[주 관심분야] 이동통신, 위성통신, 코딩이론

이 순 흠



1983년 2월: 고려대학교 전자공학과(공학사)
 1985년 2월: 고려대학교 전자공학과(공학석사)
 1989년 8월: 고려대학교 전자공학과(공학박사)
 1989년 3월~1991년 8월: 안양전

문대 전임강사

1991년 9월~1993년 8월: 순천향대학교 정보통신공학과 전임강사

1993년 9월~1997년 8월: 순천향대학교 전기전자공학부 조교수

1997년 9월~현재: 순천향대학교 정보기술공학부 부교수

[주 관심분야] 컴퓨터 통신, 이동통신

조 훈 상



1997년 8월: 고려대학교 산업정보대학원(공학석사)
 2000년 8월: 순천향대학교 전기전자공학부 정보통신대학원 박사과정

[주 관심분야] 이동통신, 변복조이론