확산 모형을 이용한 전략품목 시장 예측 모형

Market Forecasting Modeling Using the Diffusion Model for the Strategic Items in Information/ Telecommunication Area

김국희(K.H. Kim) 정보체계연구팀 선임연구원
김지수(J.S. Kim) 포항공과대학교 정보통신연구소 위촉연구원
강회일(H.I. Kang) 정보체계연구팀 선입연구원, 팀장
전치혁(C.H. Jun) 포항공과대학교 산업공학과 교수

본 연구에서는 비교적 적은 양의 시장자료를 이용하여 장기적 안정성을 갖춘 예측치를 도출할 수 있는 것으로 알려진 확산 모형을 중심으로 기존의 신상품 시장예측 방법론에 대하여 고찰하고, 과거 시장자료가 거의 존재하지 않는 정보통신 관련 품목에 대한 국내시장 예측 모형 개발 방법론을 제안하였다. 본 연구에서 제시된 방법론에 의거하여 개발될 예측 모형은 기존의 정보통신분야 전략품목 이외의 여타 관련 품목, 나아가 향후 등장하게 될 새로운 품목에 대한 예측 작업에도 적용이 가능하며, 해외 기관이 제공하는 국내시장 자료에 대한 검증 툴로서의 역할 역시 제공할 것으로 기대된다.

I. 서 론

첨단기술이나 통신망 서비스와 같이 대규모의 연구개발비용 및 초기투자를 필요로 하는 신상품의 경우 시장 도입 전, 혹은 도입 직후 시점에서의 시장예측은 매우 중요하다. 이는 신상품의 적절한 도입시기 선택, 상품 설계, 가격구조 및 가격수준 설정, 용량 계획, 그리고 판매경로 설정 등과 같은 주요 전략변수의 결정에 시장예측 결과가 중요한 기초자료를 제공하기 때문이다. 또한 정보통신 관련 제품 및 서비스와 같이 시장수명주기가 매우 짧은 품목의 경우에는 예측에 필요한 시계열 시장자료를 충분히 확보할 수 있는 시점이 되면 이미 기존 품목을 대체할 수 있는 진화적 상품이 출현하여 시장의 주도권이 신상품 쪽으로 옮겨지게 되므로 도입 초기, 즉 시장자료가 거의 존재하지 않는 시점에서의 시장예측만이 유용성을 가진다고 할 수 있다. 그러나 기존의 수요행태를 참고할 만한 시계열 시장자료가 존재하지 않을 경우에는 회귀분석적 시장예측 방법론을 적용할 수 없고, 더욱이 정보통신 관련 품목의 경우에는 시장확산 형태가 소비자 욕구에 의한 시장선도(market-driven) 경로보다는 기업 및 정부 주도의 투자선도(investment-driven) 경로를 따르므로 시장예측의 어려움이 가중된다고 할 수 있다[1].

현재 국내 여러 기관을 통하여 정보통신 관련 품목별, 혹은 세부 아이템별 국내시장에 대한 예측 및 전망 수치가 발표되고 있다. 그러나 정보통신분야 전반에 걸친 시장 전망 및 분석은 이루어지지 않고 있으며, 이에 따라 국내 기업이나 정부의 사업전략 및 정책 수립시 국내시장 현황에 대한 자료 조차 해외 시장조사기관을 통하여 획득하는 현상이 발생하고 있다. 하지만 이러한 자료는 국내시장에서의 현실적 차이 때문에 이를 사업전략 수립에 적극적으로 활용하기에는 어려움이 많은 실정이다.

정보통신분야 전략품목 시장조사에 있어 세계시장 관련자료는 해외 기관의 자료를 인용한다 하더라도, 국내시장에 대해서는 자체적인 조사를 바탕으로 한 예측 및 전망이 수반되어야 한다. 이를 위해서는 먼저 국내시장 예측 모형의 개발 및 예측치의 신뢰도를 GG/DQ나 IDC 등과 같은 해외 시장조사 전문기관 수준으로 개선시키는 작업이 선행되어야 할 것이다.

본 연구에서는 비교적 적은 양의 시장자료만을 이용하여 장기적 안정성을 갖춘 예측치를 제공할 수 있는 것으로 알려진 확산 모형을 중심으로 기존의 신상품 시장예측 방법론에 대하여 고찰하고, 과거 시장자료가 거의 존재하지 않는 정보통신 관련 품목에 대한 국내시장 예측 모형 개발 방법론을 제안하고자 한다. 기본적인 접근방법은 두 가지로 하나는 기존 상품과 신상품의 기술/시장/환경적 특성을 분석하고 상호관계를 설정한 후 기존 상품의 시장자료를 활용함으로써 신상품 시장예측에 적용 가능한 모형을 도출하는 것이고, 다른 하나는 일반적인 시장예측 방법이라 할 수 있는 정량적 예측방법과 시장자료가 충분치 않을 때 그 활용도가 매우 높은 정성적 예측방법을 결합 운용하는 것이다.

Ⅱ장과 Ⅲ장에서는 기존의 시장예측 방법론과 확산모형을 중심으로 한 신상품 시장예측 방법론에 대하여 고찰하고, Ⅳ장에서는 정보통신분야 전략품목 국내시장 예측 모형 개발 방법론을 제안하며, 마지막으로 Ⅴ장에서 결론을 맺도록 한다.

Ⅱ. 시장예측 방법론

일반적으로 시장예측 방법은 크게 정량적(quantitative) 방법과 정성적(qualitative) 방법의 두 가지로 나눌 수 있다. 정량적 방법은 과거 시장자료에 대한 통계적 분석을 통하여 수요경향을 파악함으로써 미래의 수요를 예측하는 방법이고, 정성적 방법은 과거 시장자료가 존재하지 않거나, 존재한다 하더라도 이에 대한 수리적 모형화가 불가능한 상황 하에서 일반 소비자의 선호도, 혹은 전문가의 지식과 의견을 바탕으로 미래의 수요를 예측하는 방법이다.

1. 정성적 시장예측 방법론

가. 소비자 조사법(Consumer-based Approach)

소비자 조사법은 특정 품목에 대한 소비자의 선호도를 조사함으로써 시장예측에 필요한 정보를 획득하는 방법으로 조사 방법 및 분석과정상에서의 객관성 확보가 매우 중요하다. 소비자 조사법은 크게 4단계로 진행되는데 첫번째 단계는 문제정의 및 조사목적 설정단계로 시장조사에 대한 근거와 목적을 정의하는 단계이고, 두번째 단계는 조사방법론 결정 및 자료수집계획 수립단계로 어떤 조사방법론을 사용할 것인지, 그리고 이를 자료수집계획에 어떻게 반영할 것인지 등을 결정하는 단계이다. 세번째 단계는 자료수집 및 분석단계로 자료수집계획을 실천에 옮기고 수집된 자료를 분석하는 단계이고, 마지막 단계는 결과 도출 및 제안/반영단계로 분석된 결과를 해석하고 이를 시장예측에 반영하는 단계이다. 새로이 시장에 도입되는 품목에 대한 시장예측의 경우에는 연구개발 수명주기를 크게 3 단계로 나누어 각 단계에서의 예측을 실시하고, 그 결과를 이용하여 해당 품목의 성공 가능성을 분석한 후 다음 단계로의 이행 여부를 결정한다. 먼저 개념검정 단계에서는 해당 품목의 설계에 필요한 기능 및 특성에 대한 소비자 조사를 실시하여 도입 여부 및 설계 관련 정보를 획득하고, 다음으로 시험시장 단계에서는 개념검정 단계에서 얻어진 해당 품목의 기능 및 특성을 기초로 가격이나 품질과 같은 시장변수를 도입한 후 이들을 이용하여 간접적인 소비자 욕구를 예측하며, 마지막으로 제품 판매 단계에서는 해당 품목의 판매를 시작하는 한편 초기 판매기록을 근거로 미래 시장수요를 예측한다. 이 방법의 경우 일반 소비자들의 미래에 대한 예측능력 부족 및 응답의 왜곡성향이라는 근본적인 한계점을 가지므로 그 적용범위를 단기예측으로 국한시키는 것이 좋다[1].

나. 주관적 예측법(Subjective Estimation)

주관적 예측법은 예측하고자 하는 대상 품목과 관련된 분야의 전문가 즉 기술 담당자, 마케팅 실무

자, 그리고 경제 및 여타 분야 전문가의 의견을 수합(□□)하여 시장예측의 기초자료로 사용하는 방법으로, 전문가들의 견해를 어떻게 공식화(formalize)하는가에 따라 다음과 같이 구분될 수 있다[1].

- 집단 토의법(Brain Storming): 이 방법은 특정한 형식이나 제약이 없이 관련 분야 전문가들의 토의를 거쳐 의사수렴을 유도하는 방법이다. 주관적 예측법 중 가장 비공식적인 방법으로 소요되는 시간과 비용이 매우 적다는 장점을 가진다.
- 델파이법(Delphi Method): 일종의 반복 설문조사법으로 앙케이트 수렴법이라고도 불리며, 해당 분야 전문가들을 대상으로 설문조사를 실시한 후 그 분석결과와 함께 다른 사람들의 추정이유 등을 수합하여 알려주고 다시 동일한 내용의 설문조사를 실시하여 개선된 추정치를 얻는 과정을 전문가들이 대체적인 의견 일치점에 이를 때까지 반복하는 방법이다. 여러 전문가들을 한 장소에 모이게 할 필요가 없고 의사결정 과정에서 타인의 영향력을 배제할 수 있다는, 즉 전문가들의 토론에 의한 시장예측이 극단적인 개인의 영향을 받아 오도될 경우를 피할 수 있다는 장점을 가진다. 그러나 전문가들 사이의 합의에 도달하게 될 때까지 소요되는 시간이 길고 응답자에 대한 통제가 어렵다는 단점이 있다.
- 계층분석 과정(Analytic Hierarchy Process: AHP): 이 방법은 복잡한 문제의 구조를 계층적으로 분류하여 체계적 접근을 시도하는 방법으로, 문제의 구조를 필요한 만큼 분해하므로 문제의 복잡성이나 선택 기준의 다양성 등에 무관하게 적용시킬 수 있다. 계층구조의 최상위에는 문제의 목적이 놓여지고, 그 하위 단계에는 대안들을 평가하기 위한 기준들이 놓여지며, 최하위 단계에는 각 대안들이 놓여지게 된다. 주관적 평가에 의해 각 기준에 대한 상대적 중요도가 정해지고 이를 바탕으로 최적 대안이 채택된다. AHP의 접근 개념은 매개변수의 결정이나 시나리오 형태 결정에 응용될 수 있다.

다. 비교 유추법(Analogy)

비교 유추법은 예측하고자 하는 대상 품목의 과거 시장자료가 존재하지 않을 경우에 유사 품목의 성장 패턴이나 보급 상황, 혹은 선진국 사례와의 비교 유추를 통하여 해당 품목의 미래 시장수요를 예측하는 방법이다. 이 방법은 수요량이나 시장 점유율 등을 예측하는 점추정보다는 수요 경향이나 시장 점유속도 등의 추세 예측에 주로 이용된다[1].

2. 정량적 시장예측 방법론

가. 시계열 모형(Time Series Model)

시계열 모형은 관측된 시계열 시장자료의 자기상관성(autocorrelation)에 대한 분석을 기초로 만들어지는 모형으로 Box-Jenkins의 ARIMA 모형이 대표적이다. 예측 기간이 길어질수록 예측치가 시계열 과정의 평균값에 수렴하는 경향이 있으므로 단기 예측에만 적용시키는 것이 바람직하다.

나. 계량 경제 모형(Econometric Model)

계량 경제 모형은 예측하고자 하는 시장수요와 이에 영향을 미칠 것으로 판단되는 독립변수들간의 상호관계를 단편적으로 수식화하는 것으로 회귀(regression) 모형이 대표적이다. 그러나 개별 독립변수에 대한 예측치 조차 불확실성을 지니므로 모형의 장기적 안정성은 기대하기 어렵다.

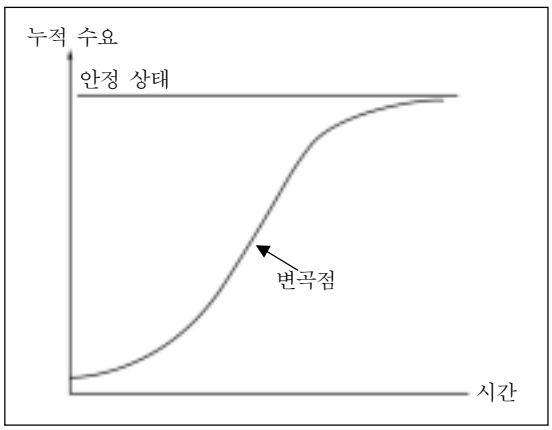
다. 확산 모형(Diffusion Model)

확산 모형은 신제품의 도입으로부터 포화 상태까지의 과정을 선험적으로 규명하여 적용한 모형으로, 장기적 안정성 측면에서 앞의 두 모형에 비해 우수하다고 말할 수 있다. 또한 확산 모형에서는 함수의 형태 자체는 과거의 경험에 의해 알려져 있다고 가정하므로 추정해야 할 매개변수들의 개수가 상대적으로 적으며, 각 매개변수는 정성적 방법에 의해 추정될 수도 있으므로 과거 자료에 전적으로 의존할 필요가 없다. 하지만 모형 구축과정에 주관적 판단

과 같은 비정량적 요소가 개입될 여지가 있다는 점은 단점으로 작용할 수도 있다. 확산 모형에 대한 자세한 설명은 III장에 나타나 있다.

III. 신상품 시장예측 방법론: 확산 모형을 중심으로

확산 모형은 생물학 분야에서 세포 증식이나 전염병 확산 등에 대한 예측 목적으로 개발되었으며, 1960년대 이후 예측능력 및 유용성을 인정 받으며 특정 제품이나 서비스의 시장성장 예측 분야에 널리 적용되어 온 모형이다. 이 모형에서는 (그림 1)에 나타낸 바와 같이 해당 품목에 대한 누적시장규모를 시간에 따른 S자 형태의 곡선으로 가정한다. 이는 해당 품목의 시장 도입초기에는 확산속도가 가속되다가 S 곡선의 변곡점 이후에는 확산속도가 감속되어 안정화 상태에 도달하리라는 선험적 분석에 근거한다.



(그림 1) 확산 모형의 일반적 형태

1. 성장곡선 모형(Growth Curve Model)

이제까지 시장예측 목적으로 많이 사용되어 온 주요 성장곡선은 다음과 같다. 여기서 $N(t)$는 시점 t에서의 누적시장규모를, 그리고 m은 잠재시장규모(market potential; saturation point)를 나타낸다[2].

- Simple Modified Exponential 성장곡선

$$N(t) = m - a\exp(-bt),\ a, b > 0$$

- Logistic 성장곡선

$$N(t) = \frac{m}{1 + a\exp(-bt)},\ a, b > 0$$

- Extended Logistic 성장곡선

$$N(t) = \frac{m(1 - \exp(-bt))}{1 + a\exp(-bt)},\ a, b > 0$$

- Gompertz 성장곡선

$$N(t) = m\exp(-a\exp(-bt)),\ a, b > 0$$

- Mansfield 성장곡선

$$\ln(\frac{N(t)}{m - N(t)}) = a + bt,\ a, b > 0$$

- Floyd 성장곡선

$$\frac{m}{m - N(t)} + \ln(\frac{N(t)}{m - N(t)}) = a + bt,\ a, b > 0$$

- Weibull 성장곡선

$$N(t) = m(1 - \exp((-t/a)^b)),\ a, b > 0$$

- Cumulative Normal 성장곡선

$$N(t) = m\int_{-\infty}^{t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2})dx,\ \mu, \sigma > 0$$

- Cumulative Log-normal 성장곡선

$$N(t) = m\int_{-\infty}^{t} \frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2})dx,\ \sigma > 0$$

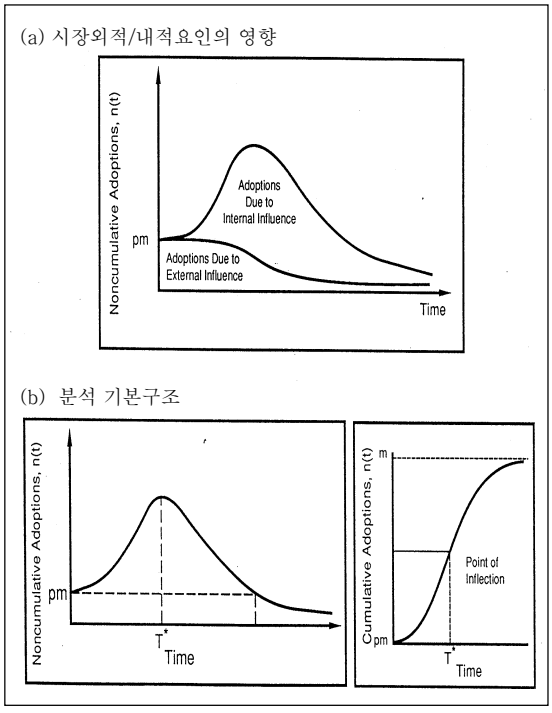
2. Bass 확산 모형

확산 모형은 Bass에 의해 체계적으로 정립되었다. Bass는 이전의 확산 모형을 일반화하여 특정 품목의 시장 확산과정을 시장외적요인에 의한 확산과 시장내적요인에 의한 확산의 합으로 본 포괄적 모형을 구축하였다[3].

가. Bass 모형의 기본구조

Bass 확산 모형은 특정 품목에 대한 최초 구매만을 설명하고 있으며, Fourt & Woodlock과 Mansfield에 의해 제안된 두 가지 모형을 부분적으로 결

합시킨 것이라 할 수 있다[4-5]. 시장 확산과정을 설명함에 있어 전자의 경우 매스미디어의 영향만을, 그리고 후자의 경우에는 구전효과만을 고려한 반면, Bass 모형에서는 잠재구매자가 특정 품목을 구매하는 과정은 매스미디어로 대표되는 시장외적요인과 구전효과(word-of-mouth)로 대표되는 시장내적요인에 의해 영향을 받는다고 가정한다. 또한 잠재구매자를 두 그룹으로 구분하였는데 하나는 매스미디어의 효과에만 영향 받는 혁신자(innovator)이고, 다른 하나는 구전효과에 의해서만 영향 받는 모방자(imitator)이다. (그림 2)에는 Bass 확산 모형의 기본구조를 나타내었다[6].



(그림 2) Bass 확산 모형의 기본구조

(그림 2)의 (b)에서 비누적 구매곡선에서의 최고 수요시점 $T*$는 누적 구매곡선에서의 변곡점과 일치하며, 시점 $2T*$까지만 고려한다면 비누적 구매곡선은 시점 $T*$를 중심으로 한 대칭 형태를 가짐을 알 수 있다.

Bass 확산 모형은 다음과 같은 Hazard 함수로부터 유도된다.

$$\frac{f(t)}{1-F(t)} = p + qF(t) \tag{1}$$

$f(t)$는 시점 t에서의 구매에 대한 확률밀도 함수를 나타내고, $F(t)$는 시점 t까지의 구매에 대한 누적 확률밀도함수를 나타낸다. (1)을 통하여 임의의 한 잠재구매자가 시점 t까지 해당 품목을 구매하지 않았다는 조건 하에 시점 t에서 해당 품목을 구매할 확률은 해당 품목을 이미 구매한 시장인구의 비율에 비례한다는 사실을 알 수 있다. 여기서 매개변수 q는 구전효과의 영향을 나타내는 모방계수이고, p는 혁신계수로 임의의 한 잠재구매자가 시점 0에서 해당 품목을 구매할 확률을 나타낸다. 한편 잠재구매자의 수를 m, 시점 t에서의 누적구매자 수를 $N(t)$라 할 때 다음의 식이 성립한다.

$$N(t) = mF(t) \tag{2}$$

또한 (1)로부터

$$f(t) = (p + qF(t))(1 - F(t)) \tag{3}$$

가 됨을 알 수 있으므로 시점 t에서의 구매자 수를 $S(t)$라 하면

$$\begin{aligned} S(t) = \frac{dN(t)}{dt} &= mf(t) = m(p + qF(t))(1 - F(t)) \\ &= m(p + q\frac{N(t)}{m})(1 - \frac{N(t)}{m}) \\ &= (p + \frac{q}{m}N(t))(m - N(t)) \end{aligned} \tag{4}$$

가 되고, 이를 이산화 시키면

$$S(t+1) = (p + \frac{q}{m}N(t))(m - N(t)) \tag{5}$$

가 성립한다. 한편 (2)의 미분 방정식을 풀면 다음과 같은 형태의 성장곡선이 도출된다.

$$F(t) = \frac{1 - \exp(-(p+q)t)}{1 + \frac{q}{p}\exp(-(p+q)t)} \tag{6}$$

또한 (2)의 관계를 이용하면 $N(t)$와 $S(t)$에 대한 다음 식을 얻을 수 있다.

$$N(t)=\frac{m(1-\exp(-(p+q)t))}{1+\frac{q}{p}\exp(-(p+q)t)} \quad (7)$$

$$S(t)=\frac{m(p(p+q)^2\exp(-(p+q)t))}{(p+q\exp(-(p+q)t)^2} \quad (8)$$

Bass 확산 모형에서는 시점 t 에서의 잔여 잠재구매자 수 [$m-N(t)$]에 혁신계수 p 를 곱한 시장 외적요인에 의한 확산과 기 구매자와 잔여 잠재구매자 사이의 구전효과 [$N(t)(m-N(t))$]에 모방계수 q 를 곱한 시장내적요인에 의한 확산을 동시에 고려하고 있으며, 시장 및 품목의 특성에 따라 혁신계수와 모방계수를 조절함으로써 S 곡선의 변곡점을 임의로 조절할 수 있다는 장점을 가진다. 최고 수요시점과 그 시점에서의 구매자 수 및 누적구매자 수는 다음 식을 통해 얻을 수 있다.

$$T^*=-\frac{\ln\frac{p}{q}}{p+q} \quad (9)$$

$$S(T^*)=\frac{(p+q)^2}{4q} \quad (10)$$

$$N(T^*)=\frac{m(q-p)}{2q} \quad (11)$$

나. 매개변수 추정방법

Bass 확산 모형에서 각 매개변수를 추정하기 위해서는 최소한 3개의 시계열 시장자료가 필요하며, 안정적인 예측을 위해서는 변곡점 이후 시점까지의 시장자료를 필요로 한다. 구체적인 추정방법으로는 일반적인 Time-invariant 추정 방법과 새로운 자료가 관측될 때마다 매개변수 추정치를 갱신하는 Time-varying 추정방법의 두 가지가 있다. 본 절에서는 Time-invariant 추정방법에 대하여 자세히 고찰해 보고자 한다.

1) OLS(Ordinary Least Squares) 추정법

(4)의 마지막 등식으로부터 다음을 유도할 수 있다.

$$S(t)=pm+(q-p)N(t)-\frac{q}{m}(N(t))^2 \quad (12)$$

여기서 $\beta_1=pm$, $\beta_2=q-p$, 그리고 $\beta_3=-q/m$ 로 놓으면

$$S(t)=\beta_1+\beta_2N(t)+\beta_3(N(t))^2 \quad (13)$$

가 되며, 일반적인 회귀분석에서 사용되는 OLS 추정법을 이용하여 β_1 , β_2 , 그리고 β_3 을 추정하면 Bass 확산 모형의 각 매개변수는

$$\hat{m}=(-\hat{\beta}_2-\sqrt{\hat{\beta}_2-4\hat{\beta}_1\hat{\beta}_3})/2\hat{\beta}_3 \quad (14)$$

$$\hat{p}=\hat{\beta}_1/\hat{m} \quad (15)$$

$$\hat{q}=-\hat{m}\hat{\beta}_3 \quad (16)$$

와 같이 얻어진다[3].

하지만 OLS 추정법을 이용하여 Bass 확산 모형의 매개변수를 추정할 경우 다음과 같은 단점을 가지는 것으로 알려져 있다[7].

매개변수 추정에 이용될 시계열 시장자료의 개수가 적으면 (12)에서의 독립변수 $N(t)$ 와 $(N(t))^2$ 간에 존재하는 다중공선성(multi-collinearity)의 영향으로 불안정하거나 잘못된 부호를 가진 추정치를 얻을 수 있다.

각 매개변수의 추정치에 대한 표준오차(standard error)를 직접적으로 도출할 수 없다.

(5)에서와 같이 $dN(t)/dt$ 를 $S(t+1)$ 로 이산화시킬 경우 OLS 추정법으로 매개변수를 추정하면 $S(t+1)$ 는 $dN(t)/dt$ 에 대해 변곡점 이전 시점에서는 과소평가 하고 변곡점 이후 시점에서는 과대평가 하는 경향을 가지게 된다.

2) ML(Maximum Likelihood) 추정법

Bass 확산 모형의 매개변수를 OLS 추정법으로 추정할 때 발생할 수 있는 여러 가지 문제점들을 극복하기 위하여 Schmittlein & Mahajan은 ML 추정법을 제안하였다[8]. 특정 품목에 대한 잠재시장인구를 M , 그리고 포화 보급률을 c 라 하면 (6)과 (2)는 각각 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$F(t)=\frac{c(1-\exp(-bt))}{1+a\exp(-bt)} \text{ where } a=\frac{q}{p}, b=p+q \quad (17)$$

$$E(N(t))=cMF(t) \quad (18)$$

또한 (3)으로부터

$$\frac{dE(N(t))}{dt}=(p+\frac{q}{cM}E(N(t)))(cM-E(N(t))) \quad (19)$$

를 얻을 수 있다. 한편 시점 $(T-1)$까지의 시계열 시장자료를 이용하여 Bass 확산 모형의 매개변수를 추정하고자 할 때 $i=1,...,T-1$에 대하여 x_i를 (t_{i-1},t_i) 기간 동안의 해당 품목의 구매자 수로, 그리고 x_T를 $M-\sum_{i=1}^{T-1}x_i$로 놓으면 우도 함수(likelihood function)에 대한 다음 두 식을 얻을 수 있다.

$$L(a,b,c,x_i)=[1-F(t_{T-1})]^{x_T}\prod_{i=1}^{T-1}[F(t_i)-F(t_{t-1})]^{x_i} \quad (20)$$

$$\ln L(a,b,c,x_i)=\sum_{i=1}^{T-1}x_i[\ln c+\ln(\frac{1-\exp(-bt_i)}{1+a\exp(-bt_i)} -\frac{1-\exp(-bt_{i-1})}{1+a\exp(-bt_{i-1})})]+x_T\ln[1-c\frac{1-\exp(-bt_{T-1})}{1+a\exp(-bt_{T-1})}] \quad (21)$$

(21)을 최대로 만드는 $\hat{a}$, $\hat{b}$, 그리고 $\hat{c}$는 Hooke-Jeeves 알고리즘을 통하여 찾을 수 있으며, Bass 확산 모형의 각 매개변수는

$$\hat{m}=\hat{c}M \quad (22)$$

$$\hat{p}=\frac{\hat{b}}{\hat{a}+1} \quad (23)$$

$$\hat{q}=\frac{\hat{a}\hat{b}}{\hat{a}+1} \quad (24)$$

와 같이 얻어진다[9].

ML 추정법은 샘플링 오차를 줄일 수 있다는 장점을 가지므로 시장조사를 통하여 얻어진 시장자료를 매개변수의 추정에 이용할 경우 우수한 성능을 나타내는 것으로 알려져 있다. 하지만 이 방법을 이용하여 매개변수를 추정할 경우 확산과정에 영향을 미치는 시장 관련 변수의 효과에 의한 오차 부분은 설명할 수 없으므로 매개변수 추정치의 표준오차를 과소평가함으로써 추정치의 통계적 신뢰도에 대한 잘못된 추론을 제공할 수 있다는 단점 또한 지니고 있다.

3) NLS(Non-linear Least Squares) 추정법

Srinivasan & Mason에 의해 제안된 NLS 추정법은 OLS 추정법이나 ML 추정법의 한계를 극복할 수 있을 뿐만 아니라, 시장조사를 통하여 얻어진 시장자료를 매개변수 추정에 이용할 경우에도 ML 추정법과 거의 비슷한 수준의 성능을 보이는 것으로 알려져 있다[10].

(2)를 이용하면 (t_{i-1},t_i) 기간 동안의 구매자 수 N_i를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_i=m[F(t_i)-F(t_{i-1})]+u_i \quad (25)$$

(6)을 (25)에 대입하여 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$N_i=m(\frac{1-\exp(-(p+q)t_i)}{1+\frac{q}{p}\exp(-(p+q)t_i)} -\frac{1-\exp(-(p+q)t_{i-1})}{1-\frac{q}{p}\exp(-(p+q)t_{i-1})})+u_i \quad (26)$$

최종적으로 시점 T까지의 시계열 시장자료가 주어졌을 때 (26)을 다음의 목적식에 넣어 해를 구함으로써 매개변수를 추정할 수 있다.

$$Min \quad \sum_{i=1}^{T}(N_i-\hat{N}_i)^2 \quad (27)$$

(27)의 해를 구하는 방법으로는 Newton 방법, Gauss-Newton 방법, Marquardt 방법 등이 있다.

다. Bass 확산 모형의 기본 가정 및 확장

본 절에서는 Bass 확산 모형의 기본 가정들에 대해 고찰해보고, 이들 기본 가정에 기인한 여러 가지 제약들을 완화시킴으로써 보다 현실적인 시장예측을 수행하기 위하여 제안된 확장된 형태의 확산 모형들을 소개한다[6].

1) 대상 품목에 대한 잠재시장규모는 항상 일정하다.

Bass 확산 모형에서는 잠재시장규모가 대상 품목이 시장에 도입되는 순간 결정되며 전 수명주기에 걸쳐 항상 일정하다고 가정한다. 그러나 현실적으로는 잠재시장규모는 시간이 지남에 따라 변화하는 형태를 가진다고 보는 시각이 보다 타당한 것으로 여겨진다. 시간에 따라 변화하는 잠재시장규모를 고려하는 확산 모형의 경우 잠재시장규모를 조절 가능하거나 혹은 불가능한 외부시장변수와 내부시장변수의 함수로 파악한다. 대표적인 시장변수로는 가구수, 인구수, 제품 적합성, 가격, 소매상의 수, 소득 분포 등을 고려할 수 있다.

Kalish는 다음과 같이 시점 t 에서의 잠재시장규모 $m(t)$ 를 가격과 인지도의 함수로 나타내는 모형을 기반으로 한 확장된 형태의 확산 모형을 제시하고 있다[11].

$$m(t) = m_0 \exp(-dP(t)(\frac{a+1}{a+\frac{N(t)}{m_0}})) \tag{28}$$

여기서 a 와 d 는 상수이며, m_0 는 대상 품목의 시장 도입시점에서의 잠재시장규모를, 그리고 $P(t)$ 는 시점 t 에서의 가격을 나타낸다. $[(a+1)/(a+N(t)/m_0)]$ 는 구전효과에 기인한 시장 보급률의 잠재시장규모 증가에 미치는 영향력을 나타낸다고 할 수 있다.

2) 특정 품목의 확산과정은 다른 품목의 확산과정과 독립적으로 전개된다.

Bass 확산 모형에서는 특정 품목의 확산과정은 다른 품목의 확산과정과 독립적으로 전개되는 것으로 파악한다. 따라서 임의의 두 품목 A와 B에 대한 확산과정은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned}\frac{dN_A(t)}{dt} &= (p_A + q_A \frac{N_A(t)}{m_A})(m_A - N_A(t)) \\ \frac{dN_B(t)}{dt} &= (p_B + q_B \frac{N_B(t)}{m_B})(m_B - N_B(t))\end{aligned} \tag{29}$$

그러나 일반적인 제품이나 서비스는 서로 종속, 보완, 경쟁관계를 가지고 있어서 한 품목의 확산은 어떤 형태로든 다른 품목의 확산과정에 영향을 미친다고 보는 시각이 타당하다고 할 수 있다. 이들 관계를 고려한 확산 모형으로는 다음과 같은 것들이 있다.

- 종속적(Contingent) 확산 모형

프린터와 PC의 관계와 같이 품목 B가 항상 품목 A에 종속적인 경우, 이들에 대한 확산과정은 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{dN_A(t)}{dt} &= (p_A + q_A \frac{N_A(t)}{m_A})(m_A - N_A(t)) \\ \frac{dN_B(t)}{dt} &= (p_B + q_B \frac{N_B(t)}{N_A(t) - N_B(t)})(N_A(t) - N_B(t))\end{aligned} \tag{30}$$

- 보완적(Complimentary) 확산 모형

세탁기와 건조기의 관계와 같이 품목 A(혹은 품목 B)의 확산이 보완관계에 있는 다른 품목 B(혹은 품목 A)의 확산과정에 긍정적인 영향을 끼치는 경우, 이들에 대한 확산과정은 다음의 식으로 나타낼 수 있다. 여기서 r_A 과 r_B 는 보완효과를 나타내는 계수들이다.

$$\begin{aligned}\frac{dN_A(t)}{dt} &= (p_A + q_A \frac{N_A(t)}{m_A} + r_A \frac{N_B(t)}{m_B})(m_A - N_A(t)) \\ \frac{dN_B(t)}{dt} &= (p_B + q_B \frac{N_B(t)}{m_B} + r_B \frac{N_A(t)}{m_A})(m_B - N_B(t))\end{aligned} \tag{31}$$

- 경쟁적(Competitive) 확산 모형

케이블 모뎀과 ADSL의 관계와 같이 품목 A(혹은 품목 B)의 확산이 보완관계에 있는 다른 품목 B(혹은 품목 A)의 확산과정에 부정적인 영향을 끼치는 경우, 이들에 대한 확산과정은 다음의 식으로 나타낼 수 있다. 여기서 r_A 과 r_B 는 경쟁효과를 나타내는 계수들이다.

$$\begin{aligned}\frac{dN_A(t)}{dt} &= (p_A + q_A \frac{N_A(t)}{m_A} - r_A \frac{N_B(t)}{m_B})(m_A - N_A(t)) \\ \frac{dN_B(t)}{dt} &= (p_B + q_B \frac{N_B(t)}{m_B} - r_B \frac{N_A(t)}{m_A})(m_B - N_B(t))\end{aligned} \tag{32}$$

3) 혁신의 속성은 항상 일정하다.

일반적으로 첨단기술 관련 품목들의 공급업체는 기존 제품 및 서비스의 성능을 뚜렷이 향상시킬 수 있는 새로운 세대의 제품 및 서비스를 계속적으로 공급함으로써 해당 품목의 시장확산을 꾀한다. 기존의 Bass 확산 모형에서는 혁신의 속성을 시간의 흐름과 무관하게 항상 일정한 것으로 가정하였으므로 이러한 기술적 대체관계를 예측 모형에 충분히 반영할 수 없었다.

기술적 대체관계를 반영한 최초의 확산 모형은 Fisher-Pry 모형으로, 여기서는 대상 품목에 대한 기술적 발전을 시장확산의 유력한 수단으로 파악하는 한편, 새로운 기술은 기존 기술을 압도하며 신제품의 기존 제품 대체비율은 남아 있는 기존 제품의 규모에 비례하는 것으로 가정한다[12]. 시점 t 에서의 시장 점유율을 $s(t)$ 로, 신제품의 기술적 성장율을 k 로 놓았을 때, 시점 t 에서의 시장 점유율의 변화량은

$$\frac{ds(t)}{dt} = ks(t)(1-s(t)) \tag{33}$$

으로 나타낼 수 있고, 이를 이용하여 $s(t)$ 에 대한 다음과 같은 형태의 Logistic 성장곡선을 유도할 수 있다.

$$s(t) = \frac{1}{1+\exp(-kt)} \tag{34}$$

이 모형의 경우 일정 시점에서의 시장규모에 대한 파악이 불가능하고, 신제품과 기존 제품의 기술적 차별성이 분명치 않을 경우 예측력이 감소한다는 단점을 가지고 있다.

한편 Norton & Bass는 다음과 같은 형태의 다세대 확산 모형을 제안하였다[13].

$$\begin{aligned} S_1(t) &= m_1F_1(t) - m_1F_1(t)F_2(t-\tau_2) \\ S_2(t) &= m_2F_2(t-\tau_2) + m_1F_1(t)F_2(t-\tau_2) \end{aligned} \tag{35}$$

$S_i(t)$ 는 시점 t 에서의 i 번째 세대 품목의 구매량을, m_i 는 i 번째 세대 품목의 잠재시장규모를 각각 나타낸다. 또한 τ_i 는 i 번째 세대 품목의 출현 시점을 나타내고 $F_i(t)$ 는 시점 t 까지의 i 번째 세대 품목의 구매에 대한 누적 확률밀도함수를 나타낸다.

4) 시장간의 지리적 경계는 확산과정을 변화시키지 않는다.

실제 확산과정이 시간과 공간상에서 동시에 진행됨에도 불구하고 이들을 종합적으로 고려하는 확산 모형에 대한 연구는 거의 이루어지지 않고 있다. 시장 확산에 있어서의 이웃효과(neigh-borhood effect)에 대한 관심이 증가함에 따라 단일시장 내에서의 확산과정과 시장간의 확산과정을 종합적으로 고려해야 할 필요성 역시 증대되고 있다. Mahajan & Peterson은 공간적 요소와 시간적 요소를 결합한 확산 모형을 제안하였는데, 그들은 혁신은 임의의 한 특정 시장에 최초로 도입되며, 이 시장으로부터 지리적으로 멀리 떨어져 있는 시장일수록 해당 품목의 보급률이 감소한다고 가정하였다[14].

(5) 시장인구는 구매자와 비구매자의 두 그룹으로 구분된다.

Bass 확산 모형에서는 잠재구매자를 구매자와 비구매자의 두 부류로 구분하기 때문에 채택과정을 단계적으로 설명하지 못한다. 채택과정을 다단계로 구분하는 확산 모형에 대한 대부분의 연구에서는 대상 품목에 대한 긍정적, 부정적 혹은 중립적 정보가 각 단계간에 이동하는 형태를 모형화하고 있으나, 제한된 시장자료에 비해 너무 많은 매개변수를 추정해야 한다는 문제점을 지니고 있다.

6) 확산과정은 마케팅 전략에 의해 영향 받지 않는다.

Bass 확산 모형에 시장 관련 변수를 도입하려는 시도는 폭넓게 이루어져 왔다. 대표적으로 고려되어 온 시장 관련 변수로는 가격, 광고, 판촉 등을 들 수 있다. 대부분의 연구에서는 잠재시장규모나 외부, 혹은 내부영향계수와 같은 Bass 확산 모형의 매개변수를 특정 시장 관련 변수의 함수로 나타내는 접근방식을 취하고 있다. 이들 확산 모형의 경우 모형의 수학적 완성도에 비해 실제 시장자료의 적용 결

과가 만족스럽지 못하다는 단점이 있긴 하지만, 이러한 접근방식을 통해 시장 관련 변수가 대상 품목의 확산과정에 어떠한 영향을 미칠 것이라는 기존의 가정을 어느 정도 수준까지는 평가할 수 있다는 면에서 그 유용성을 인정 받고 있다.

(7) 확산과정은 품목이나 시장의 특성에 의해 영향 받지 않는다.

Bass 확산 모형은 확산과정이 품목이나 시장의 특성에 의해 영향 받지 않는다고 가정한다. 그러나 많은 연구를 통해 품목 및 시장 특성은 확산 형태 결정에 부분적으로 영향을 끼치는 것으로 파악되고 있다. 품목 특성을 고려한 확산 모형에 대한 대부분의 연구에서는 외부 및 내부영향계수를 품목, 혹은 시장 특성치의 함수로 나타내었다. 한편 Kalish & Lilien은 시간의 흐름에 따른 품목 특성에 대한 소비자의 인식 변화를 직접적으로 고려하였다[15].

(8) 시장에서의 대상 품목에 대한 공급 제한은 존재하지 않는다.

Bass 확산 모형은 기본적으로 수요에 대한 모형으로 생산 시스템의 한계나 배분 시스템의 문제, 혹은 이상 수요 과잉 등의 요인에 의한 공급 제한을 모형에 반영시킬 수 없다. 공급 제한이 존재하면 제 때 구매하지 못한 수요자들은 대기열을 형성하게 되며 이 경우 수요 분포는 공급 분포와 동일한 형태를 가지게 된다. 공급 제한을 고려한 대표적인 확산 모형은 Jain 등에 의해 제안되었으며, 이들은 대상 품목의 시장 확산은 잠재 채택자 → 대기 채택자 → 채택자로의 단계적 확산을 통해 이루어진다고 설명하였다[16].

9) 구매자당 한 번의 구매만이 허용된다.

일반적인 제품 및 서비스에 대한 시장확산에 있어 반복 구매의 영향을 무시할 수 없다. 반복 구매를 고려한 연구로는 Lilien, *et al.*, Mahajan, *et al.*, Olson & Choi. Kamakura & Balasubramanian 등의 연구가 있다[17-20].

IV. 정보통신분야 전략품목 국내시장 예측 모형 개발 방법론

본 연구에서는 새로이 시장에 도입되는 정보통신 관련 품목에 대한 국내시장 예측 모형 개발 방법론을 제안하고자 한다. 이를 위해 다양한 종류의 정보통신 관련 품목들에 대한 기술/시장/환경적 특성을 파악한 후 유사 특성 품목들을 그룹화 시키고 각 그룹별 상세 분석을 통하여 그룹별 대표 예측 모형을 개발하는 방법론을 제안할 것이다. 그룹별 대표 예측 모형은 확산 모형을 기반으로 하며 소비자나 전문가를 대상으로 한 설문조사법과 유사 품목 및 선진국 사례 관련 자료를 활용한 비교 유추법을 적절히 결합시킬 것이다.

본 연구의 일차적인 목표는 정보통신분야 30대 전략품목에 대한 국내시장 예측 모형 개발 방법론을 제시하는 것이다. 기본적인 접근방식은 Bottom-up 방식으로 각 품목을 구성하는 요소 기술 및 하위 아이템을 중심으로 하위품목을 정의한 후, 개별 하위품목에 대한 시장예측 결과를 합산하여 특정 품목에 대한 시장예측 결과를 도출하고자 한다. 30대 전략품목은 <표 1>에 나타내었다.

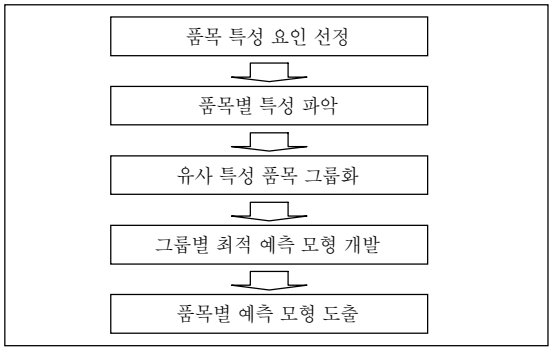
<표 1> 정보통신분야 30대 전략품목

분야	전략품목
무선/방송	이동통신 단말, 휴대정보 단말, 차세대 이동통신 시스템, 무선 가입자망, 디지털 TV, 인터랙티브 TV, 위성방송 수신기, GPS
교환/전송	XDSL, 케이블 모뎀, LMDS, 고속 LAN, ATM 교환기, 광 전송장치
컴퓨터/미디어	전자상거래, 인터넷 전화, 영상회의, 인터넷 침입차단 시스템, 게임 S/W, 3-D 애니메이션, 가상현실, PC, 멀티미디어 서버
부품/소자	스마트 카드, ASIC, RFIC, 평판 디스플레이, 광 저장장치, 프린터, 센서, 2차 전지, 메모리(DRAM)

<표 1>에서 보는 바와 같이 30대 전략품목은 무선/방송분야, 교환/전송분야, 컴퓨터/미디어분야 및 부품/소자분야에 이르기까지 정보통신과 관련된 거의 전분야의 핵심 품목을 망라하고 있다. 이와 같이 기능 및 특성이 서로 다른 다양한 품목 및 그 하위품

목에 대한 예측 모형을 개별적으로 구축하기란 거의 불가능하다고 말할 수 있다. 이제까지의 정보통신분야에서의 시장예측 모형 개발은 기능이 유사한 품목들간의 경쟁 및 진화적 대체와 같은 상호관계를 설정한 후 도입기간이 상대적으로 긴 품목에 대한 시계열 시장자료 및 소비자 대상의 설문조사를 통하여 신규 품목에 대한 예측을 수행하는 방식으로 이루어져 왔다. 하지만 이러한 방법론을 따를 경우 기능이 판이한 품목군에 대해서는 해당 품목군을 구성하는 각 품목간의 상호관계를 개별적으로 정립해야 하는데 이를 위해서는 대단히 많은 양의 분석 작업과 시간이 요구된다.

본 연구에서는 다양한 종류의 정보통신 관련 품목들에 대한 시장예측 작업을 가능한 한 단순화 시키기 위하여 (그림 3)에 나타낸 바와 같은 시장예측 모형 개발 방법론을 제안한다.



(그림 3) 시장예측 모형 개발 방법론

시장예측 모형 개발을 위한 첫 단계는 품목 특성 요인의 선정이다. 본 연구에서 고려된 품목 특성 요인은 다음과 같다.

- 기술 특성 요인
  - ① 기술 파급효과: 해당 기술의 중요도 및 다른 산업에서 활용되는 정도
  - ② 기술 혁신도: 이전부터 존재하고 있었던 관련 기술과의 비교를 통한 해당 기술의 기술적 새로움의 정도
  - ③ 기술 진화속도: 해당 기술의 발전속도
  - ④ 기술 표준화 정도: 해당 기술의 표준화 진행상황 및 진척정도
  - ⑤ 업계 표준 및 국가 표준 구별
- 시장 특성 요인
  - ① 시장 성숙단계: 해당 품목이 위치한 국내시장 성숙단계(미성숙/성장/성숙)
  - ② 시장 성장속도: 해당 품목의 국내시장 성장속도
  - ③ 시장 경쟁 수준: 해당 품목과 타 품목간의 국내시장 경쟁 구도
  - ④ 주 제조업체 규모: 해당 품목의 주 제조업체 규모
  - ⑤ 시장 경쟁업체 수: 해당 품목의 주도적 국내 시장 경쟁업체 수
  - ⑥ 주 수요집단: 해당 품목에 대한 국내시장에서의 주 수요집단(개인/기업)
  - ⑦ 구매 특성: 해당 품목의 국내시장에서의 구매 특성(일회성/반복성)
  - ⑧ 가격 탄력성: 국내시장에서의 가격 변화에 따른 해당 품목에 대한 구매 욕구의 변화 정도
- 환경 특성 요인

  정부 영향력: 해당 품목의 국내시장 성장에 미치는 정치/법제적 영향력
  - 육성 의지 및 지원 측면: 법령, 보조금
  - 규제 측면: 인가제, 신고제

다음으로 각 품목 및 하위품목별 기술/시장/ 환경 특성은 해당 분야의 전문가를 대상으로 한 설문조사법 등을 통하여 파악하며, 계층적(hierarchical), 혹은 비계층적(nonhierarchical) 클러스터링 기법을 이용하면 유사 특성 품목들의 그룹화가 가능하다. 그룹화 이후에는 각 그룹별 상세 분석을 통하여 확산 모형을 기반으로 한 그룹별 대표 예측 모형을 도출하고, 비교 유추법과 같은 정량적 예측방법을 이용하여 이들을 적절히 보정함으로써 품목별 예측 모형을 도출한다.

이와 같은 방법론은 다양한 품목 및 하위품목에 대한 효과적인 시장예측 모형 도출을 가능케 함으로써 본 연구에서 취하고 있는 Bottom-up 접근방식을 효율적으로 지원할 수 있으며, 현 시점에서는 존재하지 않지만 미래에 등장하게 될 미지의 정보통신 관련 제품 및 서비스에 대해서도 해당 품목에 대한 기술/

시장/환경적 특성만을 파악함으로써 적절한 시장예측 모형을 손쉽게 도출할 수 있다는 장점을 가진다.

V. 결 론

본 연구에서는 적은 양의 시장자료만을 이용하여 장기적 안정성을 갖춘 예측치를 제공할 수 있는 것으로 알려진 확산 모형을 중심으로 기존의 신상품 시장예측 방법론에 대하여 고찰하고, 과거 시장자료가 거의 존재하지 않는 정보통신 관련 품목에 대한 국내시장 예측 모형 개발 방법론을 제안하였다.

자체적인 국내시장 예측 모형의 개발은 정보통신 관련 제품 및 서비스 전분야에 대한 시장예측의 기반을 제공할 것이며, 이를 이용한 조사분석 업무의 신속성 및 효율성 향상 역시 기대할 수 있다. 또한 본 연구에서 제시된 방법론에 의거하여 개발될 예측 모형은 기존의 정보통신분야 전략품목 이외의 여타 관련 품목, 나아가 향후 등장하게 될 새로운 품목에 대한 예측 작업에도 적용이 가능하며, 해외 기관이 제공하는 국내시장 자료에 대한 검증 툴로서의 역할 역시 제공할 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

[1] 임종인, 오형식, "신제품 수요예측 방법론 연구," *산업공학회지*, Vol. 18, No. 2, 1992, pp. 51 – 63.

[2] N. Meade, "The Use of Growth Curves in Forecasting Market Development," *Journal of Forecasting*, Vol. 3, 1984, pp. 429 – 451.

[3] F.M. Bass, "A New Product Growth Model for Gonsumer Durables," *Management Science*, Vol. 15, 1969, pp. 215 – 227.

[4] L.A. Fourt and J.W. Woodlock, "Early Prediction of Market Success for Grocery Products," *Journal of Marketing*, Vol. 25, 1960, pp. 31 – 38.

[5] E. Mansfield, "Technical Change and the Rate of Iimitation," *Econometrica*, Vol. 29, 1961, pp. 741 – 766.

[6] V. Mahajan, E. Muller and F.M. Bass, "New Product Diffusion Models in Marketing: A Review and Directions for Research," *Journal of Marketing*, Vol. 54, 1990, pp. 1 – 26.

[7] R.M. Heeler and T.P. Hustad, "Problems in Predicting New Product Growth for Consumer Durables," *Management Science*, Vol. 26, 1980, pp. 1,007 – 1,020.

[8] D.C. Schmittlein and V. Mahajan, "Maximum Likelihood Etimation for an Innovation Diffusion Model of New Product Acceptance," *Marketing Science*, Vol. 1, 1982, pp. 57 – 78.

[9] D.M. Himmelblau, *Applied Nonlinear Programming*, McGraw-Hill, New York, 1972.

[10] V. Srinivasan and C.H. Mason, "Nonlinear Least Squares Estimation of New Product Diffusion Models," *Marketing Science*, Vol. 5, 1986, pp. 169 – 178.

[11] S. Kalish, "A New Product Adoption Model with Pricing, Advertising, and Uncertainty," *Management Science*, Vol. 31, 1985, pp. 1.569 – 1.585.

[12] J.C. Fisher and R.H. Pry, "A Simple Substitution Model for Technological Change," *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 2, 1971, pp. 75 – 88.

[13] J.A. Norton and F.M. Bass, "A Diffusion Theory Model of Adoption and Substitution for Successive Generations of High Technology Products," *Management Science*, Vol. 33, 1987, pp. 1,069 – 1,086.

[14] V. Mahajan and R.A. Peterson, "Integrating Time and Space in Technological Substitution Models," *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 14, 1979, pp. 231 – 241.

[15] S. Kalish and G.L. Lilien, "A Market Entry Tming Model for New Technologies," *Management Science*, Vol. 32, 1986, pp. 194 – 105.

[16] D.C. Jain, V. Mahajan and E. Muller, "Innovation Diffusion in the Presence of Spply Restrictiobns," working paper, Cox School of Business, Southern Methodist University.

[17] G.L. Lilien, A.G. Rao and S. Kalish, "Bayesian Estimation and Control of Detailing Effort in a Repeat Purchase Diffusion Environment," *Management Science*, Vol. 27, 1981, pp. 493 – 506.

[18] V. Mahajan, Y. Wind and S. Sharma, "An Approach to Repeat Purchase Diffusion Models," *AMA Proceedings*, Series 49, P.E. Murphy *et al.*, eds. Chicago: American Marketing Association, 1983, pp. 442 – 446.

[19] J.A. Olson and Seungmook Choi, "A Product Diffusion Model Incorporating Repeat Purchases," *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 27, 1985, pp. 385 – 397.

[20] W.A. Kamakura and S.K. Balasubramanian, "Long-term Forecasting with Innovation Diffusion Models: The Impact of Replacement Purchase," *Journal of Forecasting*, Vol. 6, No. 1, 1987, pp. 59 – 71.