

# 변위 시계열 데이터를 이용한 교량거더의 Flutter 계수 추정기법에 관한 연구

## A Study on the Identification Method for Flutter Derivatives of Bridge Girders using Displacement Time History Data

이 재 형<sup>1)</sup> · 민 원<sup>2)</sup> · 이 용 재<sup>3)</sup>  
*Lee, Jae Hyung · Min, Won · Lee, Yong Jae*

**요 약** : 교량의 내풍 안정성을 평가하기 위해서는 플러터 계수(Flutter Derivatives)의 안정적 추정이 필요하다. 본 논문에서는 풍동실험에서 얻어지는 시간영역에서의 데이터 중, 변위 시계열데이터를 이용해서 플러터 계수를 구하는 동특성 계수 추정기법 2가지를 검토하였다. 검토된 MITD(Modified Ibrahim Time Domain) 방법과 AKF(Adaptive Kalman Filtering) 방법은 2차원 단면모형 실험으로부터 동시에 8개의 플러터 계수를 산출할 수 있는 유용한 방법이다. 제안된 방법의 실제상황에서의 적용성을 검토하기 위해서 Bandlimited Gaussian white noise을 가상의 데이터에 첨가하여 수학적 시뮬레이션으로 잡음에 대한 안정성을 검증해 보았다. 그 결과, 교량의 플러터 해석에서는 본 연구에서 검증된 MITD방법을 통한 플러터 계수의 산출이 추천된다.

**ABSTRACT** : The wind resistant design of long-span bridges has urged a special attention to the prevention of the flutter occurrence. Therefore, calculation of flutter derivatives is indispensable to this prediction. A used system identification method must identify all the flutter derivatives from noisy experimental data. In this paper, MITD(Modified Ibrahim Time Domain) method and AKF(Adaptive Kalman Filter) method are applied to extract flutter derivatives from section-model tests. The robustness and reliability of proposal SI methods under a high signal-to-noise ratio is demonstrated through numerical simulation for windtunnel test.

**핵심용어** : 동특성 추정기법, 플러터 계수, MITD, AKF, 풍동실험

**KEYWORDS** : system identification, flutter derivatives, MITD(Modified Ibrahim Time Domain), AKF(Adaptive Kalman Filtering), bandlimited white gaussian noise, windtunnel test.

---

1) 정회원, 건국대학교 토목공학과 박사과정  
2) (주) 하이콘 엔지니어링 부사장  
3) 정회원, 건국대학교 토목공학과 교수

---

본 논문에 대한 토의를 2002년 4월 30일까지 학회로 보내 주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.  
본 연구는 1998년도 건국대학교 학술진흥연구비의 지원에 의한 연구입니다.

## 1. 서론

최근에 우리나라에서도 현수교나 사장교가 많이 건설되고 있다. 이와 같이 교량의 지간이 길어지면 연성이 커지고 이 경우 내진 보다는 오히려 내풍에 대한 설계가 더 중요한 문제로 대두된다.

교량의 내풍성 검토에서 가장 중요한 것은 발산 진동인 플러터 현상이 설계풍속 하에서 발생하지 않게 하는 것인데 이 해석을 위해선 교량거더의 플러터 계수의 추정이 필수 불가결하다. 이러한 플러터 계수는 풍속별 2차원 단면모형실험을 자유감쇠 진동 시스템으로 모형화해서 시스템의 출력만으로 구조계 동특성 계수를 추정함으로써 얻어질 수 있다. 이러한 시간영역에서의 추정기법 중에서 1970년대 Ibrahim에 의해서 제안된 ITD방법<sup>(6)</sup>이 널리 사용되어지고 유용하지만 과도한 잡음이 섞인 데이터의 경우엔 신뢰할 만한 결과를 얻기 힘들다. 신뢰할 만한 SI방법은 높은 잡음을 포함하는 실험 데이터에도 매우 정확히 구조계 동특성을 표현하는 감쇠행렬  $C$ 와 강성행렬  $K$ 를 복원해야만 한다. 일반적으로 사용되어지는 데이터는 변위, 속도 그리고 가속도 시계열 데이터이다. 하지만 변위나 가속도 시계열중 하나를 이용하는 것이 유리한데 그것은 속도 시계열 데이터는 상대적으로 측정이 어렵고 그로 인한 오차가 타 시계열보다 크게 생성되기 때문이다.

만일 플러터 계수를 정확히 산출할 수 있다면 전교모형실험을 하지 않고도 실제교량의 3차원 거동을 정확히 예측할 수 있는데<sup>(9)</sup> 그러기 위해 본 논문에서는 백색잡음에 의해서 교란된 변위 시계열 데이터를 가지고도 신뢰할 만한 플러터 계수를 얻기위한 SI방법중 MITD와 AKF를 이용하는 방법을 검증하였다.

## 2. 2차원 단면모형 시스템의 동특성 추정

교량거더의 플러터 계수산출을 위한 2차원 단면모형 실험에서의 운동방정식은 다음과 같이 쓸

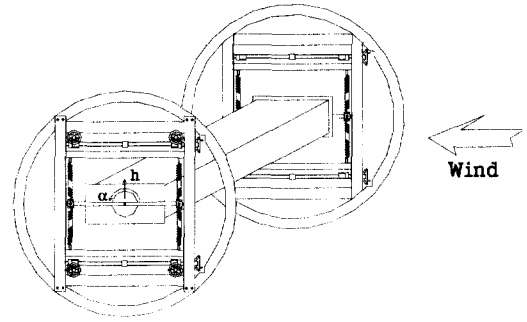


그림 1. 2차원 단면 모형 실험 개략도

수 있다.

$$\begin{aligned} M\ddot{h}(t) + C_h \dot{h}(t) + K_h h(t) &= L_{ae} + L_b \\ I\ddot{\alpha}(t) + C_a \dot{\alpha}(t) + K_a \alpha(t) &= M_{ae} + M_b \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} L_{ae} &= \frac{1}{2} \rho U^2 B [kH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + kH_2^* B \frac{\dot{\alpha}}{U} \\ &\quad + k^2 H_3^* \alpha + k^2 H_4^* \frac{h}{B}] \\ M_{ae} &= \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 [kA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + kA_2^* B \frac{\dot{\alpha}}{U} \\ &\quad + k^2 A_3^* \alpha + k^2 A_4^* \frac{h}{B}] \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, 첨자 ae : 공기탄성력(aeroelastic force)

b : 변동공기력(buffeting force)

$\rho$  : 공기밀도

U : 풍속

B : 교량 거더의 폭

$H_i^*, A_i^*$  : 플러터 계수( $i=1,2,3,4$ )

위 식에서  $L_b$ 와  $M_b$ 는 Buffeting Force로서 Signature 난류와 Turbulence에 의한 변동공기력이며 추가적 시스템 잡음으로 취급함으로써 식(1)에서 제거할 수 있다. 식(1)의 우변은 외력향으로서 바람과 교량거더의 상호작용으로 인한 공기탄성력과 난류에 의한 변동공기력이 있으나 식(2)의 공기탄성력의 속도 및 변위항을 식(1)의

좌항으로 이항하여 정리하면 아래와 같은 자유진동 연립미분 방정식이 구성된다.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0 \quad (3)$$

위 식에서  $M$ 은 풍속과 무관한 질량 행렬이고  $C$ 와  $K$ 는 풍속의 영향을 고려한 유효감쇠와 강성행렬이다. 또  $x = \{h a\}^T$  이다.

$C = M^{-1}C$ ,  $K = M^{-1}K$ 로 놓으면 결국 플러터 계수를 결정하는 것은 아래 식에서 풍속이 "0" 일때와 여러 다른 풍속에서의  $C$ 와  $K$ 를 구하는 문제가 된다.

$$\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0 \quad (4)$$

### 3. Adaptive Kalman Filter을 이용한 방법

식 (4)는 아래와 같은 상태방정식과 관측방정식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{y} = Ay, \quad z = Gy \quad (5)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K & -C \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

$Q$ 은 영행렬( $2 \times 2$ ),  $I$ 은 단위행렬( $2 \times 2$ )

위 식은 모든 시간 시점에서 만족되어야 한다.

$$[\dot{y}_1, \dot{y}_2, \dots, \dot{y}_{2n}] = A[y_1, y_2, \dots, y_{2n}]$$

$$\text{혹은, } \dot{Y} = AY \quad (6)$$

여기서,  $n$ 은 시스템의 자유도(degree of freedom) 수이고 시스템 행렬  $A$ 는 아래 식으로 구할 수 있다.

$$A = \dot{Y}Y^{-1} \quad (7)$$

하지만 위 식은 변위, 속도, 가속도의 측정치가 필요하고 또한 측정오차의 영향을 많이 받아서 응답에 포함된 잡음이 과다할 경우에 시스템의 진동특성을 평가하기 어렵다. 그러므로 해석적 편리성과 측정오차의 영향을 줄이기 위해서 Ibrahim<sup>(5)</sup>이 제안한대로 변위만의 측정데이터를 사용하여 이산시간 상태방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$y(k+1) = \phi y(k) \quad (8)$$

여기서,  $\phi = [\hat{\phi} \quad \phi^T] [\phi \quad \phi^T]^{-1}$

$$\phi = \begin{bmatrix} x(0) & x(\Delta t) & \dots & x((N-2)\Delta t) \\ x(\Delta t) & x(2\Delta t) & \dots & x((N-1)\Delta t) \end{bmatrix}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} x(\Delta t) & x(2\Delta t) & \dots & x((N-1)\Delta t) \\ x(2\Delta t) & x(3\Delta t) & \dots & x(N\Delta t) \end{bmatrix}$$

$N$ 과  $\Delta t$ 는 각각 측정 데이터수와 측정시간 간격이다.

위 시스템이 가제어, 가관측이라고 가정하고 행렬  $Q$ 를 사용하면 식(8)은 식(9)와 같은 Canonical Form<sup>(10)</sup>으로 나타낼 수 있다.

$$G = [I_{2 \times 2} \quad Q_{2 \times 2}], \quad Q = \left[ \begin{array}{c} G \\ G \cdot \ln(\phi) / \Delta t \end{array} \right]$$

$$\phi_c = Q \phi Q^{-1} \quad (9)$$

연속시간 상태방정식, 식(5)에서의 시스템 행렬은 아래 식을 통해서 얻어진다.

$$A = \ln(\phi_c) / \Delta t \quad (10)$$

위에서 서술한 수정된 ITD방법으로 식(9)에 나타난 상태천이행렬  $\phi_c$ 의 첫 추정치를 얻고 그후엔 아래에서 설명할 AKF 과정을 통해서 변위측정 데이터를 Filtering 한다. 그리고 나서

다시 위에서 설명한 수정된 ITD방법으로 보정된 행렬  $\phi_c$ 를 얻고 이러한 과정은 보정 변화량이 한계치 이내로 수렴할 때까지 수행된다. 일단 보정 변화량이 수렴하면 위 과정은 중단되고 식(10)을 가지고 시스템의 진동특성을 나타내는 행렬  $K$ 와  $C$ 를 얻는다. 변위측정 데이터의 AKF과정은 다음과 같다.

상태변수를  $y(k)$ 로 하고 상태잡음을  $w(k)$ 로 하는 이산시간 시스템을 구성할 때 시스템의 상태모형과 관측모형의 방정식은 각각 다음과 같다.

$$y(k+1) = \phi y(k) + w(k) \quad (11)$$

$$z(k) = G y(k) + v(k) \quad (12)$$

여기서  $w(k)$ 와  $v(k)$ 는 각각 상태오차와 관측오차로 둘 다 영평균 백색 가우시안 과정으로서 서로 비상관이며 각각의 공분산 행렬은  $Q(k)$ 와  $R(k)$ 이다.

시점  $k\Delta t$ 인 경우의 상태변수 추정치와 응답이 측정값을 바탕으로, 시점이  $(k+1)\Delta t$ 인 경우의 상태변수를 추정하면 그 결과는 다음과 같다.

$$\hat{y}^-(k+1) = \phi \hat{y}^+(k) \quad (13)$$

$$P^-(k+1) = \phi P^+(k) \phi^T + Q \quad (14)$$

시스템의 Adaptive Filtering<sup>(7)</sup>을 위해서 상태오차 공분산 행렬  $Q(k)$ 를 아래와 같이 구한다.

$$Q(k) = \frac{1}{m} \sum_{j=k-m+1}^k [ \{ \hat{y}^+(j) - \hat{y}^-(j) \} \{ \hat{y}^+(j) - \hat{y}^-(j) \}^T + P^+(j) - \phi P^+(j-1) \phi^T ] \quad (15)$$

식(14)에서  $P^-(k+1)$ 는  $\hat{y}^-(k+1)$ 의 오차 공분산 행렬을 나타내며 위 결과를  $(k+1)\Delta t$  시점의 응답 측정치  $z(k+1)$ 를 활용하여 보정하면,

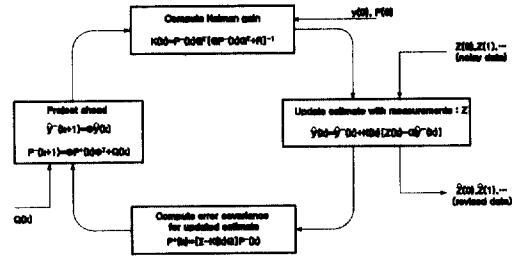


그림 2. Adaptive Kalman Filter Loop

그 결과는 다음과 같다.

$$\hat{y}^+(k+1) = \hat{y}^-(k+1) + K(k+1) \cdot \{Z(k+1) - G \hat{y}^-(k+1)\} \quad (16)$$

$$P^+(k+1) = (I - K(k+1)G) P^-(k+1) \quad (17)$$

여기서  $K(k+1)$ 은 Kalman Gain 행렬로서 아래와 같이 구할 수 있다.

$$K(k+1) = P^-(k+1) G^T \cdot [G P^-(k+1) G^T + R]^{-1} \quad (18)$$

식(13)-(17)에서 알 수 있듯이 상태변수의 추정치  $\hat{y}^-(k)$ 은 초기상태인  $\hat{y}^-(0)$ 와  $P^-(0)$ 가 주어지면 순차적 계산에 의해서 구해질 수 있다. 따라서 각 시간 시점마다 시스템 상태변수  $y(k)$ 가 변함에 따라 관측치  $z(k)$ 에서 관측오차를 보정한 새로운  $\hat{z}(k)$ 를 얻을 수 있다.

#### 4. MITD을 이용한 방법

식(4)에서 보는 바와 같이 풍속의 영향으로 행렬  $C$  및  $K$ 가 변한다. 이 행렬을 구하기 위해 Ibrahim의 방법을 수정한 MITD방법<sup>(8)</sup>을 이용하면 자유진동의 변위만을 측정하여 필요한 계수들을 구할 수 있다.

이 방법의 절차에 따라, 우선 다음과 같은 행렬  $\Phi$  및  $\hat{\Phi}$ 을 만든다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} x(0) & x(\Delta t) & \dots & x((N-N_1-N_2-1)\Delta t) \\ x(N_2\Delta t) & x((N_2+1)\Delta t) & \dots & x((N-N_1-1)\Delta t) \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Phi} = \begin{bmatrix} x(N_1\Delta t) & x((N_1+1)\Delta t) & \dots & x((N-N_2-1)\Delta t) \\ x((N_1+N_2)\Delta t) & x((N_1+N_2+1)\Delta t) & \dots & x((N-1)\Delta t) \end{bmatrix}$$

(19)

여기서,  $N$ 은 전체 측정 데이터수  
 $N_1$  및  $N_2$ 는  $x(t)$ 의 시간 이력차

$[\Phi \Phi^T][\Phi \Phi^T]^{-1}$ 와  $[\hat{\Phi} \hat{\Phi}^T][\hat{\Phi} \hat{\Phi}^T]^{-1}$ 의 복소수 고유치 ( $a \pm bi$ )의 평균치로부터 자유도수 만큼의 진동수 및 감쇠비를 얻는다. 이 값을 사용하여 식(20)를 통해 새롭게 보정된  $\hat{x}(t)$  값을 발생시키고 이렇게 구해진 값으로 식(19)의  $\Phi$ 와  $\hat{\Phi}$ 를 각각  $\Psi$ 와  $\hat{\Psi}$ 로 다시 구성한다.

다음에  $[\Phi \Psi^T][\Phi \Psi^T]^{-1}$  및  $[\hat{\Phi} \hat{\Psi}^T][\hat{\Phi} \hat{\Psi}^T]^{-1}$ 의 복소수 고유치의 평균치를 구한다. 이 과정을 고유치가 수렴할 때까지 반복한다.

$$h(t) = G_1 \exp(\lambda_1 t) \cos(b_1 t + P_1)$$

$$+ G_3 \exp(\lambda_2 t) \cos(b_2 t + P_3)$$

$$a(t) = G_2 \exp(\lambda_1 t) \cos(b_1 t + P_2)$$

$$+ G_4 \exp(\lambda_2 t) \cos(b_2 t + P_4) \quad (20)$$

여기서,  $G_i$  ( $i=1,2,3,4$ )는 초기치로 결정되고,  $\lambda_i$ ,  $w_i$  ( $i=1,2$ )는 복소수 고유치로부터 계산된다.

일단 수렴하면 식(8)-(10)의 과정을 통해서 유효강성행렬  $K$ 와 유효감쇠행렬  $C$ 를 구하면 이로부터 플러터 계수  $H_i^*$ ,  $A_i^*$  ( $i=1,2,3,4$ )를 구할 수 있다.

식(1)과 (2)을 이용해서 각각의 플러터 계수를 정리하면 다음과 같다.<sup>(9)</sup>

$$H_1^*(k) = -\frac{2M}{\rho B^3 w} (C_{11}^{eff} - C_{11}^{mech})$$

$$H_2^*(k) = -\frac{2M}{\rho B^3 w} (C_{12}^{eff} - C_{12}^{mech})$$

$$H_3^*(k) = -\frac{2M}{\rho B^3 w^2} (K_{12}^{eff} - K_{12}^{mech})$$

$$H_4^*(k) = -\frac{2M}{\rho B^2 w^2} (K_{11}^{eff} - K_{11}^{mech})$$

$$A_1^*(k) = -\frac{2I}{\rho B^3 w} (C_{21}^{eff} - C_{21}^{mech})$$

$$A_2^*(k) = -\frac{2I}{\rho B^4 w} (C_{22}^{eff} - C_{22}^{mech})$$

$$A_3^*(k) = -\frac{2I}{\rho B^4 w^2} (K_{22}^{eff} - K_{22}^{mech})$$

$$A_4^*(k) = -\frac{2I}{\rho B^3 w^2} (K_{21}^{eff} - K_{21}^{mech}) \quad (21)$$

여기서, 첨자 "eff"는 풍속이 있을 때의 강성과 감쇠이며 "mech"는 풍속이 없을 때의 강성과 감쇠를 의미한다.

## 5. 수치해석

본문에서 제안된 방법들은 그림 2에서 보듯이 점선의 경로(G-D-E)를 따라 실험에서 얻은 시

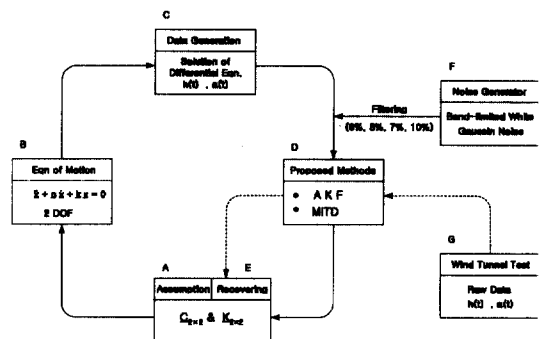


그림 3. 제안된 방법의 검증과정

간이력변위 데이터를 사용해서 시스템의  $C$ 와  $K$ 를 복원하는 것이다. 이렇게 구해지는  $C$ 와  $K$ 가 옳게 구해지는지를 알아보기 위해 먼저 (A)에서 시스템의  $C$ 와  $K$ 를 가정하고, (B)에서 이 값으로 2자유도 운동방정식을 구성한 후에 미분방정식 풀이를 통해 그 해인  $h(t)$ 와  $a(t)$ 의 가상의 진동데이터를 발생시킨다. 이 데이터를 제안된 방법에 적용하기 전에 풍동실험에서 경험될 수 있는 잡음상태를 만들기 위해서 0%~10%의 잡음을 인위적으로 가상의 진동데이터에 첨가하였다.

본 논문에서 이용된 잡음비는 다음과 같이 구해진다.

$$NS = \left[ \frac{\sum_{k=1}^N v^2(k)}{\sum_{k=1}^N x^2(k)} \right]^{1/2} \times 100(\%) \quad (22)$$

여기서  $x(k)$ 는 잡음이 없는 데이터이고  $v(k)$ 는 백색잡음이다.

모든 물리적 시스템에서는 어떤 한계주파수 이상의 잡음은 발생하지 않는 Bandlimited 시스템이다. 따라서 풍동실험에서 발생할 수 있는 한계주파수(10Hz)이하의 Bandlimited 백색잡음을 만들기 위해서 수학적 함수로 발생시킨 잡음을 그림 3에 보이는 것처럼 Labview 프로그램으로 구현한 Low-pass Filter를 통해 10Hz이상의 잡음을 제거한 후에 제안된 방법들의 검증에 사용했으며 잡음비에 따라 어느 정도로 정확히  $C$

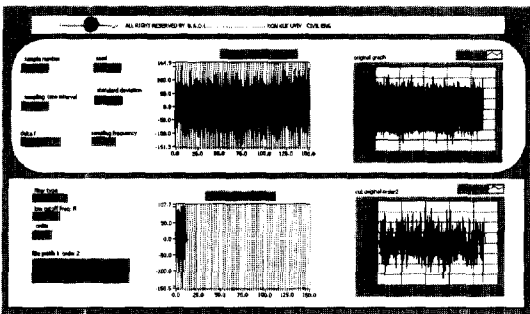


그림 4. Bandlimited Noise Generator

와  $K$ 를 복원하는지 알아봄으로써 잡음에 대한 안정성을 검증해 보았다.

식(4)에서  $C$ ,  $K$ 와 초기조건을 다음과 같이 임의로 가정한다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{h} \\ a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.3770 & 0.0020 \\ 0.0030 & 1.1310 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 88.8269 & 10.0000 \\ 20.0000 & 355.3057 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \text{초기조건 } h(0) &= 10\text{cm} & a(0) &= 0.03\text{rad} \\ \dot{h}(0) &= 0 & \dot{a}(0) &= 0 \end{aligned}$$

식 (23)의 해는 선형 연립미분방정식의 해법에 의해 풀면, 다음과 같다.

$$\begin{aligned} h(t) &= 9.9730e^{-0.1894t} \cos(9.3831t - 0.0198) \\ &\quad + 0.0290e^{-0.5645t} \cos(18.8609t - 0.0911) \\ a(t) &= -0.7465e^{-0.1894t} \cos(9.3831t - 0.0448) \\ &\quad + 0.7764e^{-0.5645t} \cos(18.8609t - 0.0417) \end{aligned} \quad (24)$$

식(24)으로부터 시계열 데이터를 생성한다. 여기서 생성된 데이터의 시간간격( $\Delta t$ )는 풍동실험에서와 같이 1/300초로 하였으며, 데이터의 기록시간도 실험과 동일한 15초로 하였다.<sup>(11)</sup> 위의 데이터를 제안된 방법(D)에 적용하면 최종적으로 복원한  $K$ 와  $C$ 는 표 1과 같이 계산된다. 가끔적 오차를 최소화하기 위해 모든 과정은 배정도 실수형(double precision)의 변수를 사용하였고, 출력값들은 편의상, 소수점이하 넷째 자리에서 반올림하였다.

표 1의 결과와 같이 잡음이 없는 상태에서는 두 방법 모두 거의 오차 없이  $C$ 와  $K$ 를 복원하였다. 또한 잡음이 없으므로 잡음을 제거하기 위한 반복계산과정 없이 한번의 실행만으로 정확히 복원하였다.

다음의 예는 잡음에 대한 영향을 검증해 보기

표 1. 정확해와 추정치의 비교 (noise free)

	정확해		AKF		MITD	
C	0.3770	0.0020	0.3770	0.0020	0.3770	0.0020
	0.0030	1.1310	0.0030	1.1310	0.0030	1.1310
K	88.8269	10.0000	88.8269	10.0000	88.8269	10.0000
	20.0000	355.3057	20.0000	355.3057	20.0000	355.3057

위해 가정한  $C$ ,  $K$  그리고 초기조건이다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.24 & -5.57 \\ -0.41 & 0.876 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 386.12 & -213.37 \\ -96.77 & 1198.65 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \text{초기조건 } h(0) &= 22.0\text{cm} & \alpha(0) &= 0\text{rad} \\ \dot{h}(0) &= 0 & \dot{\alpha}(0) &= 0 \end{aligned}$$

식(25)의 해는 다음과 같으며, 해는 초기 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} h(t) &= 21.4054e^{-0.2514t} \cos(19.0326t - 0.06269) \\ &\quad + 0.8424e^{-0.8066t} \cos(34.9258t + 0.7234) \\ \alpha(t) &= 2.4823e^{-0.2514t} \cos(19.0326t + 0.009366) \\ &\quad - 2.4823e^{-0.8066t} \cos(34.9258t - 0.0108) \quad (26) \end{aligned}$$

위 식에 의해 만들어진 가상의 시계열 데이터에 (F)에서 만든 Bandlimited 백색잡음을 첨가하면 그림 5와 같고 결과는 표 2, 3 그리고 그림 6에 나타났다. 결과에서 알수 있듯이 잡음비 5% 이하의 데이터를 이용한  $K$ 의 복원에서는 AKF가 MITD에 비해 더 작은 오차로 추정해냈지만  $C$ 의 복원에서는 MITD가 약 2%의 오차 이내로 복원해서, AKF보다 잡음에 대해 더 안정했다. 하지만 잡음비 5% 이상의 경우에는  $C$ 와  $K$  모두 MITD가 AKF 추정치보다 더 정확히 추정했고 풍동실험에서 상대적으로 큰 잡음비인 10%의 잡음에서도 MITD 방법은 5% 내외의 추정

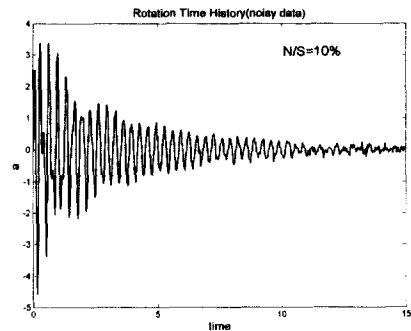
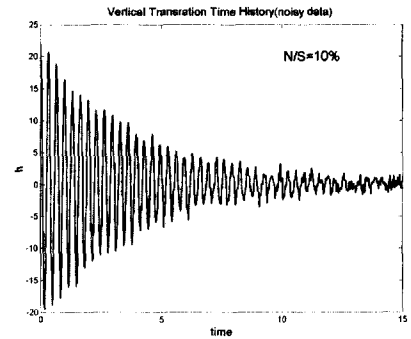
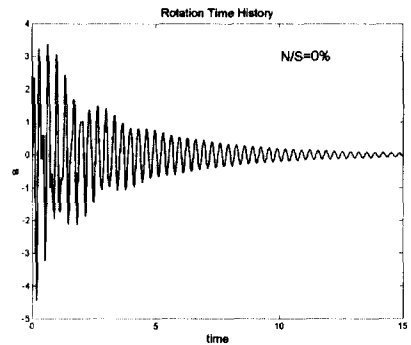
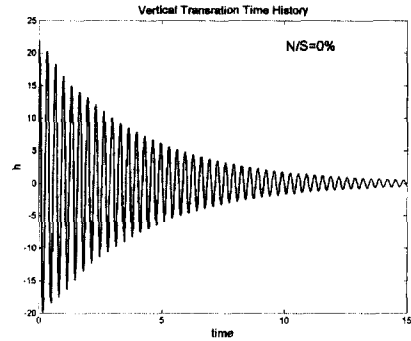


그림 5. 시계열 데이터(N/S=0%, N/S=10%)

표 2. AKF에 의한 추정치와 정확해의 비교

	$\Delta t$	C		K	
정확해	1.24	-5.59	386.12	-213.37	
	-0.41	0.87	-96.77	1198.65	
N/S>3%	1.22	-5.415	386.579	-215.388	
	-0.4	0.873	-96.818	1198.926	
error(%)	1.608	2.787	0.119	0.946	
	2.544	0.37	0.05	0.023	
N/S>5%	1.198	-5.243	387.649	-221.615	
	-0.423	0.868	-96.941	1200.772	
error(%)	3.855	5.876	0.396	3.864	
	3.224	0.877	0.177	0.177	
1/300	1.288	-5.909	389.035	-235.667	
	-0.426	0.899	-97.02	1202.426	
error(%)	3.893	6.08	0.755	10.45	
	3.90	2.592	0.258	0.315	
N/S>10%	1.304	-6.08	390.499	-184.198	
	-0.43	0.84	-97.102	1202.761	
error(%)	5.199	9.158	1.134	13.672	
	4.883	4.142	0.387	0.343	

표 3. MITD에 의한 추정치와 정확해의 비교

	$\Delta t$	C		K	
정확해	1.24	-5.59	386.12	-213.37	
	-0.41	0.87	-96.77	1198.65	
N/S>3%	1.228	-5.48	387.267	-218.719	
	-0.406	0.874	-96.807	1198.95	
error(%)	0.952	1.632	0.297	2.507	
	1.041	0.269	0.038	0.025	
N/S>5%	1.22	-5.451	389.769	-221.954	
	-0.403	0.871	-96.848	1199.07	
error(%)	1.625	2.138	0.945	4.032	
	1.724	0.623	0.081	0.035	
1/300	1.268	-5.803	391.63	-223.471	
	-0.42	0.865	-96.652	1199.405	
error(%)	2.279	4.179	1.427	4.734	
	2.48	1.27	0.122	0.063	
N/S>10%	1.201	-5.268	376.629	-202.61	
	-0.42	0.89	-97.186	1200.568	
error(%)	3.122	5.426	2.458	5.043	
	2.45	1.6	0.43	0.16	

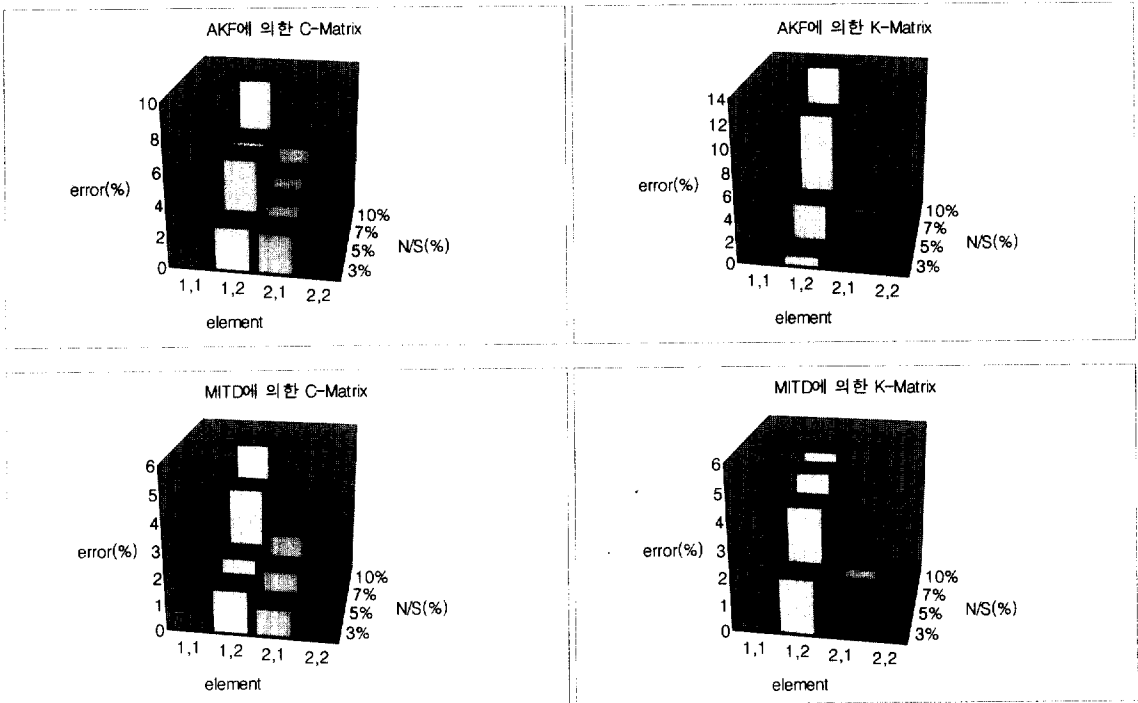


그림 6. AKF와 MITD의 추정오차 그래프 (noisy data)



오차를 보임으로써 AKF에 비해 잡음에 더 안정적인 결과를 보였다.

## 6. 결 론

교량거더의 플러터 계수산출을 위한, AKF 방법과 MITD 방법을 이용한 풍속별  $C$ 와  $K$ 의 추정을 비교, 분석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 잡음비 5% 이내에서는 두 방법 모두 대체로 정확한  $C$ 와  $K$ 를 얻을 수 있다.
- (2) 풍동실험에서 상대적으로 큰 잡음비인 10%의 잡음에서도 MITD방법은 추정오차가 5% 이내였으며 플러터 해석에서 상대적으로 중요한 계수인  $A_2^*$ 와  $H_1^*$ 가 계산되어지는  $C$ 의 대각요소들의 추정오차는 약 3% 내외로 매우 정확히 추정해냈다. 따라서 플러터 계수 산출과정에는 MITD 방법이 적합하다.
- (3) 잡음에 대한 오차를 줄이기 위해서는 난류가 작은 상태의 공기흐름 하에서 실험하는 것이 바람직하다.
- (4) 단면모형의 이론적 플러터 계수와 2차원단면 모형실험 데이터를 MITD방법으로 추정된 플러터 계수의 비교를 통해서 추정기법을 보완하는 것이 앞으로의 주요한 연구과제이다.

## 참 고 문 헌

1. Brown, R.G., Introduction to Random signals and Applied Kalman Filtering, Wiley, New York, 1997.
2. Eykhoff, P., System Identification Parameter and State Estimation, John Wiley & Sons, New York, 1974.
3. Grewal, M.S, and Andrews, A.P, Kalman Filtering Theory and Practice, Prentice Hall, 1993.
4. Hac, A. and spanos, P.D. "Time Domain Method for Parameter System Identification," ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol.112, pp.281-287, 1990.
5. Ibrahim, S.R., "Modal Confidence Factor in Vibration Testing," Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.15, pp.313-316, 1978.
6. Ibrahim, S.R., and Mikulcik, E.C., "A Time Domain Modal Vibration Test Technique," The Shock and Vibration Bulletin, 43, Part 4, pp.21-37, 1973.
7. Maybeck, P.S., Stochastic Models, Estimation, and Control, Academic Press, New York, Vol.2, 1982.
8. Sarkar, P.P., and Scanlan, R.H., "Identification of Aeroelastic Parameters of Flexible Bridges," ASCE, Journal of Engineering Mechanics, Vol.120, No.8, Aug. 1994., pp.1718-1719
9. Simiu, E., and Scanlan, R.H., Wind Effects on Structure, Wiley, 1996.
10. Shinozuka, M., Yun, C.-B., and Imai, H., "Identification of Linear Structural Dynamics Systems," Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE Transactions, Vol.108, No.1, EM6, pp.1371-1390, 1982.
11. 엄태호, "교량거더의 플러터계수의 산출," 한국풍공학회지, 2권 2호, 1998.
12. Watanabe, K., Adaptive Estimation and control, Prentice Hall, New York, 1992.

(접수일자 : 2001년 6월 12일)