

## 철골 트러스 구조의 자동화 최적설계

### The automated optimum design of steel truss structures

편 해 완\*      김 용 주\*\*      김 수 원\*\*\*      강 문 명\*\*\*\*  
Pyeon, Hae-Wan      Kim, Yong-Joo      Kim, Soo-Won      Kang, Moon-Myung

#### Abstract

Generally, truss design has been determined by the designer's experience and intuition. But if we perform the most economical structural design we must consider not only cross-sections of members but also configurations(howe, warren and pratt types etc.) of single truss as the number of panel and truss height.

The purpose of this study is to develop automated optimum design techniques for steel truss structures considering cross-sections of members and shape of trusses simultaneously. As the results, it could be possible to find easily the optimum solutions subject to design conditions at the preliminary structural design stage of the steel truss structures.

In this study, the objective function is expressed as the whole member weight of trusses, and the applied constraints are as stresses, slenderness ratio, local buckling, deflection, member cross-sectional dimensions and truss height etc. The automated optimum design algorithm of this study is divided into three-level procedures.

The first level on member cross-sectional optimization is performed by the sequential unconstrained minimization technique(SUMT) using dynamic programming method. And the second level about truss height optimization is applied for obtaining the optimum truss height by three-equal interval search method. The last level of optimization is applied for obtaining the optimum panel number of truss by integer programming method.

The algorithm of multi-level optimization programming technique proposed in this study is more helpful for the economical design of plane trusses as well as space trusses.

*keywords : optimization, multi-levels, direct search method, plane truss, space truss, objective function, constraints*

## 1. 서 론

### 1.1. 연구의 배경 및 목적

구조공학 이론이 도입된 이후 여러 연구자들은 구조물을 보다 경제적으로 설계하고자 많은 시도를 하였으나 설계과정에서 계산이 복잡하고 해석에 많은 시간이 소요되므로 보다 엄밀한 최적설계는 거의 불가능하였다. 그러나 지난 30여년 동안에 급격하게 발전하여 모든 과학기술분야의 획기적인 발전을 가져오게 한 컴퓨터 산업과 OR(Operation Research) 및 시스템공학은 구조공학분야에서도 유한요소법

(Finite Element Method : FEM)의 발전과 병행하여 과학적이며 합리적인 설계법의 급속한 발전을 가져 오게 하였다. 오늘날 고성능 컴퓨터를 이용한 과학적이며 합리적인 구조물의 설계에서는 주어진 설계 요구조건(응력제약, 변위제약, 치수제약, 안전성, 내구성, 시공성, 기능, 미관 등)을 모두 만족하면서 총 건설경비가 가장 적게드는 최적설계(구조형식, 사용 재료, 단면치수결정 등)가 가능하므로 이의 도입이 요망된다. 지금 까지 연구된 국내외의 수많은 지붕 트러스 구조와 관련한 연구들<sup>1~7, 15, 17)</sup>이 실제의 구조설계에 직접적으로 적용되기에는 많은 어려움이 있다. 또 실제 건축구조물의 지붕 트러스 설계의 경우 초기 부재단면을 가지고 우선 건물을 해석한 후 구조물의 구조적인 응답이 건물 규준이나 경험에 의해 제시되는 성능 기준에 대하여 만족하는지를 검토

\* 학생회원 · 경북대 건축공학과 강사, 공학박사

\*\* (주)동일토건 건축부, 공학석사

\*\*\* 정회원 · 영진전문대 건축디자인계열 부교수

\*\*\*\* 정회원 · 경북대 건축공학과 교수, 공학박사

하게 된다. 이러한 기준에 위배되거나 과도할 경우 부재 단면의 크기가 다시 설정되고 구조물은 다시 해석된다. 이러한 과정은 합리적인 설계가 얻어질 때까지 반복된다. 그러나 이러한 수행의 최종설계는 설계 가능 범위에 있을지는 몰라도 최적성에 대한 보장을 할 수 없을 뿐 아니라 시간적인 제약과 설계 예산상의 제약때문에 구조물의 최적 설계는 전통적인 반복설계 과정으로서는 어렵다.

일반적인 설계법은 구조해석 결과를 바탕으로 설계결과의 구조적 성능과 효율성의 판단을 기술자의 직관과 경험에 의존하는 것과 비교하면, 최적설계법은 구조해석과 구조설계를 종합적·합리적으로 처리하는 통합적 구조설계라고 할 수 있다.

최적설계법이 구조물의 설계에 매우 유용하다는 사실이 증명되고 있긴 하지만, 아직도 최적설계의 의미를 제대로 이해하지 못하고 있는 실정이며, 더구나 설계실무자는 어디까지나 사용자이기 때문에 수리적 계획수법에 친숙할 필요는 없지만 최소한 이런 기법의 가능성과 중요성을 이해할 필요는 있는데 대부분 이해하지 못하고 있는 실정이다.

일반적으로 트러스 구조물 설계시 주어진 부재의 응력에 따라 단면적을 산출하여 그 단면적에 역학적으로 가장 합리적인 단면을 선정하여 경제적인 설계 단면을 구하였다. 그러나 각종 트러스 구조의 형상(pratt, howe, warren 등), 트러스 높이에 따른 경제성의 문제는 보통 설계자의 경험과 직관에 의하여 결정되고, 특별한 검토가 이루어지지 않고 설계가 수행되는데 실제 트러스 구조 설계시에는 트러스의 형상과 높이가 전체 건설공사비에 크게 영향을 미친다.<sup>3~6)</sup> 따라서, 트러스 구조물의 최적 설계에서 트러스 형상, rise비(높이/span) 및 격간수(number of panel)를 고려하는 것이 필요하다.

트러스 형상과 스패에 따른 최적 형상과 최적 높이 및 격간수에 대해 설계자에게 초기 설계시의 주관적 선택의 어려움을 해결하고, 실제의 지붕형 트러스 구조에 설계하중을 작용시켜 응력해석에서 부터 부재 단면설계까지의 자동화된 최적설계 알고리즘을 개발할 필요가 있다.

따라서 본 연구에서는 실무 설계시 예비설계 단계에서부터 트러스의 형상, 격간수, 높이 및 부재단

면 등을 가정한 다음 부재단면의 설계검증만을 행하는 재래적 설계 패턴을 지양하고 구조의 안전성과 골조 중량 등의 경제성을 동시에 자동적으로 만족하는 실용적 최적설계를 위한 문제의 형성과 최적화 알고리즘을 개발하는 것을 목적으로 한다.

## 1.2. 연구의 범위 및 방법

본 연구는 철골 지붕 트러스의 자동화 최적설계에 관한 연구로서 철골조의 평면트러스와 입체트러스로 분리하여 적용한다.

평면트러스의 경우에는 트러스의 형상(shape)을 프랫(pratt), 하우(howe) 및 와렌(warren) 타입 등으로 하며, 입체트러스의 경우에는 복층 래티스(double layered lattice) 타입으로 한다. 부재는 원형강관을 사용하여 트러스 중량을 최소화 하는 최적 단면치수(원형강관의 외경과 살 두께), 트러스 높이, 트러스의 격간수(예:상.하현재의 개수) 등을 구한다. 이를 위하여 목적함수식은 트러스 중량에 관한 함수식으로 나타내며, 설계 제약식으로는 응력, 변위, 단면치수, 세장비 및 국부좌굴 등에 관한 제약사항들을 적용한다.

설계변수는 단면치수, 트러스의 높이, 트러스 격간수 등으로 하여 최적설계변수 값을 구하며, 하중은 고정하중과 적재하중 등을 고려한 연직방향의 등분포 하중을 평면트러스 상현재의 각절점에 정적인 집중하중으로 치환하여 적용한다.

응력해석은 변위법에 의한 선형 유한요소해석법을 적용하며, 최적설계는 3단계로 분할하여 최적화에 수렴해 가는 기법을 적용하여 각 단계에서의 최적화 알고리즘은 다음과 같다.

먼저, 제 1단계에서는 트러스 높이와 격간수가 고정된 상태로 비선형 제약조건과 목적함수를 가지는 최적화 문제에서 단면의 치수만을 최적화하며, 이를 위하여 Anthony V. Fiacco의 SUMT(Sequential Unconstrained Minimization Technique)<sup>8, 15)</sup>를 이용한다.

단면최적화에서는 동적 계획기법(dynamic programming method)을 이용하여 트러스 각 부재의 최적화에서부터 전체 부재의 최적화를 실시한다.

제 2단계에서는 트러스의 격간수를 고정시킨 상태에서 실수형 변수인 트러스의 높이에 대한 등분간격법(3점등간격법)<sup>9)</sup>에 의해 최적 트러스 높이를 구하였다. 이것은 미분이나 변분을 이용하지 않고 간단히 최적해에 수렴할 수 있다.

제 3단계에서는 정수형 설계변수인 트러스 격간수를 변화시켜 1,2단계를 반복수행하여 최적 격간수를 포함한 설계변수의 최적값을 구한다.<sup>10)</sup>

각 단계별로 초기에 설계변수는 물론 트러스의 절점수와 요소연결, 절점하중 및 절점좌표값이 가정된 상태에서 응력해석을 수행하고 그 결과 부재력과 변위를 자동적으로 최적설계 루틴과 연결되도록 데이터베이스화하고 최적설계 과정을 거치게 되면 최적의 설계변수값을 얻게되며 이것을 가지고서 매 단계마다 재해석 모델링을 위한 최적값과 높이를 자동적으로 입력할 수 있도록 한다. 재해석을 위해서는 트러스의 절점하중, 부재단면의 크기, 절점의 수, 절점좌표값 및 요소연결 등이 바뀌게 되고 따라서 유한요소 해석시 요소 및 전체의 강성 매트릭스와 변환 매트릭스가 변경되어 응력해석이 이루어진 다음 최적설계의 과정으로 넘어가게 된다.

이와 같은 과정을 각 단계마다 반복하면서 각 단계별 최적해를 구하며, 그 중에서 최종적으로 목적함수값을 최소화하는 최적 설계변수값을 구한다.

또한, 실제설계에 최대한 근접하도록 하기 위하여 트러스 구조물의 부재를 상현재, 하현재 및 web재(수직재, 사재)의 3부분으로 그룹핑하여 각 그룹별로 가장 큰 부재 단면적을 모든부재에 동일하게 적용하는 최적화 기법을 수행하여 그룹핑하지 않은 최적화의 결과와 비교한다.

그룹핑을 하기 위해서는 bubble sorting 서브루틴을 이용하여 최대 및 최소값 즉, 인장과 압축의 최대값을 sorting하고, 단면 최적화를 하여 상현재, 하현재 및 web재의 3부분으로 그룹핑을 한다.

## 2. 최적화 기법

### 2.1 개요

최적설계란 최소한의 재료와 비용을 사용하여 안전하고도 경제적인 구조물을 설계하는 것을 말하며,

현재 많은 최적화기법이 개발되어 유용하게 사용되고 있다.

이러한 최적설계는 문제의 특성에 따라 구조물의 비용(cost), 중량(weight), 단면적(sectional area) 및 체적(volume)등을 목적함수로 하여 최적설계를 수행할 수 있다. 여러 가지 최적화 기법 중 다변수 비선형 함수의 최적해를 구하기 위한 알고리즘으로는 H.H. Rosenbrock이 개발한 HILL 알고리즘, J.B. Rosen이 개발한 PROJG(Gradient Projection)알고리즘, penalty function method를 이용하여 Fiacco와 McCormick이 개발한 SUMT알고리즘, Fletcher & Powell이 개발한 CONMIN 알고리즘 및 GRG (Generalized Reduced Gradient method)알고리즘 등이 있다.

또 일변수 비선형 탐사법으로는 Dichotomous Search, Equal Interval Search, Fibonacci Search 및 Golden Section Search 등이 널리 사용되고 있다.<sup>8, 9, 10, 11, 14)</sup>

### 2.2. SUMT 알고리즘에 의한 비선형 단면최적화<sup>8, 10, 14)</sup>

철골 트러스구조의 최적설계문제는 탄성문제를 적용하면 비선형계획문제로 형성된다. 이러한 비선형 계획문제는 직접적으로 해를 구하기 곤란하므로 해를 보다 용이하게 구할 수 있도록 하기 위하여 무제약 최적화문제로 변환시켜 축차적으로 해를 구하는 Fiacco McCormic의 SUMT 알고리즘[8]에서 설계변수의 값이 exterior penalty function method와 같이 설계가능영역 내·외부의 어디에서나 수렴해갈 수 있도록 하면서, 원하는 근사해가 구해지면 도중에 탐사를 중지하고 이를 근사 최적해로 이용할 수 있는 interior penalty function method를 개선하여 목적함수식을 식(1)과 같이 penalty parameter  $a^r, t^r$ 을 사용하여 무제약화하는 mixed penalty function method를 사용한다

$$\text{minimize } \phi''(X, a^r, t^r) \quad (1)$$

식(1)에서  $\phi''(X, a^r, t^r)$ 은 식(2)와 같이 정식화된다.

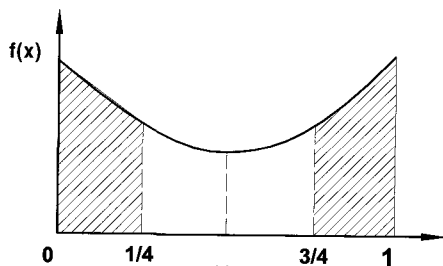
$$\phi'(X, a^r, t^r) = \left. \begin{aligned} & C(X) + a^r \sum_{j=1}^m \frac{1}{G_j(X)} \\ & + t^r \sum_{j=1}^m \max. \{G_j(X), 0\}^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

여기서,  $a^r$  :  $r$ 번째 penalty parameter  
 $(a^1 > a^2 > \dots > a^r > a^{r+1}),$   
 $t^r$  :  $r$ 번째 penalty parameter  
 $(t^1 < t^2 < \dots < t^r < t^{r+1}),$   
 $C(X)$  : 목적함수

### 2.3. 3점 등간격법에 의한 직접탐사법

일변수의 직접탐사법 중에서 미분을 이용하지 않고 쉽게 최적해를 구하는 방법으로는 2분법, 등간격법, Golden Section Method 및 Fibonacci Method 등이 있다.<sup>8, 10, 14)</sup>

변수  $x$ 의 폐구간  $[0, 1]$ 사이를 등간격으로 3등분하는 2점을 택하여 목적함수의 값을 비교하여 변수의 구간을 줄여 나감으로서 근사적인 최소값 또는 최대값을 구하는 방법을 2점 등간격법(two equal interval search)이라 하며, 이와 같은 방법으로 4등분하는 3점을 택하여 시행할 경우는 3점 등간격법(three equal interval search)이라 한다. 본 연구에서는 3점 등간격법을 트러스 구조물의 최적 높이를 구할 때 사용한다.

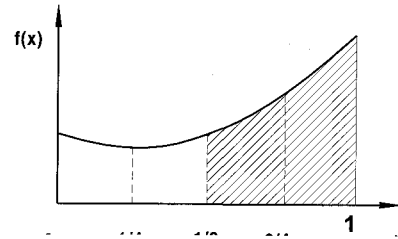


<그림 1>  $f(\frac{1}{4}) > f(\frac{1}{2}), f(\frac{1}{2}) < f(\frac{3}{4})$ 인 경우

3점 등간격법(three equal interval search)은 해의 범위를 세가지 경우로 나누어 그 범위를 축소시켜나간다.

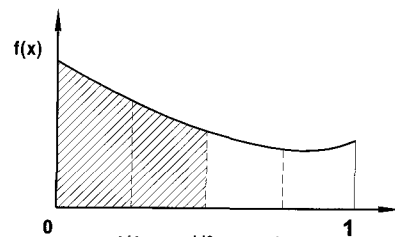
목적함수값이  $f(\frac{1}{4}) > f(\frac{1}{2}), f(\frac{1}{2}) < f(\frac{3}{4})$  사이에 있을 때는 <그림 1>과 같이 빗금친 부분을 제외시킨다.

목적함수값이  $f(\frac{1}{4}) < f(\frac{1}{2}) < f(\frac{3}{4})$  사이에 있을 때는 <그림 2>와 같이 빗금친 부분을 제외시킨다.



<그림 2>  $f(\frac{1}{4}) < f(\frac{1}{2}) < f(\frac{3}{4})$ 인 경우

목적함수값이  $f(\frac{1}{4}) > f(\frac{1}{2}) > f(\frac{3}{4})$ 인 경우에는 <그림 3>과 같이 빗금친 부분을 제외시킨다.



<그림 3>  $f(\frac{1}{4}) > f(\frac{1}{2}) > f(\frac{3}{4})$ 인 경우

위의 세가지 경우를 반복 수행하여 목적함수의 최소값이 허용오차범위 내에 들어올 때까지 반복하여 시행한다.

### 2.4. 동적계획(Dynamic Programming)기법<sup>2)</sup>

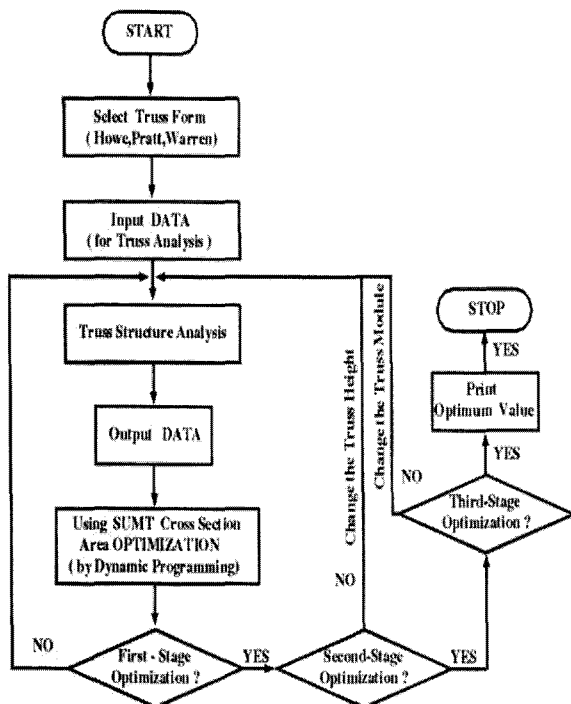
동적계획기법은 상호 관련된 일련의 의사결정을 만드는데 사용되는 수리적 최적화기법으로서 일반적으로 다단계(multi level)의 의사결정 과정을 단일 단계(single level)의 의사 결정과정으로 변환시키는 것이다.

동적계획기법의 결정적인 결점은 문제가 복잡해지면 컴퓨터의 많은 기억용량이 요구되고 해의 수렴 속도가 느려지므로 구조시스템의 최적화 문제와 같이 복잡한 문제에 효율적인 최적화 기법이라 할 수 없다는 점이지만, 오늘날 고성능 제4세대 컴퓨터를 이용하면 효율적으로 해를 구할 수 있다.

동적계획기법은 구조물의 최적화에서 각 단계의 결과를 구조물의 연속적인 특성에 이용하는 것이며, 이 방법에 의하면 전체 N개의 변수를 가진 설계문제를 단변수를 가진 부차적인 n개가 연속되도록 본래의 문제보다 더 쉽게 최적해를 구할 있게 한다. 즉, 강관의 경우 트러스 구조물의 각 부재의 전체 변수를 강관의 직경과 강관의 살두께의 2변수로 반복 수행하는 것이다.

### 2.5. 다단계 분할 최적화 기법

본 연구에서는 3단계로 분할하여 최적해에 수렴해 나가는 기법으로서 설계변수와 설계공간(design space)의 차수를 줄여나가는 방법으로 최적화한다.<sup>1, 19)</sup>



〈그림 5〉 다단계 분할 최적설계 알고리즘

먼저 제 1단계에서는 트러스의 높이와 격간수가 고정된 상태로 비선형 제약조건과 목적함수를 가지는 단면 최적화를 실행하며 여기에는 Anthony V. Fiacco의 SUMT법을 이용하였다. 단면 최적화에서는 동적 계획기법에 의해 트러스 각부재의 최적화에서부터 전체부재의 최적화를 실시하도록 한다. 그리고 제 2단계에서는 트러스의 격간수를 고정시킨 상

태에서 실수형 변수인 트러스의 높이(또는 상·하현재의 각도)를 변수 직접 탐사기법인 등간격법(3점 등간격법)을 이용하여 트러스의 최적 높이를 구한다. 제 3단계에는 정수형 설계변수인 트러스 격간수를 고려한 정수 계획법에 의한 직접탐사법으로 트러스의 최적 격간수를 구한다. 각 단계에서의 최적화 알고리즘은 <그림 5>와 같다.

### 3. 트러스 구조물의 최적설계 정식화

일반적으로 구조물의 설계에서는 무수한 설계 가능해 들이 존재한다. 그 중에서 최적해를 발견하기 위해서는 여러 설계 가능해들을 서로 비교하는데 필요한 기준이 되는 목적함수를 설정하며, 최적화 과정에서 이 값이 최소 또는 최대가 되는 설계변수의 값이 최적해이다.

그리고 제약조건으로는 응력, 변위, 좌굴, 세장비 및 설계변수에 대한 상·하한값 등이 될 수 있다. 구조물의 기하학적 형태와 하중 조건이 주어지고 필요한 설계변수와 목적함수 및 제약조건 등이 결정되면 식(3)~식(4)와 같은 형식으로 최적설계의 문제를 정식화 할 수 있다.

$$\text{minimize } F(X) \tag{3}$$

$$\text{subject to } \begin{aligned} g_i(X) &\leq b_i & i=1, 2, \dots, p \\ g_j(X) &\geq b_j & j=1, 2, \dots, q \end{aligned} \tag{4}$$

여기서,  $F(X)$  : 목적 함수식

$X$  : 설계변수

$g_i(X)$  :  $i$ 번째 제약식

$g_j(X)$  :  $j$ 번째 제약식

$b_i$  :  $i$ 번째 제약식의 상한값

$b_j$  :  $j$ 번째 제약식의 하한값

#### 3.1. 목적함수식

철골 트러스 구조물의 최적설계에 있어서 목적함수를 사용부재의 중량으로 하는 경우는 부재의 단면적에 비례하여 설계값이 결정되므로 변수는 부재의 단면적이 되며, 중량에 대한 목적함수식은 식(5)와 같다.

$$W = \rho V_{tot} = \rho \left[ \sum_{i=1}^{nelt} (A_i L_i) \right] \quad (5)$$

여기서,  $W$  : 트러스 구조물의 전체중량 (kgf)

$\rho$  : 재료의 밀도 (kgf/cm<sup>3</sup>)

$V_{tot}$  : 트러스 구조물의 전체 체적 (cm<sup>3</sup>)

$nelt$  : 트러스의 부재 수

$A_i$  : 트러스 부재의 단면적 (cm<sup>2</sup>)

( $i=1, 2, \dots, nelt$ )

$L_i$  : 트러스 부재의 길이 (cm)

( $i=1, 2, \dots, nelt$ )

### 3.1. 제약조건식

압축 또는 인장응력을 받는 원형 강관 부재에 대하여 허용응력설계법에 의한 강구조 설계시방서<sup>[6]</sup>와 설계자에 의해 요구되는 제약조건식을 나타내면 다음과 같다.

#### 3.1.1. 응력 제약조건식

(1) 인장 응력에 대한 제약조건식

인장을 받는 부재의 응력에 대한 제약조건식은 식(6)과 같다.

$$f_t - \frac{N_{ti}}{A_i} \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, p) \quad (6)$$

여기서,  $N_{ti}$  :  $i$ 번째 부재의 인장력

$f_t$  : 부재의 허용 인장응력도 (kgf/cm<sup>2</sup>)

$p$  : 구조물에서 인장력을 받는 부재의 수

(2) 압축 응력에 대한 제약

압축을 받는 부재의 응력에 대한 제약은 식(7)과 같다.

$$f_c - \frac{N_{ci}}{A_i} \geq 0 \quad (i=p+1, p+2, \dots, n)$$

$$f_t - \frac{N_{ti}}{A_i} \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, p) \quad (7)$$

여기서,  $N_{ci}$  :  $i$ 번째 부재의 압축력

$f_c$  : 부재의 허용 압축응력도 (kgf/cm<sup>2</sup>)

식(7)의 허용압축응력도 ( $f_c$ )는 세장비와 한계세

장비 ( $\lambda_p$ )의 관계에 따라서 식(8) 및 식(9)와 같다.

$$\lambda_i \leq \lambda_p \text{ 일때: } f_c = \frac{\left\{ 1 - 0.4 \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \right)^2 \right\} F_y}{\frac{3}{2} + \frac{2}{3} \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \right)^2}$$

( $i=1, 2, \dots, q$ ) (8)

$$\lambda_i > \lambda_p \text{ 일때: } f_c = \frac{0.277 F_y}{\left( \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \right)^2}$$

( $i=1, 2, \dots, m$ ) (9)

여기서,  $\lambda_p : \pi \sqrt{\frac{E}{0.6 F_y}}$  (10)

$\lambda_i$  :  $i$ 번째 부재의 세장비

$$= \frac{\text{좌굴길이 } (l_k)}{\text{좌굴축에 대한 단면2차 반경 } (r)}$$

$q$  :  $\lambda_i \leq \lambda_p$ 인 부재수

$m$  :  $\lambda_i > \lambda_p$ 인 부재수

#### 3.1.2. 세장비 제약조건식

부재의 세장비에 대한 제약은 식(11)과 같다.

$$\lambda_i - \lambda_{\max} \leq 0 \quad (i=p+1, p+2, \dots, n) \quad (11)$$

여기서,  $\lambda_i$  :  $i$ 번째 압축부재의 세장비

$\lambda_{\max}$  : 최대 세장비 (=250)

#### 3.1.3. 국부좌굴에 대한 제약

압축부재에 대하여 원형 강관의 국부좌굴을 방지하기 위한 관경-두께 比의 제약은 식(12)와 같다.

$$\frac{D_i}{t_i} \leq \frac{240}{F_y} \quad (i=p+1, p+2, \dots, n) \quad (12)$$

여기서,  $F_y$  : 강재의 항복강도 (tf/cm<sup>2</sup>)

#### 3.1.4. 처짐에 대한 제약조건식

트러스의 처짐에 대한 제약은 식(13)과 같다.

$$\Delta - \Delta_{\max} \leq 0 \quad (13)$$

여기서,  $\Delta$  : 구하고자 하는 위치의 처짐량

$\Delta_{max}$  : 구조물의 최대처짐량(=  $\frac{\text{스팬길이}}{300}$ )

$H_{max}$  : 트러스 높이의 최대치

식(13)의 처짐량  $\Delta$ 는 가상일의 원리에 의한 단위 하중법을 이용하여 식(14)와 같이 구한다.

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{N_{fi} N_{0i}}{EA_i} l_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

여기서,  $N_{fi}$  : 외력에 의해서 발생하는  $i$ 번째 부재의 축력 (kgf)

$N_{0i}$  : 변위를 구하고자 하는 점에 단위 하중을 작용하여  $i$ 번째 부재에 생기는 축력

$E$  : 부재의 탄성계수 (kgf/cm<sup>2</sup>)

$l_i$  :  $i$ 번째 부재 길이 (cm)

$A_i$  :  $i$ 번째 부재 단면적 (cm<sup>2</sup>)

### 3.1.5. 원형강관의 단면치수 제약

원형강관의 단면치수에 대한 제약은 식(15)~식(16)와 같다.

$$D_{min} \leq D_i \leq D_{max} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (15)$$

$$t_{min} \leq t_i \leq t_{max} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (16)$$

여기서,  $D_i$  :  $i$ 번째 원형 강관의 직경 (cm)

$D_{min}$  : 원형강관의 최소 직경 (2.0cm)

$D_{max}$  : 원형강관의 최대 직경 (50.0 cm)

$t_i$  :  $i$ 번째 원형강관의 살두께 (cm)

$t_{min}$  : 원형 강관의 최소 살두께 (0.1 cm)

$t_{max}$  : 원형 강관의 최대 살두께 (1.0 cm)

### 3.1.6. 트러스 높이에 대한 제약

트러스 높이에 대하여 트러스가 형성되기 위한 최소높이 및 최적화 과정에서의 필요성으로 인해 설계자의 경험과 직관에 의해 임의로 주어지는 최대높이에 대한 제약조건은 식(17)과 같다.

$$H_{min} \leq H \leq H_{max} \quad (17)$$

여기서,  $H_{min}$  : 트러스 높이의 최소치

## 4. 설계에 및 결과 고찰

본 장에서는 평면트러스와 입체트러스 각각에 대하여 본 연구에서 개발한 최적설계 알고리즘을 적용하여 그 결과를 비교하고자 한다.

먼저 [예제 1]은 평면트러스를 예로 하여 howe와 pratt 및 warren 트러스에 스패를 달리하여 각각 그룹핑 하지 않은 경우와 유사한 부재별로 그룹핑한 경우에 대하여 최적화를 수행한 후 그 결과를 비교·분석한다.

다음의 [예제 2]에서는 입체트러스에 대하여 최적화를 수행하고, 그 결과를 문헌 [7]에서 GINO 프로그램에 의하여 최적화한 결과와 비교한다.

### 4.1. [예제 1] 평면(plane) 트러스의 최적설계

#### 4.1.1. 설계조건

<그림 6>과 같이 각 트러스에 정적인 하중을 재할 경우에 최적설계를 수행하여 트러스의 최적 높이(H)와 격간수(number of panel : 상현재 혹은 하현재 개수) 및 최적중량을 구한 경우와 트러스 구조물의 상현재, 하현재 및 web재 등의 3부분으로 그룹핑하여 최적화를 하였을 때의 트러스의 최적 단면과 최적 높이 및 격간수를 구하고자 한다. 본 예제에서는 사용부재를 원형강관으로 하며, 트러스 구조물에 적용되는 부재의 중량에 대한 목적함수식과 제약조건식은 식(5)~식(17)과 같으며 설계조건은 다음과 같다.

$$F_y = 2400 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}, \quad E = 2.1 \times 10^6 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

$$W_p = W_r \times T_s \times S, \quad P = \frac{W_p}{NP}$$

여기서,  $W_p$  : 설계하중 (kgf),  $P$  : 절점하중 (kgf)

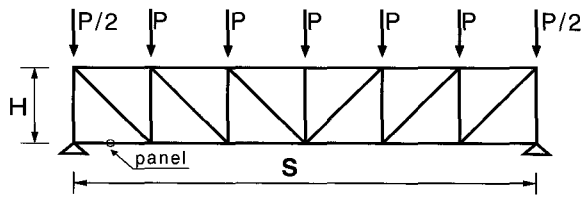
$W_r$  : 지붕 트러스의 단위 면적당 하중  
= 0.015 (kgf/cm<sup>2</sup>)

$T_s$  : 트러스 간격 (500 cm)

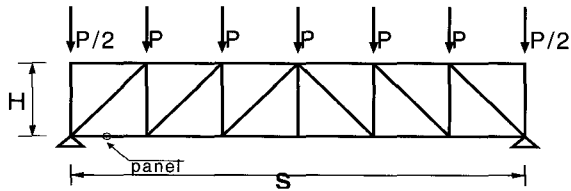
$S$  : 스패(1200 cm, 1600 cm, 2000 cm, 2400 cm)

$NP$  : 격간수 (number of panel)

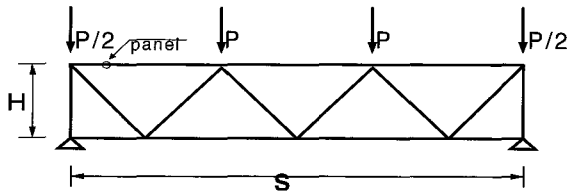
$H$  : 트러스 높이 (cm)



〈그림 6〉 pratt 트러스 (격간수가 6인 경우)



〈그림 7〉 howe 트러스 (격간수가 6인 경우)



〈그림 8〉 warren 트러스 (격간수가 3인 경우)

4.1.2. 최적설계 결과

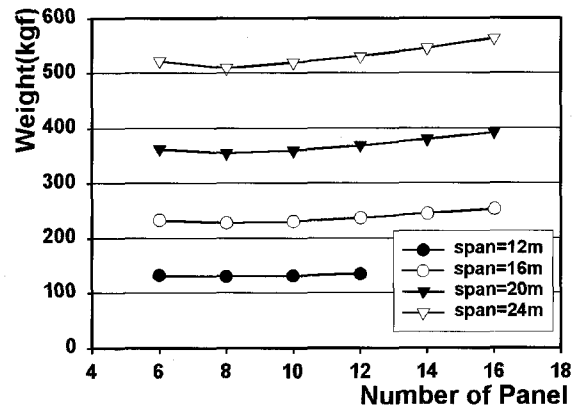
〈그림 6〉~〈그림 8〉의 평면 트러스에 대한 최적설계의 결과를 <표 1> 및 <그림 9〉~〈그림 19〉에 나타내었다.

여기서, <표 1>은 트러스의 스패인이 24m인 경우에 대하여 그룹핑을 하지 않을 때의 트러스의 형상별 최적설계 결과를 나타내고 있다.

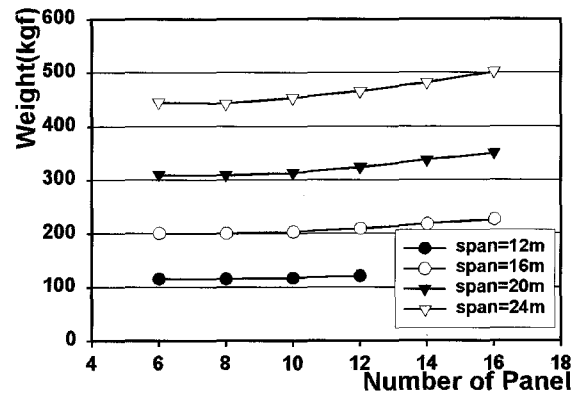
〈표 1〉 그룹핑 최적화의 각 부재별 비교

(span=2400cm)

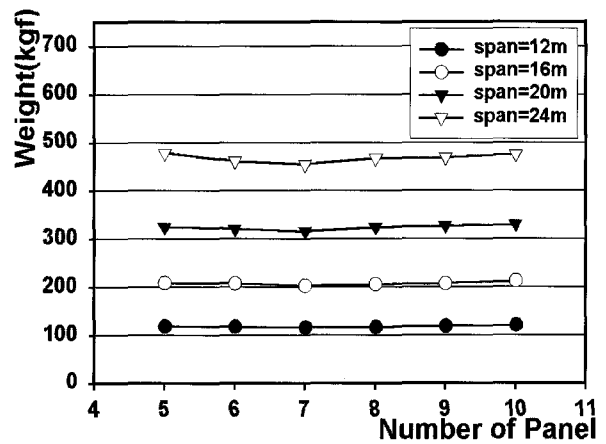
트러스 종류	격간 수	최적 높이 (cm)	부재 종류	최적단면적(cm <sup>2</sup> )		중량 (kgf)	총중량 (kgf)
				(압축)	(인장)		
howe	8	312.83	하현재	5.807	2.360	109.40	878.71
			상현재	11.376		214.33	
			web재	9.595	3.516	554.98	
pratt	8	287.50	하현재	7.923	4.769	149.27	862.59
			상현재	13.011		245.13	
			web재	8.443	7.114	468.19	
warren	4	342.30	하현재	7.859	3.697	148.07	657.74
			상현재	13.035		245.57	
			web재	7.777	5.610	264.10	



〈그림 9〉 pratt 트러스 최적중량



〈그림 10〉 howe 트러스 최적중량



〈그림 11〉 warren 트러스 최적중량

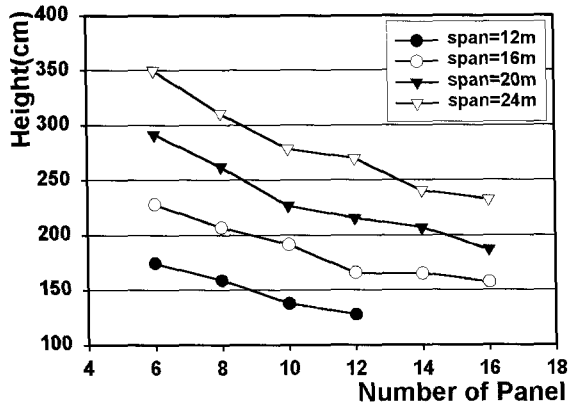
[예제 1]에서는 평면 트러스의 최적설계시 부재의 위치나 특성별로 그룹핑을 하여 최적화하는 경우와 그렇지 않은 경우의 각각에 대하여 수행하였다.

먼저, 그룹핑을 하지 않은 경우에 대하여 그 결과

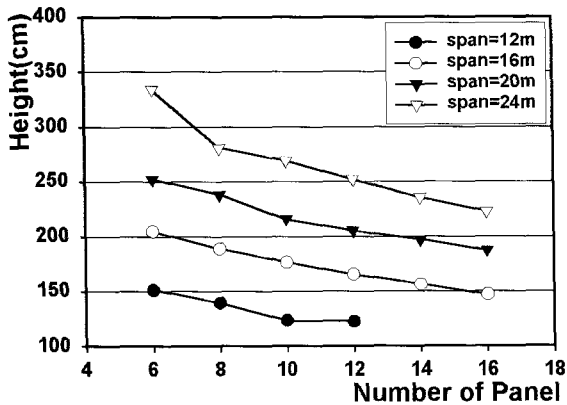


를 살펴보면 <그림 9>~<그림 11>은 트러스 형상과 스패 및 격간수 별로 최적중량을 나타내고 있으며, <그림 12>~<그림 14>에서는 트러스의 스패와 격간수를 달리할 때의 최적높이를 트러스 형상별로 나타내고, <그림 15>~<그림 17>에서는 트러스의 스패와 격간수를 달리 할 때 사재의 최적 경사각을 트러스의 형상별로 나타내고 있으며, <그림 18>에서는 스패와 트러스 형상별 최적중량을 나타내었다.

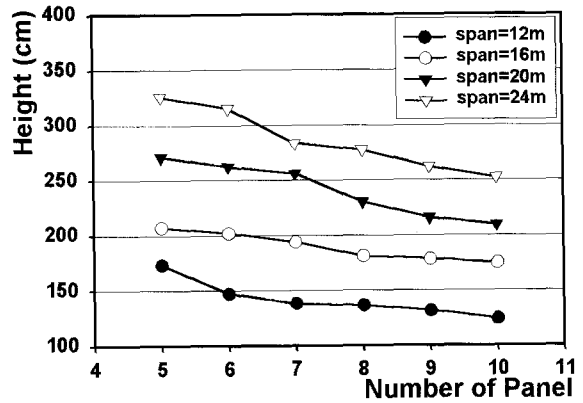
다음은 트러스의 부재들을 유사한 부재별로 그룹핑을 한 경우에 대하여 <그림 19>에서는 트러스의 높이가 증가함에 따른 트러스 형상별 최적중량을 잘 나타내고 있다.



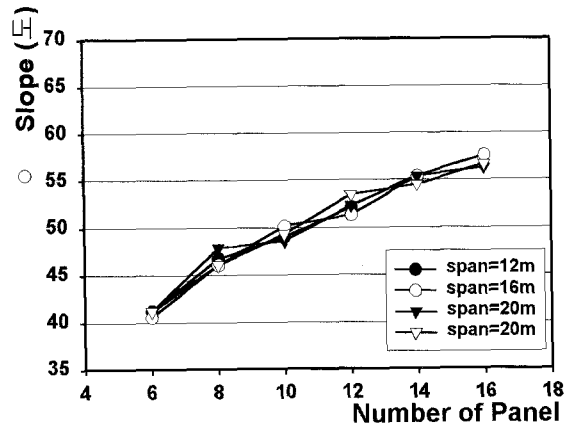
<그림 12> pratt 트러스 최적높이



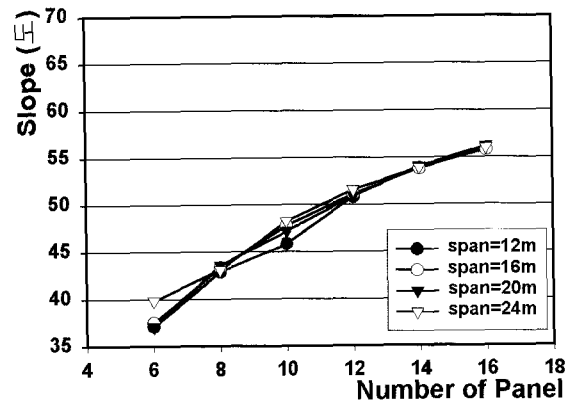
<그림 13> howe 트러스 최적높이



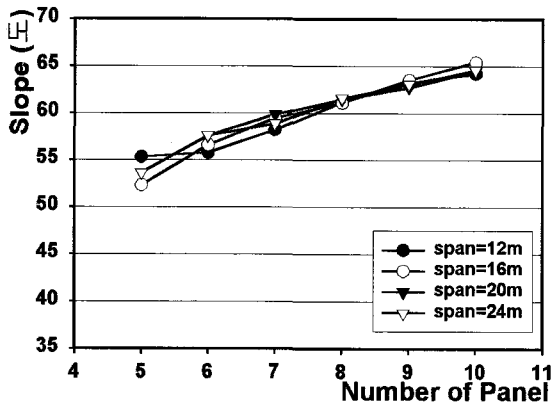
<그림 14> warren 트러스 최적높이



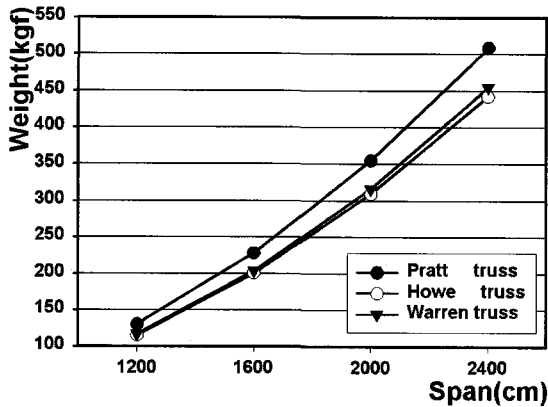
<그림 15> pratt 트러스 사재의 경사각



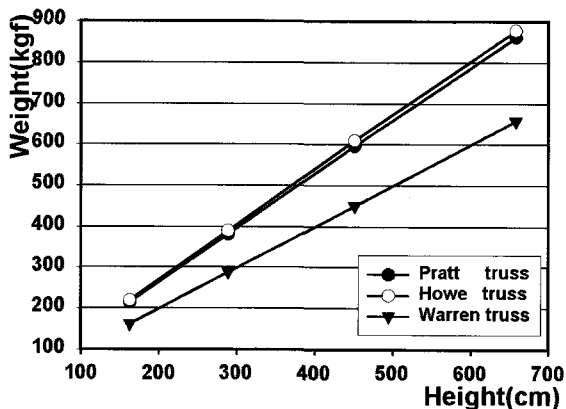
<그림 16> howe 트러스 사재의 경사각



<그림 17> warren 트러스 사재의 경사각



<그림 18> 각 트러스별 최적 중량



<그림 19> 그룹핑을 한 경우 트러스 형상별 최적중량

#### 4.2. [예제 2] 입체(space) 트러스의 최적설계

##### 4.2.1. 설계조건

<그림 20>과 같은 복층의 입체 트러스 상현재의

각 절점에 정적인 집중하중을 가하여 최적설계를 수행한다.

사용부재는  $F_y = 2400 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$ ,  $E = 2.1 \times 10^6 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$ 인 원형강관으로 하며, 적용된 설계조건은 다음과 같다.

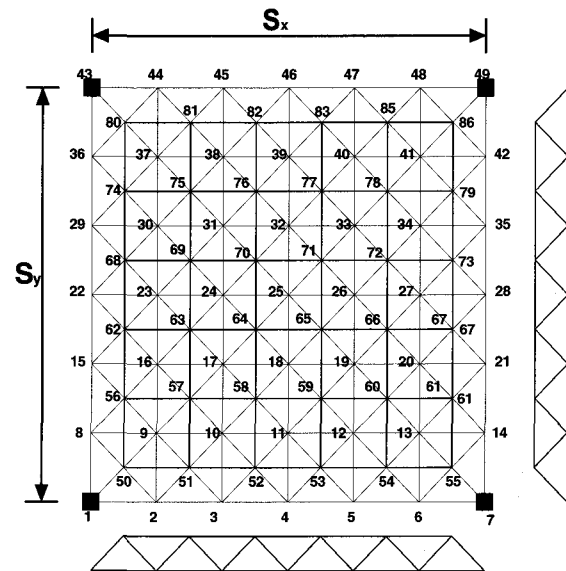
$$W_p = W_r \times S_x \times S_y$$

여기서,  $W_p$  : 설계하중 (kgf)

$W_r$  : 지붕 트러스의 단위 면적당 하중  
 $= 0.015 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$

$S_x$  : 스패 (x방향 스패 : 1200 cm)

$S_y$  : 스패 (y방향 스패 : 1200 cm)



<그림 20> 입체트러스(격간이 6인 경우)

경계조건은 4개의 코너 절점만 힌지조건으로 한다.

원형강관을 사용하여 최적단면을 구하고자 할 때, 트러스 구조물에 적용되는 전 부재의 중량(또는 체적)에 대한 목적함수식과 제약조건식은 [예제 1]의 평면트러스의 경우와 동일하게 적용한다.

##### 4.2.2. 최적설계 결과

[예제 2]의 입체트러스에 대한 최적설계 결과를 <표 2>와 <표 3>에 잘 나타내었다.

<표 2> 입체 트러스의 단면 최적설계 결과비교

부재번호	본 연구 결과 $R_1$ ( $cm^2$ )	문헌[11] 결과 $R_2$ ( $cm^2$ )	$\frac{R_1 - R_2}{R_2}$ (%)	부재번호	본 연구 결과 $R_1$ ( $cm^2$ )	문헌[11] 결과 $R_2$ ( $cm^2$ )	$\frac{R_1 - R_2}{R_2}$ (%)
1~9	1.182	1.182	0	43~45	1.182	1.182	0
10	3.505	3.505	0	46	2.416	2.416	0
11	1.349	1.347	0.15	47	1.525	1.525	0
12~16	1.182	1.182	0	48, 49	1.182	1.182	0
17	1.349	1.347	0.15	50	2.069	2.069	0
18~20	1.182	1.182	0	51	1.356	1.356	0
21	3.505	3.505	0	52	1.182	1.182	0
22~24	1.182	1.182	0	53	1.356	1.356	0
25	5.574	5.574	0	54	1.743	1.743	0
26	3.260	3.260	0	55~57	1.182	1.182	0
27	2.691	2.691	0	58	3.458	3.458	0
28	5.180	5.180	0	59~61	1.182	1.182	0
29	3.095	3.095	0	62	2.482	2.482	0
30	2.560	2.560	0	63, 64	1.182	1.182	0
31	3.951	3.951	0	65	1.978	1.978	0
32	2.640	2.640	0	66	2.069	2.069	0
33, 34	2.098	2.098	0	67	1.978	1.978	0
35	5.180	5.180	0	68	1.182	1.182	0
36	2.691	2.691	0	69	1.968	1.978	0
37	2.640	2.640	0	70	5.829	5.829	0
38	3.095	3.095	0	71~73	1.182	1.182	0
39	3.260	3.260	0	74	3.458	3.458	0
40	3.951	3.951	0	75~77	1.182	1.182	0
41	5.180	5.180	0	78	2.416	2.416	0
42	5.574	5.574	0				

과 같이 입체 트러스의 대칭성을 이용하여 전체의 1/4만에 대해서만 나타내었다. 또한 <표 3>에서는 본 연구의 최적설계 결과를 격간수 별로 나타내었다.

<표 3> 입체 트러스의 격간수별 최적설계 결과

$S_x \times S_y$ (m)	격간수 (개)	절점수 (개)	부재수 (개)	최적높이 (cm)	사재의 최적경사각 ( $^\circ$ )	최적중량 (kgf)
12×12	4	41	128	212.50	54.78	725.60
	5	61	200	159.38	53.02	811.35
	6	85	288	135.94	53.66	882.60
	7	113	392	128.13	56.22	964.58
	8	145	512	108.33	55.30	1046.60

### 4.3. 결과의 비교 및 고찰

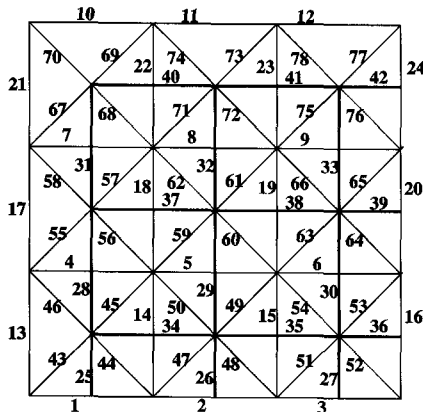
본 연구의 다단계 동적계획법에 의한 트러스 구조의 자동화 최적설계를 수행한 결과를 비교·고찰 하면 다음과 같다.

#### 4.3.1 (예제 1) 평면트러스의 결과비교 및 고찰

[예제1]의 평면트러스에 대한 최적설계 결과에서 먼저, 그룹핑하지 않은 경우에 대하여 살펴보면, 트러스의 최적중량은 howe, warren, pratt truss의 순으로 증가하여 howe트러스가 세가지 형상 중에서 가장 최소중량이 됨을 알 수 있었다. 이때 트러스의 최적 격간수는 pratt, howe트러스가 8개, warren 트러스는 7개임을 알 수 있었다.

또한, 트러스의 최적높이는 howe, warren, pratt 트러스의 순으로 높게 나타났다. 이들을 근거로 최적 rise비(높이/스팬)를 계산한 결과, pratt트러스가 0.130~0.133, howe 및 warren트러스는 0.117~0.120임을 알 수 있었다.

다음으로 트러스 부재를 상현재와 하현재 및 웨브재의 3부분으로 그룹핑하여 최적화한 결과를 살펴보면, 이 때는 그룹핑하지 않은 경우의 최적화 결과와 달리 warren트러스의 경우가 가장 최소중량이 되며, pratt, howe의 순으로 커짐을 알 수 있었다. 이때 트러스의 최적 격간수는 pratt, howe트러스의 경우는 그룹핑을 하지 않은 경우와 같이 8개였으나 warren 트러스의 경우는 4개로서 그룹핑하지 않은



<그림 21> 1/4만을 고려한 입체 트러스 (격간수 6인 경우)

<표 2>에서 본 연구의 최적설계 알고리즘을 검증하기 위하여 본 연구의 최적설계 결과를 문헌[7]의 결과와 부재별로 비교하였다. 여기서는 <그림 21>

경우와 차이가 있음을 알 수 있었다. 또한, 트러스의 최적높이는 pratt, howe, warren 트러스의 순으로 높게 나타났다. 이들을 근거로 최적 rise비(높이/스팬)를 계산한 결과, pratt 트러스는 0.118~0.120, howe 트러스는 0.126~0.128, warren 트러스는 0.142~0.143으로 pratt 트러스의 경우가 가장 낮게 나타났다. 이는 실제 설계시 높이에 대한 제약에 있을 경우에 pratt 트러스가 가장 유리한 형상임을 알 수 있다.

이러한 결과에서 트러스 구조물의 설계시 부재의 배열과 격간수가 매우 중요한 변수임을 고찰할 수 있었다.

#### 4.3.2 [예제 2] 입체 트러스의 결과비교 및 고찰

본 연구의 알고리즘을 검증하기 위하여 [예제 2]의 최적설계 결과를 문헌[7]의 결과와 비교할 때 그 결과값이 매우 잘 일치함을 알 수 있었다.

그리고 입체 트러스의 경우 본 예제의 설계조건에 대하여 격간수가 최소인 경우가 최적임을 알 수 있는데 이는 <표 3>에서 볼 수 있듯이 격간수의 증가에 따른 입체 트러스의 부재수 증가로 인하여 생기는 것이고, 주어진 격간수의 조건하에서 사재의 최적경사각은 약 50~60°에서 결정됨을 고찰할 수 있었다. 따라서 본 연구의 설계조건으로 할 경우, 입체 트러스의 설계에서 우선 트러스의 높이를 가능한 높게하고 격간수를 줄이는 것이 더 경제적으로 되지만 사재의 최적 경사각은 크게 변동이 없으므로 트러스 높이에 대한 제한이 있을 경우 주어진 높이에 적합한 격간수를 선택하여야함을 고찰할 수 있었다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 철팔 트러스 구조물의 설계시에 스팬과 작용하중이 주어지면 보다 실제적인 최적설계를 위해 유사한 부재들을 그룹핑하여 동일부재를 사용하도록 하고 응력해석에서 부터 최적설계 전과정을 일괄적으로 수행할 수 있도록 다단계 동적계획 기법에 의한 자동화 최적설계 알고리즘을 개발하였으며, 설계예를 들어 최적설계를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 본 연구에서 개발한 철팔 트러스 구조의 자동화 최적설계 알고리즘을 최적설계예를 들어 최적설계를 수행한 결과, 본 연구의 알고리즘에 대한 타당성과 적용가능성을 확인할 수 있었다.
2. 본 연구의 설계예의 결과에서 주어진 설계조건인 평면 트러스를 그룹핑 하지않고 최적화 할 경우에는 howe, pratt 및 warren 트러스 중 howe 트러스가 가장 경제적이었으나 그룹핑할 경우에는 warren 트러스가 가장 경제적인을 고찰할 수 있었다.
3. 철팔트러스의 형상과 격간수 및 라이즈 비가 트러스 구조의 건설비용에 많은 영향을 미치므로 철팔 트러스 구조의 설계시 이에 대한 고려가 있어야 됨을 알 수 있었다.
4. 본 연구에서 개발된 최적설계 알고리즘을 평면 트러스는 물론 입체 트러스 구조물의 자동화 최적설계에도 적용 가능함을 알 수 있었다.

## 참 고 문 헌

- 1) Spillers, W. R, "Iterative Design for Optimal Geometry" Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 101, No. ST7, Proc. paper 11439, July, 1975, pp.1435-1442
- 2) Saka. M. P., M. Ulker, "Optimum Design of Geometrically Transmission Towers by Dynamic Programming" Computers and Structures, Vol. 3, 1973, pp.429-442.
- 3) Dr. Ahmed El-Sheikh, "Optimization Design of Space Trusses" Journal of The International Association for Shell and Spatial Structures: IASS, 1998.
- 4) Ahmed El-Sheikh, "OPTIMUM DESIGN OF SPACE TRUSSES" IASS, 1998.
- 5) Antonio, L. T., Luciano, O. and Corrado, P., "Minimum Weight Design of Reticular Space Structures : A Computer Aided System" International Journal of Space Structures Vol.9 No.4, 1994, pp.179-189.
- 6) Salmon, C. G. and Johnson, J. E., "Steel Structures: Design and behavior, 2nd Edition"

- Haper and Row, 1980.
- 7) Judith Liebman, Leon Lasdon, Linus Schrage and Allan Waren "Modeling and Optimization with GINO" The Scientific Press, 1986.
  - 8) James L. Kuester, Joe H. Mize, "Optimization Techniques with Fortran" McGraw-Hill, 1973, pp.309-319, 412-463
  - 9) David A. Wismer, R. Chattergy, "INTRODUCTION TO NONLINEAR OPTIMIZATION" North holland pp. 117-138, 197-218, 291-324.
  - 10) JASBIR S. ARORA, "INTRODUCTION TO OPTIMUM DESIGN" McGRAW-HILL Book Company, 1994, pp.1-31.
  - 11) Kirsch, U., "Optimum Structural Design" McGraw Hill, 1981.
  - 12) Elliot B. Koffman and Frank L. Friedman, "Fortran with Engineering Applications" Addison-Wesley Publishing Company, 1993.
  - 13) 吉識雅夫, 조철호 譯, "유한요소법에 의한 구조 해석 프로그램" 정림 출판사, 1983
  - 14) 조효남, 박문호, 류연선, "구조물의 최적설계" 한국 전산구조 공학회, 1991.
  - 15) 이규원, 변근주, 황학주, "SUMT법에 의한 강재 트러스의 최적설계에 관한 연구" 대한건축학회 논문집, vol. 28. 4호, 1980.
  - 16) "강구조 계산규준 및 해설" 대한 건축 학회, 1983.
  - 17) 김홍국, 최은규, 이병해, "최적화 기법을 이용한 3차원 트러스 구조물의 설계 자동화" 대한건축 학회 vol. 11. 8호, 1995.
  - 18) 편해완, 오규락, 강문명, "다단계 분할기법에 의한 평면트러스의 단면치수 및 형상최적화" 한국 강구조학회 논문집, 제12권 5호, 2000. 10, pp. 515-525.
  - 19) 편해완, "신뢰성제약을 고려한 철골 트러스의 단면 및 형상최적화" 경북대 박사학위논문, 2000. 12