

3차원 IP 탐사의 모형 응답 계산

남명진¹⁾ · 서정희¹⁾

Three Dimensional Induced Polarization Modeling

Myung-Jin Nam¹⁾ and Jung-Hee Suh¹⁾

요 약 : 지하 환경 오염 현황 조사 및 대규모 토목 구조물 현장의 지반 조사 시 대상 지역의 정밀 영상화 자료가 요구된다. 이를 위해서 다양한 물리 탐사 기법이 통합되어 적용될 필요가 있다. 본 연구에서는 현재 국내에서 가장 활발하게 활용되고 있는 물리탐사 방법인 전기비저항 탐사와 동시 탐사가 가능하다는 장점이 있는 유도 분극 탐사 자료에 대한 고찰한다. 이 논문에서는, 기존의 3차원 전기비저항 모형 반응 계산 알고리즘을 바탕으로 3차원 충전성 모형 반응 계산을 하고자한다. 본 연구에서의 3차원 모형 응답 반응 계산의 결과를 2차원 모형 반응 계산 결과와 비교하여 모형 반응 계산 알고리즘의 타당함을 확인하였다. 본 연구는 앞으로 이루어질 유도 분극 탐사 자료에 대한 연구의 기반이 되리라 기대된다.

주요어 : 3차원, 모형 응답, 유도 분극 탐사, 충전성

Abstract : The application of geophysical survey methods need to be integrated to meet the increasing demands of imaging of the subsurface in the practical application of civil engineering, underground water survey and environmental problems. This paper examines the IP survey which can be surveyed simultaneously with DC resistivity survey. In this study, 3-D IP modeling algorithm was developed. The 3-D IP modeling algorithm was based on 3-D resistivity modeling by finite-element method. The result of 3-D modeling was compared with 2-dimensional modeling result. The result showed that the 3-D modeling algorithm developed in this study was accurate. Finally, the 3-D modeling algorithm developed in this paper will be useful for the study of IP data.

Key words : 3-D, Modeling, IP, Chargeability

서 론

최근의 물리탐사 기법들은 기존의 지하 자원 조사, 온천 및 지하수 조사 지질 조사 등의 목적에만 국한되지 않고 도로, 교량, 대형 구조물 건설을 위한 토목 공사나 지반 침하 안정성 평가 등의 지반 조사 분야 그리고 쓰레기 매립장 오염 조사, 폐광 지역 조사 등의 환경 분야 등에도 이용되고 있다. 지하 환경 오염 현황 조사 및 대규모 토목 구조물 현장의 지반 조사 시 대상 지역의 정밀 영상화 자료가 요구된다. 이를 위해서 다양한 물리 탐사 기법이 통합되어 적용될 필요가 있다.

물리탐사 기법 중에서 전기비저항 탐사는 국내에서 가장 성공적으로 적용되고 있고, 최근에 전기비저항 탐사의 분해능 향상 및 현장 자료 획득 기술에 눈부신 발전이 있었다. 유도 분극 탐사는 지하의 충전성 구조를 영상화하는 방법으로 전기비저항 탐사와 매우 밀접한 관련이 있어 두 탐사 기법을 동시에 수행할 수 있다는 장점이 있다.

유도 분극 현상은 매질에 전류가 투입되고 있는 동안 기계적·전기적, 또는 화학적 형태로 매질에 저장된 에너지가 전류가 끊어지는 순간 방출되기 때문에 나타난다고 할 수 있다. 그러나 이 현상을 처음 발견한 이후 지금까지 정확한 메커니즘은 밝혀지지 않았다. 그래서 유도 분극 자료를 정의하는 데 있어 대부분의 저자들은 Seigel(1959)이 제시한 충전성을 받아들이고 있다(Oldenberg and Li, 1994). Seigel은 전류의 투입으로 매질에 충전된 에너지에 의해서 매질의 유효 전기전도도가 변화한다는 가정 하에, 유도 분극 현상의 미시적 원인을 모두 포함하고 있는 매질의 고유 물성으로 충전성(chargeability)을 제시하여 유도 분극 현상을 수학적으로 표현하였다.

Seigel 이후로 유도 분극 탐사는 3차원의 다양한 모델에 대한 모형 응답 계산(Hohmann, 1990), 2차원 유도 분극 자료의 역산(Oldenberg and Li, 1994) 등 많은 연구와 발전이 있었다.

본 논문에서는 3차원 유도 분극 모형 응답 계산 알고리즘을 개발하고자 한다.

*2001년 2월 6일 접수

1) 서울대학교 지구환경시스템 공학부(School of Civil, Urban, and Geosystem Eng., Seoul Nat'l Univ.)

3차원 IP 모형 응답 계산

충전성(chargeability)을 유도 분극 현상의 측정에 처음 사용한 사람은 Seigel(1959)이다. 충전성은 유도 분극 현상을 일으키는 미지의 미시적 효과들을 모두 포함하는 것으로, 매질의 고유한 물성이다.

본 연구에서는 수치적 모형 반응 계산을 위해서 유한 요소법을 이용하였다. 이때 유도 분극 반응 계산을 위한 모형 변수는 매질의 전기전도도 $\sigma(x, y, z)$ 와 충전성 $\eta(x, y, z)$ 로 설정하고, 단위 요소내에서 이들은 균질하다고 가정하였다. 충전성과 전기전도도는 모두 양수 값이며 전기전도도는 값의 변화가 큰 데 반해서 충전성은 값의 변화 범위가 $0 \leq \eta \leq 1$ 이다.

충전성은 매질에 전류가 흐름과 동시에 서서히 증가하여 일정 시간 후에 매질의 고유 충전성에 도달하게 된다. 완전히 충전된 매질은 충전성에 의해 식 (1)과 같이 전기전도도가 증가한 것과 같은 현상을 보인다. 전류의 흐름이 사라지면 충전성도 서서히 사라지게 된다.

$$\sigma' = \sigma(1 - \eta) \quad (1)$$

여기서 σ' 는 충전된 매질의 유효 전기전도도, σ 는 충전의 효과가 나타나지 않을 때의 매질의 전기전도도 즉 매질의 고유한 전기전도도이다. 식 (1)은 매질의 전기전도도가 실제로 변화하는 것이 아니라 충전성에 의해 변화된 것과 같은 효과가 나타남을 설명한다.

유도 분극 탐사시 얻게 되는 자료인 걸보기 충전성의 정의는 다음과 같다.

$$\eta_a = \frac{\phi_s - \phi_\sigma}{\phi_\eta} \quad (2)$$

여기서 ϕ_s 는 전류의 흐름이 끊어진 순간의 전위인 분극전압이고, ϕ_σ 는 충전성의 효과가 나타나기 전의 매질의 고유한 전기전도도에 의한 전위로 전류의 흐름과 동시에 측정된 전위이다. 그리고 ϕ_η 는 일정한 전류가 흐를 때 매질이 완전히 충전된 경우에 측정된 전위이다(Fig. 1). 세 전위 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\phi_\eta - \phi_\sigma = \phi_s \quad (3)$$

전기비저항 모형 응답 연산자(함수)(부록 참조)를 F_{dc} 로 표

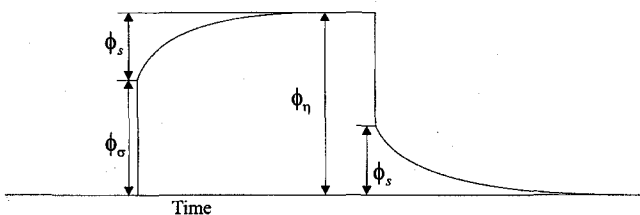


Fig. 1. Definition of the three potentials associated with the IP effect.

기한다면 충전성 효과가 없는 매질의 전위는 다음과 같이 표현할 수 있고

$$\phi_\sigma = F_{dc}[\sigma] \quad (4)$$

충전성 효과가 완전히 나타난 후의 전위는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_\eta = F_{dc}[\sigma'] = F_{dc}[\sigma(1 - \eta)] \quad (5)$$

식 (4)와 (5)를 식 (2)에 대입하면 걸보기 충전성은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta_a = \frac{\phi_s - \phi_\sigma}{\phi_\eta} = \frac{F_{dc}[\sigma(1 - \eta)] - F_{dc}[\sigma]}{F_{dc}[\sigma(1 - \eta)]} \quad (6)$$

식 (6)을 통해 알 수 있듯, 매질의 고유 충전성을 이용하여 IP 자료인 걸보기 충전성을 구하는, 3차원 IP 모형 반응 계산은 매질의 전기비저항이 σ 와 $\sigma(1 - \eta)$ 인 두 경우에 대해 각각 3차원 전기비저항 모형 반응 계산을 함으로써 실현 가능하다. 즉 3차원 IP 모형 반응 계산은 두 번의 3차원 전기비저항 모형 반응 계산으로 이루어진다.

3차원 전기비저항 모형 응답 계산

지배 방정식

3차원 전기비저항의 지배 방정식은 임의의 점에 위치한 점전원($\delta(x - x_s, y - y_s, z - z_s)$)에 의해 야기되는 전위 분포를 임의의 점에서 구하는 Poisson 방정식으로 표현된다(Dey and Morrison, 1979).

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot [\sigma(x, y, z)\nabla\phi(x, y, z)] \\ = I\delta(x - x_s, y - y_s, z - z_s) = f(x, y, z) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 σ : 전기전도도(electrical conductivity)

ϕ : 전위(electric potential)

I : 전류(current)

(x_s, y_s, z_s) : 점전원의 위치

$f(x, y, z)$: 전원항

유한 요소법에서는 계산되는 해는 요소의 기하학적 형상을 표현하는 임의의 형상 함수(shape function)와 절점에서의 영역 변수 값들의 선형 결합으로 표현되는 근사해이다. 이 근사해는 위의 지배 미분 방정식과 등가의 변분식(variational formula)으로부터 유도된 유한 요소 방정식의 해이다. 변분식은 근사 함수의 사용에 따른 잔여값(residual)과 임의의 가중 함수(weighting function)와의 내적이 최소가 되도록 하는 가중 잔여법(weighted residual method)을 이용하여 구한다.

변분식 및 유한 요소 방정식

식 (7)로 주어진 미분 방정식으로부터 변분식을 유도하기 위

하여 다음과 같이 기저 함수(basis function)를 이용하여 근사된 포텐셜을 나타낸다.

$$\tilde{\phi} = \sum_i^N c_i \psi_i \quad (8)$$

여기서 $\tilde{\phi}$: 근사된 포텐셜
 c_i : 임의의 계수
 ψ_i : 기저 함수

이를 식 (8)의 방정식에 대입하면, 잔여값(residual) $r(x, y, z)$ 는 아래와 같이 나타낸다.

$$r(x, y, z) = -\nabla \cdot [\sigma(x, y, z) \nabla \tilde{\phi}(x, y, z)] - f(x, y, z) \quad (9)$$

가중 잔여법의 정의에 따라 Hermit 공간의 임의의 시험 함수(test function) $v(x, y, z)$ 를 도입하여 잔여값과의 내적을 0으로 하며

$$\int r(x, y, z) v(x, y, z) dx dy dz = 0 \quad (10)$$

이 되고 위 식을 만족하는 해는 식 (7)의 최적의 해가 된다. 식 (9)를 식 (10)에 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$\int \{-\nabla \cdot [\sigma(x, y, z) \nabla \tilde{\phi}(x, y, z)] - f(x, y, z)\} v(x, y, z) dV = 0 \quad (11)$$

위 식에 미분 공식

$$\nabla \cdot (AB \nabla C) = B(\nabla C \cdot \nabla A) + A \nabla \cdot (B \nabla C) \quad (12)$$

과 Green의 정리를 적용하면 식 (7)의 지배 미분 방정식에 대한 등가의 변분식은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\int \{\sigma \nabla \tilde{\phi} \nabla v - f v\} dv - \int_s v \sigma \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n} dS = 0 \quad (13)$$

위 식에서 좌측 적분항은 3차원 영역에 대한 체적 적분이며 두 번째 적분항은 영역 경계에서 적용되는 적분 값으로서 내부 경계에서는 각 면적분에 대하여 인접한 요소에서 서로 상쇄되며 외부 경계에 대해서는 경계 조건을 부여함으로써 근사할 수 있다.

유한 요소 방정식은 분할된 요소에 등가의 변분식으로부터 유도된다. 따라서 식 (13)의 변분식에서 포텐셜 $\tilde{\phi}$ 와 시험 함수 v 에 대한 분할된 각 요소 V_e 에서의 근사형을 $\tilde{\phi}_h, v_h$ 라 하면 식 (13)은

$$\int_{V_e} \{\sigma \nabla \tilde{\phi}_h \nabla v_h - f v_h\} dv - \int_{S_e} v_h \sigma \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n} dS_h = 0 \quad (14)$$

와 같이 된다. 유한 요소 방정식은 식 (14)에서의 근사 포텐셜 $\tilde{\phi}_h$ 와 시험 함수 v_h 를 요소의 기하학적 형상과 관련된 임의의 형상 함수를 이용하여 정의함으로써 구해지며, Galerkin법을

사용하여 다음과 같이 동일한 형상 함수를 사용하였다.

$$\tilde{\phi}_h(x, y, z) = \sum_{j=1}^{N_e} \phi_j^e \psi_j^e(x, y, z), \quad v(x, y, z) = \sum_{j=1}^{N_e} v_j^e \psi_j^e(x, y, z) \quad (15)$$

이로부터 하나의 요소에 대한 유한 요소 방정식은 아래 식 (16)과 같이 표현된다.

$$\sum_{j=1}^{N_e} K_{ij}^e \phi_j^e = f_i^e - J_i^e \quad (16)$$

여기서 K_{ij}^e 는 한 요소에 대한 계수 행렬(stiffness matrix, coefficient matrix, capacitance matrix)로서 아래와 같이 표현되고

$$K_{ij}^e = \int_{V_e} \sigma \left(\frac{\partial \psi_i^e}{\partial x} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial x} + \frac{\partial \psi_i^e}{\partial y} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial y} + \frac{\partial \psi_i^e}{\partial z} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (17)$$

f_i^e 는 전위 벡터로서

$$\begin{aligned} f_i^e &= \int_V f dv = \int_V I \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s) dv \\ &= I \delta(x_s) \delta(y_s) \delta(z_s) \end{aligned} \quad (18)$$

이 된다. 마지막으로 J_i^e 는 경계면에서의 전류 밀도의 유출을 표현하고 있는데 요소간 경계면에서는 전류 밀도가 연속이므로 서로 상쇄되고 지표의 경우 Neumann 조건에 의해 자동으로 0이 되므로, 이 항은 인위적인 경계면에 대한 경계 조건만을 식 (19)에 나타난 혼합 경계 조건(mixed boundary condition; Dey and Morrison, 1979)을 적용하여 근사하였다.

$$\frac{\partial \phi(x, y, z)}{\partial n} + \frac{\cos \theta}{r(x, y, z)} \phi(x, y, z) = 0 \quad (19)$$

여기서, r : 점 전류원으로부터 경계면까지의 방사 거리
 $\cos \theta$: 거리 벡터의 경계면에 대한 방향 코사인

지금까지 살펴본 각 요소에 대한 결과를 모든 요소에 대하여 고려하고 인위적인 경계면에 대하여 식 (19)의 경계 조건을 부여하면, 전체의 계수 행렬 및 전위 벡터는 각 요소에서의 전위항의 해당 절점에서의 조합으로 표현되어 유한 요소 방정식은 다음과 같은 선형 연립 방정식으로 최종 귀결된다.

$$\mathbf{C} \bar{\phi} = \mathbf{S} \quad (20)$$

여기서, \mathbf{C} : capacitance 행렬 또는 결합 계수 행렬
 $\bar{\phi}$: 전위 벡터
 \mathbf{S} : 전위 벡터

이상 설명한 3차원 전기비저항 모형 응답 계산 알고리즘은 이미 박권규(1994)에 의해 이미 검증된 바 있다.

수치 실험 결과

모형 응답 계산의 검증

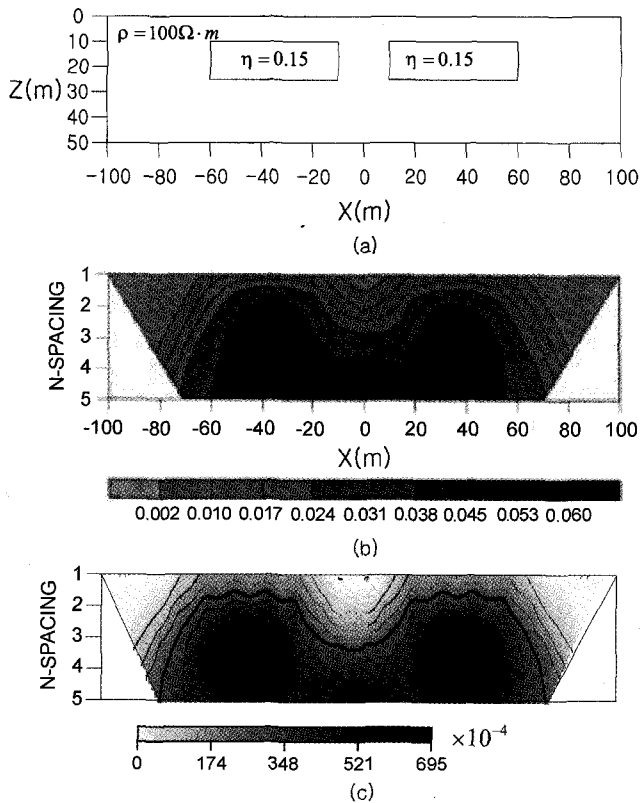


Fig. 2. (a) The synthetic model consists of two chargeable prisms embedded in a nonchargeable, uniform halfspace of 0.01 S/m. Dipole array is used with $a=10$ m and $n=1\sim 5$. (b) The pseudosection computed by 2-D modeling algorithm. (c) The pseudosection computed by 3-D modeling algorithm.

3차원 모형 반응 계산 알고리즘의 검증을 위해, 2차원 선형 응답 계산 결과가 있는 2차원 유도 분극 모형을 3차원 프리즘 모형으로 구현하여 모형 반응 계산을 실행해 보았다. Fig. 2에 2개의 충전성 이상체가 있는 모델과(Fig. 2a; Yuval and Oldenburg, 1997) 이 모델에 대한 2차원 선형 응답 계산 결과가 나타나 있다(Fig. 2b). 충전성 이상체를 포함한 모델의 전기비저항은 $100 \Omega \cdot m$ 로 일정하다. 2개의 충전성 이상체는 충전성 $\eta=0.15$ 로 동일하며 이상체를 제외한 지역의 충전성은 $\eta=0$ 이다. 전극 배열은 쌍극자 배열을 상정하였으며 최대 전극 전개 수는 $n=5$ 이다.

Fig. 2a와 $x-z$ 평면은 동일하며 y 방향으로 길게 뻗어 있는 프리즘 모형에 대한 3차원 선형 응답 계산을 시행하여 그 결과를 Fig. 2c에 도시하였다. Fig. 2b의 2차원 선형 응답 계산 결과와 Fig. 2c에 나타난 선형 응답 계산 결과의 양상이 거의 동일함을 확인할 수 있다.

두 개의 충전성 이상체

Fig. 3에서와 같은 모델을 본 연구에서 개발한 모형 반응 알고리즘으로 모형 반응 계산을 수행하였다.

모형 응답 계산을 한 3차원 중합 모델($480 \text{ m} \times 300 \text{ m} \times$

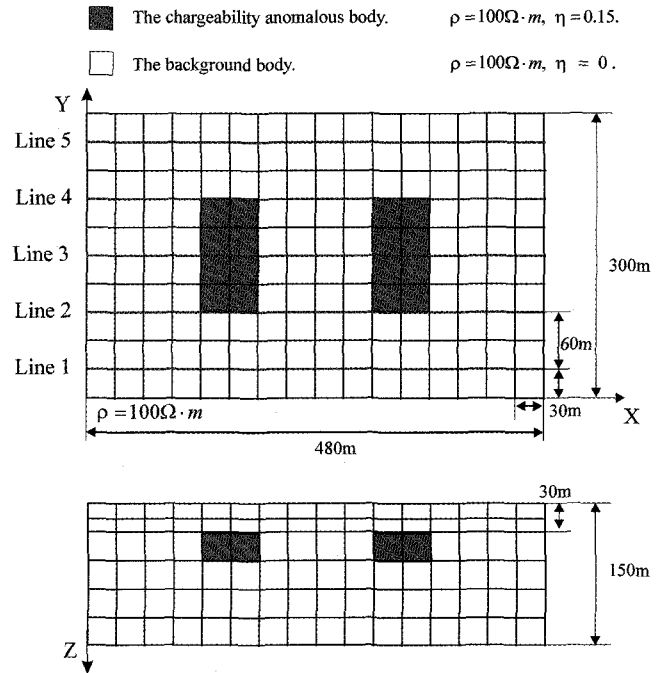


Fig. 3. The body with chargeability of two chargeable bodies embedded in a nonchargeable halfspace.

150 m)은 $74 \times 50 \times 16$ 로 총 59200개의 요소로 분할했다($16 \times 10 \times 5$ 의 전극 unit 블록). 탐사 축선은 Fig. 3에서와 같이 60 m 씩 떨어진 5개의 축선이며 탐사 방법은 각 축선 마다 17개의 전극이 있는 Pole-Pole 배열을 이용한 탐사를 상정했다. 전극 간격 a 는 30 m 했으며 최대 전개 수 n 은 10으로 하였기 때문에 얻게 되는 총 자료 수는 575개이다.

두 개의 충전성 이상체는 단순한 3차원 모형으로서 3차원 영역의 하부 30 m(1 unit, 여기서 unit란 인접 전극 간격 기본 단위)에 있으며 x -축 중앙에서 양쪽으로 각각 60 m(2 unit)씩 떨어져 있는 곳에 위치해 있다. 그리고 y 방향으로 2번째 탐사 아래에서 4번째 탐사 축선 아래까지 존재한다. 두 이상체 모두 $60 \text{ m} \times 120 \times 30 \text{ m}$ (2 unit \times 4 unit \times 1 unit)의 크기로 $\eta=0.15$ 의 이상치를 갖는다. 이상체를 포함한 전 지역의 비저항은 $\rho=100 \Omega \cdot m$ 이고 이상체를 제외하고는 모두 지역의 충전성은 $\eta=0$ 이다.

Fig. 4는 모형 응답 계산을 통해 얻은 겉보기 충전성의 가단면도이다. 각 축선의 겉보기 충전성 가단면도에서 축선 1과 5 그리고 축선 2와 4의 겉보기 충전성 가단면도는 거의 같은 양상을 보이는 것을 관찰할 수 있다. 이는 충전성 이상체가 축선 3을 중심으로 y 방향으로 대칭이기 때문에 충전성 가단면도 역시 축선 3을 중심으로 대칭되는 결과가 나타난 것으로 해석할 수 있다.

축선 1과 5의 겉보기 충전성 가단면도는 다른 세 축선 즉, 축선 2, 3 그리고 4에 비하여 절대값이 작다. 이는 겉보기 충전성이 고유 충전성의 공간에 대한 평균이기 때문에 나타나는 현상이다. 즉 축선 1과 5의 경우 다른 세 축선에 비하여 이상

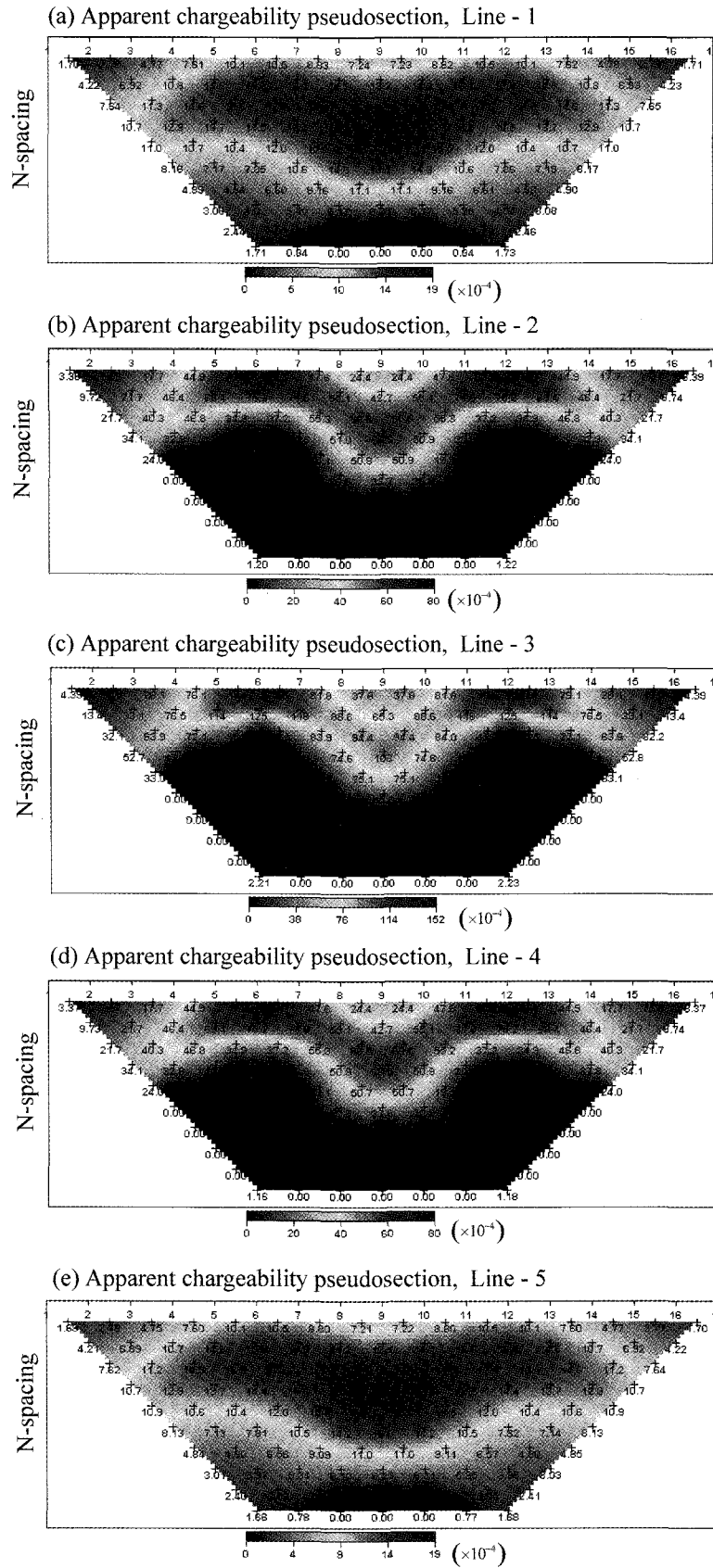


Fig. 4. The pseudosections for each line of the model shown in Fig. 3. (a) line-1, (b) line-2, (c) line-3, (c) line-4, (e) line-5.

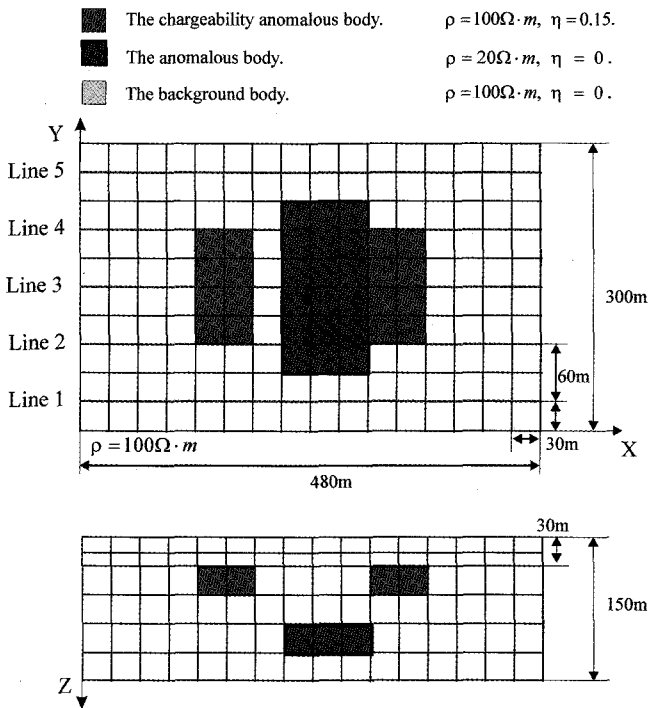


Fig. 5. The body with chargeability of two chargeable bodies and one anomalous body embedded in a nonchargeable half-space.

대에서 거리가 멀기 때문에 작은 값을 나타내는 것이다. 그리고 측선 3은 양쪽으로 이상대가 존재하지만 측선 2나 4는 한 쪽으로만 이상대가 존재하기 때문에 측선 2나 4보다 높은 겉보기 충전성이 보인다.

두 개의 충전성 이상체와 하나의 전기비저항 이상체

전기비저항 이상체가 모형 응답 계산에 영향을 알아보기 위해서 Fig. 3의 모델의 두 개의 충전성 이상체 아래에 전기비저항 이상체가 있는 모델을 상정해 보았다(Fig. 5). 전기비저항 이상체는 3차원 모형으로서 3차원 영역의 하부 90 m(3 units)에 30 m의 두께로 x축 중앙에서 30 m(1 unit) 오른쪽에 위치하며 x 방향 길이는 60 m이다. 또한 탐사 측선 1번과 2번 중앙에서 4번과 5번 측선 중앙까지 y 방향으로 180 m(6 units)의 길이를 갖는다. 이 이상체의 비저항은 $r=20 \Omega \cdot m$ 이고 충전성은 $\eta=0$ 이다.

Fig. 6에 각 측선에서 얻은 겉보기 충전성의 자료의 겉보기 충전성 단면도를 도시했다. 앞서 전기비저항 이상체가 없는 경우와 절대값에서는 비록 작은 차이가 있지만 전반적으로 일치하는 결과를 확인할 수 있다.

결론

본 연구에서는 시간 영역 유도 분극 모형 반응 계산 알고리즘을 개발하였다. 3차원 유도 분극 모형 반응 계산의 근간이 되는 전기비저항 모형 반응 계산은 유한 요소법을 이용한 3차원 전기비저항 모형 반응 계산 알고리즘을 기초로 하였다. 모형 반응 계산 알고리즘의 적용 가능성을 고찰하기 위하여 몇 가지 모형에 대하여 모형 반응 계산을 수행하고 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

전기비저항 모형 반응 계산을 근간으로하는 시간 영역 유도 분극 모형 반응 계산을 수행해 본 결과 본 연구에서 개발한 모

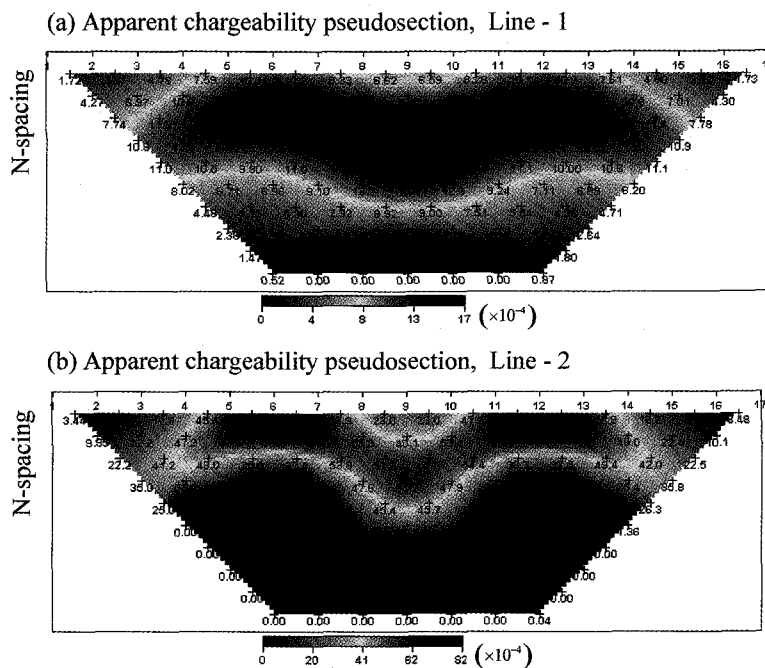


Fig. 6. The pseudosections for each line of the model shown in Fig. 5. (a) line-1, (b) line-2, (c) line-3, (d) line-4, (e) line-5.

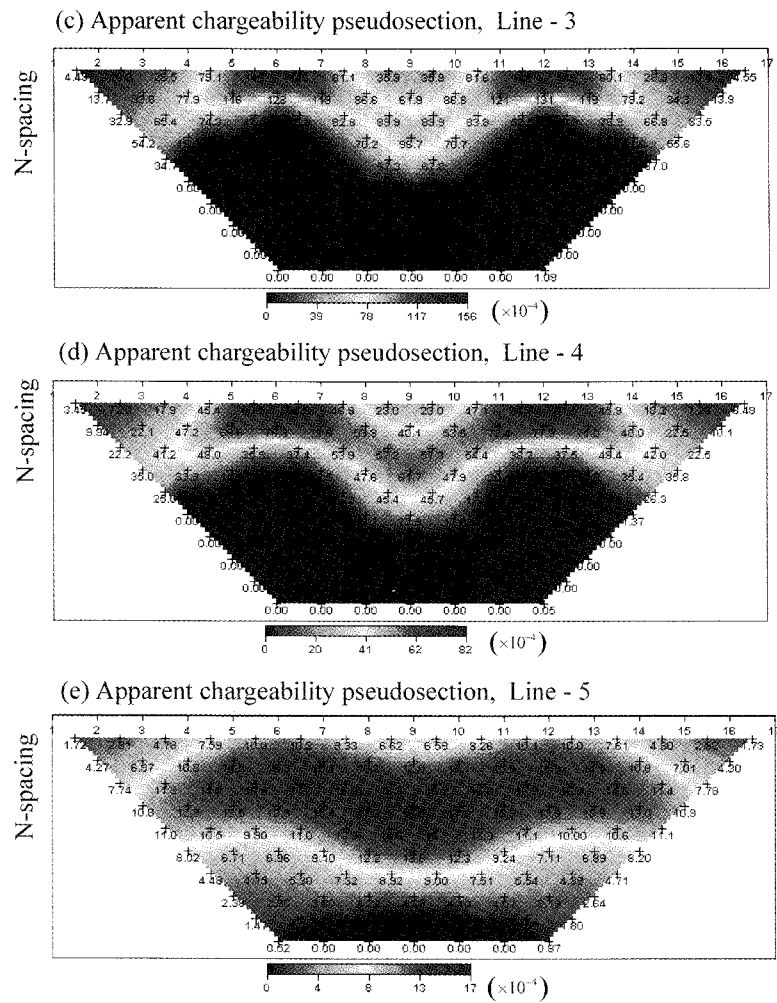


Fig. 6. Continued.

형 반응 알고리즘이 만족할 만한 결과를 보여줌을 알 수 있었다. 본 연구에서 개발한 삼차원 유도 분극 모형 응답 계산 알고리즘은 유도 분극 탐사 자료의 연구에 큰 도움을 줄 수 있으리라 사료된다.

참고문헌

박권규, 1994, 유한요소법을 이용한 3차원 전기비저항 모델링 및 지형보정에 관한 연구: 공학석사 학위논문, 서울대학교.
Siegel, H. O., 1959, Mathematical formulation and type curves for induced polarization: *Geophysics*, **24**, 547-565.

Oldenburg, D. W., and Li, Y., 1994, Inversion of induced polarization data: *Geophysics*, **59**, 1327-1341.
Hohmann, G. W., 1990, Three-dimensional IP models, in Fink, J. B., McAlister, E. O., Sternberg, B. K., Wieduwilt, W. G., and Ward, S. H., Eds., *Induced polarization: Applications and case histories: Investigations in Geophysics No. 4 Soc. Expl. Geophys.*, 150-178.
Dey, A., and Morrison, H. F., 1979, Resistivity modeling for arbitrary shaped two dimensional resistivity structure: *Geophysical Prospecting*, **27**, pp. 106-136.
Yuval, and Douglas W. Oldenburg, 1997, Computation of Cole-Cole parameters from IP data: *Geophysics*, **62**, 436-448.