

# 상관된 레일레이 페이딩채널에서 비동기 송신 다이버시티 시스템 성능해석

## Performance Analysis of Noncoherent Transmit Diversity System over Correlated Rayleigh Fading Channel

여민기 · 한영열

Min-Ki Yeo · Young-Yearl Han

### 요약

고속무선 이동 통신에서 가장 문제가 되는 것이 전파의 다중경로에 의한 페이딩 잡음이며, 이러한 페이딩의 문제점을 이동성을 보장하면서도 효율적으로 해결할 수 있는 방법이 최근 제안된 STTD(Space Time Transmitter Diversity)기법이다<sup>[1],[2]</sup>. STTD방법은 2개의 송신안테나와 1개의 수신안테나로 쉽게 2차의 다이버시티를 제공할 수 있다. 본 논문에서는 상관된 레일레이 페이딩 채널환경에서 적용될 수 있는 확률밀도함수를 유도하고 이 유도된 확률밀도함수를 이용하여 비동기 M-ary FSK, DPSK 및 ASK 송신 다이버시티 시스템의 정확한 오류확률을 유도하고 그 성능을 비교 분석한다.

### Abstract

Signal Fading due to multipath propagation severely impairs the performance of high speed mobile communication systems. Effective diversity scheme for fading channel is STTD(Space Time Transmitter Diversity) method. This scheme is very simple and using 2 transmit antennas and 1 receive antenna provides a diversity order of two<sup>[1],[2]</sup>. In this paper, we derive the new probability density function of the envelope of the received signal over correlated Rayleigh fading channel.

Using the new pdf of the envelope we analyze the performance of noncoherent M-ary FSK, DPSK and ASK STTD(Space Time Transmitter Diversity) a system on correlated Rayleigh fading channel.

### I. 서론

인터넷의 급속한 보급과 정보화 사회로 급격한 변혁은 보다 신속하고 신뢰성 있는 통신기술을 요구하고 있으며 이러한 요구는 과거의 아날로그 통신시스템보다 월등히 우수한 디지털 이동통신의 보급을 촉진시키고 있다. 보다 나은 양질의 통신서비스를 제공하기 위하여 차세대 이동 통신은 다양한 소비자 욕구를 수용할 수 있는 통신방식이어야 하

며, 물론 전력과 대역폭의 효율성까지도 함께 고려되어 설계되어야 한다. 고속의 이동 통신환경에서 전파의 다중 전송로로 인한 페이딩 현상은 시스템 성능에 중대한 영향을 미친다. 백색 가우스 잡음환경하에서 오류확률을 오류확률로 줄이기 위해서는 일반적으로 1~2 dB의 신호대 잡음비(Signal to Noise Ratio)가 요구되지만 페이딩환경에서는 10 dB의 이상의 신호대 잡음비가 요구된다고 알려져 있다<sup>[1],[2]</sup>. 이러한 페이딩에 대한 대책으로 일반적으로

「이 논문은 한양대학교 2000년도 교내 연구비에 의해 수행된 과제임.」  
한양대학교 전자통신공학과(Dept of Electronic Comm. Engineering, Hanyang University)  
· 논문 번호 : 20000907-102  
· 수정완료일자 : 2000년 11월 13일

널리 알려진 방법이 다이버시티(diversity)수신 기법이다. 이 기법은 임의의 시간에 있어서 공간상이나 주파수상으로 충분히 떨어져 있는 경로에서는 페이딩이 동시에 발생하지 않는다는 통계적 성질을 이용하고 있다.

다이버시티 기법으로는 공간 다이버시티(space diversity)와 같은 고전적 기법을 비롯하여 편파 다이버시티(polarization diversity), 시간 다이버시티(time diversity), 주파수 다이버시티(frequency diversity)가 있으며 합성기법으로는 스위치합성(switche combining), 선택성 합성(selection combining), 동일이득 합성(equal gain combining), 최대비 합성(maximal ratio combining) 등이 알려져 있다.

그러나 이러한 다이버시티 기법을 실현하는데 복수개의 수신 안테나를 사용했어야 하므로 간단하고 가격이 저렴해야 하는 휴대용 단말기에 적용하기에는 적합하지 못한 단점이 있었다. 다이버시티 성능을 그대로 유지하면서도 단말기 복잡도를 거의 증가시키지 않는 방법인 STTD(Space Time Transmitter Diversity) 기법이 최근 제안되었다. 이 방식은 이동통신의 기지국(Base Station)에는 복수개의 송신안테나를 사용하지만 이동단말기에는 1개의 안테나를 사용하는 방식이다.

본 논문에서는 II장에서 STTD기법에 대해 살펴보고, III장에서 STTD기법을 사용할 경우 발생하는 두 송신 안테나로부터 상관된 수신신호가 레일레이 페이딩과 협대역 가우스 잡음을 겪을 경우 포락선(Envelope)의 확률밀도함수를 유도하고, 유도된 확률밀도함수의 타당성을 검토하며, IV장에서는 유도된 확률밀도함수를 이용하여 비동기 M-ary FSK(Frequency Shift Keying), DPSK(Differential Phase Shift Keying) 및 ASK(Amplitude Shift Keying)오울식을 새로운 방법으로 유도하고 그 성능 및 타당성을 비교 분석한다.

## II. STTD 기법

STTD방식은 최초로 협대역 통신시스템 적용을 목적으로 제안되었으며, 최근에는 광대역 CDMA(Wideband Code Division Multiple Access) 시스템 적용을 목적으로 ETSI, ARIB에서 국제규격으로 채

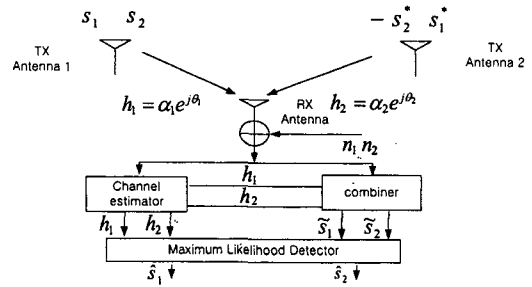


그림 1. STTD기법의 블럭도

Fig. 1. Block diagram of STTD scheme.

택되고 있다. 그림 1은 STTD 기법의 블럭도를 보여주고 있다.

시간  $t$ 에서 송신 안테나 1과 송신안테나 2에 대한 복소 승 왜곡(Complex Multiplicative Distortion)을 각각  $h_1(t)$ ,  $h_2(t)$ 라 하고, 페이딩이 두 연속적인 심벌에 걸쳐서 상수로 가해진다고 가정하면

$$\begin{aligned} h_1(t) &= h_1(t+T) = h_1 \\ &= \sum_{i=1}^L \alpha_{1,i} = \sum_{i=1}^L |\alpha_{1,i}| e^{j\theta_{1,i}} \\ h_2(t) &= h_2(t+T) = h_2 \\ &= \sum_{i=1}^L \alpha_{2,i} = \sum_{i=1}^L |\alpha_{2,i}| e^{j\theta_{2,i}} \end{aligned} \quad (1)$$

로 나타낼 수 있다.

여기서  $T$ 는 심벌의 주기(Symbol Duration) 이고  $\alpha_{j,i}$ 는  $j$ 번째 송신안테나로부터 수신된  $i$ 번째 다중 전송로로 가해진 Rayleigh 잡음을 표시하고 있으며,  $L$ 은 수신 전송로의 총 수이다. 그러면 수신 신호는 아래 식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} r_1 &= r_1(t) = h_1 s_1 - h_2 s_2^* + n_1 \\ r_2 &= r_2(t) = h_1 s_2 + h_2 s_1^* + n_2 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $r_1$ ,  $r_2$ 는 각각 시간  $t$ 와  $t+T$ 에서 수신 신호이고,  $n_1$ ,  $n_2$ 는 백색가우스잡음(Additive White Gaussian Noise)을 나타낸다.

송신된 신호  $s_1$ ,  $s_2$ 에 대한 이동단말기에서 수신한 신호  $\tilde{s}_1$ ,  $\tilde{s}_2$ 는 아래식과 같이 처리되어 합성된다.

$$\begin{aligned} \tilde{s}_1 &= h_1^* r_1 + h_2^* r_2 = \sum_{i=1}^L (|a_{1,i}|^2 + |a_{2,i}|^2) s_1 \\ &\quad + a_{1,i}^* n_{1,i} + a_{2,i}^* n_{2,i} \\ \tilde{s}_2 &= -h_2^* r_1 + h_1^* r_2 = \sum_{i=1}^L (|a_{1,i}|^2 + |a_{2,i}|^2) s_2 \\ &\quad + a_{2,i}^* n_{2,i} + a_{1,i}^* n_{1,i} \end{aligned} \quad (3)$$

이 된다. 식 (3)은 최대비 합성방법과 동일한 결과를 얻을 수 있음을 보여주고 있다<sup>[2]</sup>.

### III. Rayleigh 환경에서 두 송신 안테나로부터 상관된 수신신호의 포락선 확률밀도 함수

다중경로 페이딩 채널에서 수신신호를 통계적으로 표현하는 모델로서 가장 보편적으로 적용되는 모델이 Rayleigh분포이다. 보다 빠르고 신뢰성 있는 광대역 무선통신방식에 적용하기 위해서 기지국에 복수개의 안테나를 사용하는 STTD방식이 검토되고 있으며 ETSI, ARIB에서 규격화 되고 있다. 이 경우 두 송신 안테나로부터 송신된 신호는 서로 상관되어 수신기에 도달하게 되며, 기지국에서 두개의 송신안테나로부터 나누어 신호가 송출되므로 각 송신 출력은 반이 된다. Rayleigh 페이딩채널에서 상관된 수신신호의 순간 SNR(Instantaneous SNR)  $\gamma_1, \gamma_2$ 에 대한 포락선의 결합 확률밀도함수 (Joint Probability Density Function)는 식 (4)와 같이 주어진다<sup>[3]</sup>.

$$\begin{aligned} f(\gamma_1, \gamma_2) &= \frac{1}{R^2(1-\rho^2)} e^{-\frac{\gamma_1+\gamma_2}{R(1-\rho^2)}} \\ &\cdot I_0\left(\frac{2\rho}{R(1-\rho^2)}\sqrt{\gamma_1\gamma_2}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $R = \frac{E(a^2)}{N_0} = \frac{2\sigma^2}{N_0}$  로  $\gamma_1, \gamma_2$ 의 평균 SNR이며, 수신신호의 순간 SNR  $\gamma = \frac{a^2}{N_0}$ 이며,  $\rho$ 는 두개의 송신안테나로부터 보내어져 수신된 수신신호의 상관계수이다.

두개의 송신안테나로부터 신호는 각각 반으로 나누어져 전송되므로  $R$ 대신에  $R/2$ 을 식 (4)에 대입하고, 수신기에서 더해진 수신신호  $\gamma(\gamma = \gamma_1 + \gamma_2)$ 에 대한 새로운 확률밀도함수는,  $\gamma_2$ 대신에  $\gamma - \gamma_1$ 을 식 (4)에 대입하고  $\gamma_1$  전 구간에 대하여 적분하면  $f(\gamma)$ 를 유도할 수 있다.

$$f(\gamma) = \int_0^\infty f(\gamma_1, \gamma - \gamma_1) d\gamma_1 \quad (5)$$

아래의 관계식 (6)의 관계식[4, pp 671]을 이용하여 식 (5)의 적분을 풀어 정리하면 식 (7)이 되고, 식 (4)의  $R$ 과  $\gamma$ 의 조건을 대입하고 정리하면 식 (8)의 결과식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_0^\infty AI_0(B\sqrt{\gamma x - x^2}) dx &= \int_0^\infty AJ_0(iB\sqrt{\gamma x - x^2}), \\ \int_0^z J_0(\sqrt{z^2 - x^2}) dx &= \sin z \end{aligned} \quad (6)$$

$$= \frac{1}{\rho R} \left[ e^{-\frac{2\gamma}{R(1+\rho)}} - e^{-\frac{2\gamma}{R(1-\rho)}} \right] \quad (7)$$

$$\begin{aligned} f(a) &= \frac{\alpha}{\rho \sigma^2} \left[ e^{-\frac{a^2}{\sigma^2(1+\rho)}} - e^{-\frac{a^2}{\sigma^2(1-\rho)}} \right], \\ \alpha &\geq 0, \quad 0 < \rho < 1 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $\rho$ 는 두 송신 안테나로부터 수신된 신호 사이의 상관계수(Correlation Coefficient)를 나타낸다.

식 (8)을 살펴보면 두 Rayleigh 분포의 차의 형태를 가지고 있다는 것을 알 수 있다.

가산성 백색가우시안 잡음  $n(t)$ 가 포함된 수신신호는 식 (9)와 같이 표현되는데 여기서 메시지 성분의 진폭  $A$ 가 식 (8)의 상관된 Rayleigh분포를 따르는 것으로 가정한다.

$$r(t) = A \cos \omega_c t + n(t) \quad (9)$$

식 (9)의 수신신호가 대역통과 여파기를 통과한 수신신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} y(t) &= A \cos \omega_c t + n_c \cos \omega_c t - n_s \sin \omega_c t \\ &= \sqrt{(A + n_c)^2 + n_s^2} \cos\left(\omega_c t + \tan^{-1} \frac{n_s}{A + n_c}\right) \\ &= R \cos(\omega_c t + \theta) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $R$ 과  $\theta$ 는 각각 포락선과 위상오류를 나타내고 있으며,  $n_c$ 와  $n_s$ 는 서로 독립이고 평균이 0이며 분산이  $\sigma_n^2$ 인 가우시안 잡음을 나타낸다.

여기서 새로운 변수  $x, y$ 를 아래와 같이 정의한다.

$$\left. \begin{aligned} x &= A + n_c = R \cos \theta \\ y &= n_s = R \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$A$ 와  $n_c$ 는 서로 독립이므로  $x$ 에 대한 확률 밀

도 함수는 두 확률 밀도 함수의 컨벌루션(convolution)이 된다<sup>[5]</sup>.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_a(a) f_{N_c}(x-a) da \\
 &= \int_0^{\infty} \frac{\alpha}{\rho \sigma^2} \left( e^{-\frac{\alpha^2}{\sigma^2(1+\rho)}} - e^{-\frac{\alpha^2}{\sigma^2(1-\rho)}} \right) \\
 &\quad \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\frac{(x-\alpha)^2}{2\sigma_n^2}} da \quad (12)
 \end{aligned}$$

$x$ 와  $y$ 가 서로 독립이므로 두 결합확률밀도함수 (Joint Probability Density function)는 두 확률밀도함수의 곱이 된다.

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= f(x)f(y) \\
 &= \frac{1}{2\pi\rho\sigma^2\sigma_n^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_n^2}} \left[ \int_0^{\infty} ae^{-\left\{\frac{1}{\sigma^2(1+\rho)} + \frac{1}{2\sigma_n^2}\right\}a^2 + \frac{x}{\sigma_n^2}a} da \right. \\
 &\quad \left. - \int_0^{\infty} ae^{-\left\{\frac{1}{\sigma^2(1-\rho)} + \frac{1}{2\sigma_n^2}\right\}a^2 + \frac{x}{\sigma_n^2}a} da \right] \quad (13)
 \end{aligned}$$

위 식으로부터 식 (11)의 관계를 이용하여  $R$ 과  $\theta$ 의 결합 확률 밀도 함수로 변환하면  $f(r, \theta) = f_{x,y}(x=r\cos\theta, y=r\sin\theta) |J|$ , 여기서

$$\begin{aligned}
 &= \frac{r}{2\pi\rho\sigma^2\sigma_n^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_n^2}} \left[ \int_0^{\infty} ae^{-\left\{\frac{1}{\sigma^2(1+\rho)} + \frac{1}{2\sigma_n^2}\right\}a^2 + \frac{r\cos\theta}{\sigma_n^2}a} da \right. \\
 &\quad \left. - \int_0^{\infty} ae^{-\left\{\frac{1}{\sigma^2(1-\rho)} + \frac{1}{2\sigma_n^2}\right\}a^2 + \frac{r\cos\theta}{\sigma_n^2}a} da \right] \quad (14)
 \end{aligned}$$

$J$ 는 Jacobian이다.

주변 확률 밀도 함수의 정의<sup>[5]</sup>에 의하여  $\theta$ 의 전 구간에 대해 식 (14)를 적분하면 포락선  $R$ 에 대한 확률 밀도 함수를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 f_R(r) &= \int_{-\pi}^{+\pi} f(r, \theta) d\theta \\
 &= \frac{r}{2\pi\rho\sigma^2\sigma_n^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_n^2}} \left[ \int_0^{\infty} ae^{-\left\{\frac{1}{\sigma^2(1+\rho)} + \frac{1}{2\sigma_n^2}\right\}a^2} \right. \\
 &\quad \cdot \int_{-\pi}^{\pi} e^{\frac{r\cos\theta}{\sigma_n^2}} d\theta da - \int_0^{\infty} ae^{-\left\{\frac{1}{\sigma^2(1-\rho)} + \frac{1}{2\sigma_n^2}\right\}a^2} \\
 &\quad \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} e^{\frac{r\cos\theta}{\sigma_n^2}} d\theta da \left. \right] \quad (15)
 \end{aligned}$$

Bessel 함수 정의에 의하여

$$\int_0^{\pi} e^{\pm\beta\cos x} dx = \pi J_0(i\beta) \text{ 이므로} \quad [4]$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{r}{\rho\sigma^2\sigma_n^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_n^2}} \left[ \int_0^{\infty} ae^{-\left\{\frac{1}{\sigma^2(1+\rho)} + \frac{1}{2\sigma_n^2}\right\}a^2} \right. \\
 &\quad \cdot J_0\left(j\frac{r\alpha}{\sigma_n^2}\right) da - \int_0^{\infty} ae^{-\left\{\frac{1}{\sigma^2(1-\rho)} + \frac{1}{2\sigma_n^2}\right\}a^2} \\
 &\quad \cdot J_0\left(j\frac{r\alpha}{\sigma_n^2}\right) da \left. \right] \quad (16)
 \end{aligned}$$

적분테이블[6, pp.716]에서 다음의 (17)의 관계식을 이용하여 식 (16)을 계산 정리하면

$$\int_0^{\infty} xe^{-\beta x^2} J_0(\gamma x) dx = \frac{1}{2\beta} e^{-\frac{\gamma^2}{4\beta}} \quad (17)$$

수신신호 포락선의 확률 밀도 함수는 식 (18)과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}
 f_R(r) &= \frac{1+\rho}{\rho} \frac{r}{\sigma^2(1+\rho)+2\sigma_n^2} e^{-\frac{r^2}{\sigma^2(1+\rho)+2\sigma_n^2}} \\
 &\quad - \frac{1-\rho}{\rho} \frac{r}{\sigma^2(1-\rho)+2\sigma_n^2} e^{-\frac{r^2}{\sigma^2(1-\rho)+2\sigma_n^2}} \quad (18)
 \end{aligned}$$

식 (18)은 상관된 Rayleigh 페이딩 환경하에서 백색가우시안 잡음이 더해진 수신신호의 포락선의 확률밀도 함수로서 식 (8)과 마찬가지로 두 Rayleigh 분포의 차의 형태로 표현됨을 알 수 있다.

확률밀도함수로서 타당함을 확인하기 위하여 포락선의 확률밀도함수를 포락선 전 구간에 대하여 적분하면

$$\int_0^{\infty} f_R(r) dr = \frac{1+\rho}{2\rho} - \frac{1-\rho}{2\rho} = 1 \quad (19)$$

이 됨을 쉽게 알 수 있으며, 확률밀도함수로서의 조건을 만족하고 있음을 보여주고 있다.

백색가우스 잡음전력이 존재하지 않을 경우 즉  $\sigma_n^2 \rightarrow 0$ 일 경우 식 (18)은 신호성분만의 식인 식 (8)과 동일하다는 것을 쉽게 알 수 있다.

또한 충분히 상관된 경우(Fully Correlated) 즉  $\rho \cong 1$ 인 경우 식 (18)은 Rayleigh 분포가 된다는 것도 알 수 있다. 즉 STTD기법을 사용하지 않았을 경우 수신신호의 포락선 확률밀도 함수는 Rayleigh 분포임을 확인할 수 있다.

위의 조건들은 Rayleigh 페이딩 및 백색 가우시안 잡음환경에서 유도된 포락선의 확률밀도함수가 pdf로서 타당함을 보여 주고 있다.

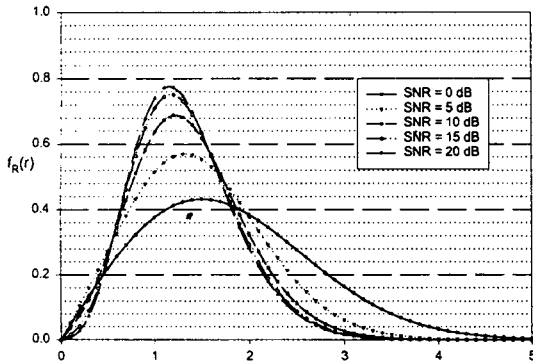


그림 2. 포락선의 분포함수 ( $\rho=0.5$ )

Fig. 2. Pdf of the envelope ( $\rho=0.5$ ).

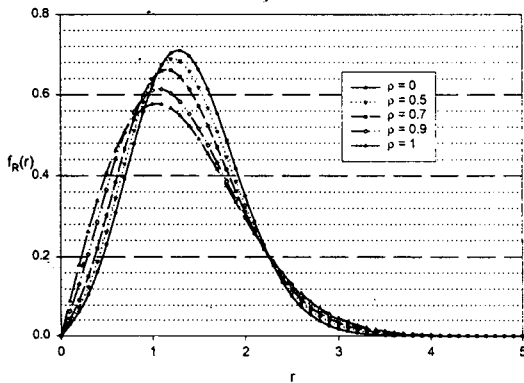


그림 3. 포락선의 분포함수(SNR=10 dB)

Fig. 3. Pdf of the envelope(SNR=10 dB).

그림 2는  $\sigma^2=1$ ,  $\rho=0.5$ 로 고정하고 신호 대 잡음비에 따른 확률밀도함수를 그린 것이다. 그림을 보면 신호 대 잡음비가 클수록 더 첨예하게 모여 있음을 알 수 있다.

그림 3은  $\sigma^2=1$ , 신호 대 잡음비를 10 dB로 고정하고 상관계수  $\rho$  값을 변화 시면서 그린 그림이다.  $\rho$  값이 0으로 접근함에 따라 확률밀도가 더 첨예하게 되는 것을 볼 수 있다.

#### IV. 상관된 Rayleigh 환경에서 비동기 시스템의 성능분석

##### 4-1 M-ary FSK시스템의 오류확률

페이딩이 존재하는 통신 시스템에서 오류 확률을 구할 때에는 먼저 가산성 백색 가우시안 잡음만이 존재할 때의 오류 확률을 구한 후, 얻어진 오류 확률식을 해당 페이딩의 확률 밀도 함수로 평균을 취하여 구하는 방법이 일반적이다<sup>[6]</sup>. 그러나 이 논문에서는 앞장에서 구한 수신 신호의 포락선의 분포 함수를 이용하여 비동기 M-ary FSK, DPSK, ASK 통신시스템의 성능을 새로운 방법으로 해석한다.

송신단에서  $s_1(t)$ 가 전송되었다고 가정하면 비동기 M-ary FSK 수신기에서의 결정 변수  $R_1$ 은 식 (20)과 같이 앞장에서 구한 Rayleigh 페이딩 및 백색 가우시안 잡음환경에서의 포락선의 확률밀도 함수가 된다<sup>[7]</sup>.

$$f(r_1) = \frac{1+\rho}{\rho} \frac{r_1}{\sigma^2(1+\rho)+2\sigma_n^2} e^{-\frac{r_1^2}{\sigma^2(1+\rho)+2\sigma_n^2}} - \frac{1-\rho}{\rho} \frac{r_1}{\sigma^2(1-\rho)+2\sigma_n^2} e^{-\frac{r_1^2}{\sigma^2(1-\rho)+2\sigma_n^2}} \quad (20)$$

결정 변수  $R_N$ 는 잡음 성분 뿐이므로 다음과 같은 Rayleigh 분포를 갖게 된다.

$$f_R(r_N) = \frac{r_N}{\sigma_n^2} e^{-r_N^2/2\sigma_n^2}, \quad N=2, 3, \dots, M, \quad r_N \geq 0 \quad (21)$$

M-ary FSK 시스템에서는  $R_2 > R_N$ 일 때 오류가 발생한 것이므로 오류 확률은 다음과 같은 과정을 통하여 구할 수 있다<sup>[7]</sup>.

$$P(E) = P(R_1 < R_2, R_1 < R_3, \dots, R_1 < R_N | R_1) = \int_0^\infty f(r_1) \left[ \int_{r_1}^\infty f(r_N) dr_N \right]^{M-1} dr_1 \quad (22)$$

해당 함수를 위 식에 대입하고 [ ]안의 적분을 먼저 계산하면

$$\left[ \int_{r_1}^\infty f(r_N) dr_N \right]^{M-1} = e^{-\frac{(M-1)r_1^2}{2\sigma_n^2}} \quad (23)$$

식 (23)이 되고 이를 식 (22)에 대입하고 정리하면 식 (24)가 되며

$$P(E) = \frac{1+\rho}{\rho} \int_0^\infty \frac{r_1}{\sigma^2(1+\rho)+2\sigma_n^2}$$

$$\cdot e^{\frac{-r_1^2}{\sigma^2(1+\rho)+2\sigma_n^2} - \frac{(M-1)r_1^2}{2\sigma_n^2}} dr_1 \quad (24)$$

식 (24) 적분을 계산하고 상수들을 정리하면 식 (25)를 얻을 수 있다.

$$P(E) = \frac{1+\rho}{\rho} \frac{\sigma_n^2}{(M-1)(\sigma^2(1+\rho)+2\sigma_n^2)+2\sigma_n^2} - \frac{1-\rho}{\rho} \frac{\sigma_n^2}{(M-1)(\sigma^2(1-\rho)+2\sigma_n^2)+2\sigma_n^2} \quad (25)$$

식 (25)를 신호대 잡음비  $S = \frac{\sigma^2}{\sigma_n^2}$  로 나타내면 식 (26)과 같다.

$$P(E) = \frac{1+\rho}{\rho} \frac{1}{(M-1)((1+\rho)S+2)+2} - \frac{1-\rho}{\rho} \frac{1}{(M-1)((1-\rho)S+2)+2} \quad (26)$$

Binary FSK인 경우 즉  $M=2$ 인 경우 식 (26) 에 대입하면 식 (27)을 얻을 수 있으며, 신호가 서로 충분히 상관되었을 경우 즉  $\rho \cong 1$ 일 때 채널환경은 Rayleigh가 되며 이때 오율 식은 식 (28) 로 되며, 이는 잘 알려진 Rayleigh 환경에서의 오율식이 됨을 알 수 있다<sup>[7]</sup>.

$$P(E) = \frac{1+\rho}{\rho} \frac{1}{(1+\rho)S+4} - \frac{1-\rho}{\rho} \frac{1}{(1-\rho)S+4} \quad (27)$$

$$P(E) = \frac{1}{S+2} \quad (28)$$

그림 4는 비동기 M-ary FSK시스템의 신호대 잡음비 및 상관계수의 변화에 따른 오류확률을 그린 그래프이다. 여기서  $M=2$ 로 고정하였다. 그래프는 상관계수  $\rho$ 가 0에 접근할수록 시스템 성능이 좋아지는 것을 볼 수 있다.  $10^{-4}$ 오류 확률을 기준으로 그림 4를 살펴보면 완전상관 되어 STTD기법을 사용하지 않은 경우 즉  $\rho=1$ 인 경우에 비해서  $\rho=0$ , 즉 비상관(Uncorrelated)된 경우 약 15 dB의 신호대 잡음비 이득을 얻을 수 있음을 보여주고 있다. 그림 5는  $\rho=0.5$ 인 경우  $M$  값의 변화에 따른 오류확률을 그린 그래프이다. 잘 알려진 M-ary FSK 오류 그래프와 일치 하고 있음을 보여준다.

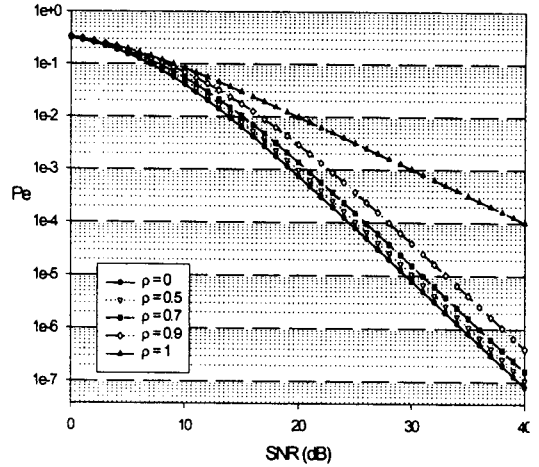


그림 4. 비동기 FSK의 오류확률( $M=2$ )  
Fig. 4. BER of noncoherent FSK( $M=2$ ).

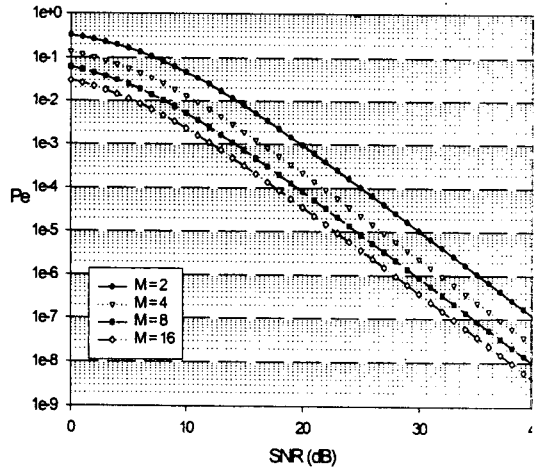


그림 5. 비동기 M-FSK의 오류확률 ( $\rho=0.5$ )  
Fig. 5. BER of noncoherent M-FSK( $\rho=0.5$ ).

#### 4-2 DPSK 시스템의 오류 확률

DPSK 최적 수신기에서 결정변수  $R_1, R_2$ 를 다음과 같이 정의한다<sup>[7]</sup>.

$$R_1 = \sqrt{(AT/2 + w_1)^2 + w_3^2} \quad (29)$$

$$R_2 = \sqrt{w_2^2 + w_4^2} \quad (30)$$

여기서  $w_i$ 는 서로 독립이고 평균이 0이며 분산

이  $\sigma_n^2 = \frac{N_0 T}{8}$  인 가우시안 랜덤 변수이다.

$$A' = \frac{T}{2} A \text{라 두면}$$

$$E[A'^2] = \sigma^2 = \frac{T^2}{4} E[A^2] = \frac{T^2}{4} \sigma^2 \text{이 되므로}$$

두 결정변수는 각각 다음과 같은 분포가 된다.

$$f(r_1) = \frac{1+\rho}{\rho} \frac{r_1}{\sigma^2(1+\rho)+2\sigma_n'^2} e^{-\frac{r_1^2}{\sigma^2(1+\rho)+2\sigma_n'^2}} - \frac{1-\rho}{\rho} \frac{r_1}{\sigma^2(1-\rho)+2\sigma_n'^2} e^{-\frac{r_1^2}{\sigma^2(1-\rho)+2\sigma_n'^2}} \quad (31)$$

$$f(r_2) = \frac{r_2}{\sigma_n^2} e^{-r_2^2/2\sigma_n^2}, \quad r_2 \geq 0 \quad (32)$$

$R_2 > R_1$  일 때 오류가 발생한 것이므로 비동기 FSK 시스템과 비슷한 전개과정을 통하여 오류 확률을 구하면 식 (33)과 같다.

$$P(E) = \frac{1+\rho}{2\rho} \frac{1}{(1+\rho)S+2} - \frac{1-\rho}{2\rho} \frac{1}{(1-\rho)S+2} \quad (33)$$

FSK 시스템에서와 마찬가지로  $\rho=1$ 로 두면, 즉 Rayleigh 채널에서의 오율식은

$$P(E) = \frac{1}{2S+2} \quad (34)$$

로 되어 이 또한 잘 알려진 Rayleigh 페이딩 환경에서 DPSK 시스템의 오류 확률식임을 확인할 수 있다<sup>[6]</sup>.

그림 6은 식 (33)을 신호 대 잡음 비 및 상관계수를 변화시키면서 오류 확률을 그린 그림이다. 그림 4의 FSK 시스템에 비해 3 dB 성능이 개선됨을 보여주고 있다.

### 4-3 비동기 ASK의 오류 확률

ASK 방식에서 송신 신호는 다음과 같다<sup>[7]</sup>.

$$\begin{cases} s_1(t) = A \cos \omega_c t \\ s_2(t) = 0 \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq T \quad (35)$$

비동기 ASK 수신기에서 포락선 검파기와 샘플러 (sampler)를 지난 후의 신호를 결정변수  $R$ 이라 정의한다. 송신단에서  $s_1(t)$ 가 전송되었을 경우 결정

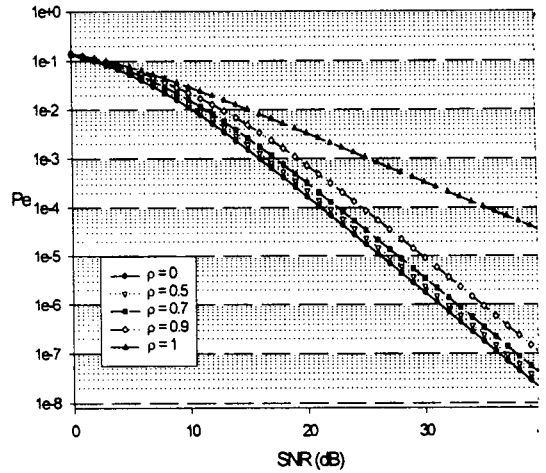


그림 6. DPSK의 오류 확률

Fig. 6. BER of DPSK.

변수는 다음과 같은 분포를 갖는다.

$$f(r | S_1) = \frac{1+\rho}{\rho} \frac{r}{\sigma^2(1+\rho)+2\sigma_n^2} e^{-\frac{r^2}{\sigma^2(1+\rho)+2\sigma_n^2}} - \frac{1-\rho}{\rho} \frac{r}{\sigma^2(1-\rho)+2\sigma_n^2} e^{-\frac{r^2}{\sigma^2(1-\rho)+2\sigma_n^2}} \quad (36)$$

$s_2(t)$ 가 전송되었을 경우에 수신기에는 잡음만이 수신되므로 결정 변수  $R$ 은 Rayleigh 분포를 갖게 된다.

$$f(r | S_2) = \frac{r}{\sigma_n^2} e^{-r^2/2\sigma_n^2}, \quad r \geq 0 \quad (37)$$

$s_1(t)$ 와  $s_2(t)$ 가 발생할 확률이 동일하다고 가정하면 우도비 판정(Likelihood Ratio Test)에 의하여 임계값을 다음 식으로부터 구할 수 있다<sup>[8]</sup>.

$$\Lambda(r) = \frac{f(r | S_2)}{f(r | S_1)} = 1 \quad (38)$$

이 식을 만족하는 근은 수치적으로 구할 수 있으며, 근은 SNR에 따라서 다른 값을 갖게 된다. 위의 식을 만족하는 근을  $r_{th}$ 라 하면 오류 확률은 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$P(E) = \frac{1}{2} \int_0^{r_{th}} f(r | S_1) dr + \frac{1}{2} \int_{r_{th}}^{\infty} f(r | S_2) dr \quad (39)$$

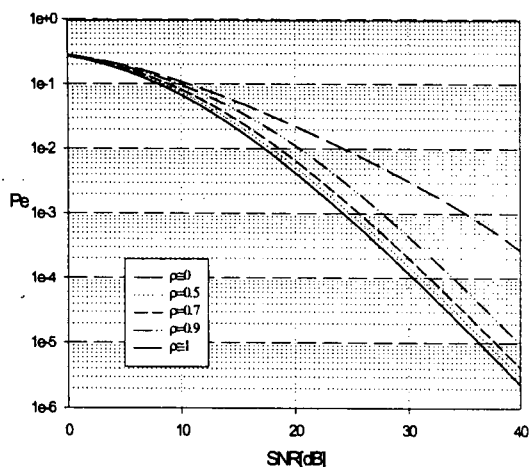


그림 7. 비동기 ASK의 오류 확률  
Fig. 7. BER of noncoherent ASK.

이렇게 식 (39)에 의하여 수치적으로 구한 값으로부터 오류 확률 그래프를 그릴 수 있다.

그림 7은 신호 대 잡음비 및 상관계수  $\rho$ 를 변화시키면서 그린 그림이다. FSK, DPSK시스템에서와 마찬가지로  $\rho$ 값이 적을수록 성능이 좋아지는 것을 볼 수 있다.

### V. 결 론

본 논문에서는 송신 다이버시티 시스템에서 발생하는 상관된 Rayleigh페이딩 및 협대역 가우시안 잡음 환경에서 수신 신호의 포락선의 확률 밀도 함수를 유도하였다. 유도된 확률밀도함수가 타당함을 확인하기 위하여 여러 경우를 통하여 검증하였다. 새로 유도된 포락선의 확률 밀도 함수를 이용하여 상관된 Rayleigh페이딩 환경에서 비동기 M-ary FSK, DPSK 그리고 ASK시스템의 성능을 새로운 방법으로 해석하였다. 또한 각 시스템을 성능을 여러 가지 경우로 나누어 그래프로 그려 비교 분석하였다.

향후에는 다양한 페이딩 현상들을 충분히 반영하는 새로운 통신시스템을 해석할 수 있는 관련 분야의 더 많은 연구가 필요할 것으로 생각된다.

### 참 고 문 헌

- [1] A. Hottinen and R. Wichman, "Transmit Diversity Techniques for WCDMA", *5'th Annual Smart Antenna Workshop*, July, 23-24, 1998, Stanford.
- [2] S. M. Alamouti, "A simple transmit antenna diversity technique for wireless communications", *IEEE Journal on Selected Areas of Communications*, 1998.
- [3] J. B. Thomas, *An Introduction to Statistical Communication Theory*, New York, John Wiley & Sons Inc., 1968.
- [4] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, Inc., 1965.
- [5] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, 1982.
- [6] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, Inc., 1995.
- [7] R. E. Ziemer and W. H. Tranter, *Principles of Communications*, Houghton Mifflin Company, 1995.
- [8] H. L. Van Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I*, John Wiley & Sons, Inc., 1968.
- [9] A. Abu-Dayya and N. C. Beaulieu, "Analysis of switched diversity systems on generalized-fading channels", *IEEE Transactions on Communication*, vol. COM-42, pp. 2959-2966, Nov., 1994.
- [10] T. Aulin, "Characteristic of a digital mobile radio channel," *IEEE Trans. Vehi.*, VT-30, pp. 45-53, Feb., 1981
- [11] H. Suzuki, "A statistical model for urban multipath channels with random delay," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-25, pp. 673-680, July, 1977.
- [12] 서동규, "라이시안 감쇄 채널에서 수신신호의 포락선 분포를 이용한 시스템 성능분석" 한양대학교 석사논문, 1999.



여 민 기



1983년 2월: 한양대학교 전자통신  
공학과(공학사)  
1985년 2월: 한양대학교대학원 전  
자통신공학과(공학석사)  
1984년 12월~2000년 3월: 삼성전  
자 정보통신연구소 연구원  
1993년 3월~현재: 한양대학원 전

자통신공학과 박사과정

[주 관심분야] Modulation, Detection, Estimation & Mobile  
Comm.

한 영 열



1938년 6월 10일 생  
1960년 2월: 서울대학교 전자공학  
과(공학사)  
1976년 5월: Univ. of Missouri 통  
신공학(공학석사)  
1979년 5월: Univ. of Missouri 통  
신공학(공학박사)

1985년~1987년: 미국 콜로라도 주립대(교환교수)

1981년~1995년: 한국통신학회(이사, 상임이사, 부회장)

1995년~1996년: 미국 오레곤 주립대학(교환교수)

1980년~현재: 한양대학교 전기전자공학부 교수

[주 관심분야] 확률/통계통신, 디지털 통신이론, 이동통신  
통신 시스템