

이산 설계변수를 포함하고 있는 자동차용 휠 베어링 유닛의 설계방법

Design Methodology of Automotive Wheel Bearing Unit with Discrete Design Variables

윤기찬*, 최동훈**
Kichan Yoon, Donghoon Choi

ABSTRACT

In order to improve the efficiency of the design process and the quality of the resulting design, this study proposes a design method for determining design variables of an automotive wheel-bearing unit of double-row angular-contact ball bearing type by using a genetic algorithm. The desired performance of the wheel-bearing unit is to maximize system life while satisfying geometrical and operational constraints without enlarging mounting space. The use of gradient-based optimization methods for the design of the unit is restricted because this design problem is characterized by the presence of discrete design variables such as the number of balls and standard ball diameter. Therefore, the design problem of rolling element bearings is a constrained discrete optimization problem. A genetic algorithm using real coding and dynamic mutation rate is used to efficiently find the optimum discrete design values. To effectively deal with the design constraints, a ranking method is suggested for constructing a fitness function in the genetic algorithm. A computer program is developed and applied to the design of a real wheel-bearing unit model to evaluate the proposed design method. Optimum design results demonstrate the effectiveness of the design method suggested in this study by showing that the system life of an optimally designed wheel-bearing unit is enhanced in comparison with that of the current design without any constraint violations.

주요기술용어 : Wheel bearing unit (휠 베어링 유닛), Optimum design (최적설계), Discrete variable (이산변수), Genetic algorithm (유전자 알고리즘), Ranking penalty (순위벌칙)

* 회원, 한양대학교 대학원 기계설계학과,
FAG 한화베어링(주)

** 회원, 한양대학교, 최적설계 신기술센터

1. 서론

자동차를 구성하는 기계요소의 중요한 연 구동향은 소형/경량화 및 고신뢰성이란 명 제를 동시에 실현하는 것이다. 최근, 차량의 고급화로 인하여 각종 편의시설이 장착되고 있으며, 안정성 확보를 위하여 기계 요소들 의 안전계수가 상향 조정되고 있다. 이들은 요소 설계 관점에서 각 요소의 크기가 커지 고, 무게가 증가하는 결과를 초래하므로 저 연비를 실현하기 위한 소형/경량화를 저해 하는 요인이라 간주될 수 있다. 이들 두 발 진방향은 요소설계 관점에서 서로 상충효과 (trade-off)가 존재한다. 현실적으로 차량의 신규 개발시, 베어링부의 가용설계공간 (available design space) 확보에 많은 제약을 받고 있으며, 또한, 차량의 모델 변경시, 차 량의 제원(특히, 총 중량)이 변경되더라도 원가절감 차원에서 부품들의 외부치수의 변 경 없이 기존의 부품들을 carry-over하여 사 용하고자 하는 강력한 요구가 있다. 최근, 차량의 보증기간이 길어짐에 따라 휠 베어 링 유닛은 요구수명을 만족시키기 위한 고 부하용량화 설계를 필요로 하게 되었다. 이는 휠 베어링 유닛의 경량화, 고신뢰성화 및 경제성 등을 고려한 설계를 위하여 주어진 가용설계공간에서 최대의 수명을 발휘하 도록 설계되어야 함을 의미한다.

컴퓨터의 발달과 더불어 수치최적화기법 은 눈부시게 발전되고 있으며, 기계 시스템 의 설계에 다분야에서 응용되고 있다. 기존 의 설계과정에서 설계치수의 변경은 설계자 의 경험이나 직관을 이용하여 시행착오를 최소화하는 방향으로 이루어졌으나, 최적화 기법을 이용한 최적설계에서는 설계문제의 정식화를 통하여 정의된 설계문제로부터 자 동으로 설계변수를 갱신하면서 기계시스템 의 요구조건을 만족하는 최적해를 찾아가게

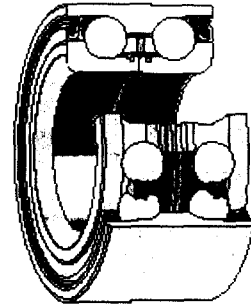


Fig. 1 Wheel bearing unit (1 generation)

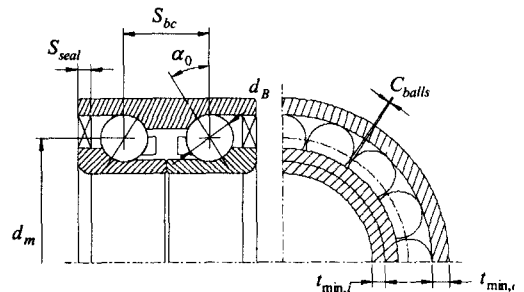


Fig. 2 Geometry of wheel bearing unit

된다.¹⁻³⁾

볼 개수와 같은 정수형 변수나 볼직경과 같은 표준 이산변수가 존재하는 베어링의 설계문제는 전형적인 이산 최적설계문제가 된다.^{4,5)} 본 연구에서는 수치 최적화기법과 기존의 설계 경험 식들을 조합하여 1세대 휠 베어링 유닛의 설계 방법을 제안하였으며, 휠 베어링 유닛의 시스템 수명 평가 프 로그램⁵⁾을 이용하여 Fig. 1의 복렬 앵글러 컨택 볼 베어링으로 구성된 1세대 휠 베어 링 유닛의 수명을 향상시키기 위한 최적설 계를 수행하였다. 제안된 설계 방법의 유 용성을 검증하기 위하여 실제 차량 모델을 대상으로 적용중인 휠 베어링 유닛의 수명 관련 내부설계 인자를 설계변수로 하여 휠 베어링 시스템의 수명을 극대화시키기 위한 최적설계를 수행하였다.

2. 최적설계 정식화

2.1 설계변수

휠 베어링의 시스템 수명에 영향을 미치는 변수들을 설계변수로 채택하였다. 이들 설계 변수들중 베어링 설계관련 변수를 Fig. 2에 도시하였다. 이들 설계 변수중 각 열의 볼 개수 (z)는 전형적인 정수형 변수이고, 표준 볼 직경 (d_B)은 경제적인 설계를 위하여 표준의 것을 사용해야 하므로 이산변수가 된다. 나머지 설계 변수인 궤도륜과 볼의 초기 접촉각 (α_0), 피치경 (d_m), 초기 예압 (δ_0) 및 각 열의 볼 중심간 거리 (S_{bc})는 실질적으로 제품도면 치수로 의미를 갖기 위하여 각각의 요구정밀도에 맞는 고정 소수점으로 이산화시켰다. 또한, 타이어 중심과 베어링 중심의 차이로 정의되는 휠 오프셋량 (Δ_{offset}) 역시 고정 소수점으로 이산화시켰다. 본 연구에서 휠 베어링 유닛의 설계를 위하여 선택된 모든 설계변수는 이산변수로 처리하였다.

2.2 목적함수

승용차의 안전성과 신뢰성을 증가시키기 위하여 승용차의 무상보증기간은 자동차 제조업체마다 경쟁적으로 증가시키려는 경향이 있다. 이로 인하여 장수명의 휠 베어링 유닛이 필요하게 되었으나, 고연비를 구현하고 경제적인 차량 개발을 위한 소형/경량화 추세로 휠 베어링 유닛의 설치공간은 더욱 제한적이게 되었다. 따라서 휠 베어링 유닛의 설계 문제는 주어진 설계공간내에서 설계 요구조건들을 만족하면서 시스템 수명을 극대화 시키는 것으로 정의할 수 있으므로 목적함수는 휠 베어링의 시스템 수명 ($L_{10,system}$)으로 하였다.⁵⁾

Table 1 Cornering acc. data for life calculation

Lateral Acc. (a_g)	-0.25g	0g	0.25g
Combined Running	5%	90%	5%

휠 베어링의 시스템수명은 축방향 및 경방향 하중을 받는 복렬 앵글러 컨택 볼 베어링의 정하중해석에 기초한다.^{6,7)} Table 1의 차량의 선회가속도 및 주행빈도를 이용하여, 베어링 각 열의 표준 피로수명 ($L_{10,com}$)은 해당 선회 가속도(a_g)에서 구한 피로수명 (L_{10})과 주행 빈도가 조합된 식 (1)을 이용하여 계산할 수 있다.⁸⁾

$$L_{10,com} = \frac{1}{\left\{ \frac{0.05}{L_{10,-0.25g}} \right\} + \left\{ \frac{0.90}{L_{10,0g}} \right\} + \left\{ \frac{0.05}{L_{10,0.25g}} \right\}} \quad (1)$$

또한, 휠 베어링 유닛은 복렬 베어링이므로 휠의 안쪽 및 바깥쪽 각 열 수명의 조합 평균 수명이 휠 베어링 전체 시스템 수명 ($L_{10,system}$)으로 정의되므로, 다음의 식 (2)과 같이 정의된다.

$$L_{10,system} = \left(L_{10,com,1}^{-10/9} + L_{10,com,2}^{-10/9} \right)^{9/10} \quad (2)$$

식(2)에서 구한 시스템 수명은 회전수 단위로 계산되나, 물리적인 이해를 돕기 위하여 회전수명에 타이어의 원주길이를 곱한 주행거리(km)로 환산하여 나타낸다.

2.3 구속조건

기계 시스템의 설계를 위해서는 성능 혹은 제작과 관련된 중요한 의미를 갖는 요구 또는 제한조건이 반드시 필요하다. 이들 조건들은 최적설계 과정에서 충분히 검토되어야 하며, 설계에 반영되어야 한다. 본 연구

에서는 6개의 성능 및 제작관련 구속조건을 다음과 같이 정의하였다.

휠 베어링의 가공 및 열처리 또는 조립시 발생하는 케도의 변형을 방지하기 위하여 Fig. 2에 정의된 베어링 내·외륜의 최소케도 두께 ($t_{min,o}, t_{min,i}$)는 베어링의 크기와 재질에 따라 정의된 최소두께(\tilde{t}_{min}) 보다 커야한다. 이러한 구속조건을 수학적으로 표현하면 식 (3)과 식(4)와 같다.

$$g_1 = \tilde{t}_{min} - t_{min,o} \leq 0 \quad (3)$$

$$g_2 = \tilde{t}_{min} - t_{min,i} \leq 0 \quad (4)$$

볼의 충돌을 방지하고 볼을 등간격으로 유지시키기는 기능을 하는 리테이너를 장착시키기 위하여 볼을 원주방향으로 등간격으로 위치시킨 후 이웃하는 볼과의 최소 틈새 (C_{balls})는 리테이너의 종류에 따라 정의된 최소틈새 (\tilde{C}_{balls}) 보다 커야 한다. 따라서 식 (5)의 구속조건이 필요하다.

$$g_3 = \tilde{C}_{balls} - C_{balls} \leq 0 \quad (5)$$

휠 베어링 유닛은 무유지보수를 위하여 윤활제인 그리이스가 봉입되어 있고, 밀봉장치인 시일이 장착되어 있다. 따라서 시일 장치를 위한 설계공간이 확보되어야 하므로 식 (6)의 구속조건이 추가된다.

$$g_4 = \tilde{S}_{seal} - S_{seal} \leq 0 \quad (6)$$

또한, 휠 베어링은 영구손상의 원인이 되는 순간적인 과대하중으로 부터의 안정성을 확보하기 위하여 극악 선회조건(0.8g)에서 안정성 확보 여부가 설계 초기 단계에서 검토 되어야 한다. 따라서, 극악선회조건 (0.8g)에서 휠 베어링 시스템의 수명($L_{0.8g}$)은 한계치($\tilde{L}_{0.8g}$) 보다 커야하며, 이때 케도

와 전동체 사이의 접촉응력($\sigma_{max,0.8g}$)은 정정 격하중을 정의하는 최대 접촉응력($\tilde{\sigma}_{max}$) 보다 작아야 한다. 이들 조건을 수학적으로 표현하면 식 (7) 및 식 (8)과 같다.

$$g_5 = \tilde{L}_{0.8g} - L_{0.8g} \leq 0 \quad (7)$$

$$g_6 = \sigma_{max,0.8g} - \tilde{\sigma}_{max} \leq 0 \quad (8)$$

여기서, 정의된 6개의 구속조건은 모두 설계변수의 함수가 된다.

2.4 이산 최적화

2.1절에서 설명한바와 마찬가지로 선정된 설계변수들은 모두 이산 변수로 처리하였다. 이는 최적설계 결과를 이용하여 바로 제품 설계도를 작성할 수 있는 장점을 갖게 된다. 이에, 본 논문에서는 휠 베어링의 설계문제를 이산 최적설계로 설계문제로 정식화 하였다.

이산 설계변수 ($z, \alpha_0, d_B, d_m, \delta_0, S_{bc}, \Delta_{offset}$) 벡터를 \mathbf{x}_d 라 하면, 휠 베어링 유닛의 설계 문제는 다음과 같이 정의할 수 있다 :

$$\text{Find } \mathbf{x}_d \quad (9-1)$$

$$\text{maximize } L_{10,system}(\mathbf{x}_d) \quad (9-2)$$

$$\text{satisfying } g_j(\mathbf{x}_d) \leq 0, j=1,2,\dots,6 \quad (9-3)$$

$$x_{d,i}^L \leq x_{d,i} \leq x_{d,i}^U, i=1,2,\dots,7 \quad (9-4)$$

목적함수인 식 (9-2)는 2.2절에서 정의한 휠 베어링의 시스템 수명이며, 부등식 구속조건인 식 (9-3)는 2.3절에서 정의한 것이다. 한편, 식 (9-4)는 설계변수의 상·하한치를 의미한다.

3. 수치해석 과정

3.1 유전자 알고리즘

2.4절에서 정의한 이산최적설계 문제를 미분정보를 이용한 최적화 기법을 사용할 경우, 비효율적이고, 계산 비용이 비싸며, 대부분의 경우, 국소 최적해를 구하게 된다는 문제점이 있다. 따라서 본 연구에서는 이산설계 변수로 정의된 휠 베어링의 설계 문제를 효율적으로 처리하기 위하여 이산설계 변수의 처리가 비교적 용이하고 설계변수의 모집단을 운영함으로써 전역해로 수렴할 확률이 매우 높은 장점을 지니고 있는 유전자 알고리즘을 사용하였다.

체계적인 유전자 알고리즘은 Holland에 의하여 최초로 발표되었으며, 생물학적 진화과정에 기초한 해석과 설계의 기본 아이디어는 Goldberg, Gen 및 Michalewicz의 연구에서 발견될 수 있다. 유전자 알고리즘은 생물의 진화과정, 자연선택과 유전법칙을 모방한 확률론적 탐색기법으로 선택, 교배 및 변이 과정을 이용한다.⁹⁻¹³⁾

유전자 알고리즘은 구속조건을 직접처리할 수 없는 단점을 지니고 있다. 따라서, 구속조건을 포함하고 있는 최적설계 문제에서 벌칙함수 방법은 유전자 알고리즘에서 가장 일반적으로 사용되는 방법이다. 이 방법은 구속조건을 위배량이 벌칙항으로 목적함수에 더함으로써 식 (10)과 같이 구속조건이 있는 문제를 구속조건이 없는 문제로 전환시키는 방법이다.

$$\Phi(X, r_p) = F(X) + r_p \left\{ \sum_{j=1}^N \max[0, g_j(X)] \right\}^2 \quad (10)$$

그러나, 이러한 방법은 적용 문제에 따라 벌칙계수(r_p)의 선정에 큰애로 사항이 존재

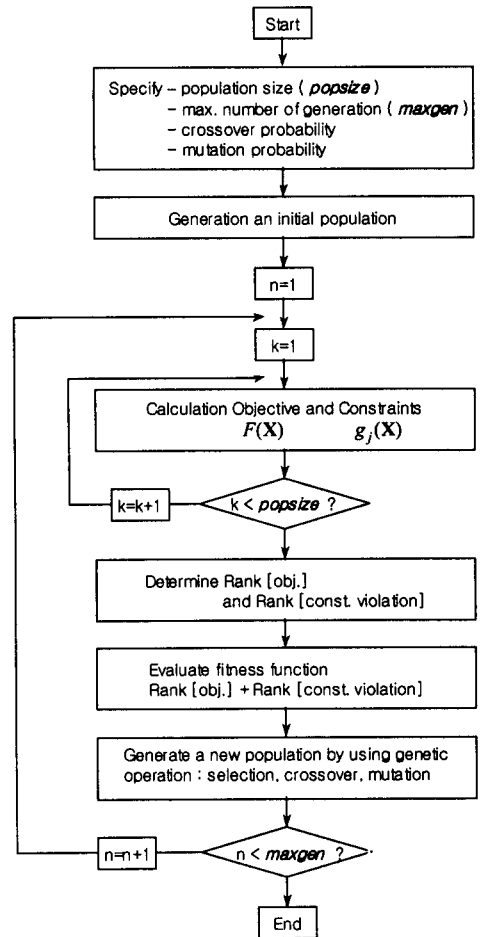


Fig. 3 Flow chart for the optimum design of wheel bearing unit

하게 된다. 따라서 본 연구에서는 이러한 단점을 해결하고, 구속조건을 효과적으로 처리하기 위하여 각 세대에서 목적함수는 내림차순(descending)으로, 각 구속조건 위배량의 합은 오름차순(ascending)으로 순위를 매겨 각각의 랭킹 수를 더한 형태로 각 개체(k)의 적합도 함수를 식 (11)과 같이 구성하였다.

$$eval(x) = Rank[L_{10,system}(x)] + rank \left[\sum_{j=1}^N \max\{0, g_j(x)\} \right] \quad (11)$$

Table 2 Design set of discrete design variables

z	α_0	d_b	d_m	δ_0	S_{bc}	Δ_{offset}
11	28.0	9.000	55.0	-0.040	17.0	-5.0
12	28.5	9.525	55.1	-0.039	17.1	-4.9
13	29.0	10.000	55.2	-0.038	17.2	-4.8
14	29.5	10.319	55.3	-0.037	17.3	-4.7
15	30.0	10.500	55.4	-0.036	17.4	-4.6
16	30.5	11.000	55.5	-0.035	17.5	-4.5
17	31.0	11.112	55.6	-0.034	17.6	-4.4
18	31.5	11.500	55.7	⋮	17.7	-4.3
19	32.0	11.906	⋮	⋮	⋮	⋮
20	⋮	12.000	⋮	-0.009	⋮	⋮
	⋮	12.303	57.2	-0.008	23.2	-0.8
	39.5	12.700	57.3	-0.007	23.3	-0.7
	40.0	13.000	57.4	-0.006	23.4	-0.6
	40.5		57.5	-0.005	23.5	-0.5
	41.0		57.6	-0.004	23.6	-0.4
	41.5		57.7	-0.003	23.7	-0.3
	42.0		57.8	-0.002	23.8	-0.2
	42.5		57.9	-0.001	23.9	-0.1
	43.0		58.0	0.000	24.0	0.0

여기서, $Rank[\cdot]$ 와 $rank[\cdot]$ 는 각각 내림차 정렬 순위 및 오름차 정렬 순위를 의미한다. 따라서, 시스템 수명이 크고, 구속조건 위배량의 합이 작은 설계가 높은 적합도 함수를 갖게 될 확률이 높게 된다.

3.2 최적화 과정

식 (9)의 최적화 문제를 유전자 알고리즘을 이용하여 해를 찾기 위한 전반적인 과정을 Fig. 3에 나타내었다. 첫 번째로 유전자 알고리즘 파라미터를 정의하고, 초기 모집단을 형성한다. 정의된 모집단 수 ($popsize$) 만큼 설계변수가 주어지면, 각 개체에 대한 목적함수인 휠 베어링 유닛의 시스템 수명과 6개의 구속조건 값이 계산된다. 다음으로 목적함수는 내림차 순으로 순위(rank)를 부여하기 위하여 정렬된다. 결정된 순위로부터 식 (11)를 이용하여 현 세대의 각 설계(개체)의 적합도 함수를 구한후, 다음 세대를 구성하기 위하여 선택, 교배, 변이과정을 이용하여 새로운 모집단을 형성한다. 이

러한 과정을 미리 정의된 최대 세대수 ($maxgen$) 만큼 반복하게 되며, $maxgen$ 세대가 지난후, 최적화과정은 주어진 구속조건을 만족하고 목적함수를 최대화 시킨 최적해로 수렴하게 된다.

4. 최적설계결과

본 연구에서 제안한 설계방법의 유용성을 검증하기 위하여 Fig. 3의 흐름도에 기초한 1세대 휠 베어링 유닛 설계 전용 프로그램을 개발하였으며 X사 XX모델의 승용차 전륜에 적용중인 1세대 휠 베어링 유닛을 대상으로 최적설계를 수행하였다. 최적설계에 이용한 7개의 설계변수 셋을 Table 2에 나타내었으며, 최적설계에 이용한 유전자 알고리즘 파라미터는 다음과 같다.

- Crossover Probability = 0.5
- Mutation Probability = 0.01~0.08
- Population Size = 20
- Max. number of Generation = 500

Fig. 4는 세대 진행에 따른 목적함수인 휠 베어링 유닛의 시스템 수명이 변화를 나타낸 그래프이다. 233세대에서 설계변수 초기

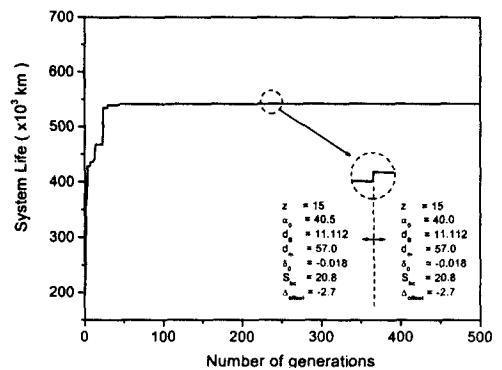


Fig. 4 Convergency history

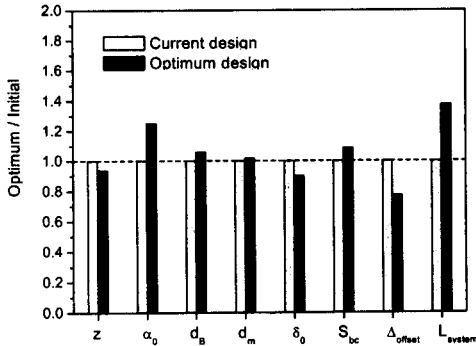


Fig. 5 Comparisons of the design variables and system life

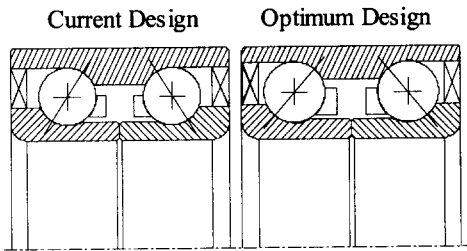


Fig. 6 Cross-section view of the current and optimum designs

접촉각(α_0)의 변화로 시스템 수명이 다소 증가한 이후, 세대가 진행되어도 설계변수 값의 변화가 없었다. 이로서 최적화과정은 최적해에 안정적으로 수렴했음을 알 수 있다. 또한, 최적설계의 유용성을 고찰하기 위하여 현재 적용중인 베어링과 최적설계 베어링의 성능지수 및 치수를 상대적으로 비교하였다. 설계변수 및 목적함수의 변화를 Fig. 5에 정규화하여 나타내었다. Fig. 5에서 보는바와 같이 설계변수 α_0 , d_B , d_m , 및 S_{bc} 은 현 적용중인 제품에 비하여 증가한 반면, z , δ_0 , 및 Δ_{offset} 은 감소하였다. 또한, 목적함수인 시스템 수명은 약 37% 증가하였다. 이는 휠 베어링의 장착공간 변경 없이,

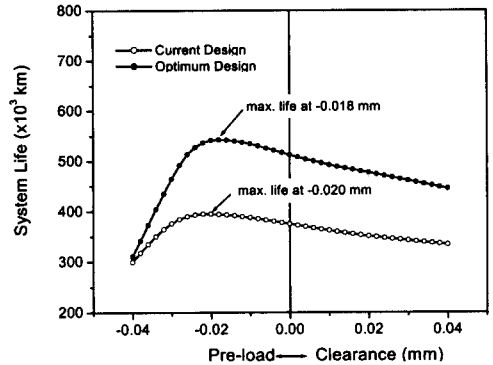


Fig. 7 System life variations as a function of preload/clearance

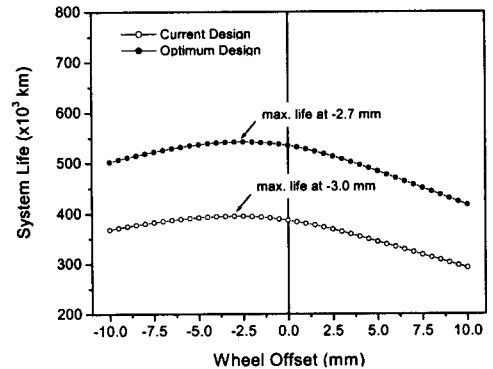


Fig. 8 System life variations as a function of wheel offset

즉, 주변 부품의 설계변경없이 휠 베어링 시스템 수명을 현저히 증가시킬 수 있음을 의미한다. 현 적용중인 유닛과 최적설계 유닛의 단면을 Fig. 6에 나타내었다. 시스템 수명을 증가시키기 위하여 구속조건을 만족하는 범위에서 직경이 가장 큰 볼이 선정되었으며, 이로서 볼직경은 시스템수명에 가장 큰 영향을 미치는 즉, 민감도가 가장 큰 설계변수임을 알 수 있다.

최적설계 유닛의 성능을 비교하기 위하여 예압/틈새 변화 및 휠 읍셋 변화에 따른 시스템 수명의 변화를 현 적용중인 유닛과 함

Table 3 Optimization results

Number of Balls	[ea]	15
Initial Contact Angle	[deg.]	40
Ball Diameter	[mm]	11.112
Pitch Circle Diameter	[mm]	57
Preload	[mm]	-0.018
Dist. between Ball Centers	[mm]	20.8
Wheel Offset	[mm]	-2.7
System Life	[km]	542,302

계 Fig. 7과 Fig. 8에 각각 나타내었다. 여기에서 보는바와 같이, 최적설계 유닛은 예상 -0.018 mm와 휠 오프셋 -2.7 mm에서 최고의 수명을 나타내고 있다. 이 값은 제안된 설계방법을 이용하여 구한 Table 3의 최적해와 동일하므로 최적설계가 성공적으로 수행되었음을 시사한다.

Fig. 9는 극악 선회조건(0.8g)에서 볼과 웨도사이의 접촉하중과 접촉각의 변화를 나타낸 그래프이며, Fig. 10는 접촉응력의 분포를 나타낸 것이다. 최적설계 베어링의 최대 접촉응력은 현 적용중인 베어링에 비하여 12.7% 감소하였다. 시스템 수명과 직접적으로 관련있는 접촉응력의 감소로 인하여 휠 베어링 유닛의 시스템 수명이 증가하였음을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 유전자 알고리즘을 이용하여 이산 설계변수를 포함하고 있는 휠 베어링 유닛의 효율적인 설계방법을 제안하였다. 휠 베어링 유닛 장착공간의 변경 없이 주어진 구속조건을 만족하면서 베어링의 시스템 수명을 극대화시키기 위한 이산 최적설계문제를 정의하였으며, 휠 베어링 유닛의 시스템 수명에 영향을 미치는 7개의 설

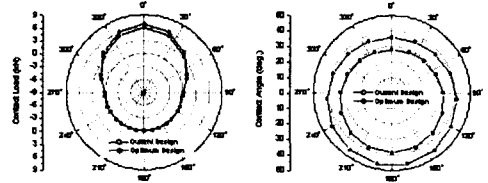


Fig. 9 Distributions of contact load and angle under lateral acceleration of 0.8g

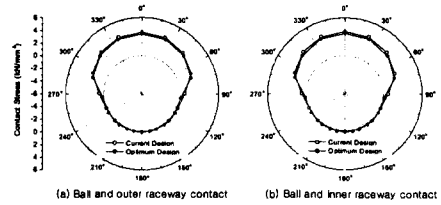


Fig. 10 Distributions of contact stress under lateral acceleration of 0.8g

계변수의 최적해를 찾기 위한 유전자 알고리즘에 기초한 설계 계산 과정을 정립하였다. 1세대 휠 베어링 유닛의 설계를 위하여 제안된 설계방법을 이용하여 컴퓨터 프로그램을 개발하였으며, 실제 승용차 전문에 적용중인 1세대 휠 베어링 유닛을 이용하여 유용성을 검증하였다.

개발된 설계 프로그램은 주어진 모든 구속조건을 만족하면서 시스템수명을 극대화시킨 최적의 설계변수를 손쉽게 구하였다. 최적설계 유닛의 성능인자들이 현 적용중인 유닛의 것보다 우수한 결과를 보임으로써 제안된 최적설계 방법의 유용성을 검증하였다. 제안된 설계 방법을 현장설계에 적용할 경우, 휠 베어링 유닛의 장수명 설계가 가능하며, 차량의 모델 변경으로 인한 중량증가 요인이 발생하더라도 주변부품의 설계변경 없이 경제적으로 시스템 수명을 만족하는 휠 베어링 유닛의 설계가 가능할 것으로

기대된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 최적설계신기술센터 및 FAG한화베어링(주)의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- 1) J. S. Arora, M. W. Huang and C. C. Hsieh, "Methods for optimization of nonlinear problems with discrete variables : a review," *Structural Optimization* 8, Springer-Verlag, pp. 69-85, 1994.
- 2) S. S. Rao, *Engineering Optimization; Theory and Practice*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996.
- 3) G. N. Vanderplaats, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design; with Applications*, McGraw-Hill, New York, 1984.
- 4) C. Wan, *Analysis of Rolling Element Bearings*, Mechanical Engineering Publications Ltd., London, 1991.
- 5) 윤기찬, 최동훈, "자동차 휠 베어링 유닛의 장수명 설계," *대한기계학회논문집 A 권*, 제 24호 제 2호, pp.319-328, 2000.
- 6) T. A. Harris, *Rolling Bearing Analysis* : third edition, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1991.
- 7) A. B. Jones, "A General Theory for Elastically Constrained Ball and Radial Roller Bearings Under Arbitrary Load and Speed Conditions," *Journal of Basic Engineering*, 82, No. 2, pp. 309-320, 1960.
- 8) H. Kiener, "Rolling Bearing for Car Hub," WTS871221E, SKF.
- 9) J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 1975.
- 10) D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison Wesley Longman, Inc., 1989.
- 11) M. Gen and R. Cheng, *Genetic Algorithms & Engineering Design*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1997.
- 12) Z. Michalewicz, *Genetic Algorithms +Data Structures = Evolution Programs*, Third, Revised and Extended Edition, Springer, 1996.
- 13) 조영석, *구속조건의 효율적인 처리를 위한 유전자 알고리즘의 개발*, 석사학위논문, 한양대학교, 1999.