

축하중을 받는 원통형 셸의 좌굴강도

Buckling Strength of Cylindrical Shell Subjected to Axial Loads

김 승 역¹⁾ · 최 동 호²⁾ · 이 동 원³⁾ · 김 창 성⁴⁾

Kim, Seung Eock · Choi, Dong Ho · Lee, Dong Won · Kim, Chang Sung

요 약 : 본 연구에서는 수치해석을 통하여 축하중을 받는 원통형 셸의 좌굴해석을 수행하였다. 해석 식과의 비교를 통하여 수치모델 방법, 적절한 요소의 종류 및 요소의 개수 등을 제시하였다. 매개변수 해석결과, 직경/두께비가 증가하면 좌굴응력은 크게 감소하나 높이/직경비가 증가하면 그 변화는 미세하며 이는 일반적인 기둥의 좌굴해석 결과와 상이하다. 높이/직경비가 커질수록 원주방향 좌굴모드의 파장수가 감소하였다. 바닥판의 두께가 증가하면 좌굴응력은 1~2% 증가한다. 따라서 그 영향은 거의 무시할 수 있다. 초기형상결함의 크기가 증가하면 좌굴응력은 큰 감소를 보인다. 또한 회기분석을 통하여 좌굴응력을 간편하게 구할 수 있는 설계식을 도출하였으며, 수치해석 결과와 잘 일치하였다.

ABSTRACT : This paper presents buckling analysis of the cylindrical shell subjected to axial loads using numerical method. The modeling method, appropriate element type, and number of element are recommended by comparing with analytical solution. Based on the parametric study, buckling stress decreases significantly as the diameter-thickness ratio increases, while buckling stress decreases slightly as the height-diameter ratio increases. These results are different from those obtained from buckling analysis of columns. The number of buckling half-wave in circumferential direction decreases as the diameter-height ratio increases. Buckling stress increases 1~2% as the thickness of base plate increases. Therefore the effect of base plate on buckling strength for cylindrical shell can be disregarded. Buckling stress significantly decreases as the amplitude of initial geometric imperfection increases. Through curve fitting, a practical and convenient design equation used for calculating buckling stress is developed and it shows a good agreement with numerical results.

핵심용어 : 원통형 셸, 좌굴모드, 좌굴응력, 바닥판, 초기형상결함, 설계식

KEYWORDS : cylindrical shell, buckling mode, buckling stress, base plate, initial geometric imperfection, design equation

- 1) 정희원, 세종대학교 토목환경공학과 교수
- 2) 정희원, 한양대학교 도시환경건설공학과 교수
- 3) 한양대학교 토목공학과 석사과정
- 4) 세종대학교 토목환경공학과 석사과정

본 논문에 대한 토의를 2001년 10월 31일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1. 서론

원통형 셸과 같이 벽체의 두께가 매우 얇은 구조물은 압축력에 의한 좌굴이 발생하기 쉽다. 대표적인 원통형 셸 구조물중의 하나인 유체 저장탱크는 지진시 유발되는 압축력 때문에 탱크 벽체에 좌굴이 발생하여 심각한 피해를 초래한 경우가 적지 않다. 통상적으로 이러한 원통형 셸 구조물의 좌굴에 대한 해석적 및 실험적인 연구는 항공분야에서 많이 수행되었다. Goto 와 Shang (1999)⁽¹⁾은 직경/두께비가 350이하이고 높이/직경비가 3이상인 원통형 셸의 전체 모델을 이용한 연구를 수행하였다. 그러나 이 연구는 주로 소성변형으로 인한 좌굴에 지배되는 상대적으로 두꺼운 원통형 셸에 대한 연구이며 결함이 없는 모델에 대한 연구이다. Mandara 와 Mazzolani⁽²⁾는 직경/두께비가 400이하인 축하중을 받는 원통형 셸에 대하여 조각(patch) 모델을 사용하여 수치 해석을 수행하였다. 연구결과 이러한 구조물의 좌굴거동의 중요한 특성은 초기 형상결함에 아주 민감하였다. Kim 과 Kardomateas⁽³⁾, Chryssanthopoulos 와 Bakere⁽⁴⁾ 및 Soldatos⁽⁵⁾등은 직교 이방성(orthotropic) 셸 혹은 보강재(stiffener)가 부착된 원통형 셸 및 단면이 원형이 아닌 셸에 대한 연구를 수행하였다. 실험적인 연구는 Donell 과 Wan⁽⁶⁾, Miller⁽⁷⁾ 및 Singer⁽⁸⁾ 등에 의해 수행이 되었다. 그들의 실험결과에 의하면 원통형 셸의 좌굴은 초기 결함이 큰 부분에서 국부적으로 발생하기 시작하였다. 그러나 이 연구에 있어서도 직경/두께비가 400이하로 상대적으로 두꺼운 원통형 셸 혹은 보강재가 부착된 셸에 대한 연구들이다.

그런데 유체 저장탱크와 같은 토목구조물은 일반적으로 직경/두께비가 800이상이고 높이/직경비가 3이하이므로 상기 연구들을 직접 적용하는 데는 문제가 있다. 따라서, 본 연구에서는 토목구조물에서 사용되는 다양한 유체저장 탱크를 대상으로 실제 탱크의 좌굴거동에 영향을 미치는 변

수들 즉, 높이/직경비(이하 형상비), 직경/두께비(이하 두께비), 탱크 바닥판 두께의 영향 및 초기 형상결함의 크기에 따라 매개변수 해석을 통하여 유체 저장탱크의 좌굴거동을 분석하고 실용적인 설계식을 제시하였다.

2. 균일한 압축력을 받는 원통형 셸의 좌굴강도 : 이론적 접근

그림 1과 같이 상하단이 단순지지된 원통형 셸이 균일한 압축력을 받는 경우 미소 변위에 대한 일반 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾.

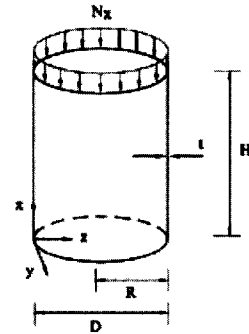


그림 1. 축하중을 받는 원통형 셸

$$u = A \sin n\theta \cos \frac{m\pi x}{H} \quad (1)$$

$$v = B \cos n\theta \sin \frac{m\pi x}{H} \quad (2)$$

$$w = C \sin n\theta \sin \frac{m\pi x}{H} \quad (3)$$

여기서, A, B, C 는 상수, H 은 원통형 셸의 높이, m 은 축방향 좌굴 모드의 반파장 수 및 n 은 원주방향 좌굴 모드의 반파장 수를 나타낸다. 여기에 단순지지 경계조건인 $w = 0$ 과 $\frac{d^2 w}{dx^2} = 0$ 을 적용하면 원통형 셸의 임계응력을 다음 식으로 구할 수 있다⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾.

$$\sigma_{cr} = \frac{N_x}{t} = \frac{\gamma}{\beta} \frac{E}{(1-\nu^2)} \quad (4)$$

여기서,

$$\gamma = (1-\nu^2)\lambda^4 + \alpha[(n^2 + \lambda^2)^4 - (2+\nu)(3-\nu)\lambda^4 n^2 + 2\lambda^4(1-\nu^2) - \lambda^2 n^4(7+\nu) + \lambda^2 n^2(3+\nu) + n^4 - 2n^6]$$

$$\beta = \lambda^2 \left\{ (n^2 + \lambda^2)^2 + \frac{2}{1-\nu} \left(\lambda^2 + \frac{1-\nu}{2} n^2 \right) [1 + \alpha(n^2 + \lambda^2)^2] - \frac{2\nu\lambda^2}{1-\nu} + \frac{2\alpha}{1-\nu} \left(\lambda^2 + \frac{1-\nu}{2} n^2 \right) [n^2 + (1-\nu)\lambda^2] \right\}$$

이고, $\alpha = \frac{t^2}{12R^2}$, $\lambda = \frac{mR\pi}{H}$, N_x 는 축

력, E 는 탄성계수, ν 는 포아송(poisson)비, t 는 쉘의 두께, R 은 쉘의 반경을 나타낸다. 식 (4)에서 임계응력은 좌굴모드를 결정하는 m 과 n 의 변화에 따라 무한개의 값을 가지며, 이중 최소 임계응력이 좌굴응력이다. 식 (4)로는 좌굴응력이 발생하는 모드 m, n 을 알 수 없기 때문에 m, n 의 변화에 따라 다수의 임계응력을 구하여 이중 최소값을 선택하는 번거로움이 있다.

만약 m 값이 큰 경우에는 원통형 쉘이 축방향으로 다수의 짧은 파장이 형성되는 좌굴로서 λ^2 은 매우 큰 수가 되어 식 (4)를 다음과 같이 간단한 형태로 정리할 수 있다⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾.

$$\sigma_{cr} = \frac{N_x}{t} = \frac{(1-\nu^2)}{E} \left(\alpha \frac{(n^2 + \lambda^2)^2}{\lambda^2} + \frac{(1-\nu^2)\lambda^2}{(n^2 + \lambda^2)^2} \right) \quad (5)$$

식 (5)에서 최대칭 좌굴은 $n = 0$ 인 경우로서 다음과 같이 단순화 된다.

$$\sigma_{cr} = \frac{N_x}{t} = D \left(\frac{m^2 \pi^2}{H^2} + \frac{E}{R^2 D} \frac{H^2}{m^2 \pi^2} \right) \quad (6)$$

여기서, $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ 로서 휨강성을 나타낸다. σ_{cr} 을 $m\pi/H$ 의 연속함수로 고려하면 식 (6)의 최소값을 다음과 같이 구할 수 있다⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾.

$$\sigma_{cr} = \frac{Et}{R\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (7)$$

3. 균일한 압축력을 받는 원통형 쉘의 좌굴강도 : 수치해석적 접근

3.1 수치해석 방법

일반적으로 좌굴해석은 그림 2와 같이 최대 축 압축 응력이 특정한 임계 좌굴응력값을 초과할 때 발생하는 분기형 좌굴(bifurcation buckling) 해석과 초기 형상결함을 고려한 하중-변위좌굴(load-deflection buckling)해석으로 나눌 수 있다. 본 연구에서는 범용 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS를 이용하여 분기형 좌굴 및 하중-변위해석을 수행하였다⁽¹¹⁾⁽¹²⁾. 분기형 좌굴해석 방법은 다음식 (8)과 같은 시스템행렬의 고유치 문제로부터 선형탄성 구조물의 이론적 좌굴강도(bifurcation point)를 예측할 수 있다.

$$([K] + \lambda[S])\{\Psi\} = 0 \quad (8)$$

여기서, $[K]$ 는 시스템의 강성행렬, $[S]$ 는 응력강성행렬(stress stiffness matrix), λ 는 좌굴하중을 결정하는 고유치(또는 하중계수) 및 $\{\Psi\}$ 는 좌굴모드를 결정하는 고유벡터를 나타낸다. 만약 구조물에 가해진 하중이 Q_N 이라고 하면, 임계좌굴하중은 λQ_N 이 된다. 이러한 분기형 좌굴해석을 통하여 구조물의 좌굴 응력 뿐만 아니라 구조물의 파괴 모드를 예측할 수 있다.

하중-변위 해석방법은 분기형 해석을 통한 고유

치 좌굴해석을 수행한 후 가중인자를 이용해 고유좌굴 모드를 중첩하여 모델링을 수행함으로써 초기 형상결함을 고려할 수 있다. 따라서 초기형상결함은 다음과 같은 형태를 가진다.

$$\Delta x_i = \sum_{i=0}^M w_i \Phi_i \quad (9)$$

여기서, Φ_i 는 i 번째 모드형상이며, w_i 는 이와 관련된 가중인자이다.

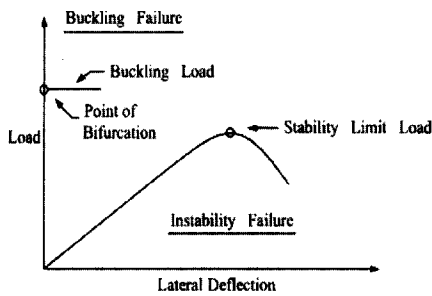


그림 2 좌굴해석방법

3.2 대상모델의 선정

해석대상 원통형 쉘의 제원으로는 $D=20m$, $H=40m$, $t=0.025m$, $E=2 \times 10^{11} N/m^2$, $\nu=0.3$ 및 $\sigma_y=3.2 \times 10^8 N/m^2$ 을 사용하였다. 원통형 쉘 전체를 모델링하여 해석한 결과 좌굴응력 및 좌굴모드를 정확하게 찾아내지 못하였으며 이는 ABAQUS 프로그램의 수치해석상의 문제로 사료된다. 따라서 본 연구에서는 그림 3에서처럼 높이의 1/2모델을 대상으로 하부에는 단순지지조건을, 상부에는 대칭경계조건을 이용하여 수치해석을 수행하였다.

3.3 요소(Element) 선정

ABAQUS에서 제공하는 3차원 쉘 요소는 절점 수에 따라 4절점(S4R, S4R5) 및 8절점 쉘 요

소(S8R, S8R5)등으로 나눌 수 있다. 또한 절점(node)당 자유도 개수에 따라 5자유도 쉘요소(S4R5, S8R5등)와 6자유도 쉘요소(S4R, S8R등)로 나눌 수 있다. 5자유도 쉘요소는 3개의 변위 성분과 2개의 회전성분으로 구성되어 있으며, 6자유도 쉘요소는 3개의 변위 성분과 3개의 회전 성분으로 구성되어 있다.

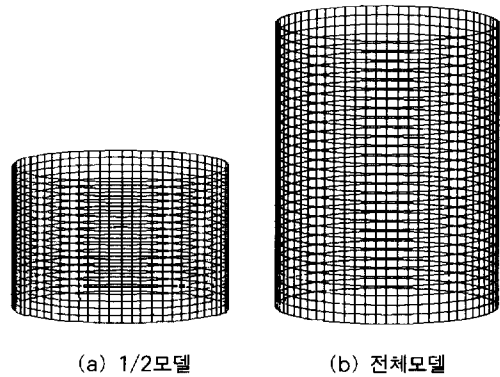


그림 3. 원통형 쉘의 모델링

이론식 (4)와 수치해석에 의한 임계응력을 그림 4에서 비교하였다. 그림 4에서처럼 S8R요소를 사용한 경우에는 요소수를 적절히 증가시키면 처음 2번째모드까지는 오차가 대략 0.5% 미만이었으며, 그 이후에는 오차가 미소하게 증가하나 최대 오차가 약 1.4%로서 서로 잘 일치함을 알

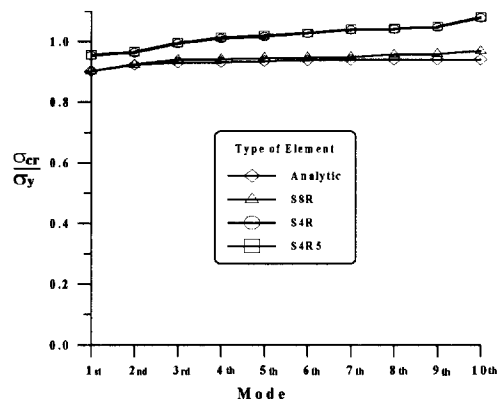


그림 4. 요소종류와 모드에 따른 수렴성

수 있다. 그러나 S4R, S4R5 요소를 사용할 경우에는 요소수를 충분히 증가시켜도 좌굴응력을 과대 평가함을 알 수 있었다.

3.4 요소수에 따른 민감도 분석

원통형 쉘의 원주방향 및 축방향 요소수를 증가시키면서 그 결과를 이론식 (4)의 좌굴응력과 비교하였다. 그림 5에서처럼 원주방향의 요소수를 12개에서 32개로 증가시키면 오차가 최대 6.5%에서 1%로 감소하였다. 원주방향 요소수가 20개 이하인 경우에 축방향 요소수를 증가시키면 오차가 약 6.5%에서 4.7%로서 최대 약 1.8%까지 감소한다. 원주방향 요소수가 20개 이상인 경우에 오차가 약 4%미만이며, 이 경우 축방향 요소수를 증가시켜도 오차에 큰 변화가 없다. 그런데 원주방향 요소수가 20개 이하인 경우에는 원주방향의 좌굴모드를 정확히 찾아내지 못하였다.

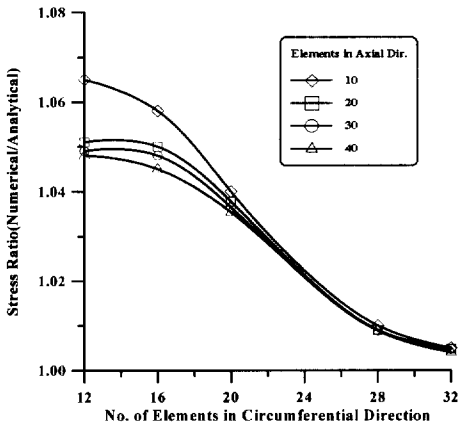


그림 5. 요소수에 따른 수렴성

따라서 원주방향 요소수는 최소 20개 이상을 유지하는 것이 바람직하다. 원주방향 요소수를 증가시키는 것이 축방향 요소수를 증가시키는 것보다 정해에 빨리 수렴함을 알 수 있었다. 원주방향으로는 32개의 요소를 축방향으로는 40개의 요소를 사용한 경우 오차는 대략 0.4% 정도로 매우 정확한 값에 수렴하였다.

3.5 좌굴모드 분석

수치해석 결과로부터 1모드부터 3모드까지의 형상을 그림 6, 7, 8에 나타내었다. 그림 6에서처럼 1모드는 $m=1, n=5$ 에서, 그림 7에서처럼 제2모드는 $m=3, n=9$ 에서 그리고 그림 8에서처럼 제3모드는 $m=5, n=11$ 에서 발생함을 알 수 있다. 그림 9는 축대칭형 좌굴모드로서 매우 고차모드에서 나타나는 좌굴형상이다. 그림 9에서처럼 축방향으로는 다수의 m 파장이 형성되고 원주방향으로는 $n=0$ 인 좌굴형태이다. 이는 이론식과 수치해석결과가 잘 일치하고 있음을 보여준다.

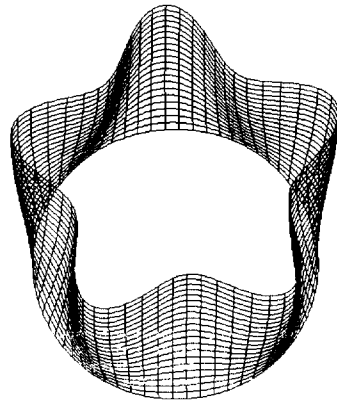


그림 6. 원통형 쉘의 좌굴 제 1모드 ($m=1, n=5$)

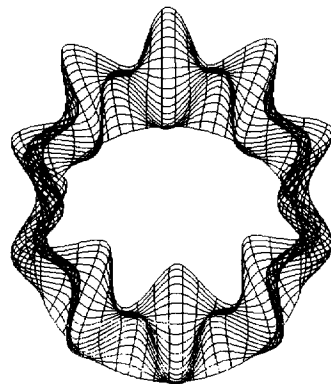


그림 7. 원통형 쉘의 좌굴 제2모드 ($m=3, n=9$)

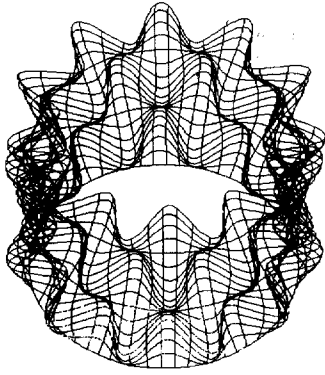


그림 8. 원통형 셸의 좌굴 제 3모드 ($m=5, n=11$)

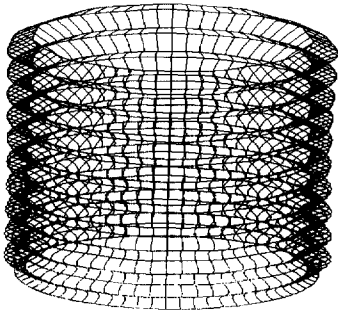


그림 9. 원통형 셸의 대칭형 좌굴모드

4. 매개변수 분석

본 연구에서는 우선 형상결합이 없는 원통형 셸에 대하여 두께비 및 형상비에 따른 좌굴응력의 변화에 대해서 고찰하였다. 또한 실제 유체저장탱크의 형상을 고려하여 원통형 셸에 바닥판을 부착하여 바닥판의 두께에 따른 좌굴응력의 영향과, 초기 형상결합의 크기에 따른 좌굴응력의 영향을 검토하였다.

4.1 두께비와 형상비의 변화에 따른 좌굴응력의 영향

토목구조물에서 사용되는 다양한 유체저장 탱크를 충분히 포함하도록 두께비 (D/t)는 800-2000을, 형상비 (H/D)는 0.5-3의 값을 사용하여 매

개변수 해석을 실시하였다. 사용한 강재의 재료적 특성으로는 $E=2.0 \times 10^{11} N/m^2$, $\nu=0.3$ 및 $\sigma_y=3.2 \times 10^8 N/m^2$ 이다. 표 1에 두께비 및 형상비에 따른 좌굴응력을 항복응력의 비로서 나타내었다. 표에서 음영으로 된 부분은 축대칭형 좌굴모드가 나타나며, 이론식 (7)로 구한 값과 거의 일치하였다. 이 외의 부분은 m, n 모드형 좌굴로서 이론식 (4)로 구한 값과 거의 일치한다. 그림 10 및 11에 표 1의 결과를 회기분석한 곡선을 도시하였다. 그림 10에서 보는 바와 같이 직경/두께비가 증가하면 좌굴응력값이 크게 감소하나 그림 11에서는 높이/직경비가 증가하면 그 변화는 미세하며 이는 일반적인 기둥의 좌굴해석 결과와 매우 상이하다. 그 이유는 원통형 셸의 좌굴은 축방향 좌굴모드 m 및 원주방향 좌굴모드 n 에 지배되기 때문이다. 높이/직경비가 커질수록 원주방향 좌굴모드의 파장수 n 이 감소함을 알 수 있었다. 그림 12는 두께비 및 형상비에 따른 좌굴응력 비를 3차원으로 나타낸 것이다.

4.2 바닥판의 두께에 따른 영향

실제 유체저장탱크는 강재로 된 바닥판이 있으므로, 본 절에서는 이러한 바닥판의 두께가 구조물의 좌굴응력에 미치는 영향에 대해서 검토하였다. 경계조건으로는 밑단은 힌지 윗단은 앞에서와 같이 대칭경계조건을 사용하였고 모델은 1/2모델이다.

사용한 강재의 재료적 특성은 앞에서 제시한 값과 같다. 바닥판 두께비 (D/t_b)는 800, 1400, 2000이며 원통형 셸의 제원 ($D/t_w, H/D$)은 (800, 3), (800, 0.5), (2000, 3), (2000, 0.5)으로 좌굴응력을 바닥판이 없는 경우와 각각 비교하였다. 그림 13에서처럼 바닥판이 없을 때와 비교해보면 바닥판이 있는 경우 좌굴응력의 증가는 최대 2%까지 증가한다. 따라서 바닥판의 유무는 구조물의 좌굴강도를 평가할 때 무시할 수 있을 것으로 판단된다.

표 1. 두께비와 형상비에 따른 좌굴응력비 (σ_{cr}/σ_y)

D/t \ H/D	0.5		1		2		3	
	수치해석	식 (10)	수치해석	식 (10)	수치해석	식 (10)	수치해석	식 (10)
800	0.9383	0.9428	0.9325	0.9263	0.9013	0.9100	0.8956	0.9006
900	0.8491	0.8381	0.8275	0.8233	0.8241	0.8089	0.8100	0.8005
1000	0.7569	0.7543	0.7422	0.7410	0.7347	0.7280	0.7306	0.7205
1100	0.6888	0.6857	0.6691	0.6736	0.6588	0.6618	0.6494	0.6550
1200	0.6356	0.6286	0.6178	0.6175	0.5988	0.6066	0.5906	0.6004
1300	0.5853	0.5802	0.5769	0.5700	0.5509	0.5600	0.5406	0.5542
1400	0.5409	0.5388	0.5322	0.5293	0.5138	0.5200	0.5022	0.5146
1500	0.5047	0.5028	0.4972	0.4940	0.4831	0.4853	0.4703	0.4803
1600	0.4756	0.4714	0.4638	0.4631	0.4584	0.4550	0.4450	0.4503
1700	0.4500	0.4437	0.4353	0.4359	0.4344	0.4282	0.4267	0.4238
1800	0.4262	0.4190	0.4106	0.4117	0.4109	0.4044	0.4056	0.4003
1900	0.3972	0.3970	0.3906	0.3900	0.3906	0.3831	0.3903	0.3792
2000	0.3784	0.3771	0.3750	0.3705	0.3688	0.3640	0.3687	0.3602

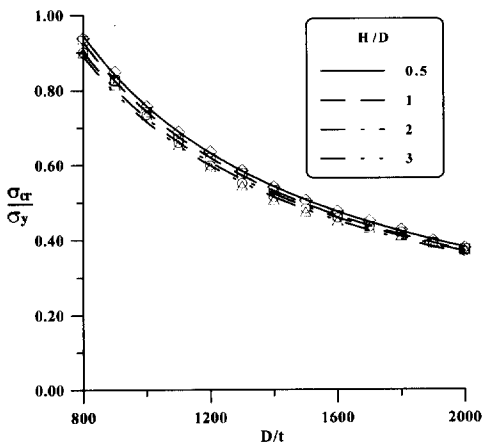


그림 10. 두께비와 형상비에 따른 좌굴응력

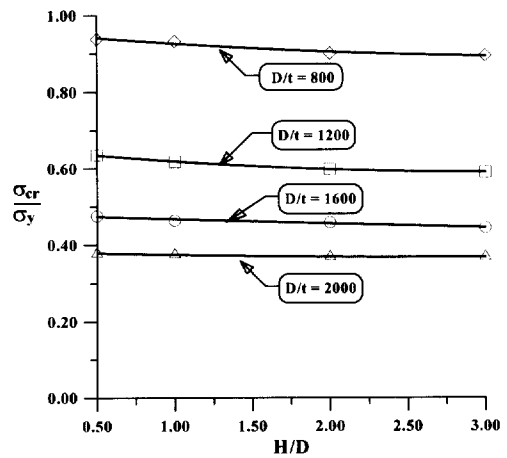


그림 11. 형상비와 두께비에 따른 좌굴응력

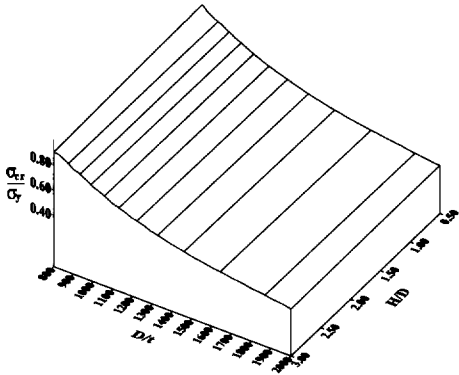


그림 12. 두께비와 형상비에 따른 3차원 좌굴응력

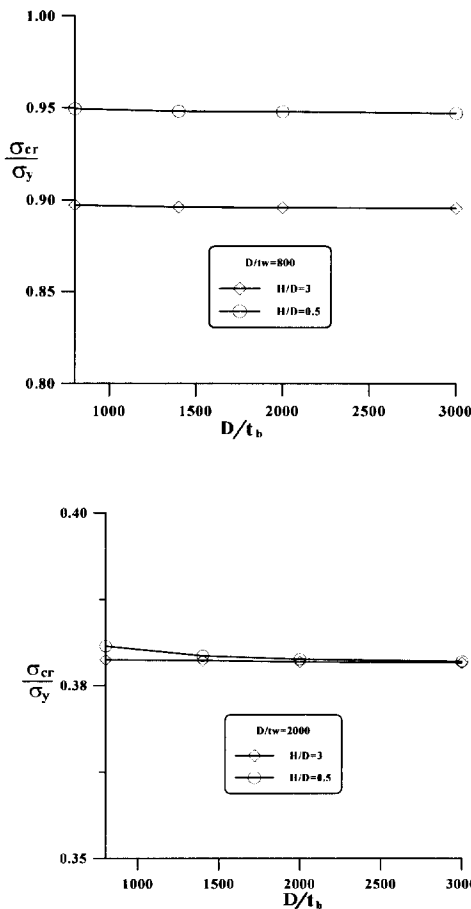


그림 13. 바닥판의 두께 변화에 따른 좌굴응력의 변화

4.3 초기형상 결함의 크기에 따른 영향

원통형 셸 구조물은 일반적으로 초기결함에 큰 영향을 받는다. 따라서 본 절에서는 유체 저장탱크의 초기 형상결함이 구조물의 좌굴응력에 미치는 영향에 대해서 검토하였다. 연구수행 절차는 우선 결함이 없는 원통형 셸에 대해서 고유치 좌굴해석을 수행한 후 제1 좌굴 모드형상에 계수를 곱하여 초기 형상결함을 고려하였다. 초기 형상결함의 크기에 대한 원통형 셸의 두께비, δ_0/t 의 값을 0~3까지 변화시켜 가면서 좌굴응력을 구하였다. 형상비(H/D)가 2인 경우에 대하여 표 2에 좌굴응력을 정리하였다. 그림 14에 좌굴응력과 초기 형상결함의 크기비(δ_0/t)와의 관계를 나타내었다. 해석결과 초기 형상결함의 크기가 증가할수록 좌굴응력이 최대 53%까지 크게 감소한다.

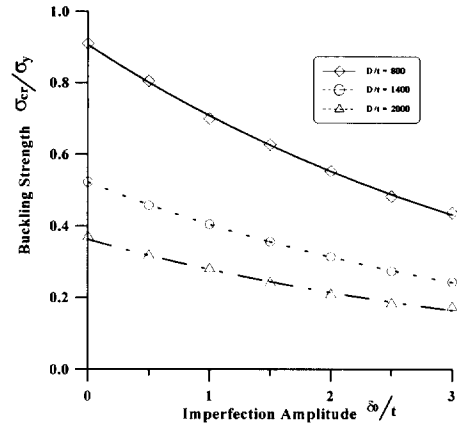


그림 14. 초기형상결함의 크기에 따른 좌굴응력의 변화

5. 설계식 도출

5.1 초기 형상결함이 없는 경우

표 1의 자료를 바탕으로 두변수(두께비와 형상비)에 대한 회귀분석을 실시하여 설계식 (10)을 도출하였다. 식 (10)에 의한 좌굴응력을 수치해

표 2. 두께비와 초기형상 결함크기에 따른 좌굴응력비(σ_{cr}/σ_y)

δ_0/t	800		1400		2000	
	수치해석	식 (11)	수치해석	식 (11)	수치해석	식 (11)
0	0.9105	0.9100	0.5231	0.5200	0.3700	0.3640
0.5	0.8050	0.8014	0.4580	0.4580	0.3165	0.3206
1.0	0.7000	0.7059	0.4050	0.4034	0.2798	0.2823
1.5	0.6270	0.6217	0.3563	0.3553	0.2406	0.2486
2.0	0.5530	0.5475	0.3140	0.3129	0.2082	0.2190
2.5	0.4830	0.4822	0.2738	0.2756	0.1823	0.1929
3.0	0.4372	0.4247	0.2430	0.2427	0.1723	0.1699

석결과와 비교하였으며 오차는 1%내외로서 좌굴 응력을 매우 잘 예측함을 알 수 있다. 이 식을 이용하면 두께비는 800-2000, 형상비는 0.5-3인 원통형 쉘의 좌굴응력을 아주 편리하게 구할 수 있다.

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = 741 \left(\frac{H}{D} \right)^{-0.0256} \frac{t}{D} \quad (10)$$

5.2 초기 형상결함을 고려한 경우

초기 형상결함에 따른 좌굴응력의 변화를 지수 함수(exponential function)를 사용하여 회기분 석하여 나타내었다. 초기 형상결함을 고려할 경우 좌굴강도는 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다. 식 (11)에서 형상결함이 없는 경우는 δ_0 가 0인 경우로 식 (10)과 동일하게 된다. 식 (11)을 이용하면 초기형상결함을 고려한 원통형 쉘의 좌굴 응력을 편리하게 구할 수 있다.

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = 741 \left(\frac{H}{D} \right)^{-0.0256} \frac{t}{D} e^{-0.254(\delta_0/t)} \quad (11)$$

6. 결론

본 연구에서는 축하중을 받고 있는 원통형 쉘의 좌굴강도식을 제안하였으며, 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 4절점 쉘요소(S4R, S4R5)를 사용하여 원통형 쉘을 모델링할 경우에는 요소수에 상관 없이 좌굴응력을 과대평가 하였고 8절점 6 자유도 쉘요소(S8R)를 사용한 경우 요소수를 증가시키면 해석식으로부터 구한 좌굴응력값과 거의 일치하였다.
- (2) 원통형 쉘 전체를 모델링할 경우에는 좌굴모드를 정확하게 찾아내지 못하였으며 이는 ABAQUS 프로그램의 수치해석상 문제로 판단된다. 이 문제를 해결하기 위하여 높이의 1/2 모델을 대상으로 대칭경계조건을 이용하여 수치해석을 수행하였으며 매우 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.
- (3) 높이/직경비가 0.5이하이고 직경/두께비가 900이상인 경우에는 축대칭형 좌굴이 발생하며, 이론식 (7)을 사용하여 좌굴응력을 간단하게 구할 수 있다. 그 이외의 경우에는 이론식 (4)를 사용하여야 하는데, 이 경우 좌

좌굴력이 발생하는 모드 m, n 을 알 수 없기 때문에 m, n 의 변화에 따라 다수의 임계응력을 구하여 그 중 최소값을 선정하여야 하는 문제가 있다.

- (4) 직경/두께비가 증가하면 좌굴응력값이 크게 감소하나, 높이/직경비가 증가하면 그 변화는 미세하며 이는 일반적인 기둥의 경우와는 매우 상이한 결과이다. 그 이유는 원통형 셀의 좌굴은 축방향 좌굴모드 m 및 원주방향 좌굴모드 n 에 지배되기 때문이다.
- (5) 높이/직경비가 작아질수록 원주방향 좌굴모드의 파장수 n 이 증가한다.
- (6) 바닥판의 정착으로 인한 좌굴응력의 증가는 1~2%로 미소하며, 그 영향은 무시할만하다.
- (7) 초기 형상결함의 크기가 $\delta_0/t=3$ 까지 증가하면 좌굴응력은 최대 53%까지 감소한다.
- (8) 회기분석을 통하여 두께비와 형상비 및 초기 형상결함의 크기로 이루어진 설계식을 도출하였으며, 그 결과는 수치해석 결과와 잘 일치한다. 이를 이용하면 원통형 셀의 좌굴응력을 간편하게 구할 수 있어 실무에서 유용하게 활용할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구(1999-1-311-001-3)지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고 문헌

1. Goto, Y. and Shang, C. (1999), "Plastic Buckling Transition Modes in Moderately Thick Cylindrical Shells," *J. of Eng. Mech.*, Vol. 125, No. 4, pp. 426-434.
2. Mandara, A. and Mazzolani, M. (1995), "Stocky Cylinders in Compression : Postcritical Path Evaluation and Collapse

Load Prediction with ABAQUS," Proceedings of ABAQUS User's Conference, Newport, pp. 421-435.

3. Kim, Y. S., Kardomateas, G. A. (1999), "Buckling of Thick Orthotropic Cylindrical Shells Under Torsion," *J. of Applied Mech.*, Vol. 66, pp. 41-50.
4. Chryssanthopoulos, M. K., Baker, M. J., Dowling, P. J. (1991), "Imperfection Modeling for Buckling Analysis of Stiffened Cylinders," *J. of Structural Eng.*, Vol. 117, No. 7, pp. 1998-2017.
5. Soldatos, K. P. (1999), "Mechanics of Cylindrical Shells with Non-Circular Cross-Section: A Survey," *J. of Appl. Mech. Rev.*, Vol. 52, No. 8, pp. 237-274.
6. Donnell, L. H. and Wan, C. C. (1949), "Effect of Imperfection on Buckling of Thin Cylinders and Columns Under Axial Compression," National Meeting of the Applied Mech. Division. Ann Arbor, Michigan, pp. 73-83.
7. Miller, C. D. (1976), "Buckling of Axially Compressed Cylinder," Proceedings of ASCE, *J. of Structural Division*. Vol. 103, No. ST3, pp. 695-721.
8. Singer, J. (1999), "On the Importance of Shell Buckling Experiments," *J. of Appl. Mech. Rev.*, Vol. 52, No. 6, pp. 17-25.
9. Timoshenko S. P. and Gere J. M. (1983), "Theory of Elastic Stability," McGraw-Hill.
10. Timoshenko S. P. and Woinowsky-Krieger S. (1959), "Theory of Plate and Shell," McGraw-Hill.
11. Hibbit, Karlsson and Sorensen (1998), ABAQUS/Standard User's Manual Version 5.8, Vol. 1.
12. Hibbit, Karlsson and Sorensen (1998), ABAQUS/Standard Example Manual Version 5.8 Vol. 1.

(접수일자 : 2001년 1월 17일)