IE Interfaces
Vol. 13, No. 3, pp. 444-454, September 2000.

2계층 분배형 공급사슬에서 실시간 공유 재고 정보의 가치에 관한 연구

서용원 · 정성원 · 함주호

서울대학교 산업공학과

A Study on the Value of Shared Real-time Stock Information in Two-Echelon Distribution Supply Chains

Yong-Won Seo · Sung-Won Jung · Ju-Ho Hahm

Due to the improvement of modern information technologies, sharing stock information among the supply chain members is a common practice nowadays. Many companies are planning to adopt the information systems to possess the real-time shared stock information. Thus, it is needed to quantify the value of shared stock information. The purpose of this paper is to evaluate the value of the shared stock information for two-echelon distribution systems.

Existing reorder policies can be classified into installation stock policies and echelon stock policies. Since installation stock policies do not utilize the shared stock information, and both classes of policies may show poor performances for distribution systems, we cannot evaluate the value of the shared stock information with the existing policies. Thus, we provide a new type of reorder policy, named order risk policy. We define the order risk using marginal analysis, and prove the optimality. Through computational experiment that compares the order risk policy with the existing policies, it is shown that a significant cost reduction is achieved with the effective utilization of the shared stock information. We also show the effect of the system characteristics on the value of the shared stock information.

1. 서 론

공급사슬경영(Supply Chain Management)에 대한 관심의 증대와 정보기술의 발달에 힘입어, 많은 회사들이 공급사슬 내의 실시간 재고 정보 공유를 위한 정보시스템을 이미 운영하고 있거나, 도입을 고려하고 있다. 이러한 정보시스템을 이미 운영하고 있는 회사들의 경우, 공유 재고 정보를 이용한 재주문 결정정책은 매우 중요한 문제이다. 또한, 정보시스템의 도입을 고려하는 회사들의 경우에도, 도입에 따른 투자비용과 도입된 정보시스템에 의해 얻어지는 절감 비용의 trade-off를 고려하기 위해서는 실시간 공유 재고 정보의 가치를 평가할 수 있어야 하며, 이를 위해서는 공유 재고 정보의 효율적인 활용 방법이 뒷받침되어야 한다. 본 연구에서는 2계층 분배형 공급사슬을 대상으로, 실시간 공유 재고 정보를 효율적으로 활용하는 재주문정책을 수립하고, 이를 바탕으로 실시간 공유 재고 정보의 가치에 대해 고찰한다.

분배형 공급사슬(distribution supply chain)에 있어서, 많은 연구는 하나의 창고와 여러 개의 소매점으로 구성된 2계층 분배형 공급사슬인 단일 창고 복수 소매점 시스템(one-warehouse multi-retailer system)에 집중되어 왔다. 확정적 수요에 대해서는 Roundy(1985)에서 경제적 주문량을 결정하는 효율적인 방법이 제시되었다. 확률적 수요에 대해서는 $(S-1, S)$ 형태의 재고정책이 많이 다루어졌으며, 이러한 연구의 예로는 Sherbrooke (1968), Simon(1971), Graves(1985), Axsäter(1990), Forsberg(1995) 등이 있다.

좀더 일반적인 경우인 연속재고조사 정량 주문정책(continuous-review batch ordering policy)에 있어서, 기존의 재주문정책은 크게 installation 재고정책(installation stock policy)과 echelon 재고정책(echelon stock policy)으로 나누어볼 수 있다. Installation 재고정책은 각 재고관리 주체가 재주문점을 단지 자신의 재고수준에만 기반하여 결정하는 정책으로서, 공유 정보를 전혀 이용하

지 않는다. 이를 고려한 연구로는 Deuermeyer and Schwarz(1981), Moinzadeh and Lee (1986), Lee and Moinzadeh(1987a, 1987b), Svoronos and Zipkin(1988), Axsäter(1993) 등이 있다. 반면, echelon 재고정책은 각 재고관리 주체가 echelon 재고에 기반하여 재주문점을 결정하는 재주문정책이다. Echelon 재고의 개념은 Clark and Scarf(1960)에 의해 도입되었으며, 이것은 자신의 재고량과 자신의 하위에 연결된 모든 재고관리 주체들의 보유 재고의 합으로 정의된다. 따라서, echelon 재고의 개념은 공유 재고 정보를 반영하는 하나의 장치라고 할 수 있으며, 최종 계층의 수요 정보가 반영된다고 말할 수 있다. 직렬형 시스템의 경우에 대해서는 De Bodt and Graves(1985), Chen and Zheng(1994) 등에서, 본 연구에서와 같은 2계층 분배 시스템에 대해서는 Chen and Zheng(1997), Axsäter(1997) 등의 연구가 이루어진 바 있다.

Echelon 재고정책이 installation 재고정책에 비해 더 많은 정보를 이용하므로, 전자가 후자에 비해 더 낮은 재고관리비용을 보여줄 것으로 예상할 수 있다. 실제로, 조립형 시스템(assembly system)과 직렬형 시스템(serial system)에서는, echelon 재고정책이 installation 재고정책에 비해 항상 우월함이 입증되었다(Axsäter and Rosling, 1993). 따라서, 조립형 시스템과 직렬형 시스템에 대해서는, installation 재고정책과 echelon 재고정책의 비교를 통해 공유 정보의 가치를 규명하는 것이 가능하며, 이러한 연구가 Chen(1998)에 의해 수행된 바 있다. 그러나, 분배형 시스템(distribution system)에서는 두 정책의 우열성이 경우에 따라 바뀔 수 있을 뿐 아니라(Axsäter and Juntti, 1996), 두 정책 모두 최악의 경우에 대한 비용의 상한선이 존재하지 않음이 밝혀진 바 있어(Axsäter, 1997), 두 정책의 비교를 통해 공유 정보의 가치를 규명하기는 사실상 어렵다. Axsäter and Zhang(1999)에서는 새로운 형태의 재고정책을 수립하였으나, 일반적으로 기존의 정책들에 비해 약간 더 높은 비용을 나타내었다.

Echelon 재고정책이 분배형 시스템에서 좋지 않은 성능을 보여주는 이유로서 가장 두드러진 것은 echelon 재고정책에서 공유 재고 정보가 가공되는 방식이다. 이미 언급한 바와 같이, echelon 재고정책이 기반하고 있는 echelon 재고의 개념은, 자신의 재고량과 자신의 하위에 연결된 모든 재고관리 주체들의 재고량의 단순한 합으로 정의된다. 따라서, 소매점간에 재고수준이 고르게 분포되어 있는 경우와 재고수준간의 불균형이 존재하는 경우가, echelon 재고의 관점에서는 구분할 수 없게 된다. 그뿐 아니라, 소매점 각각의 특성, 예를 들어 수요의 발생 빈도의 차이 혹은 소매점간 재고 고갈 비용의 차이 등이 전혀 고려될 수 없는 문제점을 가지고 있다.

따라서, 유통 시스템에서 널리 채택되고 있는 분배형 공급사슬을 대상으로 공유 정보의 가치를 규명하기 위해서는, 공유 정보를 최대한 효율적으로 활용하는 재주문정책의 수립이 선결되어야 하는 것이다. 본 연구에서는, 2계층 분배형 시스템을 대상으로, 실시간 공유 재고 정보를 최대한 활용하는 재주문정책을 제시하고, 기존 정책과의 비교 실험을 통해 실시간 공유 재고 정보의 가치를 규명한다. 또한, 실험을 통해 시스템 특성에 따른 공유 재고 정보의 가치의 변화 양상을 고찰한다.

2. 모 형

2.1 가 정

본 연구에서는 한 개의 창고(또는 도매점)와 여러 개의 소매점으로 구성된 2계층 분배 시스템을 가정한다. 각 창고 및 소매점은 연속재고조사 정량주문(continuous-review batch ordering)정책을 사용한다. 최종 고객 수요는 소매점에서만 발생하며, 소매점들은 창고에 주문한다. 창고는 다시 외부 공급자에서 상품을 구매하며, 외부 공급자는 무한대의 공급 용량을 갖는다고 가정한다. 소매점은 실시간 재고 정보를 창고에 제공하며, 창고는 인도기간을 항상 일정하게 보장하는 전략적 제휴 관계에 있다고 가정한다.

최종 고객은 소매점에 포아송 과정(Poisson process)을 따라 도착한다. 소매점은 자체의 재고수준이 재주문점 이하가 되면 재주문을 결정하는 일반적인 (R, Q) 정책을 사용한다. 창고의 각 소매점에 대한 인도기간은 소매점에 따라 다른 상수로 주어지며, 외부 공급자의 창고에 대한 인도기간도 일정하다. 소매점에서 재고고갈이 발생한 경우, 과다 수요는 모두 backorder로 처리되며, 이 때 단위시간당 재고단위당 일정한 양의 재고고갈비용이 발생한다. 창고에서 재고 고갈이 발생한 경우, 창고는 응급처리(emergency operation)를 통해 외부 공급자에서 인수할 상품의 일부를 앞당겨 인수하며, 이 과정에서 단위시간당 재고단위당 일정한 양의 응급처리비용이 발생한다고 가정한다. 창고 및 각 소매점의 주문량(batch order quantity)은 확정적 모델 등의 다른 모델에 의해 주어져 있다고 가정한다.

2.2 기호 정의

기호상의 편의를 위해, 창고를 0번 점포로, 각 소매점을 1에서 N번 점포로 나타낸다.

- N : 소매점의 개수
- L_0 : 외부 공급자에서 창고로의 인도기간
- L_i : 창고에서 소매점 i로의 인도기간, $i=1, \cdots, N$
- λ_i : 소매점 i에서의 수요 발생율, $i=1, \cdots, N$
- h_i : i번 점포에서의 단위시간당 재고단위당 재고유지비용, $i=0, \cdots, N$
- p_i : i번 점포에서의 단위시간당 재고단위당 재고고갈비용, $i=0, \cdots, N$
- Q_i : i번 점포에서의 1회 주문량, $i=0, \cdots, N$
- R_i : 소매점 i의 재주문점, $i=1, \cdots, N$

또한, 다음과 같은 확률변수를 정의한다.

$i_0(t)$: t시점의 창고의 installation 재고수준(installation stock position)
$I_0(t)$: t시점의 창고의 installation 재고량(installation stock level)
$r_i(t)$: t시점의 소매점 i의 상대적 재고수준(relative inventory position), $i=1,\cdots,N$. 즉, 재고수준(inventory position)은 $R_i + r_i(t)$로 나타남
$\mathbf{r}(t)$: t시점의 소매점들의 상대적 재고수준(relative inventory position) 벡터. 즉, $(r_1(t), r_2(t),\cdots, r_N(t))$
$D_i(t_1, t_2)$: (t_1, t_2) 사이에 소매점 i에 발생하는 고객 수요, $i=1,\cdots,N$
$\Omega_i(t_1, t_2)$: (t_1, t_2) 사이의 소매점 i의 주문량, $i=1,\cdots,N$
$\Omega_0(t_1, t_2)$: (t_1, t_2) 사이의 모든 소매점의 주문량의 합계

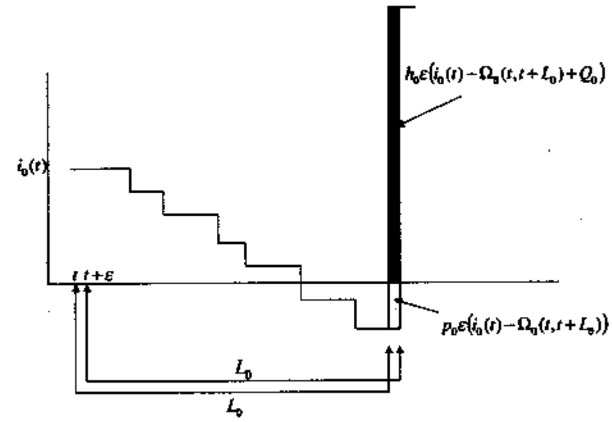

그림 1. 주문을 ε만큼 연기함으로써 얻어지는 절감비용.

3. 정책의 수립

3.1 주문 리스크(order risk)의 개념

매 시점에, 재고 관리자는 즉시 주문을 할 것인지 주문을 연기할 것인지를 결정해야 할 것이다. 주문 리스크(order risk)란, 어떤 시점에서 즉시 주문하는 경우에, 주문을 연기하는 경우에 비해 부가되는 비용을 의미한다. 만약 주문 리스크가 양의 값이라면, 즉시 주문하는 것이 불리하므로 주문을 연기하는 것이 좋을 것이다. 반면, 주문 리스크의 값이 0 또는 음의 값이 되면, 즉시 주문하는 것이 비용을 절감할 것이다.

주문 리스크의 값은 한계비용분석으로부터 얻어진다. 주문 리스크의 수식화는 다음 절에서 이루어질 것이며, 여기서는 그 개념만 간략하게 설명한다. 주문 리스크는 즉각적인 주문에 의해 부가되는 비용이며, 이는 달리 말하면 주문 연기에 따른 절감비용이 되므로, 본 연구에서는 주문 연기에 따른 한계절감비용(marginal savings of delaying order)을 정의한다. 창고에서의 한계절감비용은 현재의 재고수준 i_0와 미래의 소매점들의 주문량 Ω_0에 의해 결정되며, $\pi(i_0, \Omega_0)$로 나타낸다. 여기서, 미래의 소매점들의 주문량 Ω_0는 그 정확한 값을 현재 시점에서는 알 수 없는 확률변수이므로, 주문 연기에 따른 한계절감비용을 직접 실시간 재주문 결정에 사용할 수는 없고, 대신 이것의 기대값을 주문 리스크로 정의한다. 또한, 주문 리스크의 값이 0 이하가 되면 주문하는 재주문정책을 주문 리스크 정책(order risk policy)이라 정의한다.

3.2 주문 연기에 따른 한계절감비용(marginal savings of delaying order)

본 절에서는 주문 연기에 따른 한계절감비용(marginal savings of delaying order)의 개념을 정의한다. 창고는 항상 소매점에 대한 인도기간을 준수하므로, 소매점의 재고관리비용은 창고에 의해 영향을 받는다. 따라서, 본 연구에서는 창고에 대해 초점을 두어 비용을 분석한다. 주문 연기에 따른 한계절감비용이란, 어떤 시점에 주문을 연기함으로써 얻어지는 단위시간당 절감비용으로 정의된다. 현재 시간을 t라 하고, ε을 그 사이에 시스템에 어떤 고객도 도착하지 않을 만큼 짧은 시간이라 정의하자. 창고가 만약 지금 즉시 주문하는 대신 주문을 ε 만큼 연기한다면, 창고에서는 재고유지비용은 절감되고 재고고갈비용이 상승할 것을 예상할 수 있을 것이다. 이 개념은 <그림 1>에 나타나 있다.

만약 창고가 t 시점에 주문한다면, $t+L_0$ 시점의 재고량(stock level)은 다음과 같을 것이다.

$$I_0(t+L_0) = i_0(t) - \Omega_0(t, t+L_0) + Q_0$$

만약 창고가 $t+\varepsilon$에 주문한다면,

$$I_0(t+L_0) = i_0(t) - \Omega_0(t, t+L_0)$$

이 되고, ε 동안은 시스템에 고객이 도착하지 않으므로,

$$\begin{aligned} I_0(t+L_0+\varepsilon) &= i_0(t+\varepsilon) - \Omega_0(t+\varepsilon, t+L_0+\varepsilon) + Q_0 \\ &= i_0(t) - \Omega_0(t, t+L_0) + Q_0 \end{aligned}$$

이 될 것이다. 만약 $i_0(t) - \Omega_0(t, t+L_0) > 0$이면, 주문 연기에 따른 효과는 단지 Q_0만큼의 추가 재고의 보유 시점을 ε만큼 연기하는 것이 되므로, 창고는 $h_0 Q_0 \varepsilon$의 순절감비용을 얻게 될 것이다. 만약 $i_0(t) - \Omega_0(t, t+L_0) \le -Q_0$이면, 주문을 ε만큼 연기하는 것은 $p_0 Q_0 \varepsilon$만큼의 재고고갈비용 증가를 야기할 것이다. 만약 $-Q_0 < i_0(t) - \Omega_0(t,t+L_0) \le 0$이면, 주문 연기에 의해 재고유지비용의 절감과 재고고갈비용의 증가가 동시에 일어나며, 따라서 순절감비용은

$$h_0(i_0(t) - \Omega_0(t, t+L_0) + Q_0) + p_0(i_0(t) - \Omega_0(t, t+L_0))$$

이 된다. 여기서 $\varepsilon \to 0$을 취하면 한계값을 얻게 된다. 따라서, 주문 연기에 따른 한계절감비용을 $\pi(i_0(t), \Omega_0(t,t+L_0))$로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\pi(i_0(t), \Omega_0(t,t+L_0)) = \begin{cases} h_0 Q_0 & , \text{ if } \Omega_0(t,t+L_0) < i_0(t) \\ h_0(i_0(t) - \Omega_0(t,t+L_0) + Q_0) + p_0(i_0(t) - \Omega_0(t,t+L_0)) & , \text{ if } i_0(t) \le \Omega_0(t,t+L_0) \le i_0(t) + Q_0 \\ -p_0 Q_0 & , \text{ if } \Omega_0(t,t+L_0) \ge i_0(t) + Q_0 \end{cases}$$

3.3 주문 리스크(Order Risk)와 주문 리스크 정책(Order Risk Policy)

$\Omega_0(t,t+L_0)$는 확률변수이므로, $\pi(i_0(t), \Omega_0(t,t+L_0))$의 정확한 값은 t시점에는 알 수가 없다. 대신, 기대값을 취하여 주문 연기에 따른 기대한계절감비용(expected marginal savings of delaying order)을 얻을 수 있다. 주문 연기에 따른 기대한계절감비용은 $i_0(t)$와 $\mathbf{r}(t)$의 함수인데, 이는 미래의 소매점들의 주문량 $\Omega_0(t,t+L_0)$는 현재의 소매점들의 재고수준 벡터(inventory position vector) $\mathbf{r}(t)$에 의존하기 때문이다. 그러면 주문 연기에 따른 기대한계절감비용의 계산을 위한 모든 정보는 t시점에 창고에 공유된 재고 정보로부터 얻을 수 있다.

여기서, 주문 리스크를 주문 연기에 따른 기대한계절감비용으로 정의한다. 주문 리스크를 γ_3로 나타내기로 하면, γ_3는 다음과 같이 수식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} \gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t)) &= E[\pi(i_0(t), \Omega_0(t,t+L_0)) | i_0(t), \mathbf{r}(t)] \\ &= \sum_{x=0}^{\infty} \pi(i_0(t), x) \Pr(\Omega_0(t,t+L_0)) = x | \mathbf{r}(t)) \\ &= \sum_{x=0}^{i_0(t)-1} h_0 Q_0 \Pr(\Omega_0(t,t+L_0)) = x | \mathbf{r}(t)) \\ &\quad + \sum_{x=i_0(t)}^{i_0(t)+Q_0-1} \{h_0(i_0(t) - x + Q_0) + p_0(i_0(t) - x)\} \Pr(\Omega_0(t,t+L_0) \\ &= x | \mathbf{r}(t)) \\ &\quad + \sum_{x=i_0(t)+Q_0}^{\infty} - p_0 Q_0 \Pr(\Omega_0(t,t+L_0) = x | \mathbf{r}(t)) \end{aligned}$$

$\Pr(\Omega_0(t,t+L_0) = x | \mathbf{r}(t))$는 다음과 같이 계산된다. 각 소매점의 주문과정은 서로 독립적이므로,

$$\begin{aligned} \Pr(\Omega_0(t,t+L_0) = x | \mathbf{r}(t)) &= \Pr(\sum_{i=1}^{N} \Omega_i(t,t+L_0) = x | \mathbf{r}(t)) \\ &= \sum_{x_1+\cdots+x_N} \left[\prod_{i=1}^{N} \Pr(\Omega_i(t,t+L_0) = x_i | r_i(t)) \right] \end{aligned}$$

이 되고,

$$\Omega_i(t,t+L_0) = \begin{cases} 0, & \text{if } D_i(t,t+L_0) < r_i(t) \\ kQ_i, & \text{if } r_i(t) + (k-1)Q_i \le D_i(t,t+L_0) < r_i(t) + kQ_i, \\ & \qquad k = 1,2,3,\cdots \end{cases}$$

이므로, $\Pr(\Omega_0(t,t+L_0) = x_i | r_i(t))$는 다음과 같이 된다.

$$\Pr(\Omega_0(t,t+L_0) = x_i | r_i(t)) = \begin{cases} \sum_{y=r_i(t)+(k-1)Q_i}^{r_i(t)+kQ_i-1} \Pr(D_i(t,t+L_0) = y) & \text{if } x_i = kQ_i \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

고객 수요가 포아송 과정을 따르므로, $\Pr(D_i(t,t+L_0) = y)$는 다음과 같이 쉽게 얻어진다.

$$\Pr(D_i(t,t+L_0) = y) = \frac{e^{-\lambda_i L_0}(\lambda_i L_0)^y}{y!}$$

부록 A는 $\gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t))$의 계산을 위한 실제적인 계산 과정을 제시한다.

그런데, 주문 리스크의 정확한 계산을 위한 계산 복잡도는 소매점의 개수에 대해 지수적으로 증가하는 문제점을 가지고 있다. 따라서, 주문 리스크를 직접 실시간 재고 관리에 사용하는 것은 비실용적이며, 적은 계산량 주문 리스크를 실제 값에 가깝게 추정하는 실용적인 근사 방법이 필수적이다. Seo *et al.*(2000)에서는, 소매점의 개수에 대해 선형적인 계산 복잡도를 가지는 주문 리스크의 근사 방법을 제시하고 있다.

앞에서 언급된 바와 같이, 주문 리스크는 주문을 연기하는 경우에 비해 즉시 주문하는 경우의 상대적 부가비용을 의미한다. 따라서, 주문 리스크의 값이 양이면 주문을 연기하는 것이 유리할 것이고, 0 또는 음의 값이 되면 더 이상 주문을 연기하기보다는 즉시 주문하는 편이 유리할 것이다. 그러므로, 주문 리스크의 값이 0 또는 음의 값이 될 때 주문하는 재주문정책을 고려할 수 있을 것이다.

주문 리스크 γ_3는 다음과 같은 중요한 특성을 가진다.

도움정리 1. $\gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t))$는 주문이 일어나기 전까지는 t에 대한 감소함수(nonincreasing function)이다.

(증명) 부록 B ■

게다가, γ_3의 정의로부터, 충분히 큰 $i_0(t)$의 값을 취함으로써 γ_3의 값을 양으로 만들 수 있다는 것이 명백하다. 따라서, 주문 리스크 정책(order risk policy)을 창고의 주문 리스크 $\gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t)) \le 0$이 될 때 즉시 주문하는 정책으로 정의한다.

3.4 주문 리스크 정책의 최적성

본 절에서는 주문 리스크 정책의 최적성을 증명한다. 시점 t가 최적의 주문시점이라는 것은, t시점에 주문했을 경우, 그 이후에 발생하는 시스템 비용이 t 이외의 다른 시점에 주문하는 경우에 비해 항상 작다는 것과 동일한 의미를 갖는다. 창고가 소매점에 대한 인도기간을 항상 준수하므로, 소매점의 운영은 창고의 운영에 대해 독립적이다. 따라서 창고에서 일어나는 비용이 최소화된다는 것을 보이는 것으로 충분하다.

정리 1. 주문 리스크 정책은 최적의 재주문 시점을 결정한다.

(증명) 현재 시점을 t라 하자. 임의의 시점에 $\gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t)) > 0$라 하여도 일반성을 잃지 않는다. 앞서 언급한 바와 같이, 주문

리스크 정책에 의해 창고의 재고관리비용이 최소화됨을 보이는 것으로 충분하다. $TC(t, t+L_0)$는 t시점의 창고의 행위에 의해 영향을 받지 않는 값이므로, $t+L_0$ 이후에 창고의 재고관리비용의 기대값을 고려한다.

t' $(t'>t)$를 $\gamma_3(i_0(t'), \mathbf{r}(t'))\le 0$이 되는 가장 이른 시점이라고 하자. 또한, $t\le \hat{t} < t' < \check{t}$인 $\hat{t}$과 $\check{t}$를 고려한다. 창고가 $\hat{t}$시점에 주문했을 때의 비용을 $TC_{\hat{t}}$, t'에 주문했을 때의 비용을 $TC_{t'}$, $\check{t}$에 주문했을 때의 비용을 $TC_{\check{t}}$이라고 하면, $\check{t}+L_0$ 이후에는 3가지 경우 모두 비용이 동일하게 되므로,

$$\begin{aligned}&E[TC_{t'}(t+L_0, \check{t}+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)]\\ &\le E[TC_{\hat{t}}(t+L_0, \check{t}+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)],\ \forall t\end{aligned} \tag{1}$$

이고

$$\begin{aligned}&E[TC_{t'}(t+L_0, \check{t}+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)]\\ &\le E[TC_{\check{t}}(t+L_0, \check{t}+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)],\ \forall t\end{aligned} \tag{2}$$

임을 보이는 것으로 충분하다.

먼저 (1)을 보인다.

$$\begin{aligned}&E[TC_{\hat{t}}(t+L_0, \check{t}+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)]\\ &= \int_{t+L_0}^{\hat{t}+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)-x]^+ + p_0[i_0(t)-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\\ &\quad + \int_{\hat{t}+L_0}^{t'+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)+Q_0-x]^+ + p_0[i_0(t)+Q_0-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\\ &\quad + \int_{t'+L_0}^{\check{t}+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)+Q_0-x]^+ + p_0[i_0(t)+Q_0-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\end{aligned}$$

이고

$$\begin{aligned}&E[TC_{t'}(t+L_0, \check{t}+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)]\\ &= \int_{t+L_0}^{\hat{t}+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)-x]^+ + p_0[i_0(t)-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\\ &\quad + \int_{\hat{t}+L_0}^{t'+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)-x]^+ + p_0[i_0(t)-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\\ &\quad + \int_{t'+L_0}^{\check{t}+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)+Q_0-x]^+ + p_0[i_0(t)+Q_0-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\end{aligned}$$

이며, 도움정리 1에 의해 모든 $s<t'$에 대해 $\gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t))\ge 0$이므로,

$$\begin{aligned}&E[TC_{\hat{t}}(t+L_0, \check{t}+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)]\\ &\quad - E[TC_{t'}(t+L_0, \check{t}+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)]\\ &= \int_{\hat{t}+L_0}^{t'+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)+Q_0-x]^+ + p_0[i_0(t)+Q_0-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\\ &\quad - \int_{\hat{t}+L_0}^{t'+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)-x]^+ + p_0[i_0(t)-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\\ &= E\left[\int_{\hat{t}}^{t'} \gamma_3(i_0(s), \mathbf{r}(s))ds \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)\right]\\ &\ge 0\end{aligned}$$

이 된다.

다음으로 (2)를 보인다.

$$\begin{aligned}&E[TC_{\check{t}}(t+L_0, \check{t}+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)]\\ &= \int_{t+L_0}^{t'+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)-x]^+ + p_0[i_0(t)-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\\ &\quad + \int_{t'+L_0}^{\check{t}+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)-x]^+ + p_0[i_0(t)-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\end{aligned}$$

이고,

$$\begin{aligned}&E[TC_{t'}(t+L_0, \check{t}+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)]\\ &= \int_{t+L_0}^{t'+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)-x]^+ + p_0[i_0(t)-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\\ &\quad + \int_{t'+L_0}^{\check{t}+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)+Q_0-x]^+ + p_0[i_0(t)+Q_0-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\end{aligned}$$

이며, 도움정리 1에 의해 $\gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t))\le 0$이므로,

$$\begin{aligned}&E[TC_{\check{t}}(t+L_0, \check{t}+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)]\\ &\quad - E[TC_{t'}(t+L_0, \check{t}+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)]\\ &= \int_{t'+L_0}^{\check{t}+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)-x]^+ + p_0[i_0(t)+Q_0-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\\ &\quad - \int_{t'+L_0}^{\check{t}+L_0} \sum_{x=0}^{\infty} \{h_0[i_0(t)+Q_0-x]^+ + p_0[i_0(t)+Q_0-x]^-\}\\ &\quad \Pr(\Omega_0(t,s)=x \mid \mathbf{r}(t))ds\\ &= E\left[\int_{t'}^{\check{t}} -\gamma_3(i_0(s), \mathbf{r}(s))ds \,\middle|\, i_0(t), \mathbf{r}(t)\right]\\ &\ge 0\end{aligned}$$

이 되어 증명이 성립한다. ■

4. 실 험

80가지 경우에 대해, installation 재고정책, echelon 재고정책, 주문 리스크 정책을 비교하는 전산실험을 통하여, 공유 정보의 가치에 대해 조사하였다. 소매점들의 비용은 창고의 운영에 영향을 받지 않으므로, 여기서는 창고의 비용만을 비교하였다.

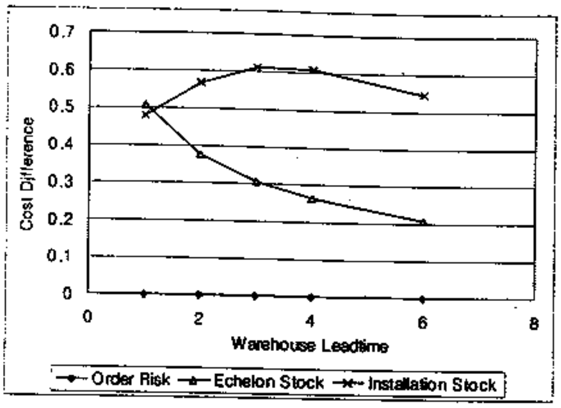

그림 2. 주문인도기간에 따른 각 정책의 비용 추이.

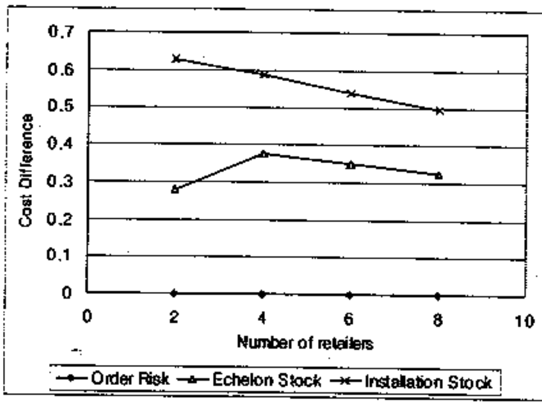

그림 3. 소매점의 개수에 따른 각 정책의 비용 추이.

실험에서, $Q_0=100$, $h_0=1$, $p_0=10$, $Q_i=50$, $h_i=2$, $p_i=50$ ($i>0$)으로 두었고, 창고의 초기재고수준은 0으로 두었다. 이 때, $L_0=1, 2, 3, 4, 6$과 $N=2, 4, 6, 8$ 및 $(i, j)=(2, 1), (4, 2), (6, 3), (8, 4)$ ($i < N/2$, $j \geq N/2$)에 대해 실험하였다. 각 경우에서 최적의 installation 재고정책과 최적의 echelon 재고정책을 수립하여, 주문 리스크 정책과 비교하였다. 실험 결과는 부록 C에 요약되어 있다.

실험을 통해, installation 재고정책과 echelon 재고정책을 사용하는 경우의 비용이 주문 리스크 정책을 사용하는 경우에 비해 각각 33% 와 56% 정도 높은 것으로 나타났으며, 이러한 비용의 차이는 95% 신뢰도에서 통계적으로 유의한 것으로 나타났다(부록 C). 따라서, 주문 리스크 정책을 통해 공유 정보를 정확히 활용함으로써 상당한 양의 비용절감이 이루어질 수 있음을 알 수 있다.

<그림 2>는 창고의 인도기간 L_0가 변화할 때 정책간의 비용 차이를 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이, 주문 리스크 정책이 모든 경우에 대해 다른 정책들에 비해 낮은 비용을 보여주었다. Axsäter and Juntti (1996)에서 지적한 바와 같이, 창고의 인도기간이 길 때는 echelon 재고정책이 installation 재고정책에 비해 상대적으로 우수하며, 창고의 인도기간이 짧을 때는 installation 재고정책이 echelon 재고정책보다 우수한 것이 확인되었으나, 전반적으로 공유 정보를 전혀 활용하지 않는 installation 재고정책보다는 부분적인 공유 정보의 활용이 이루어지는 echelon 재고정책을 사용하는 경우에 비용이 절감됨을 보였다. 주문 리스크 정책의 비용절감 효과는 창고 인도기간이 짧을수록 두드러지며, 인도기간이 길어질수록 그 폭이 점차 감소하는 추세를 보인다. 이는, 창고의 인도기간이 길면 인도기간동안의 소매점들의 주문량의 분산이 증가하여 정보의 가치가 감소하기 때문인 것으로 설명할 수 있다. 따라서 공유 정보의 가치는 창고의 인도기간이 짧아질수록 더욱 높아짐을 알 수 있다.

<그림 3>은 소매점의 개수 N이 변화할 때의 정책간의 비용 차이를 보여준다. 여기서도 모든 경우에서 주문 리스크 정책이 다른 정책에 비해 낮은 비용을 보여주었으며, 그 다음은 echelon 재고정책, installation 재고정책의 순으로 나타났다. 공유 정보를 전혀 활용하지 않는 installation 주문정책과 비교하였을 때, 공유 정보의 활용 가치는 소매점의 개수가 적을수록 높은 것으로 나타났으며, 소매점의 개수가 증가함에 따라 그 폭은 점차 감소하는 추세를 보였다. 이는, 소매점의 개수가 늘어남에 따라 소매점들로부터의 주문량은 점차 정규분포화되고, 따라서 개개의 소매점의 재고 정보의 가치는 감소하기 때문인 것으로 설명할 수 있다. 주문 리스크 정책과, 부분적인 공유 정보의 활용이 이루어지는 echelon 재고정책을 비교해 보면, $N=4$일 때 차이가 최대가 되며, 이 차이는 N이 감소하거나 증가하면 줄어드는 것을 보여준다. N이 증가할 때 비용의 차이가 감소하는 것은 installation 재고정책의 경우와 동일하나, N이 매우 작은 값일 때는 echelon 재고정책에 의해 소실되는 정보의 양이 적어져, 주문 리스크 정책과의 비용 차이가 감소하는 것으로 설명할 수 있다. 따라서, 소매점의 개수가 적을수록 공유 재고 정보의 가치는 높아짐을 알 수 있다.

<그림 4>는 평균 수요율이 변화할 때 정책간의 비용 차이를 보여준다. 앞의 경우에서와 마찬가지로, 주문 리스크 정책의 성능이 다른 정책들에 비해 모든 경우에서 우수하였으며, 그 다음은 echelon 재고정책, installation 재고정책의 순으로 나타났다. 주문 리스크 정책을 통한 비용의 절감 폭은 평균 수요율이 증가함에 따라 점차 감소하는 추세를 보이는데, 이는 인도기간의 경우에서와 마찬가지로, 수요율이 높을수록 소매점

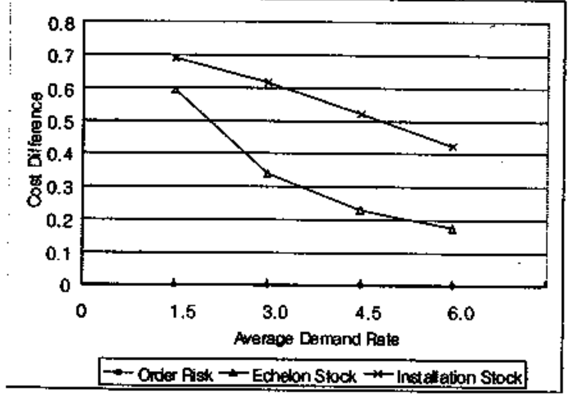

그림 4. 평균 수요율의 변화에 따른 각 정책의 비용추이.

의 주문이 높은 분산을 가지게 되어 공유 재고 정보의 가치가 감소하기 때문인 것으로 설명할 수 있다. 따라서, 수요율이 낮을수록 공유 재고 정보의 가치는 높아짐을 알 수 있다.

5. 결론 및 추후 연구 과제

본 연구에서는 2계층 분배형 공급사슬에서 실시간 공유 재고 정보를 효율적으로 활용하기 위한 재주문정책인 주문 리스크 정책을 제시하고, 이를 바탕으로 실시간 재고 정보의 의 가치에 대해 연구하였다.

전산 실험을 통해, 주문 리스크 정책을 기존의 installation 재고정책 및 echelon 재고정책과 비교 실험하여, 시스템의 특성에 따라 공유 정보의 가치가 어떻게 달라지는지를 고찰하였다. 공유 정보를 정확하게 활용함으로써 상당한 폭의 비용절감효과를 얻을 수 있음을 보였으며, 창고의 인도기간이 짧을수록, 소매점의 개수가 적을수록, 그리고 평균 수요율이 낮을수록 공유 정보의 가치는 높아지는 것으로 나타났다.

그러나, 주문 리스크의 정확한 계산을 위한 계산 복잡도는 소매점의 개수에 대해 지수적으로 증가하는 문제점을 가지고 있다. 따라서, 실시간 재고 관리를 위해서는 주문 리스크의 실용적인 근사 방법이 필요하다. Seo *et al*.(2000)에서는 소매점의 개수에 대해 선형적인 계산 복잡도를 가지는 근사 방법을 제시하고 있다.

주문 리스크의 개념을 더 복잡하고 일반적인 시스템에 대해 적용하여, 공유 정보의 가치를 연구하는 것은 가치있는 일이 될 것이다. 본 연구에서는 최종 고객의 수요를 단순 포아송 분포로 가정하였으나, 보다 더 현실적인 고객 수요의 확률분포에 대해 주문 리스크를 도출하고 공유 정보의 가치를 조사할 필요가 있다. 또한, 실제의 분배 시스템은 여러 계층을 가지는 경우가 일반적이므로, 둘 이상의 계층을 갖는 분배 시스템에서의 공유 정보 가치를 조사하기 위한 주문 리스크 함수의 확장이 필요할 것이다.

참고문헌

Axsäter, S. (1990), Simple solution procedures for a class of two-echelon inventory problems, *Operations Research*, 38, 64-69.

Axsäter, S. (1993), Exact and approximate evaluation of batch-ordering policies for two-level inventory systems, *Operations Research*, 41, 777-785.

Axsäter, S. (1997), Simple evaluation of echelon stock (R,Q) policies for two-level inventory systems, *IIE Transactions*, 29, 661-669.

Axsäter, S. (1997), On deficiencies of common ordering policies for multi-level inventory control, *OR Spektrum*, 19, 109-110.

Axsäter, S., Juntti, L. (1996), Comparison of echelon stock and installation stock policies for two-level inventory systems, *International Journal of Production Economics*, 45, 303-310.

Axsäter, S., Rosling, K. (1993), Installation vs. echelon stock policies for multi-level inventory control, *Management Science*, 39, 1274-1280.

Axsäter, S., Zhang, W. (1999), A joint replenishment policy for multi-echelon inventory control, *International Journal of Production Economics*, 59, 243-250.

Chen, F. (1998), Echelon reorder points, installation reorder points, and the value of centralized demand information, *Management Science*, 44, S221-S234.

Chen, F., Zheng, Y-S. (1994), Evaluating echelon stock (R,nQ) policies in serial production/inventory systems with stochastic demand, *Management Science*, 40, 1262-1275.

Chen, F., Zheng, Y-S. (1997), One-warehouse multiretailer systems with centralized stock information, *Operations Research*, 45, 275-287.

Clark, A. J., Scarf, H. (1960), Optimal policies for a multi-echelon inventory problem, *Management Science*, 6, 475-490.

De Bodt M. A., Graves, S. C. (1985), Continuous-review policies for a multi-echelon inventory problem, *Management Science*, 31, 1286-1299.

Deuermeyer, B. L., Schwarz, L. B. (1981), A model for the analysis of system service level in warehouse-retailer distribution systems: the identical retailer case, in. Schwarz, L. B. (Ed.), *TIMS Studies in the Management Sciences*, 16, Multi-Level Production/Inventory Control Systems: Theory and Practice, Amsterdam:North-holland, 163-193.

Forsberg, R. (1995), Optimization of order-up-to-S policies for two-level inventory systems with compound Poisson demand, *European Journal of Operational Research*, 81, 143-153.

Graves, S. C. (1985), A multiechelon inventory model for a repairable item with one-for-one replenishment, *Management Science*, 31, 1247-1256.

Lee, H. L., Moinzadeh, K. (1987), Two-parameter approximations for multi-echelon repairable inventory models with batch ordering policy, *IIE transactions*, 19, 140-149.

Lee, H. L., Moinzadeh, K. (1987), Operating characteristics of a two-echelon inventory system for repairable and consumable items under batch ordering and shipment policy, *Naval Research Logistics Quarterly*, 34, 365-380.

Lee, H. L., Padmanabhan, V, Whang, S. (1997), Information Distortion in a Supply Chain: The Bullwhip Effect, *Management Science*, 43, 546-558.

Moinzadeh, K, Lee, H. L. (1986), Batch size and stocking levels in multi-echelon repairable systems, *Management Science*, 32, 1567-1581.

Roundy, R. (1985), 98%-effective integer-ratio lot-sizing for one-warehouse multi-retailer systems, *Management Science*, 31, 1416-1430.

Sherbrooke, C. C. (1968), METRIC: A multi-echelon technique for recoverable item control, *Operations Research*, 16, 122-141

Seo, Y., Jung, S., Hahm, J. (2000), Optimal reorder decision utilizing centralized stock information in a two-echelon distribution system, *Working paper*.

Simon, R. M. (1971), Stationary properties of a two echelon inventory model for low demand items, *Operations Research*, 19, 761-777.

Svoronos, A. P., Zipkin, P. (1988), Estimating the performance of multi-level inventory systems, *Operations Research*, 36, 57-72.

부록 A. γ_3의 실제 계산을 위한 계산 과정

소매점들의 주문 과정은 서로 독립적이므로, γ_3를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t)) &= E[\pi(i_0(t), \Omega_0(t, t+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)] \\ &= \sum_{x=0}^{\infty} \pi(i_0(t), x) \Pr(\Omega_0(t, t+L_0) = x \mid \mathbf{r}(t)) \\ &= \sum_{x_1=0}^{\infty}\sum_{x_2=0}^{\infty}\cdots\sum_{x_N=0}^{\infty} \pi(i_0(t), \sum_{i=1}^{N} x_i) \prod_{i=1}^{N} \Pr(\Omega_i(t, t+L_0) = x_i \mid r_i(t)) \\ &= \sum_{k_1=0}^{\infty}\sum_{k_2=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_N=0}^{\infty} \pi(i_0(t), \sum_{i=1}^{N} k_i Q_i) \prod_{i=1}^{N} \Pr(\Omega_i(t, t+L_0) = k_i Q_i \mid r_i(t))\end{aligned}$$

여기서 $\Pr(\Omega_i(t, t+L_0) = k_i Q_i \mid r_i(t))$는

$$\begin{aligned}&\Pr(\Omega_i(t, t+L_0) = k_i Q_i \mid r_i(t)) \\ &= \sum_{y=r_i(t)+(k_i-1)Q_i}^{r_i(t)+k_iQ_i-1} \Pr(D_i(t, t+L_0) = y) \\ &= \Pr(D_i(t, t+L_0) \le r_i(t) + k_i Q_i - 1) - \Pr(D_i(t, t+L_0) \\ &\quad \le r_i(t) + (k_i - 1) Q_i - 1), \quad k = 1, 2, 3, \cdots\end{aligned}$$

이 되며,

$$\Pr(D_i(t, t+L_0) = y) = \frac{e^{-\lambda_i L_0}(\lambda_i L_0)^y}{y!}$$

이 된다. $\Pr(\Omega_i(t, t+L_0) = k_i Q_i \mid r_i(t))$는 k_i가 증가함에 따라 빠르게 감소하므로, 작은 값의 k_i에 대해서까지만 계산하는 것으로 충분하다. 예를 들면, $\lambda_i = 10$, $L_0 = 10$, $Q_i = 50$일 때, $k_i \ge 5$가 되면 이 확률은 10^{-10} 보다 작은 값이 된다.

부록 B. 도움정리 1의 증명

h를 기껏해야 하나의 고객 도착이 시스템에 일어날 정도의 짧은 시간이라고 하자. 그러면, 모든 $t \ge 0$에 대해 $\gamma_3(i_0(t+h), \mathbf{r}(t+h)) - \gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t)) \le 0$임을 보이는 것으로 충분하다. 기호상의 편의를 위해 $t_h = t+h$로 나타내기로 한다.

Case 1. (t, t_h) 동안 고객이 전혀 도착하지 않으면, 명백히 성립한다.

Case 2. (t, t_h) 동안 소매점 i에 한 명의 고객이 도착하고, 이때 소매점 i가 주문하지 않는 경우,

$$\begin{aligned}i_0(t_h) &= i_0(t) \\ r_i(t_h) &= r_i(t) - 1 \\ r_j(t_h) &= r_j(t), \quad j \ne i\end{aligned}$$

이 되고, 이 경우에,

$$\begin{aligned}\gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t)) &= E[\pi(i_0(t), \Omega_0(t, t+L_0) \mid i_0(t), \mathbf{r}(t)] \\ &= \sum_{x_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{x_i=0}^{\infty}\cdots\sum_{x_N=0}^{\infty} \pi(i_0(t), x_i + \sum_{j\ne i} x_j) \Pr(\Omega_0(t, t+L_0) = x \mid r_i(t)) \\ &\quad \prod_{j\ne i} \Pr(\Omega_j(t, t+L_0) = x_j \mid r_j(t)) \\ &= \sum_{k_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_i=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_N=0}^{\infty} \pi(i_0(t), k_i Q_i + \sum_{j\ne i} k_j Q_j) \Pr(\Omega_i(t, t+L_0) = k_i Q_i \mid r_i(t)) \\ &\quad \prod_{j\ne i} \Pr(\Omega_j(t, t+L_0) = k_j Q_j \mid r_j(t))\end{aligned}$$

이고

$$\begin{aligned}\gamma_3(i_0(t_h), \mathbf{r}(t_h)) &= E[\pi(i_0(t_h), \Omega_0(t_h, t_h+L_0) \mid i_0(t_h), \mathbf{r}(t_h)] \\ &= \sum_{x_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{x_i=0}^{\infty}\cdots\sum_{x_N=0}^{\infty} \pi(i_0(t), x_i + \sum_{j\ne i} x_j) \Pr(\Omega_0(t_h, t_h+L_0) = x_i \mid r_i(t_h)) \\ &\quad \prod_{j\ne i} \Pr(\Omega_j(t_h, t_h+L_0) = x_j \mid r_j(t_h)) \\ &= \sum_{k_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_i=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_N=0}^{\infty} \pi(i_0(t), k_i Q_i + \sum_{j\ne i} k_j Q_j) \Pr(\Omega_i(t_h, t_h+L_0) = k_i Q_i \mid r_i(t_h)) \\ &\quad \prod_{j\ne i} \Pr(\Omega_j(t_h, t_h+L_0) = k_j Q_j \mid r_j(t_h))\end{aligned}$$

이 된다. $j \ne i$에 대해, $r_j(t_h) = r_j(t)$이고, j 소매점에는 (t, t_h) 동안 고객이 도착하지 않았으므로,

$$\begin{aligned}&\prod_{j\ne i} \Pr(\Omega_j(t_h, t_h+L_0) = k_j Q_j \mid r_j(t_h)) \\ &= \prod_{j\ne i} \Pr(\Omega_j(t, t+L_0) = k_j Q_j \mid r_j(t))\end{aligned}$$

이 되어,

$$\begin{aligned}&\gamma_3(i_0(t_h), \mathbf{r}(t_h)) - \gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t)) \\ &= \sum_{k_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_i=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_N=0}^{\infty} \pi(i_0(t), k_i Q_i + \sum_{j\ne i} k_j Q_j) \left\{\prod_{j\ne i} \Pr(\Omega_j(t, t+L_0) = k_j Q_j \mid r_j(t))\right\} \\ &\quad \cdot \{\Pr(\Omega_i(t_h, t_h+L_0) = k_i Q_i \mid r_i(t_h)) \\ &\quad - \Pr(\Omega_i(t, t+L_0) = k_i Q_i \mid r_i(t))\}\end{aligned}$$

이 된다. 여기서, $r_i(t_h) = r_i(t) - 1$이므로,

$$\begin{aligned}&\Pr(\Omega_i(t, t+L_0) = k_i Q_i \mid r_i(t)) \\ &= \sum_{y=r_i(t)+(k_i-1)Q_i}^{r_i(t)+k_iQ_i-1} \Pr(D_i(t, t+L_0) = y) \\ &\Pr(\Omega_i(t_h, t_h+L_0) = k_i Q_i \mid r_i(t_h)) \\ &= \sum_{y=r_i(t)+(k_i-1)Q_i}^{r_i(t)+k_iQ_i-1} \Pr(D_i(t, t+L_0) = y) \\ &\Pr(\Omega_i(t_h, t_h+L_0) = k_i Q_i \mid r_i(t_h))\end{aligned}$$

$$- \Pr(\Omega_i(t, t+L_0) = k_i Q_i | r_i(t))$$
$$= \sum_{y=r_i(t)-1+(k_i-1)Q_i}^{r_i(t)-1+k_iQ_i-1} \Pr(D_i(t, t+L_0) = y)$$
$$- \sum_{y=r_i(t)+(k_i-1)Q_i}^{r_i(t)+k_iQ_i-1} \Pr(D_i(t, t+L_0) = y)$$
$$= \Pr(\Omega_i(t, t+L_0) = r_i(t) - 1 + (k_i - 1) Q_i)$$
$$- \Pr(D_i(t, t+L_0) = r_i(t) + k_i Q_i - 1$$

이 된다. 그러면,

$$\pi(i_0(t), (k_i+1) Q_i + \sum_{j\neq i} k_j Q_j)$$
$$- \pi(i_0(t), (k_i Q_i + \sum_{j\neq i} k_j Q_j) \leq 0 \quad \text{for all } k_i, k_j > 0 \text{ and } i_0(t)$$

인 성질을 사용하여, 다음이 성립한다.

$$\gamma_3(i_0(t_k), \mathbf{r}(t_k)) - \gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t))$$
$$= \sum_{k_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_i=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_N=0}^{\infty} \pi(i_0(t), k_i Q_i$$
$$+ \sum_{j\neq 1} k_j Q_j) \Big\{ \prod_{j\neq i} \Pr(\Omega_j(t, t+L_0) = k_i Q_j | r_j(t)) \Big\}$$
$$\cdot \{ \Pr(\Omega_i(t, t+L_0) = r_i(t) - 1 + (k_i - 1) Q_i)$$
$$- \Pr(D_i(t, t+L_0) = r_i(t) + k_i Q_i - 1) \}$$
$$= \sum_{k_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_i=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_N=0}^{\infty} \{ \prod_{j\neq i} \Pr(\Omega_j(t, t+L_0) = k_j Q_j | r_j(t)) \}$$
$$\cdot \{ \pi(i_0(t), (k_i+1) Q_i + \sum_{j\neq 1} k_j Q_j) - \pi(i_0(t), k_i Q_i + \sum_{j\neq 1} k_j Q_j) \}$$
$$\cdot \Pr(D_i(t, t+L_0) = r_i(t) + k_i Q_i - 1)$$
$$\leq 0$$

Case 3. 소매점 i에 고객이 도착하여, 이로 인해 소매점 i가 주문을 하는 경우, 이 과정은 두 부분으로 나누어 볼 수 있다. 첫번째로는 소매점 i의 재고수준(stock position)이 고객 수요를 충족시키기 위해 1 감소하게 되고, 곧이어 소매점 i는 즉시 주문을 하게 된다. 이 과정의 앞부분에 대해서는 case 2에서 보인 바 있으므로, 여기서는 두번째 부분을 고려한다.

$t_s (t \leq t_s < t_k)$를 고객이 도착하였으나 아직 주문이 이루어지지는 않은 시점이라고 하자. 그러면, 다음을 보이는 것으로 충분하다.

$$\gamma_3(i_0(t_k), \mathbf{r}(t_k)) - \gamma_3(i_0(t_s), \mathbf{r}(t_s)) \leq 0$$

여기서,

$$r_i(t_s) = 0$$
$$r_i(t_k) = r_i(t_s) + Q_i$$
$$i_0(t_k) = i_0(t_s) - Q_i$$
$$r_j(t_k) = r_j(t_s), \quad j \neq i$$

이므로,

$$\gamma_3(i_0(t_s), \mathbf{r}(t_s)) = E[\pi(i_0(t_s), \Omega_0(t_s, t_s+L_0)) \mid i_0(t_s), \mathbf{r}(t_s)]$$
$$= \sum_{x_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{x_i=0}^{\infty} \cdots \sum_{x_N=0}^{\infty} \pi(i_0(t_s), x_i + \sum_{j\neq i} x_j)$$
$$\cdot \{ \Pr(\Omega_i(t_s, t_s+L_0) = x_i | r_i(t_s))$$
$$\prod_{j\neq i} \Pr(\Omega_j(t_s, t_s+L_0) = x_j | r_j(t_s))$$
$$= \sum_{k_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_i=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_N=0}^{\infty} \pi(i_0(t_s), k_i Q_i + \sum_{j\neq i} k_j Q_j)$$
$$\cdot (\Pr(\Omega_i(t_s, t_s+L_0) = k_i Q_i | r_i(t_s))$$
$$\prod_{j\neq i} \Pr(\Omega_j(t_s, t_s+L_0) = k_j Q_j | r_j(t_s))$$

이고,

$$\gamma_3(i_0(t_k), \mathbf{r}(t_k)) = E[\pi(i_0(t_k), \Omega_0(t_k, t_k+L_0) \mid i_0(t_k), \mathbf{r}(t_k)]$$
$$= \sum_{x_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{x_i=0}^{\infty} \cdots \sum_{x_N=0}^{\infty} \pi(i_0(t_k), x_i + \sum_{j\neq i} x_j)$$
$$\cdot \{ \Pr(\Omega_i(t_k, t_k+L_0) = x_i | r_i(t_k))$$
$$\prod_{j\neq i} \Pr(\Omega_j(t_k, t_k+L_0) = x_j | r_j(t_k))$$
$$= \sum_{k_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_i=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_N=0}^{\infty} \pi(i_0(t_s) - Q_i, k_i Q_i + \sum_{j\neq i} k_j Q_j)$$
$$\cdot \{ \Pr(\Omega_i(t_k, t_k+L_0) = k_i Q_i | r_i(t_k))$$
$$\prod_{j\neq i} \Pr(\Omega_j(t_k, t_k+L_0) = k_j Q_j | r_j(t_k))$$

이 된다. 여기서, $r_j(t_k) = r_j(t_s)$, $j \neq i$이고 (t_s, t_k) 사이에는 고객이 도착하지 않으므로,

$$\prod_{j\neq i} \Pr(\Omega_j(t_k, t_k+L_0) = k_j Q_j | r_j(t_k))$$
$$= \prod_{j\neq i} \Pr(\Omega_j(t_s, t_s+L_0) = k_j Q_j | r_j(t_s))$$

이 되고, 소매점 i에 대해서는 $r_i(t_k) = r_i(t_s) + Q_i$이므로,

$$\Pr(\Omega_i(t_s, t_s+L_0) = k_i Q_i | r_i(t_s))$$
$$= \sum_{y=r_i(t_s)+(k_i-1)Q_i}^{r_i(t_s)+k_iQ_i-1} \Pr(D_i(t_s, t_s+L_0) = y)$$
$$\Pr(\Omega_i(t_k, t_k+L_0) = k_i Q_i | r_i(t_k))$$
$$= \sum_{y=r_i(t_k)+(k_i-1)Q_i}^{r_i(t_k)+k_iQ_i-1} \Pr(D_i(t_k, t_k+L_0) = y)$$
$$= \sum_{y=r_i(t_s)+k_iQ_i}^{r_i(t_s)+(k_i+1)Q_i-1} \Pr(D_i(t_s, t_s+L_0) = y)$$
$$= \Pr(\Omega_i(t_s, t_s+L_0) = (k_i+1) Q_i | r_i(t_s))$$

이 된다. 따라서,

$$\Pr(\Omega_i(t_s, t_s+L_0) = 0 \cdot Q_i | r_i(t_s))$$
$$= \sum_{y=r_i(t_s)-Q_i}^{r_i(t_s)-1} \Pr(D_i(t, t+L_0) = y)$$
$$= 0, \quad \text{when} \quad r_i(t_s) = 0$$

이고,

$$\pi(i_0(t) - Q_i, k_i Q_i + \sum_{j\neq 1} k_j Q_j) - \pi(i_0(t), (k_i+1) Q_i + \sum_{j\neq i} k_j Q_j)) = 0,$$
$$\text{for all } k_i, k_j > 0, i_0(t)$$

이므로, 다음이 성립한다.

$$\gamma_3(i_0(t_k), \mathbf{r}(t_k)) - \gamma_3(i_0(t_s), \mathbf{r}(t_s))$$

$$= \sum_{k_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_{i-1}=0}^{\infty}\sum_{k_{i+1}=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_N=0}^{\infty}\{\prod_{j\neq i}\Pr(\Omega_j(t_s, t_s+L_0)=k_jQ_j|r_j(t_s))\}$$

$$\cdot\sum_{k_i=0}^{\infty}\Big\{\pi(i_0(t_s)-Q_i, k_iQ_i+\sum_{j\neq i}k_jQ_j)$$

$$\Pr(\Omega_i(t_s, t_s+L_0)=(k_i+1)Q_i|r_i(t_s))$$

$$-\pi(i_0(t_s), k_iQ_i+\sum_{j\neq i}k_jQ_j)\Pr(\Omega_i(t_s, t_s+L_0)=k_jQ_j|r_i(t_s))\Big\}$$

$$= \sum_{k_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_{i-1}=0}^{\infty}\sum_{k_{i+1}=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_N=0}^{\infty}\Big\{\prod_{j\neq i}\Pr(\Omega_j(t_s, t_s+L_0)=k_jQ_j|r_j(t_s))\Big\}$$

$$\cdot\Big\{-\pi(i_0(t_s), 0\cdot Q_i+\sum_{j\neq i}k_jQ_j)\Pr(\Omega_i(t_s, t_s+L_0)0\cdot Q_i|r_i(t_s))$$

$$+\sum_{k_i=0}^{\infty}\Big\{\pi(i_0(t_s)-Q_i, k_iQ_i+\sum_{j\neq i}k_jQ_j)$$

$$-\pi(i_0(t_s), (k_i+1)Q_i+\sum_{j\neq i}k_jQ_j)\Big\}$$

$$\cdot\{\Pr(\Omega_i(t_s, t_s+L_0)=(k_i+1)Q_i|r_i(t_s))=0$$

Case 1, case 2, case 3로부터, $\gamma_3(i_0(t), \mathbf{r}(t))$는 t에 대한 감소함수이다.■

부록C 실험결과

창고의 재고비용이 95% 신뢰구간과 함께 나타나 있다.

L	N	lambda	OR	ES	IS	Rel.ES	Rel.IS
1	2	2 1	34.71±0.12	54.14±0.11	44.72±0.14	0.5598	0.2884
	2	4 2	42.13±0.12	58.61±0.10	64.84±0.11	0.3911	0.5391
	2	6 3	49.24±0.10	63.95±0.11	85.50±0.12	0.2988	0.7363
	2	8 4	56.10±0.08	70.07±0.12	90.54±0.13	0.2490	0.6138
	4	2 2 1 1	43.73±0.42	86.81±1.22	65.71±0.46	0.9851	0.5026
	4	4 4 2 2	58.52±0.32	94.77±0.79	92.65±0.34	0.6195	0.5833
	4	6 6 3 3	72.75±0.32	104.05±0.67	105.78±0.32	0.4302	0.4540
	4	8 8 4 4	86.31±0.25	113.70±0.48	121.58±0.31	0.3173	0.4086
	6	2 2 2 1 1 1	53.36±0.24	105.78±1.03	87.15±0.20	0.9823	0.6331
	6	4 4 4 2 2 2	75.36±0.17	118.58±0.64	107.52±0.27	0.5735	0.4267
	6	6 6 6 3 3 3	96.08±0.15	132.55±0.53	134.27±0.31	0.3795	0.3974
	6	8 8 8 4 4 4	116.24±0.14	147.81±0.39	168.30±0.42	0.2715	0.4479
	8	2 2 2 2 1 1 1 1	62.54±0.28	122.74±0.88	93.69±0.23	0.9627	0.4982
	8	4 4 4 4 2 2 2 2	91.32±0.19	140.13±0.67	126.21±0.40	0.5345	0.3820
	8	6 6 6 6 3 3 3 3	118.81±0.15	159.17±0.54	170.39±0.26	0.3396	0.4340
	8	8 8 8 8 4 4 4 4	145.31±0.14	180.48±0.40	194.85±0.34	0.2420	0.3409
2	2	2 1	36.18±0.16	52.60±0.15	59.04±0.18	0.4539	0.6321
	2	4 2	44.15±0.12	58.10±0.15	78.43±0.16	0.3161	0.7766
	2	6 3	51.55±0.15	64.41±0.14	82.97±0.22	0.2496	0.6096
	2	8 4	58.85±0.08	70.68±0.13	89.02±0.28	0.2010	0.5126
	4	2 2 1 1	46.36±0.44	82.53±1.05	80.57±0.47	0.7802	0.7380
	4	4 4 2 2	62.20±0.33	89.64±0.73	97.88±0.48	0.4411	0.5736
	4	6 6 3 3	76.85±0.30	99.06±0.43	126.05±0.67	0.2889	0.6401
	4	8 8 4 4	91.16±0.24	110.59±0.45	137.46±0.38	0.2131	0.5078
	6	2 2 2 1 1 1	57.34±0.27	100.42±0.81	89.57±0.43	0.7514	0.5621
	6	4 4 4 2 2 2	80.32±0.19	111.89±0.61	132.55±0.71	0.3930	0.6501
	6	6 6 6 3 3 3	101.81±0.16	127.83±0.36	150.86±0.60	0.2555	0.4817
	6	8 8 8 4 4 4	122.59±0.17	145.63±0.28	183.88±0.65	0.1879	0.5000
	8	2 2 2 2 1 1 1 1	67.36±0.31	115.83±1.11	101.84±0.43	0.7196	0.5119
	8	4 4 4 4 2 2 2 2	97.46±0.21	132.23±0.63	146.86±0.51	0.3568	0.5069
	8	6 6 6 6 3 3 3 3	125.70±0.22	154.50±0.46	188.29±0.41	0.2291	0.4979
	8	8 8 8 8 4 4 4 4	152.96±0.17	179.66±0.43	214.47±0.75	0.1745	0.4021
3	2	2 1	37.30±0.17	51.82±0.15	73.39±0.15	0.3894	0.9676
	2	4 2	45.57±0.15	58.41±0.19	76.86±0.28	0.2817	0.6867
	2	6 3	53.36±0.17	64.90±0.15	83.85±0.26	0.2162	0.5712
	2	8 4	60.77±0.12	71.35±0.18	94.90±0.35	0.1740	0.5615
	4	2 2 1 1	48.50±0.49	79.72±0.93	81.84±0.47	0.6438	0.6877
	4	4 4 2 2	64.74±0.34	86.51±0.54	114.90±0.92	0.3364	0.7748
	4	6 6 3 3	80.08±0.28	98.66±0.43	124.91±0.54	0.2320	0.5597
	4	8 8 4 4	94.56±0.26	111.17±0.37	143.22±0.67	0.1756	0.5146
	6	2 2 2 1 1 1	60.03±0.29	96.54±0.84	97.92±0.72	0.6081	0.6310
	6	4 4 4 2 2 2	83.93±0.25	109.88±0.51	132.95±0.50	0.3092	0.5840
	6	6 6 6 3 3 3	105.87±0.17	127.76±0.33	163.34±0.38	0.2068	0.5429
	6	8 8 8 4 4 4	127.11±0.18	146.07±0.25	184.50±0.77	0.1492	0.4515
	8	2 2 2 2 1 1 1 1	70.83±0.28	111.31±0.85	122.46±0.42	0.5715	0.7290
	8	4 4 4 4 2 2 2 2	101.68±0.25	130.73±0.64	164.78±0.51	0.2856	0.6205
	8	6 6 6 6 3 3 3 3	130.51±0.25	154.73±0.43	197.83±1.11	0.1856	0.5159
	8	8 8 8 8 4 4 4 4	157.97±0.21	179.85±0.32	221.73±1.02	0.1385	0.4036
4	2	2 1	38.17±0.15	52.14±0.28	72.46±0.20	0.3659	0.8982
	2	4 2	46.87±0.17	58.80±0.19	77.49±0.32	0.2547	0.6535
	2	6 3	54.80±0.18	65.33±0.14	88.47±0.46	0.1922	0.6145
	2	8 4	62.51±0.13	71.93±0.16	101.06±0.06	0.1508	0.6167
	4	2 2 1 1	50.04±0.49	77.07±0.84	85.96±0.64	0.5402	0.7179
	4	4 4 2 2	67.04±0.33	86.31±0.49	113.44±0.62	0.2874	0.6921
	4	6 6 3 3	82.54±0.30	99.13±0.37	131.29±0.74	0.2010	0.5906
	4	8 8 4 4	97.38±0.27	111.67±0.36	138.49±0.35	0.1467	0.4221
	6	2 2 2 1 1 1	62.26±0.31	93.84±0.75	115.19±0.53	0.5072	0.8502
	6	4 4 4 2 2 2	86.75±0.25	109.68±0.49	147.51±1.17	0.2644	0.7005
	6	6 6 6 3 3 3	109.18±0.17	127.99±0.35	165.66±0.79	0.1724	0.5173
	6	8 8 8 4 4 4	130.56±0.22	147.21±0.28	178.70±0.49	0.1275	0.3687
	8	2 2 2 2 1 1 1 1	73.51±0.33	109.36±0.84	123.58±0.66	0.4876	0.6811
	8	4 4 4 4 2 2 2 2	105.14±0.24	131.78±0.43	166.82±0.99	0.2533	0.5866
	8	6 6 6 6 3 3 3 3	134.19±0.25	155.87±0.42	199.28±1.17	0.1616	0.4850
	8	8 8 8 8 4 4 4 4	162.20±0.23	181.10±0.39	220.27±0.98	0.1165	0.3580
6	2	2 1	39.60±0.20	52.47±0.25	70.89±0.38	0.3248	0.7901
	2	4 2	48.79±0.18	59.27±0.20	82.48±0.65	0.2147	0.6904
	2	6 3	57.27±0.17	66.17±0.19	89.04±0.09	0.1553	0.5546
	2	8 4	65.20±0.14	73.06±0.21	81.96±0.17	0.1205	0.2571
	4	2 2 1 1	52.71±0.49	73.93±0.84	103.68±1.13	0.4027	0.9671
	4	4 4 2 2	70.42±0.37	87.04±0.49	119.25±0.88	0.2359	0.6933
	4	6 6 3 3	86.57±0.33	99.93±0.33	121.35±0.59	0.1543	0.4017
	4	8 8 4 4	101.85±0.30	113.26±0.39	133.76±0.28	0.1120	0.3132
	6	2 2 2 1 1 1	65.81±0.36	91.80±0.67	114.97±0.90	0.3949	0.7470
	6	4 4 4 2 2 2	91.19±0.25	110.05±0.41	148.24±1.05	0.2068	0.6256
	6	6 6 6 3 3 3	114.02±0.26	129.75±0.32	162.07±0.85	0.1380	0.4214
	6	8 8 8 4 4 4	135.99±0.21	149.60±0.33	171.31±0.82	0.1000	0.2597
	8	2 2 2 2 1 1 1 1	77.62±0.37	106.35±0.53	140.17±0.67	0.3700	0.8058
	8	4 4 4 4 2 2 2 2	110.06±0.26	131.65±0.49	174.81±1.03	0.1962	0.5883
	8	6 6 6 6 3 3 3 3	140.18±0.23	157.51±0.35	195.66±0.62	0.1236	0.3958
	8	8 8 8 8 4 4 4 4	168.36±0.24	183.22±0.36	206.17±0.78	0.0883	0.2246

OR = Cost of order risk policy ES = Cost of echelon stock policy
IS = Cost of installation stock policy Rel. ES = Relative cost increase of ES to OR. (ES-OR)/OR
Rel. IS = Relative cost increase of IS to OR. (IS-OR)/OR

서 용 원
서울대학교 산업공학과 학사
서울대학교 산업공학과 석사
현재: 서울대학교 산업공학과 박사과정
관심분야: 공급사슬경영, 물류정보시스템

정 성 원
고려대학교 산업공학과 학사
서울대학교 산업공학과 석사
현재: 서울대학교 산업공학과 박사과정
관심분야: 물류시스템운영, 공급사슬경영,

함 주 호
서울대학교 산업공학과 학사
서울대학교 산업공학과 석사
University of Michigan at Ann Arbor 산업공학과 박사
현재: GNG Networks
관심분야: 재고관리, 공급사슬경영, 물류정보시스템