

에너지법에 의한 연속 곡선박스형교의 정적해석에 관한 연구

A Study on the Static Analysis of the Continuous Curved Box Girder Bridge using Energy Method

장 병 순¹⁾ · 서 상 근²⁾ · 이 동 준³⁾

Chang, Byung Soon Seo, Sang Keun Lee, Dong Jun

요 약 : 본 논문에서는 휨비틀림 효과를 고려한 휨비틀림 이론을 기초로 연속곡선보를 해석한다. 먼저 단순곡선보에 대해 미분방정식으로 단면력과 변위를 구한다. 다음 에너지법을 이용하여 n 경간 연속곡선보에 대한 탄성방정식으로 연속곡선보의 임의점에서의 단면력과 변위의 해를 구한다. 작용하중으로 수직집중하중과 수직등분포하중을 고려하여 해석하였으므로 실제 하중이 작용하는 연속곡선박스거더의 단면력과 변위를 쉽게 구할 수 있다.

ABSTRACT : In this paper, the stress resultants and displacements of simply supported curved girder based on the flexural torsional theory considering torsional warping effects are analyzed. And elastic equations of continuous curved girder are obtained by using energy method. Also, bending moment diagram, warping torsional moment diagram, pure torsional moment diagram, shearing force diagram, and deflection diagram of continuous curved girder bridge subjecting to vertical loads and uniform loads are presented.

핵심용어 : 에너지법, 탄성방정식, 휨비틀림

KEYWORDS : energy method, elastic equation, torsional warping

1. 서론

도로곡선부에 놓이는 교량에는 교통의 흐름을 원활히 하기 위해 기능적 측면이나 외관상의 미관을 고려하여 점차 곡선교가 사용되고 있다. 박스형 보는 외관이 깔끔하고 휨과 비틀림에 대한 강성이 현저히 크기 때문에 폭이 넓고 교량길이가 긴 경우에

적합하고 가설중의 안전성 및 완성 후 내하력도 우수하기 때문에 최근 대부분의 교량에 적용되고 있다.

곡선보는 수직하중이 단면의 전단 중심에 작용하더라도 휨과 동시에 비틀림을 수반한다. 따라서 휨과 동시에 비틀림을 고려한 구조 해석이 필요하다. 비틀림을 고려한 곡선보에 관한 정적해석 이론으로 일반적으로 휨비틀림의 효과를 고려한 이론과

1) 정회원, 부산대학교 토목공학과 교수, 공학박사
2) 정회원, 부산대학교 생산기술연구소 특별연구원, 공학박사
3) 부산대학교 토목공학과 공학석사

본 논문에 대한 토의를 2001년 10월 31일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

뒤틀림의 효과를 무시한 이론이 있다.

본 연구에서는 뒤틀림 효과를 고려한 휨비틀림 이론에 기초하여 단순곡선보의 휨모멘트, 전단력, 비틀림모멘트 등의 단면력과 처짐, 비틀림각 등의 변위를 구하고 에너지법을 이용하여 연속곡선보를 해석할 수 있는 탄성방정식으로, 연속곡선보의 임의점에서의 단면력과 변위를 구하였다. 또한 임의의 여러 하중조건에 대해 휨모멘트도, 비틀림모멘트도, 바이모멘트도 등 각 단면력과 변위도를 그래프로 나타내었다.

2. 평면 곡선보의 거동

2.1 평면 곡선보의 좌표축과 기본가정

곡선보 이론을 전개하기 위한 기본가정은 다음과 같다.

- ① 재료는 Hooke의 법칙을 따른다.
- ② 곡선보의 정적거동을 해석함에 있어서 횡하중 및 축방향 하중은 무시한다.
- ③ 전단변형에 의한 영향은 무시한다.
- ④ 단면은 변형후에도 원래의 형상을 유지한다.

2.2 휨과 뒤틀림에 의한 보이론⁽¹⁾⁽²⁾

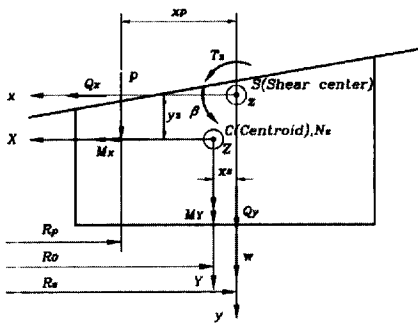


그림 1. 좌표축, 단면력 및 변위에 대한 정의

뒤틀림 현상에 기초를 둔 휨비틀림 이론을 평면 단순지지 곡선보에 적용하기 위하여 그림 1과

같이 도심과 전단중심이 일치하지 않는 단면에 대해서 단면도심 및 전단중심의 두 좌표축을 설정한다. 그림에서 사용한 기호는 다음과 같이 정의된다.

(X, Y, Z) : 도심 C 에 대하여 각각 수평, 수직, 접선방향의 좌표축

(x, y, z) : 전단중심 S 에 대하여 각각 수평, 수직, 접선방향의 좌표축

s : $R_s \phi$, 곡선보를 이루는 곡선좌표축

ϕ : 각 좌표축(곡선보의 중심각)

R_s : 전단중심 S 에서의 곡률반경

R_o : 중심점 C 에서의 곡률반경

R_p : 집중하중 P 와 분포하중 p 가 작용하는 점에서의 곡률반경

x_p : $R_s - R_p$, 작용하중 P 또는 p 의 편심

x_s, y_s : x, y 축방향으로 전단중심 S 에 대하여 도심 C 의 편심

p : 분포수직하중

M_x, M_y : 도심에서 X, Y 축에 작용하는 휨모멘트

N_z : 도심점 C 에서 Z 축방향의 축력

Q_x, Q_y : 전단중심에서 x, y 축에 작용하는 전단력

T_z : 전단중심 S 에서 Z 축에 작용하는 비틀림모멘트

평면 단순지지 곡선보의 복잡한 연성거동을 피하기 위해 휨모멘트와 축력은 도심에 작용시키고 전단력 및 비틀림모멘트는 전단중심에 작용시킨다.

전단중심축에 대하여 다음과 같이 주어진다.

$$ds = R_s d\phi \quad (1)$$

임의의 평면 곡선보에서 지지점의 축방향 변위를 구속하지 않는다면 임의의 단면에서의 $N_z = 0$ 이고, 횡하중을 고려하지 않는다면 $Q_x = 0$ 이므로, 미소 요소에 작용하는 전단력 Q_y , 휨모멘트 M_x , 비틀

림모멘트 T_z 에 대한 평형방정식은 다음과 같다.

$$\frac{dQ_y}{ds} = -\frac{R_p}{R_s} p \quad (2.a)$$

$$Q_y = \frac{dM_x}{ds} + \frac{T_z}{R_s} \quad (2.b)$$

$$\frac{d^2 M_x}{ds^2} + \frac{M_x}{R_s^2} = -\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 p \quad (3)$$

$$\frac{dT_z}{ds} = \frac{M_x}{R_s} - \frac{R_p}{R_s} x_p p \quad (4)$$

뒤틀림 현상에 대한 곡선보의 바이모멘트 M_w 는

$$M_w = EI_w \frac{d^2 \theta}{ds^2} \quad (5)$$

이고, 뒤틀림 현상에 대한 기초방정식

$$EI_w \frac{d^3 \theta}{ds^3} - GK \frac{d\theta}{ds} = -T_z \quad (6)$$

으로부터 비틀림각 θ 에 대한 기본방정식이 얻어진다.

$$EI_w \frac{d^4 \theta}{ds^4} - GK \frac{d^2 \theta}{ds^2} = -\frac{dT_z}{ds} \quad (7)$$

식 (4), (5)를 식 (7)에 대입하면 바이모멘트 M_w 는 다음처럼 쓸 수 있다.

$$\frac{d^2 M_w}{ds^2} - \alpha_s^2 M_w = \frac{R_p}{R_s} x_p p - \frac{M_x}{R_s} \quad (8)$$

여기서, $\alpha_s = \sqrt{\frac{GK}{EI_w}}$

비틀림각 θ 는 식 (5)에서 M_w 를 다음과 같이 좌표 s 에 대하여 적분을 수행하면 구할 수 있다.

$$\theta = \int_0^s \left(\int \frac{M_w}{EI_w} ds \right) ds + C_1 s + C_2 \quad (9)$$

여기서 적분상수 C_1, C_2 는 경계조건으로 결정할 수 있다.

순수비틀림모멘트 T_s 와 뒤틀림모멘트 T_w 는 다음과 같다.

$$T_s = GK \frac{d\theta}{ds} \quad (10)$$

$$T_w = -EI_w \frac{d^3 \theta}{ds^3} \quad (11)$$

2.3 미소요소의 변위^{(3),(4)}

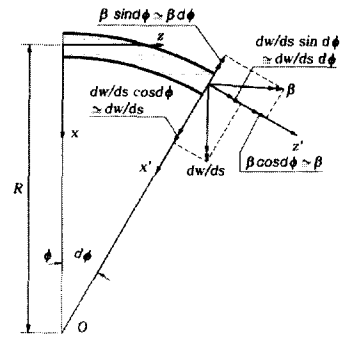


그림 2. 미소요소의 변위

그림 2에 표시한 곡선교의 변위로서 수직축 y 방향의 처짐을 w , 접선방향의 z 축 둘레의 회전각을 β 라 두고 곡률중심각이 ϕ 에서 $\phi + d\phi$ 까지 변할 때 x 축에 대한 변위각 dw/ds 와 z 축을 중심으로 한 비틀림각은 다음과 같이 표시된다.

x 축을 중심으로 한 처짐각: $dw/ds - \beta d\phi$

z 축을 중심으로 한 비틀림각: $\beta + (dw/ds) d\phi$

곡선좌표 s 에 대하여 곡률 및 비틀림각의 변화율은 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{1}{R} \quad (12)$$

곡선보의 곡률 방정식 및 순수 비틀림모멘트는 다음과 같다.

$$\frac{d^2 w}{ds^2} - \frac{\beta}{R} = -\frac{M_X}{EI_x} \quad (13)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{T_z}{GK} \quad (14)$$

$$\text{여기서, } \theta = \beta + \frac{w}{R} \quad (15)$$

식 (13), (14)을 식 (15)를 사용하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{d^3 w}{ds^3} + \frac{1}{R^2} \frac{dw}{ds} = \frac{1}{R} \frac{T_z}{GK} - \frac{1}{EI_x} \frac{dM_X}{ds} \quad (16)$$

$$\beta = \left(\frac{d^2 w}{ds^2} + \frac{M_X}{EI_x} \right) R \quad (17)$$

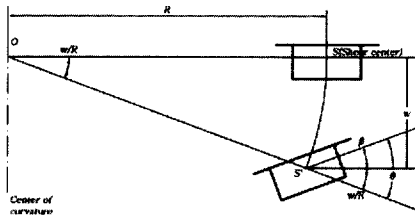


그림 3. 변위 θ , β 및 w 와의 관계

3. 에너지법을 이용한 연속곡선보의 해석

3.1 하중조건⁽¹⁾

DB 하중과 DL 하중에 대해 해석하기 위해 작용 하중으로 그림 4와 같이 곡선거더 전체에 걸친 등분포하중 p 와 곡률반경이 R_p 인 곳에서 $\phi = \psi$ 에 작용하는 집중하중 P 를 생각한다.

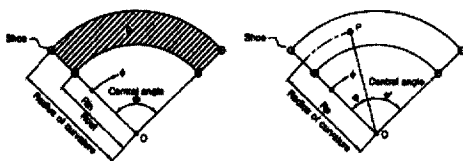


그림 4. 하중종류

등분포하중에 대해서 다음의 기호를 도입한다.

$$L_1 = \frac{1}{3}(R_{out}^3 - R_{in}^3) \quad (18.a)$$

$$L_2 = \frac{R_s}{2}(R_{out}^2 - R_{in}^2) \quad (18.b)$$

여기서, R_{out} 과 R_{in} 은 그림 4에 나타난 등분포 하중 p 의 바깥쪽, 안쪽의 곡률반경이다.

3.2 단순지지곡선보의 해⁽¹⁾⁽⁴⁾⁽¹⁰⁾

등분포하중 p 와 집중하중 P 에 대해 각각 단면력과 변위의 해를 다음과 같이 구할 수 있다.

1) 휨모멘트 M_X

휨모멘트 M_X 는 식 (3)으로부터 구할 수 있다.

$$\frac{d^2 M_X}{d\phi^2} + M_X = -pL_1 \quad (19.a)$$

$$\frac{d^2 M_X}{d\phi^2} + M_X = -PR_p \delta(\phi - \psi) \quad (19.b)$$

여기서 $\delta(\phi - \psi)$ 는 Dirac의 delta function이다. 단순지지곡선보의 양단에서의 M_X 의 경계조건은 다음과 같다.

$$[M_X]_{\phi=0} = 0, [M_X]_{\phi=\phi} = 0$$

(1) 등분포하중에 대한 해

$$M_X = pL_1 \left[\frac{\sin \phi + \sin(\phi - \psi)}{\sin \psi} - 1 \right] \quad (20)$$

(2) 집중하중에 대한 해

$$M_X = PR_p \frac{\sin \psi'}{\sin \psi} \sin \phi : 0 \leq \phi \leq \psi \quad (21.a)$$

$$M_X = PR_p \frac{\sin(\Phi - \phi)}{\sin \Phi} \sin \phi : \phi \leq \phi \leq \Phi \quad (21.b)$$

2) 바이모멘트 M_w

등분포하중과 집중하중에 대한 바이모멘트 M_w 는 식 (8)에서 구할 수 있다.

$$\frac{d^2 M_w}{d\phi^2} - \alpha^2 M_w = R_o [p(L_2 - L_1) - M_X] \quad (22.a)$$

$$\frac{d^2 M_w}{d\phi^2} - \alpha^2 M_w = R_o [P(R_s - R_p) \delta(\phi - \phi) - M_X] \quad (22.b)$$

$$\text{여기서, } \alpha = R_o \sqrt{\frac{GK}{EI_w}}$$

단순지지곡선보의 양단에서의 M_w 의 경계조건은 다음과 같다.

$$[M_w]_{\phi=0} = 0, [M_w]_{\phi=\Phi} = 0$$

(1) 등분포하중에 대한 해

$$M_w = pR_o \left[\left(\frac{L_2}{\alpha^2} - \frac{L_1}{\alpha^2 + 1} \right) \frac{\sinh \alpha \phi + \sinh \alpha (\Phi - \phi)}{\sinh \alpha \Phi} + \frac{L_1}{\alpha^2 + 1} \frac{\sin \phi + \sin (\Phi - \phi)}{\sin \Phi} - \frac{L_2}{\alpha^2} \right] \quad (23)$$

(2) 집중하중에 대한 해

$$M_w = PR_o \left[\left(\frac{R_p}{\alpha^2 + 1} - \frac{R_s}{\alpha^2} \right) \alpha \frac{\sinh \alpha \phi'}{\sinh \alpha \Phi} \sinh \alpha \phi + \frac{R_p}{\alpha^2 + 1} \frac{\sin \phi'}{\sin \Phi} \sin \phi \right] : 0 \leq \phi \leq \phi \quad (24.a)$$

$$M_w = PR_o \left[\left(\frac{R_p}{\alpha^2 + 1} - \frac{R_s}{\alpha^2} \right) \alpha \frac{\sinh \alpha (\Phi - \phi)}{\sinh \alpha \Phi} \sinh \alpha \phi + \frac{R_p}{\alpha^2 + 1} \frac{\sin (\Phi - \phi)}{\sin \Phi} \sin \phi \right] : \phi \leq \phi \leq \Phi \quad (24.b)$$

3) 비틀림각 θ

비틀림각 θ 는 바이모멘트를 두 번 적분하면 얻을 수 있다.

$$\theta = \int_0^\phi \left(\int \frac{M_w}{EI_w} R_o d\phi \right) R_o d\phi + C_1 R_o \phi + C_2 \quad (25)$$

단순지지곡선보에 대해 아래의 경계조건으로 적분상수를 결정할 수 있다.

$$[\theta]_{\phi=0} = 0, [\theta]_{\phi=\Phi} = 0$$

(1) 등분포하중에 대한 해

$$\theta = \frac{pR_o}{GK} \left[\left(\frac{L_2}{\alpha^2} - \frac{L_1}{\alpha^2 + 1} \right) \frac{\sinh \alpha \phi + \sinh \alpha (\Phi - \phi)}{\sinh \alpha \Phi} - \frac{L_1}{\alpha^2 + 1} \frac{\sin \phi + \sin (\Phi - \phi)}{\sin \Phi} + \frac{L_2}{\alpha^2} \left(\frac{\alpha^2 \phi \Phi}{2} - \frac{\alpha^2 \phi^2}{2} - 1 \right) + L_1 \right] \quad (26)$$

(2) 집중하중에 대한 해

$$\theta = \frac{PR_o}{GK} \left[\left(\frac{R_p}{\alpha^2 + 1} - \frac{R_s}{\alpha^2} \right) \alpha \frac{\sinh \alpha \phi'}{\sinh \alpha \Phi} \sinh \alpha \phi - \frac{R_p}{\alpha^2 + 1} \alpha^2 \frac{\sin \phi'}{\sin \Phi} \sin \phi + R_s \frac{\phi'}{\Phi} \phi \right] : 0 \leq \phi \leq \phi \quad (27.a)$$

$$\theta = \frac{PR_o}{GK} \left[\left(\frac{R_p}{\alpha^2 + 1} - \frac{R_s}{\alpha^2} \right) \alpha \frac{\sinh \alpha (\Phi - \phi)}{\sinh \alpha \Phi} \sinh \alpha \phi - \frac{R_p}{\alpha^2 + 1} \alpha^2 \frac{\sin (\Phi - \phi)}{\sin \Phi} \sin \phi + R_s \frac{\Phi - \phi}{\Phi} \phi \right] : \phi \leq \phi \leq \Phi \quad (27.b)$$

4) 순수비틀림모멘트 T_s

순수비틀림모멘트 T_s 는 식 (10)에서 얻을 수 있다.

$$T_s = GK \frac{d\theta}{R_o d\phi} \quad (28)$$

(1) 등분포하중에 대한 해

$$T_s = p \left[\left(\frac{L_1}{\alpha^2 + 1} - \frac{L_2}{\alpha^2} \right) \alpha \frac{\cosh \alpha(\Phi - \phi) - \cosh \alpha\Phi}{\sinh \alpha\Phi} + L_1 \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 1} \frac{\cos(\Phi - \phi) - \cos \phi}{\sin \Phi} + L_2 \left(\frac{\Phi}{2} - \phi \right) \right] \quad (29)$$

(2) 집중하중에 대한 해

$$T_s = P \left[\left(\frac{R_p}{\alpha^2 + 1} - \frac{R_s}{\alpha^2} \right) \alpha^2 \frac{\sinh \alpha\phi'}{\sinh \alpha\Phi} \cosh \alpha\phi - R_p \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 1} \frac{\sin \phi'}{\sin \Phi} \cos \phi + R_s \frac{\phi'}{\Phi} \right] \quad (30.a)$$

$$T_s = P \left[\left(\frac{R_p}{\alpha^2 + 1} - \frac{R_s}{\alpha^2} \right) \alpha^2 \frac{\cosh \alpha(\Phi - \phi)}{\sinh \alpha\Phi} \sinh \alpha\phi + R_p \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 1} \frac{\cos(\Phi - \phi)}{\sin \Phi} \sin \phi - R_s \frac{\phi}{\Phi} \right] \quad (30.b)$$

5) 뒀비틀림모멘트 T_w

뒀비틀림모멘트 T_w 는 식 (11)로부터 구할 수 있다.

$$T_w = -EI_w \frac{d^3 \theta}{R_o^3 d\phi^3} \quad (31)$$

(1) 등분포하중에 대한 해

$$T_w = p \left[\left(\frac{L_1}{\alpha^2 + 1} - \frac{L_2}{\alpha^2} \right) \alpha \frac{\cosh \alpha\phi - \cosh \alpha(\Phi - \phi)}{\sinh \alpha\Phi} - \frac{L_1}{\alpha^2 + 1} \frac{\cos \phi - \cos(\Phi - \phi)}{\sin \Phi} \right] \quad (32)$$

(2) 집중하중에 대한 해

$$T_w = -P \left[\left(\frac{R_p}{\alpha^2 + 1} - \frac{R_s}{\alpha^2} \right) \alpha^2 \frac{\sinh \alpha\phi'}{\sinh \alpha\Phi} \cosh \alpha\phi + \frac{R_p}{\alpha^2 + 1} \frac{\sin \phi'}{\sin \Phi} \cos \phi \right] \quad (33.a)$$

$$T_w = P \left[\left(\frac{R_p}{\alpha^2 + 1} - \frac{R_s}{\alpha^2} \right) \alpha^2 \frac{\cosh \alpha(\Phi - \phi)}{\sinh \alpha\Phi} \sinh \alpha\phi + \frac{R_p}{\alpha^2 + 1} \frac{\cos(\Phi - \phi)}{\sin \Phi} \sin \phi \right] \quad (33.b)$$

6) 전단력

비틀림모멘트 T_z 를 고려한 전단력은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$Q = \frac{dM_x}{R_s d\phi} + \frac{T_z}{R_s} \quad (34)$$

(1) 등분포하중에 대한 해

$$Q = p \frac{L_2}{R_s} \left(\frac{\Phi}{2} - \phi \right) \quad (35)$$

(2) 집중하중에 대한 해

$$Q = P \frac{\phi'}{\Phi} : 0 \leq \phi \leq \phi \quad (36.a)$$

$$Q = -P \frac{\phi}{\Phi} : \phi \leq \phi \leq \Phi \quad (36.b)$$

7) 처짐 w

처짐 w 는 식 (16)으로부터 구할 수 있다.

$$\frac{d^2 w}{d\phi^2} + w = -R_o^2 \left(\frac{M_x}{EI_x} - \frac{\theta}{R_o} \right) \quad (37)$$

단순지지곡선보의 경계조건은 다음과 같다

$$[w]_{\phi=0} = 0, [w]_{\phi=\Phi} = 0$$

(1) 등분포하중에 대한 해

$$\begin{aligned}
 w = & pR_oR_s \left[-\frac{x_2}{\alpha^2} \frac{\sinh \alpha \phi + \sinh \alpha (\Phi - \phi)}{\sinh \alpha \Phi} \right. \\
 & + \left(-x_3 + \frac{x_2}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^2} \frac{L_2}{GK} - \frac{L_1}{GK} \right) \\
 & \times \frac{\sin \phi + \sin (\Phi - \phi)}{\sin \Phi} + x_1 \left\{ \frac{1 - \cos \Phi}{\sin \Phi} \right. \\
 & \left. \left(\phi \cos \phi - \Phi \cos \Phi \frac{\sin \phi}{\sin \Phi} \right) + (\Phi - \phi) \sin \phi \right\} \\
 & \left. + \frac{1}{GK} \left[\frac{L_2}{\alpha^2} \left(\frac{\alpha^2 \Phi \phi}{2} - \frac{\alpha^2 \phi^2}{2} - 1 \right) + L_1 \right] + x_3 \right] \quad (38)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{여기서, } x_1 &= \left(\frac{1}{EI_X} + \frac{R_o^2}{EI_w(\alpha^2 + 1)} \right) \frac{L_1}{2} \\
 x_2 &= \frac{R_o^2}{EI_w(\alpha^2 + 1)} \left(\frac{L_1}{\alpha^2 + 1} - \frac{L_2}{\alpha^2} \right) \\
 x_3 &= \frac{R_o^2 L_2}{EI_w \alpha^2} + \frac{L_1}{EI_X'} \\
 I_X' &= I_X - \frac{I_{XY}^2}{I_Y}
 \end{aligned}$$

(2) 집중하중에 대한 해

$$\begin{aligned}
 w = & P \frac{R_o R_s}{R_p} \left[\frac{\mu_2}{\alpha} \frac{\sinh \alpha \phi}{\sinh \alpha \Phi} \sinh \alpha \phi - \left(\mu_2 + \frac{R_o R_p}{GK} \right) \right. \\
 & \times \frac{\sin \phi}{\sin \Phi} \sin \phi + \frac{R_o R_p}{GK} \frac{\phi}{\Phi} \phi \\
 & - \mu_1 \left\{ \frac{\sin \phi}{\sin \Phi} \left(\Phi \cos \Phi \frac{\sin \phi}{\sin \Phi} - \phi \cos \phi \right) \right. \\
 & \left. + (\sin \phi - \phi \cos \phi) \frac{\sin \phi}{\sin \Phi} \right\} \Big] \\
 : & 0 \leq \phi \leq \Phi \quad (39)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{여기서, } \mu_1 &= \frac{R_p^2}{2} \left(\frac{R_o^2}{EI_w(\alpha^2 + 1)} + \frac{1}{EI_X} \right) \\
 \mu_2 &= \frac{R_p R_o^2}{EI_w(\alpha^2 + 1)} \left(\frac{R_p}{\alpha^2 + 1} - \frac{R_s}{\alpha^2} \right)
 \end{aligned}$$

$\phi \leq \phi \leq \Phi$ 구간에는 $\phi' = \Phi - \phi$, $\phi = \phi$ 를 대입하면 된다.

8) 회전각 β

$$\beta = \theta - \frac{w}{R_o} \quad (40)$$

회전각 β 는 식 (40)으로부터 θ 와 w 를 대입함으로써 구할 수 있다.

3.3 연속곡선보의 해⁽¹⁾⁽⁵⁾

그림 5는 $m=1, 2, 3, \dots, n$ 의 지점을 가지고, 중심각 Φ_m , 곡률반경 R_m 을 가지는 연속곡선거더교를 나타낸다. 연속곡선거더를 각 내부지점에서 잘라 단순지지거더로 분리한다. 이 때 처짐각과 회전각의 연속조건을 만족시키기 위해 정역학적 부정부 힘모멘트 M_m 과 바이모멘트 B_m 을 도입한다.

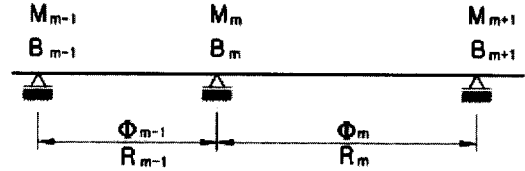


그림 5. 연속곡선교 해석방법

m 번째 구간을 표시하기 위해 첨자 m 을 붙이고 단순곡선보에 대한 단면력에는 첨자 o 를 붙여 표시하면, 지점 힘모멘트와 지점 바이모멘트가 작용하는 제 m 구간내의 임의점에서의 단면력은 다음과 같이 유도할 수 있다.

1) 힘모멘트

$$M_{X,m} = M_{Xm,o} + M_m \frac{\sin \phi'_m}{\sin \Phi_m} + M_{m+1} \frac{\sin \phi_m}{\sin \Phi_m} \quad (41)$$

2) 바이모멘트

$$\begin{aligned}
M_{w,m} &= M_{um,o} + B_m \frac{\sinh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} + B_{m+1} \frac{\sinh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \\
&+ \frac{R_{o,m}}{\alpha_m^2 + 1} \left[M_m \left(\frac{\sin \phi_m}{\sin \Phi_m} - \frac{\sinh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right) \right. \\
&\left. + M_{m+1} \left(\frac{\sin \phi_m}{\sin \Phi_m} - \frac{\sinh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right) \right] \quad (42)
\end{aligned}$$

3) 전단력

$$Q_m = Q_{m,o} + \frac{1}{R_{o,m} \Phi_m} \left[\frac{1}{R_{s,m}} (B_m - B_{m+1}) + (M_{m+1} - M_m) \right] \quad (43)$$

4) 순수비틀림모멘트

$$\begin{aligned}
T_{s,m} &= T_{sm,o} + \frac{B_m}{R_{o,m}} \left(\frac{1}{\Phi_m} - \frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right) \\
&+ \frac{B_{m+1}}{R_{o,m}} \left(\frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} - \frac{1}{\Phi_m} \right) \\
&+ M_m \left[\frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \left(\alpha_m^2 \frac{\cos \phi_m}{\sin \Phi_m} + \alpha_m \frac{\cosh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right) \right. \\
&\left. - \frac{1}{\Phi_m} \right] + M_{m+1} \left[\frac{1}{\Phi_m} - \frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \left(\alpha_m^2 \frac{\cos \phi_m}{\sin \Phi_m} \right. \right. \\
&\left. \left. + \alpha_m \frac{\cosh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right) \right] \quad (44)
\end{aligned}$$

5) 뒀비틀림모멘트

$$\begin{aligned}
T_{w,m} &= T_{wm,o} + \frac{1}{R_{o,m}} \left(B_m \frac{\alpha_m \cosh \alpha_m (\Phi_m - \phi_m)}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right. \\
&- B_{m+1} \frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \left. \right) + \frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \left[M_m \right. \\
&\times \left(\frac{\cos (\Phi_m - \phi_m)}{\sin \Phi_m} - \frac{\alpha_m \cosh \alpha_m (\Phi_m - \phi_m)}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right) \\
&\left. + M_{m+1} \left(\frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} - \frac{\cos \phi_m}{\sin \Phi_m} \right) \right] \quad (45)
\end{aligned}$$

6) 비틀림각

$$\begin{aligned}
\theta_m &= \theta_{m,o} + \frac{R_{o,m}}{GK} \left[M_m \left(-\frac{\alpha_m^2}{\alpha_m^2 + 1} \frac{\sin (\Phi_m - \phi_m)}{\sin \Phi_m} \right. \right. \\
&- \frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \frac{\sinh \alpha_m (\Phi_m - \phi_m)}{\sinh \alpha_m \Phi_m} + 1 - \frac{\phi_m}{\Phi_m} \left. \right) \\
&+ M_{m+1} \left(-\frac{\alpha_m^2}{\alpha_m^2 + 1} \frac{\sin \phi_m}{\sin \Phi_m} - \frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \right. \\
&\times \frac{\sinh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} + \frac{\phi_m}{\Phi_m} \left. \right) \\
&+ \frac{B_m}{R_{o,m}} \left(\frac{\sinh \alpha_m (\Phi_m - \phi_m)}{\sinh \alpha_m \Phi_m} + \frac{\phi_m}{\Phi_m} - 1 \right) \\
&\left. + \frac{B_{m+1}}{R_{o,m}} \left(\frac{\sinh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} - \frac{\phi_m}{\Phi_m} \right) \right] \quad (46)
\end{aligned}$$

7) 처짐

$$\begin{aligned}
w_m &= w_{m,o} + R_{o,m} M_m \left[-\frac{R_{o,m}}{GK(\alpha_m^2 + 1)^2} \right. \\
&\times \left(\frac{\sinh \alpha_m (\Phi_m - \phi_m)}{\sinh \alpha_m \Phi_m} + (\alpha_m^2 + 2) \right. \\
&\times \alpha_m^2 \frac{\sin (\Phi_m - \phi_m)}{\sin \Phi_m} \left. \right) + \frac{R_{o,m}}{GK} \frac{\Phi_m - \phi_m}{\Phi_m} \\
&- \frac{R_{o,m}}{2} \left(\frac{1}{EI_x} + \frac{1}{GK} \frac{\alpha_m^2}{\alpha_m^2 + 1} \right) \frac{1}{\sin \Phi_m} \\
&\times \left(\phi_m \cos (\Phi_m - \phi_m) - \Phi_m \frac{\sin \phi_m}{\sin \Phi_m} \right) \left. \right] \\
&+ R_{o,m} M_{m+1} \left[-\frac{R_{o,m}}{GK(\alpha_m^2 + 1)^2} \left(\frac{\sinh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right. \right. \\
&+ (\alpha_m^2 + 2) \alpha_m^2 \times \frac{\sin \phi_m}{\sin \Phi_m} \left. \right) + \frac{R_{o,m}}{GK} \frac{\phi_m}{\Phi_m} \\
&+ \frac{R_{o,m}}{2} \left(\frac{1}{EI_x} + \frac{1}{GK} \frac{\alpha_m^2}{\alpha_m^2 + 1} \right) \frac{1}{\sin \Phi_m} \\
&\times \left(\phi_m \cos \phi_m - \Phi_m \frac{\sin \phi_m}{\sin \Phi_m} \cos \Phi_m \right) \left. \right] \\
&+ \frac{R_{o,m}}{GK} B_m \left[\frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \left(\frac{\sinh \alpha_m (\Phi_m - \phi_m)}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right. \right. \\
&+ \alpha_m^2 \frac{\sin (\Phi_m - \phi_m)}{\sin \Phi_m} \left. \right) - \frac{\Phi_m - \phi_m}{\Phi_m} \left. \right] \\
&+ \frac{R_{o,m}}{GK} B_{m+1} \left[\frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \left(\frac{\sinh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right. \right. \\
&+ \alpha_m^2 \frac{\sin \phi_m}{\sin \Phi_m} \left. \right) - \frac{\phi_m}{\Phi_m} \left. \right] \quad (47)
\end{aligned}$$

8) 회전각

$$\beta_m = \theta_m - \frac{w_m}{R_{o,m}} \quad (48)$$

3.4 에너지법을 이용한 탄성방정식의 유도

연속곡선거더에 저장되는 변형에너지는 $M_{X,m}$, $M_{w,m}$, $T_{s,m}$ 으로 실용적인 값을 얻을 수 있다. 따라서 변형에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U = & \sum_{m=1}^n \left(\int_0^{\phi_m} \frac{M_{X,m}^2}{2EI_{x,m}} R_{o,m} d\phi_m \right. \\ & + \int_0^{\phi_m} \frac{M_{w,m}^2}{2EI_{w,m}} R_{o,m} d\phi_m \quad (49) \\ & \left. + \int_0^{\phi_m} \frac{T_{s,m}^2}{2GK_m} R_{o,m} d\phi_m \right) \end{aligned}$$

부정정력 M_m , B_m 을 구하기 위해 최소일의 원리

$$\frac{\partial U}{\partial M_m} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial B_m} = 0 \quad (50)$$

을 이용하면 부정정력 M 과 B 에 관한 탄성방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} a_{m,m-1}M_{m-1} + a_{m,m}M_m + a_{m,m+1}M_{m+1} \\ + b_{m,m-1}B_{m-1} + b_{m,m}B_m + b_{m,m+1}B_{m+1} = -d_m \quad (51.a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{m,m-1}M_{m-1} + b_{m,m}M_m + b_{m,m+1}M_{m+1} \\ + c_{m,m-1}B_{m-1} + c_{m,m}B_m + c_{m,m+1}B_{m+1} = -e_m \quad (51.b) \end{aligned}$$

여기서, $m = 1, 2, \dots, n-1$

여기에 경계조건을 도입하고 연립방정식을 풀면 부정정력을 구할 수 있다.

계수는 다음과 같다.

$$a_{m,m} = \sum_{j=m-1}^m [a]_{mj} \quad (52.a)$$

$$\begin{aligned} [a]_{mj} = & \frac{R_j}{2EI_{xj}} \frac{\phi_j - \sin \phi_j \cos \phi_j}{\sin^2 \phi_j} + \frac{R_j}{GK_j} \\ & \times \left[\frac{\alpha_j^2}{2(\alpha_j^2 + 1)} \frac{\phi_j + \sin \phi_j \cos \phi_j}{\sin^2 \phi_j} \right. \\ & \left. + \frac{\alpha_j^2}{(\alpha_j^2 + 1)^2} \left(\frac{\cos \phi_j}{\sin \phi_j} + \frac{\cosh \alpha_j \phi_j}{\alpha_j \sinh \alpha_j \phi_j} \right) - \frac{1}{\phi_j} \right] \quad (52.b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{m,m+1} = & \frac{R_m}{2EI_{xm}} \frac{\sin \phi_m - \phi_m \cos \phi_m}{\sin^2 \phi_m} + \frac{R_m}{GK_m} \\ & \times \left[-\frac{\alpha_m^2}{2(\alpha_m^2 + 1)} \frac{\sin \phi_m + \phi_m \cos \phi_m}{\sin^2 \phi_m} \right. \\ & \left. - \frac{\alpha_m^2}{(\alpha_m^2 + 1)^2} \left(\frac{1}{\sin \phi_m} + \frac{1}{\alpha_m \sinh \alpha_m \phi_m} \right) + \frac{1}{\phi_m} \right] \quad (52.c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{m,m-1} = & \frac{R_{m-1}}{2EI_{xm-1}} \frac{\sin \phi_{m-1} - \phi_{m-1} \cos \phi_{m-1}}{\sin^2 \phi_{m-1}} \\ & + \frac{R_{m-1}}{GK_{m-1}} \left[-\frac{\alpha_{m-1}^2}{2(\alpha_{m-1}^2 + 1)} \right. \\ & \times \frac{\sin \phi_{m-1} + \phi_{m-1} \cos \phi_{m-1}}{\sin^2 \phi_{m-1}} \\ & \left. - \frac{\alpha_{m-1}^2}{(\alpha_{m-1}^2 + 1)^2} \left(\frac{1}{\sin \phi_{m-1}} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{\alpha_{m-1} \sinh \alpha_{m-1} \phi_{m-1}} \right) + \frac{1}{\phi_{m-1}} \right] \quad (52.d) \end{aligned}$$

$$b_{m,m} = \sum_{j=m-1}^m [b]_{mj} \quad (53.a)$$

$$\begin{aligned} [b]_{mj} = & \frac{1}{GK_j} \left[\frac{1}{\phi_j} - \frac{\alpha_j}{\alpha_j^2 + 1} \left(\alpha_j \frac{\cos \phi_j}{\sin \phi_j} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\cosh \alpha_j \phi_j}{\sinh \alpha_j \phi_j} \right) \right] \quad (53.b) \end{aligned}$$

$$[b]_{m,m+1} = \frac{1}{GK_m} \left[-\frac{1}{\Phi_m} + \frac{\alpha_m}{\alpha_m^2 + 1} \left(\alpha_m \frac{1}{\sin \Phi_m} + \frac{1}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right) \right] \quad (53.c)$$

$$[b]_{m,m-1} = \frac{1}{GK_{m-1}} \left[-\frac{1}{\Phi_{m-1}} + \frac{\alpha_{m-1}}{\alpha_{m-1}^2 + 1} \times \left(\alpha_{m-1} \frac{1}{\sin \Phi_{m-1}} + \frac{1}{\sinh \alpha_{m-1} \Phi_{m-1}} \right) \right] \quad (53.d)$$

$$c_{m,m} = \sum_{j=m-1}^m [c]_{mj} \quad (54.a)$$

$$[c]_{mj} = \frac{1}{GK_j R_j} \left(\alpha_j \frac{\cosh \alpha_j \Phi_j}{\sinh \alpha_j \Phi_j} - \frac{1}{\Phi_j} \right) \quad (54.b)$$

$$[c]_{m,m+1} = \frac{1}{GK_m R_m} \left(\frac{1}{\Phi_m} - \frac{\alpha_m}{\sinh \alpha_m \Phi_m} \right) \quad (54.c)$$

$$[c]_{m,m-1} = \frac{1}{GK_{m-1} R_{m-1}} \left(\frac{1}{\Phi_{m-1}} - \frac{\alpha_{m-1}}{\sinh \alpha_{m-1} \Phi_{m-1}} \right) \quad (54.d)$$

등분포하중에 대한 계수

$$d_m = \sum_{j=m-1}^m d_{mj} \quad (55.a)$$

$$d_{mj} = \rho_j \left[L_{1j} \frac{R_j}{EI_{xj}} \frac{(1 - \cos \Phi_j)(\Phi_j - \sin \Phi_j)}{2 \sin^2 \Phi_j} + \frac{R_j}{GK_j} \left\{ L_{1j} \frac{\alpha_j^2}{2(\alpha_j^2 + 1)^2} \left((\alpha_j^2 + 1) \frac{\Phi_j}{\sin \Phi_j} - (\alpha_j^2 + 3) \tan \frac{\Phi_j}{2} + \frac{2}{\alpha_j} \tanh \frac{\alpha_j \Phi_j}{2} \right) - L_{2j} \left(\frac{1}{\alpha_j^2 + 1} \left((\alpha_j^2 - 1) \tan \frac{\Phi_j}{2} + \frac{1}{\alpha_j} \tanh \frac{\alpha_j \Phi_j}{2} \right) - \frac{\Phi_j}{2} \right) \right\} \right] \quad (55.b)$$

$$e_m = \sum_{j=m-1}^m e_{mj} \quad (56.a)$$

$$e_{mj} = \frac{\rho_j}{GK_j} \left[L_{1j} \frac{\alpha_j^2}{\alpha_j^2 + 1} \left(\tan \frac{\Phi_j}{2} - \frac{1}{\alpha_j} \tanh \frac{\alpha_j \Phi_j}{2} \right) + L_{2j} \left(\frac{1}{\alpha_j} \tanh \frac{\alpha_j \Phi_j}{2} - \frac{\Phi_j}{2} \right) \right] \quad (56.b)$$

집중하중에 대한 계수

$$d_m = \sum_{j=m-1}^m d_{mj} \quad (57.a)$$

$$d_{mj} = P_j \left[\frac{R_j R_{\rho j}}{EI_{xj}} \frac{\phi_j \sin \phi_j - \psi_j \sin \psi_j \cos \Phi_j}{2 \sin^2 \Phi_j} + \frac{R_j}{GK_j} \left\{ R_{\rho j} \frac{\alpha_j^2}{(\alpha_j^2 + 1)^2} ((\alpha_j^2 + 1) \times \frac{\phi_j \sin \phi_j - \psi_j \sin \psi_j \cos \Phi_j}{2 \sin^2 \Phi_j} - \frac{\sin \phi_j}{\sin \Phi_j} + \frac{\sinh \alpha_j \phi_j}{\sinh \alpha_j \Phi_j} \right\} - R_m \left(\frac{1}{\alpha_j^2 + 1} \left(\alpha_j^2 \frac{\sin \phi_j}{\sin \Phi_j} + \frac{\sinh \alpha_j \psi_j}{\sinh \alpha_j \Phi_j} \right) - \frac{\psi_j}{\Phi_j} \right) \right] \quad (57.b)$$

$$e_m = \sum_{j=m-1}^m e_{mj} \quad (58.a)$$

$$e_{mj} = \frac{P_j}{GK_j} \left[R_{\rho j} \frac{\alpha_j^2}{\alpha_j^2 + 1} \left(\frac{\sin \phi_j}{\sin \Phi_j} - \frac{\sinh \alpha_j \psi_j}{\sinh \alpha_j \Phi_j} \right) + R_j \left(\frac{\sinh \alpha_j \psi_j}{\sinh \alpha_j \Phi_j} - \frac{\psi_j}{\Phi_j} \right) \right] \quad (58.b)$$

4. 모델해석 및 결과

4.1 곡선교의 모델선정

그림 6과 같은 단면형상을 가지는 곡률반경이 80m, 지간이 각각 27.9m, 중심각이 20° 인 3경간 연속곡선박스거터교를 모델로 선정하였다. 단면의 재료특성은 표 1에 나타내었다. 그림 7에 있는 2경우의 차선하중 재하에 대해 해석하였다.

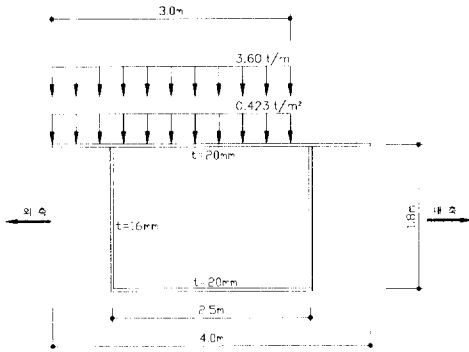


그림 6. 3경간 해석모델

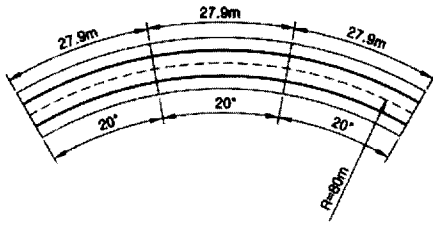


그림 6. 3경간 해석모델

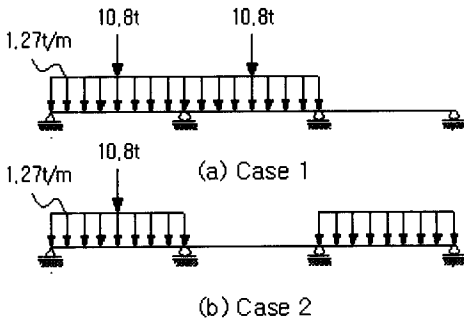


그림 7. 하중조건

표 1. 단면의 재료 특성

$A (m^2)$	$E (t/m^2)$	$G (t/m^2)$	$K_r (m^4)$	$I_x (m^4)$	$I_u (m^4)$
1.88E-01	2.1E+07	8.1E+06	3.24E-01	1.12E-01	5.76E-03

4.2 해석결과

2가지의 하중조건에 따른 단면력도와 변위도를 중심각에 대해 그림 8에서 그림 23까지에 나타내었다.

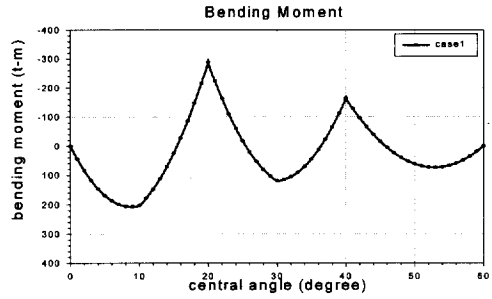


그림 8. 휨모멘트(case1)

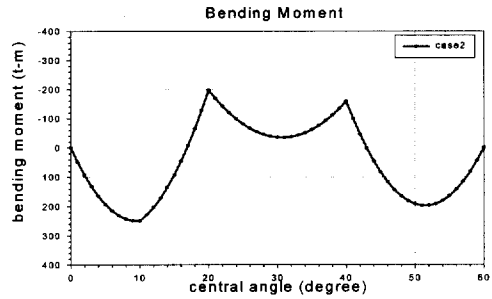


그림 9. 휨모멘트(case2)

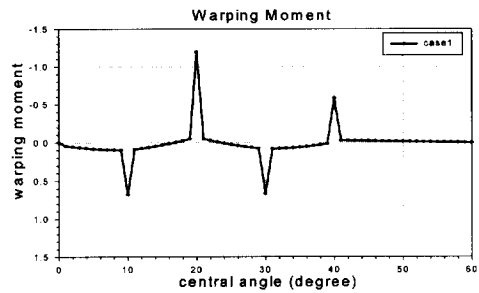


그림 10. 바이모멘트(case1)

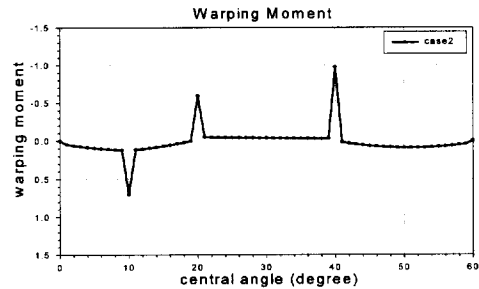


그림 11. 바이모멘트(case2)

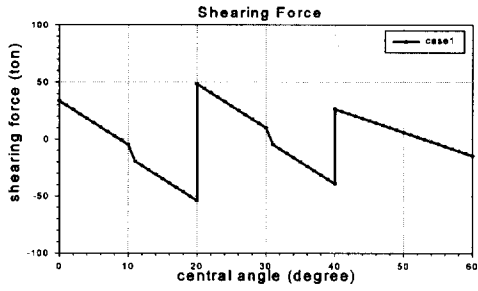


그림 12. 전단력(case1)

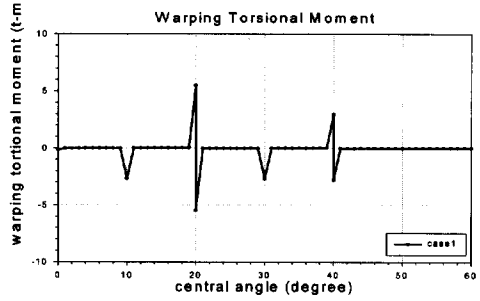


그림 16. 뒤틀림토크모멘트(case1)

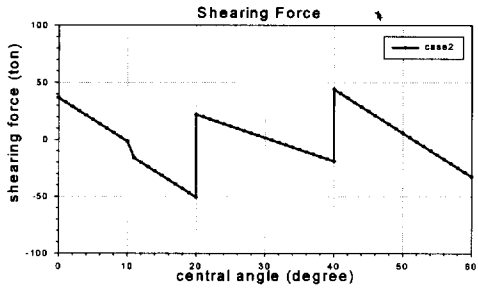


그림 13. 전단력(case2)

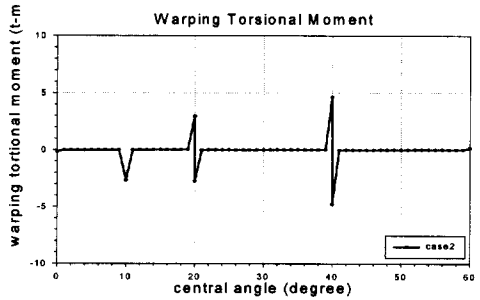


그림 17. 뒤틀림토크모멘트(case2)

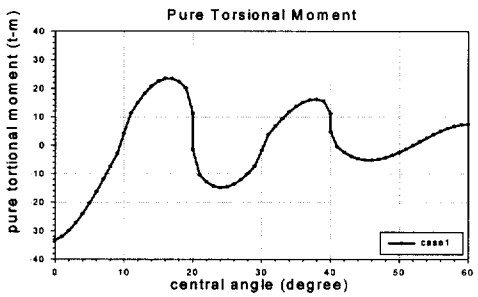


그림 14. 순수비틀림모멘트(case1)

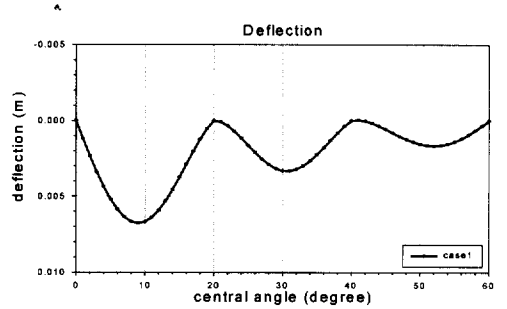


그림 18. 처짐(case1)

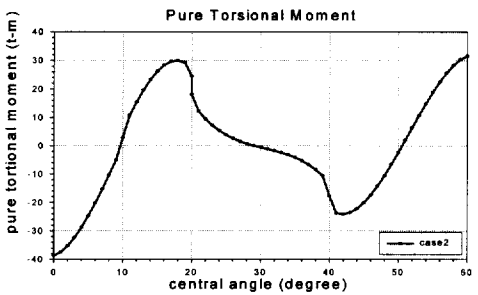


그림 15. 순수비틀림모멘트(case2)

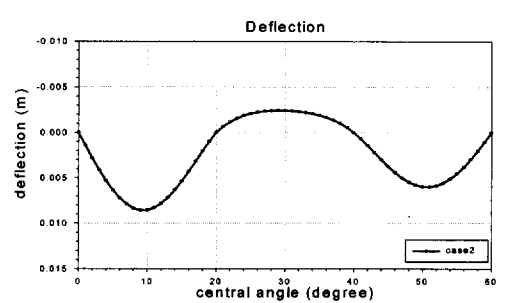


그림 19. 처짐(case2)

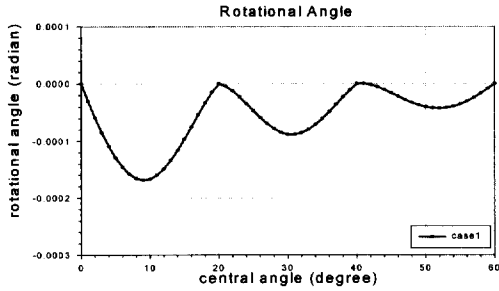


그림 20. 회전각(case1)

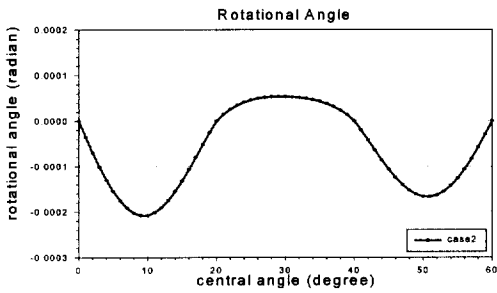


그림 21. 회전각(case2)

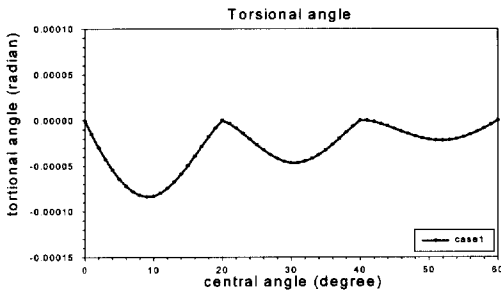


그림 22. 비틀림각(case1)

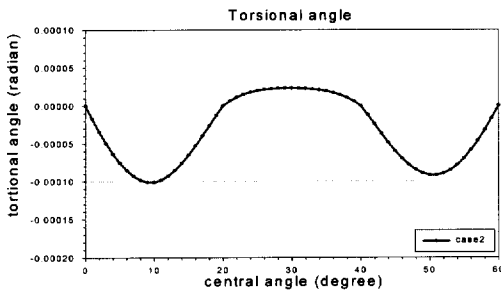


그림 23. 비틀림각(case2)

5. 고찰

본 연구의 타당성을 위해 범용프로그램인 SAP 2000으로 Frame 해석하여 Case1에 대해 본 연구의 결과와 비교하였다. Frame 해석시 각 경간을 80등분하여 모델링하였다.

표 2. 본 논문과 SAP2000의 비교

구분	외측 지점	1경간 중앙부	내측 지점	2경간 중앙부	내측 지점	외측 지점	
휨모멘트 (tf·m)	본 논문	0	205.76	-289.47	117.90	-164.69	0
	SAP2000	0	205.78	-288.28	117.81	-164.55	0
전단력 (tf)	본 논문	33.36	-1.13	-54.09, 48.19	9.87	-39.26, 26.39	-14.60
	SAP2000	-33.33	1.08	53.93, -48.11	-9.88	39.15, -26.39	14.60
순수 비틀림 모멘트 (tf·m)	본 논문	-32.98	-2.85	12.62, -2.88	-1.84	11.79, 4.04	7.41
	SAP2000	-32.44	-2.58	16.93, -6.65	-1.26	13.89, 2.09	7.14
처짐 (m)	본 논문	0	0.00867	0	0.00502	0	0
	SAP2000	0	0.00606	0	0.00237	0	0

위의 결과에서 휨모멘트와 전단력값은 거의 일치한다. 그러나, 순수비틀림모멘트값과 처짐값은 약간의 차이를 보이는데, 이는 SAP2000의 직선요소해석에서 오는 차이라고 생각된다. 이상의 결과에서 본 연구의 결과와 상용프로그램의 결과가 거의 일치하므로 본 논문의 연구결과가 타당하다고 할 수 있다.

6. 결론

본 연구는 뒤틀림을 고려한 휨비틀림 이론을 기초로 단순지지보에 등분포하중과 집중하중이 작용하는 경우에 대해 각각 미분방정식으로 그 해를 구하였으며, 에너지법을 이용하여 n경간 연속곡선보의 해를 구할 수 있는 탄성방정식으로 연속곡선보에서의 임의점에서의 단면력과 변위를 구하였다. 본 논문의 해석결과를 이용하면, 실하중 작용시 임의위치의 단면력과 변위를 쉽게 구할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 부산대학교 학술연구조성비 지원으로 수행되었으며 관계기관 제위께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Nakai, H., and Chai Hong, Y., 1988, "Analysis and Design of Curved Steel Bridges", McGraw-Hill Book Company, New York.
2. Heins, C. P., 1975, "Bending and Torsional Design in Structural Members", Lexington Books, Kentucky.
3. Heins, C. P. and Spates, K. R., 1970, "Behavior of Single Horizontally Curved Girder", Proceedings of the American Society of Civil Engineer, Vol. 99, No. ST-7, July, pp. 1511-1524.
4. Heins, C. P., 1971, "Behavior and Design of Curved Girder Bridges", Developments in Bridge Design and Construction, Conference at University College, Cardiff, Wales, March/April.
5. Konishi, I., and Komatsu, S., 1962, "On Fundamental Theory of Thin-Walled Curved Girder", Transactions of the Japanese Society of Civil Engineers, No. 87, Nov. pp. 35-46.
6. 小西一郎, 1976, "鋼橋<設計編Ⅱ>", 丸善株式會社
7. 방명석, 1993, "鋼橋설계의 기초," 건설도서
8. James M. Gere and Stephen P. Timoshenko, 1991, "Mechanics of Materials Third SI Edition", Chapman & Hall, pp. 496-512.
9. 건설교통부, 1996, "도로교 표준시방서"
10. 장병순, 서상근, 차기혁, 1999, "등단면 3경간 연속곡선격자형교의 휨모멘트 근사해석에 관한 연구", 한국강구조학회 논문집 제11권 제2호, pp. 131-142.

(접수일자 : 2000년 8월 4일)