

확률적 $n^*D/D/1$ 대기모형의 부하량 전이 확률 분포

이상천¹ · 홍정완²

¹경상대학교 산업시스템 공학부 · 생산기술 연구소 / ²한성대학교 산업공학과

The Unfinished Work Transition Probability Distribution of Modulated $n^*D/D/1$ Queue

Sang-Cheon Lee¹ · Jung-Wan Hong²

This Paper presents a method for unfinished work transition probability distribution of modulated $n^*D/D/1$ queue with overload period. The Modulated $n^*D/D/1$ queue is well known as a performance analysis model of ATM multiplexer with superposition of homogeneous periodic on-off traffic sources. Theory of probability by conditioning and results of $N^*D/D/1$ queue are used for analytic methodology. The results from this paper are expected to be applied to general modulated $n^*D/D/1$ queue.

1. 서론

광대역 종합 정보 통신망(B-ISDN: Broadband-Integrated Service Digital Network)은 빠른 전송속도와 음성 및 데이터 그리고 비디오 트래픽이 통합되어 디지털 방식으로 전송되는 두 가지 특성을 갖고 있다. 이 특성을 해결하기 위하여 B-ISDN에서는 전송 방식으로 비동기 전송방식(ATM: Asynchronous Transfer Mode)을 채택하고 있다. ATM은 트래픽의 종류에 상관없이 트래픽을 하나의 공통 단위인 셀(Cell, 53byte)로 묶어 처리하며, 트래픽의 입력 순서에 따라 다중화되는 통계적 다중화 방식(Statistical Multiplexing)을 채택하고 있다.

B-ISDN의 ATM 다중화기의 성능분석 연구들은 주로 입력 트래픽의 모형을 중심으로 수행되어 왔으며, B-ISDN 망의 효율적인 트래픽 관리 측면에서 트래픽 특성을 잘 반영할 수 있는 입력 트래픽 모형화 및 ATM 다중화 과정에 대한 대기모형 및 효과적인 분석 방법의 개발 등에 대한 많은 선행 연구들이 시도되었다(Bae and Suda, 1991).

B-ISDN의 트래픽은 시간에 따른 트래픽들의 변동이 매우 큰 특징을 가지고 있으며, 이를 잘 반영할 수 있는 모형 개발의 연구들이 수행되었는데, 대표적인 모형으로 MMPP(Markov Modulated Poisson Process) 모형을 들 수 있다(Li and Sheng, 1991). MMPP 모형은 트래픽의 셀율의 변화는 마코프 과정(Markov Process)을 따르며, 특정 셀율에서의 셀 도착은 Poisson 과정을 따른 이중의 확률과정(Doubly Stochastic Process)으로 정의될 수 있다. MMPP 모형은 트래픽의 버스티니스(Burstiness) 및 셀율의 변동 등을

잘 반영할 수 있고, 모형의 확장성 용이 등의 장점으로 인해 ATM 다중화기 성능 분석 연구의 대표적인 트래픽 모형으로 받아들여졌다. MMPP에 대한 다중화 과정의 대기모형(MMPP/D/1/K)의 수리적 분석에 있어서는 비록 해석적 기법(Matrix Analytic Method)이 제안되었으나, 상태수의 증가 및 계산의 복잡성 등으로 인해 유체 흐름 근사화(Fluid Flow Approximation)(Elwalid and Mitra, 1992), M/D/1/K 분해 근사화(Skelly *et al.*, 1993) 등 많은 근사화 기법이 사용되었다.

효율적인 망 관리를 위해 트래픽 셰이퍼(Traffic Shaper) 및 리키버킷(Leaky Bucket) 등과 같은 사전 트래픽 제어(Preventive Traffic Control)기법이 제안됨에 따라 트래픽 모형화 연구는 트래픽원 특성에 대한 모형화(1차 셀 흐름)와 트래픽 제어 장치를 거쳐 실제 다중화기로 입력되는 셀 흐름(2차 셀 흐름)의 모형화로 구분되어 진행되었으며, ATM 다중화기 성능 분석은 주로 2차 셀 흐름의 모형을 대상으로 삼았다(Bernabei *et al.*, 1993). 2차 셀 흐름은 크게 입력 트래픽의 셀율의 변화를 반영하기 위한 버스트 수준 모형(Burst-Level Model) 및 버스트 수준 내에서 셀 흐름에 대한 셀 수준 모형(Cell-Level Model)으로 분류할 수 있는데, 대표적인 모형으로 MMDP(Markov Modulated Deterministic Process) 모형, 주기적 트래픽 모형(Periodic Traffic Model), 주기적 On-Off 트래픽 모형(Periodic On-Off Traffic Model) 등을 들 수 있다. MMDP는 버스트 수준 및 셀 수준의 셀 흐름을 동시에 반영한 모형으로 트래픽 원의 셀율의 변화 과정은 마코프 과정으로 모형화하고, 셀 수준에서의 셀 흐름은 트래픽 제어장치의 모수에 의해 확정적(deterministic)인 과정으로 모형화하였다(Ramamurthy and Sengupta, 1992). MMDP를 대상으로

한 ATM 다중화기 성능 분석(MMDP/D/1)은 MMPP/D/1 모형의 분석 방법론을 기반으로 진행되었으나, 역시 상태수의 증가 및 계산의 복잡성 등으로 인해 주로 근사화 기법이 사용되었다.

주기적 트래픽에 대한 대표적인 다중화기 성능 분석 연구는 N*D/D/1 형태의 모형을 들 수 있다. 이 모형에서 N은 트래픽 원의 수를 나타내고 D는 트래픽원의 셀 도착 시간 간격을 나타낸다. 이 모형은 주기적 트래픽원의 중첩(superposition)에 대한 셀 수준에서의 다중화 과정을 분석함으로써 무한 버퍼에서의 다중화기 부하량 분포(unfinished work distribution)를 유도하였다(Norros *et al.*, 1991). 무한 버퍼에서의 다중화기 부하량 분포는 유한 버퍼의 오버플로우 확률로 근사화할 수 있고, 이는 다중화기의 성능척도인 셀 손실율(CLR: Cell Loss Ratio)의 근사 지표로 사용된다(Norros *et al.*, 1991). N*D/D/1 형태의 대기 모형의 선행 연구는 동일한 주기적 트래픽의 중첩 모형(N*D/D/1) 및 이를 바탕으로 한 이질의 주기적 트래픽 중첩 모형($\sum N_i * D_i / D / 1$)을 들 수 있는데, N*D/D/1 모형에서는 정밀해(exact solution)가 제시되었으며, $\sum N_i * D_i / D / 1$ 모형에서는 부하량 분포의 상한 및 하한이 제시되었다. 특히 ATM 망의 서비스 품질 수준(QoS: Quality of Service)은 셀손실율의 경우 보통 10^{-10} 수준을 요구하며, 따라서 다중화기 성능분석도 셀 수준에서의 정밀한 분석이 필요하고, 이에 대한 해결책으로 N*D/D/1 모형의 의의가 있다 하겠다.

주기적 On-Off 트래픽 모형은 셀흐름이 On 상태(Burst-Level)와 Off 상태(Silence-Level)를 반복하고, On 상태에서의 셀흐름은 트래픽 제어 장치의 모수에 의한 확정적인 과정을 따르는 모형으로 주기적 트래픽 모형의 확장으로 볼 수 있다. 주기적 On-Off 트래픽 모형은 Dual Leaky Bucket, 트래픽 셰이퍼(Traffic Shaper) 등과 같은 사전 트래픽 제어(Preventive Traffic Control)을 거친 트래픽에 대한 모형으로 일반적으로 ATM 망에서의 최악의 트래픽 형태에 대한 모형으로 받아들여지고 있다(Elwalid *et al.*, 1995; Presti *et al.*, 1997). Dual Leaky Bucket의 트래픽 모형은 3절에서 자세히 다루도록 하겠다.

주기적 On-Off 트래픽에 대한 다중화기 성능 분석 모형으로는 확률적 n*D/D/1 (Modulated n*D/D/1) 모형을 들 수 있는데, 이 모형에서는 N*D/D/1 모형의 결과를 확장하여 과부하기간이 존재하지 않는 경우($N \leq D$)에 대하여 부하량 확률분포를 제시하였다(Norros *et al.*, 1991).

본 연구에서는 주기적 On-Off 트래픽에 대한 선행 연구의 결과를 이용하여, 동일한 주기적 On-Off 트래픽에 대하여 과부하기간이 확률적으로 존재하는($N > D$) 확률적 n*D/D/1 모형에서 부하량 전이 확률 분포를 구하는 방법론을 제시한다. 부하량 전이 확률은 다중화기의 셀손실율의 척도로 사용될 수 있으며, 본 연구의 결과는 확률적 n*D/D/1 대기모형의 확장에 의의가 있다 할 수 있다.

본 연구의 구성은 2절에서 N*D/D/1 형태의 대기모형에 대한 선행연구를 살펴보고, 이를 바탕으로 3절에서 주기적 On-Off 트래픽 모형 및 확률적 n*D/D/1 대기모형의 분석 방법

론을 소개한다. 4절에서는 예제를 통하여 방법론을 평가하고, 마지막으로 5절에서 결론 및 추후 연구방향에 대해 토의한다.

2. 주기적 입력 모형에 대한 다중화기 성능 분석 연구

본 절에서는 주기적 트래픽 모형에 대한 다중화기 성능 분석 연구 중 N*D/D/1 모형 및 확률적 n*D/D/1 모형의 연구 결과를 소개한다. 본 절의 내용은 N*D/D/1 대기 모형의 많은 연구 결과 중 Norros와 Virtamo의 연구결과(Norros *et al.*, 1991)를 기준으로 정리한 것이다.

먼저 본 절에서 사용되는 기호를 정의하면 다음과 같다.

[기호]

- N : 입력 트래픽원 수
- 시간단위(time slot(t)): 다중화기 서비스 시간을 기준으로 환산한 단위
1 시간단위 = 다중화기 서비스 시간
- D : 개별 트래픽원의 셀 도착 시간간격(시간단위)
- U_t : t 시간단위에서의 부하량(Unfinished Work)
- $\alpha(t_1, t_2)$: $[t_1, t_2]$ 동안 도착 셀 수

N*D/D/1 대기모형의 특징은 다음과 같이 요약할 수 있다.

- 1) 입력 트래픽의 셀흐름은 확정적인 과정을 따르며 셀 도착 시간간격은 D 이다
- 2) N 개의 주기적 트래픽원들은 D 시간단위 동안 1개의 셀을 발생시키며 중첩 셀의 입력 과정은 $[0, D]$ 시간단위 동안 일양 분포(uniform distribution)를 따른다.
(N*D/D/1 모형의 유일한 확률적 특성이다)
- 3) 이 경우 시스템 안정상태 조건은 $N \leq D$ 이며, D 시간 단위 이후의 다중화 과정은 $[0, D]$ 과정을 동일하게 반복한다.

N*D/D/1 모형의 부하량 변화를 살펴보면 <그림 1>과 같다. 서비스 시간이 확정적이므로 부하량은 일정하게 감소하고, 또 입력 트래픽의 주기성에 의해 부하량의 변화 형태는 D 의 주기로 반복된다.

따라서 안정상태의 부하량의 분석은 반복성으로 인해 $[0, D]$ 시간 동안의 부하량 분석으로 가능하며, 부하량 분포(Unfinished Work Distribution)는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$Q_D^N(x) = \Pr[U_D > x] \quad (1)$$

부하량 분포 $Q_D^N(x)$ 는 버퍼 생존 함수(Buffer Survival Function) 또는 가상대기 시간 분포(Virtual Waiting Time Distribution)로 불리기도 한다.

$Q_D^N(x)$ 의 실제적 의미는 다중화기의 버퍼(Buffer)가 x 일 경

부하량(U_b)

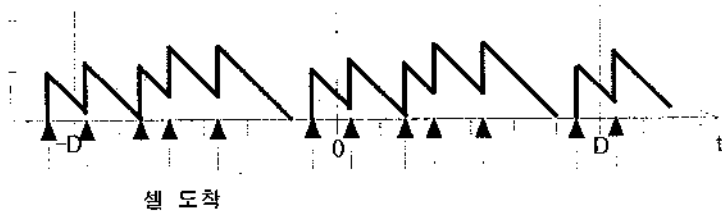


그림 1. $N \cdot D/D/1$ 의 부하량 표본 경로($N=5, D=6$).

우의 버퍼 오버플로우 확률(Buffer Overflow Probability)로 다중 화기 성능 척도인 셀손실율(CLR: Cell Loss Ratio)에 대한 근사치 표로 사용된다(Norros *et al.*, 1991).

부하량 분포 $Q_D^N(x)$ 는 안정상태의 확정 서비스 시간을 갖는 일반 대기 모형에서 부하량(U_D)이 0이 되는 시점이 $[0, D]$ 에서 반드시 존재하며, 이 시점에 대한 조건부 확률로 다음과 같이 표현된다. 아래식에 대한 자세한 유도 과정은 참고문헌(Norros *et al.*, 1991)을 참조하라.

$$Q_D^N(x) = \begin{cases} \sum_{m=0}^{\lfloor x/D \rfloor} \Pr\{u(D, D) = m\} \cdot \Pr\{U_D = 0 | u(D, D) = m\} & \text{for } x \leq N \\ 0 & \text{for } x > N \end{cases} \quad (2)$$

위 결과를 과부하기간이 존재하는 경우($N > D$)에 적용하면 부하량 분포는 일시상태 분석(transient analysis)만 가능하며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Pr\{U_D > x | U_0 = 0\} = \begin{cases} 1, & x \leq N - D \\ Q_D^N(x), & x > N - D \end{cases} \quad (3)$$

또 위의 결과를 과부하기간이 존재하지 않는($N \leq D$) 주기적 On-Off 트래픽에 적용하면 확률적 $n \cdot D/D/1$ 모형이 되며, 이 경우 부하량 확률 분포는

$$\begin{aligned} \Pr\{U_D > x\} &= \sum_{n \leq x} \Pr\{U_D > x | n\} \cdot \Pr\{[0, D] \text{ 시점에 On 상태} \\ &\quad \text{에 있는 트래픽원수} = n\} \\ &= \sum_{n \leq x} Q_D^N(x) p^n \end{aligned} \quad (4)$$

이다. 뒷식에서 On 상태에 있는 트래픽원수의 분포는 트래픽 원의 On-기간(On-Period)과 Off-기간(Off-Period)의 합에 대한 On-기간(On-Period)의 비(p)를 모수로 갖는 이항분포로 정의된다.

$$p^n = \binom{N}{n} p^n \cdot (1-p)^{(N-n)} \quad (5)$$

3. 확률적 $n \cdot D/D/1$ 대기모형의 부하량 분포 분석

3.1 주기적 on-off 트래픽 모형

주기적 On-Off 트래픽 원 모형은 Dual Leaky Bucket과 같은 사전 트래픽 제어(Preventive Traffic Control)를 거친 VBR(Variable Bit Rate) 트래픽의 모형으로 사용되는 모형이다.

Dual Leaky Bucket은 사전에 협약된 트래픽 파라미터를 사용자가 지키도록 규제하는 장치로, 이를 어기는 셀에 대해서는 셀을 버리거나 우선 순위가 낮은 셀로 표시를 하게 된다. Dual Leaky Bucket은 P (Peak cell rate), SCR (Sustainable Cell Rate), B_T (Burst Tolerance)의 세 가지 파라미터로 트래픽을 규제하는데 이를 개념적으로 나타내면 <그림 2>와 같다.

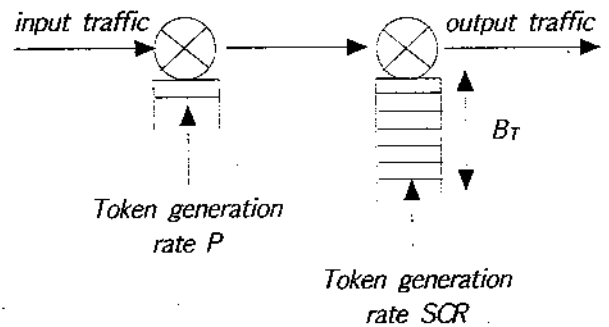


그림 2. Dual Leaky Bucket의 개념도.

Dual Leaky Bucket의 작동 과정은 다음과 같다. 입력 트래픽의 각 셀들은 각 토큰버퍼에 토큰이 있는 경우, 망에 입력되고, 그렇지 않은 경우 낮은 순위로 표시되거나 버려지게 된다. 첫 번째 bucket의 크기는 1이고, 여기서는 입력트래픽의 최대 셀을 관리하며, 두 번째 bucket의 크기는 B_T 로, 버스트 허용 정도와 전체적인 입력률을 관리하게 된다. 실제 Dual Leaky Bucket은 위와 같은 물리적인 토큰버퍼가 있는 것이 아니고 단지 카운터(Counter)에 의해 작동되는 시스템이다. 이 카운터는 토큰이 생성되는 경우 하나씩 증가하고, 셀이 도착하는 경우 하나씩 감소한다. Dual Leaky Bucket을 통과한 트래픽은 보통 주기

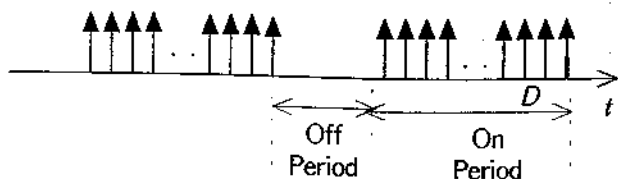


그림 3. 주기적 On-Off 트래픽 모형.

적 On-Off 과정으로 모형화된다. 즉, 트래픽이 최대셀율로 토 큰 버퍼가 비워질 때까지 셀을 발생시키고(On-Period), 그 이후 버퍼에 토큰이 다 채워질 때까지 트래픽을 발생시키지 않는 (Off-Period) 과정을 반복하는 모형이다(Presti et al., 1997; Yoon et al., 1999).

주기적 On-Off 트래픽 모형에서 On-길이의 분포는 평균 On-기간과 평균 Off-기간의 합에 대한 평균 On-기간의 비율 모수로 갖는 기하분포(Geometric Distribution)를 따른다.

$$\Pr[\text{On-Length} = l] = p^l(1-p) \quad (6)$$

where $p = \frac{E[\text{On Period}]}{E[\text{On Period}] + E[\text{Off Period}]}$

3.2 확률적 n*D/D/1 모형에서의 부하량 전이 확률 분포의 계산

확률적 n*D/D/1 모형은 주기적 On-Off 트래픽원들의 중첩에 대한 ATM 다중화기 성능 분석 모형이다.

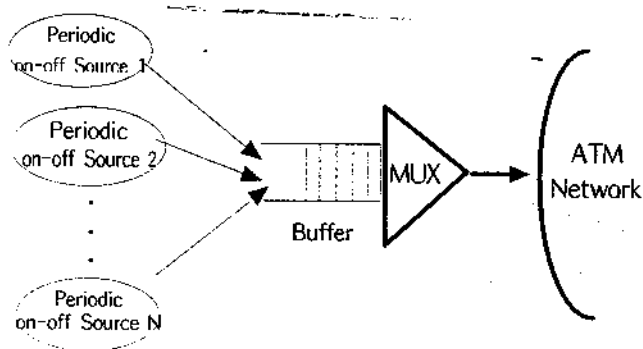


그림 4. 확률적 n*D/D/1 모형(Modulated n*D/D/1 Queue).

본 절에서 분석대상인 확률적 n*D/D/1 모형을 정의하면 다음과 같다.

- 입력 모형 : 동질의 N개의 주기적 On-Off 트래픽원의 중첩
- 다중화기 전송률 : C Mbps(시간단위=1/C)
- 과부하기간 조건 : N > D
- 대기 모형 안정상태 조건 : Np < D
- 버퍼크기 : ∞

본 절의 분석에 사용되는 기호는 다음과 같다.

[기호]

- N: 입력 트래픽 원수
- D: 입력 트래픽의 on-기간에서의 셀 도착 시간 간격(시간 단위)
- N_{on}: [0, D]기간 동안 On-상태에 있는 트래픽원수
- p(n) : Pr [N_{on} = n] = $\binom{N}{n} p^n \cdot (1-p)^{(N-n)}$
- U_i: t 시간단위에서 다중화기 부하량
- v(a, b) : (a, b) 기간 동안의 도착 셀수
- D': [0, D] 기간 동안 처음으로 부하량이 0이 되는 시점

확률적 N*D/D/1 모형(N > D)은 [0, D] 동안의 셀 도착은 일 양분포를 따르지만, 그 이후 셀 흐름(예를 들어 [D, 2D])은 [0, D] 동안의 셀흐름을 확정적으로 반복하므로 확률론분석에서의 안정상태(Steady-State)를 정의하기 어려운 한계를 가지고 있다. 본 절에서는 안정상태의 부하량 분포 대신 부하량 전이 확률분포(Pr[U_D > x | U₀ = i])를 정의하고, 이에 대한 분석을 시도한다. 본 절에서 제시하는 부하량 전이확률은 ATM 다중화기 성능분석에서 조건부 셀손실율의 의미를 가진다고 할 수 있다.

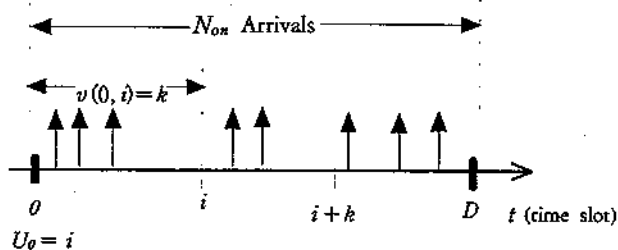


그림 5. 확률적 n*D/D/1 모형에서의 셀 도착 과정.

먼저 [0, D] 동안의 도착셀수의 조건부 확률로 부하량 전이 확률 분포는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Pr[U_D > x | U_0 = i] = \sum_{n=N}^{\infty} \Pr[U_D > x | U_0 = i, N_{on} = n] \cdot p(n) \quad (7)$$

다음으로 Pr[U_D > x | U₀ = i, N_{on} = n]을 구하기 위해 [0, D] 기간 동안 첫번째 부하량이 0이 되는 시점(서버 휴지시점, U_D = 0)을 살펴보자. [0, D] 동안 과부하기간(n + i > D)이 확률적으로 존재하므로, 부하량이 0이 되는 시점도 확률적으로 존재한다. 만약 부하량이 0이 되는 시점이 [0, D]에 존재한다면 초기상태의 부하량(U₀ = i)이 소진된 후에 존재한다. 따라서, 부하량이 처음으로 0이 되는 시점(D)에 대한 확률분포는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Pr\{D = i+k | U_0 = i, N_{on} = n\} &= \Pr\{U_{i+k} = 0 | U_0 = i, N_{on} = n\} \\ &= \Pr\{v(0, i) = k \cap v(i+k, D) = n-k | U_0 = i, N_{on} = n\} \\ &= \begin{cases} \binom{n}{k} \left(\frac{i}{D}\right)^k \cdot \left(\frac{D-(i+k)}{D}\right)^{(n-k)} & \text{for } i < D, k < \min(D-i, n+1) \\ 0 & \text{o/w} \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

위의 결과와 선행연구의 결과를 사용하면 $\Pr\{U_D > x | U_0 = i, N_{on} = n\}$ 는 다음과 같이 표현된다.

(Case 1) $i \geq D$

이 경우 $[0, D]$ 기간 동안 서버 휴지기간이 존재하지 않으므로 부하량 전이 확률은 다음과 같이 표현된다.

$$\Pr\{U_D = x | U_0 = i, N_{on} = n\} = \begin{cases} 1 & x = n+i-1 \\ 0 & \text{o/w} \end{cases} \quad (9)$$

따라서 부하량 전이 확률분포는

$$\Pr\{U_D > x | U_0 = i\} = \sum_{n > x + (D-i)p(n)} \quad (10)$$

이 된다.

(Case 2) $i < D$

이 경우 서버 휴지시점은 $[0, D]$ 기간 내에 확률적으로 존재하고, 첫번째 휴지시점에 대한 조건부 확률로 부하량 전이 확률분포를 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Pr\{U_D > x | U_0 = i, N_{on} = n\} &= \Pr\{V_D > x \cap \{[0, D] \text{ 동안 서버 휴지기간 존재}\} \\ &\quad | U_0 = i, N_{on} = n\} \\ &\quad + \Pr\{V_D > x \cap \{[0, D] \text{ 동안 서버 Busy}\} | U_0 = i, N_{on} = n\} \end{aligned} \quad (11)$$

윗식에서 먼저 서버 휴지기간이 존재하는 경우의 부하량 전이 확률은 첫번째 서버 휴지시점에 대한 조건부 확률로 다음과 같이 표현되고,

$$\begin{aligned} \Pr\{U_D > x \cap \{[0, D] \text{ 동안 서버 휴지기간 존재}\} | U_0 = i, N_{on} = n\} &= \sum_{k < \min(D-i, n+1)} \{\Pr\{U_D > x | U_{i+k} = 0, U_0 = i, N_{on} = n\} \cdot \\ &\quad \Pr\{U_{i+k} = 0 | U_0 = i, N_{on} = n\}\} \end{aligned} \quad (12)$$

또 선행연구의 결과로부터

$$\Pr\{U_D > x | U_{i+k} = 0, U_0 = i, N_{on} = n\} = Q_{D-(i+k)}^{-k}[x] \quad (13)$$

이다. 따라서 서버 휴지기간이 존재할 경우 부하량 전이 확률은 결론적으로

$$\begin{aligned} \Pr\{U_D > x \cap \{[0, D] \text{ 동안 서버 휴지기간 존재}\} | U_0 = i\} &= \sum_{n \leq N} \left\{ \sum_{k < \min(D-i, n+1)} \{ Q_{D-(i+k)}^{-k}[x] \cdot \binom{n}{k} \left(\frac{i}{D}\right)^k \cdot \right. \end{aligned}$$

$$\left. \left(\frac{D-(i+k)}{D}\right)^{(n-k)}\right\} \cdot p(n) \quad (14)$$

로 표현된다.

다음으로 $[0, D]$ 기간 동안 서버 Busy일 경우에 대해 살펴보면, 먼저 $[0, D]$ 구간은 과부하기간이어야 하므로 $(n+i \geq D)$

$$\begin{aligned} \Pr\{U_D > x \cap \{[0, D] \text{ 동안 서버 Busy}\} | U_0 = i, N_{on} = n\} &= \sum_{k < \min(D-i, n+1)} \Pr\{U_D > x | U_0 = i, N_{on} \geq D-i, \text{서버 Busy}\} \\ &\quad \cdot \Pr\{\text{서버 Busy} | U_0 = i, N_{on} \geq D-i\} \end{aligned} \quad (15)$$

로 표현된다.

위에서 $\Pr\{\text{서버 Busy} | U_0 = i, N_{on} \geq D-i\}$ 를 구하기 위해 $[0, D]$ 에서 첫번째 서버 Busy 기간분포를 살펴보자.

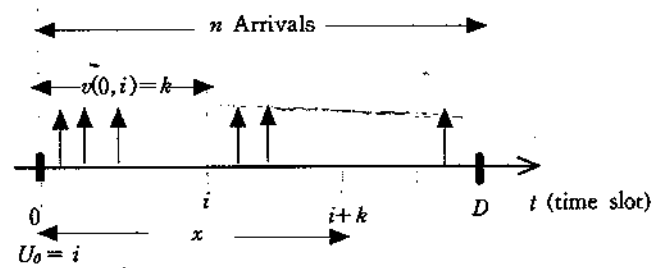


그림 6. 첫번째 서버 Busy 기간 분포.

<그림 6>에서 첫번째 서버길이(BL: Busy-period Length) 분포는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Pr\{BL > x | U_0 = i, N_{on} = n\} &= \Pr\{i \text{ time slot 동안 } x-i+1 \\ &\quad \text{셀 이상 도착} | U_0 = i, N_{on} = n\} \\ &= \begin{cases} 1 & x < i \\ \sum_{k > x-i} \binom{n}{k} \left(\frac{i}{D}\right)^k \cdot \left(1 - \frac{i}{D}\right)^{(n-k)} & i \leq x \leq D \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

$[0, D]$ 동안의 서버 Busy 확률은

$$\begin{aligned} \Pr\{\text{서버 Busy} | U_0 = i, N_{on} \geq D-i\} &= \Pr\{BL > D-i | U_0 = i, N_{on} \geq D-i\} \\ &= \sum_{k > D-i} \binom{n}{k} \left(\frac{i}{D}\right)^k \cdot \left(1 - \frac{i}{D}\right)^{(n-k)} \end{aligned} \quad (17)$$

이고, 따라서

$$\begin{aligned} \Pr\{U_D > x \cap \{[0, D] \text{ 동안 서버 Busy}\} | U_0 = i\} &= \sum_{n > x + (D-i)} \sum_{k \geq D-i} \binom{n}{k} \left(\frac{i}{D}\right)^k \cdot \left(1 - \frac{i}{D}\right)^{(n-k)} \cdot p(n) \\ &\quad \text{for } x < N-D+i \end{aligned} \quad (18)$$

로 표현할 수 있다.

위의 결과를 종합하면 확률적 $n \cdot D/D-1$ 모형의 부하량 전이 확률은 다음과 같다.

Case 1) $i < D$

$$\begin{aligned} & \Pr[U_D > x | U_0 = i] \\ &= \sum_{n \leq N} \sum_{k < \min(D-i, n+1)} (Q_{D-(i+k)}^{n-k}[x] \cdot \binom{n}{k} (\frac{i}{D})^k \cdot (\frac{D-(i+k)}{D})^{(n-k)}) \cdot p(n) \\ &+ \sum_{n > x+(D-i)} \sum_{k \geq D-i} \binom{n}{k} (\frac{i}{D})^k \cdot (1 - \frac{i}{D})^{(n-k)} \cdot p(n), \\ & \hspace{15em} \text{for } x < N+i-D \\ &= \sum_{n \leq N} \sum_{k < \min(D-i, n+1)} (Q_{D-(i+k)}^{n-k}[x] \cdot \binom{n}{k} (\frac{i}{D})^k \cdot (\frac{D-(i+k)}{D})^{(n-k)}) \cdot p(n) \text{ for } N+i-D \leq x < N \end{aligned} \quad (19)$$

Case 2) $i \geq D$

$$\Pr[U_D > x | U_0 = i] = \begin{cases} 0 & x \geq N+i-D \\ \sum_{n \geq x+(D-i)} p(n) & i-D \leq x < N+i-D \\ 1 & x < i-D \end{cases} \quad (20)$$

4. 예 제

먼저 분석 방법론의 정밀성을 검증하기 위해, 트래픽 부하(ρ) 0.9에서 초기 부하량이 0 인 경우에 대하여 트래픽원수(M)에 따른 부하량 전이 확률과 M/D/1의 결과를 비교하면 다음과 같다.

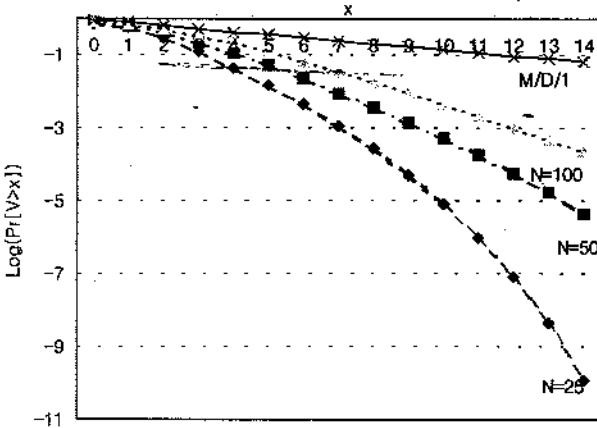


그림 7. N에 따른 부하량 전이 확률($\Pr[U_D > x | U_0 = 0]$)과 M/D/1의 비교(트래픽 부하 $\rho = 0.9, \rho = 0.4$).

위에서 M/D/1의 부하량 확률 분포는 다음과 같이 표현된다 (Kleinrock, 1976).

$$\Pr[U_i > x] = 1 - (1 - \rho) \left\{ \sum_{s=0}^x \frac{((s-x)\rho)^s}{s!} e^{-(s-x)\rho} \right\} \quad (21)$$

위의 결과에서 살펴보면 확률적 n*D/D/1 모형의 부하량 확률분포는 M/D/1의 경우에 비해 작은 값을 보여주며, N이 증가

함에 따라 M/D/1의 결과에 접근함을 알 수 있다. 이는 과부하 기간이 존재하지 않는 N*D/D/1의 결과(Norris et al., 1991)와 일치함을 알 수 있다.

M/D/1 대기모형은 확정서비스시간을 갖는 분석 가능한 가장 단순한 모형이고, i시점까지의 도착수가 주어질 경우, 개별 도착 시간은 [0, i]에서 일양 분포(uniform distribution)를 따른다는 Poisson 도착과정의 완전 랜덤성(total randomness)에 의해 본 연구의 내용과 유사하다. 따라서 이항분포의 poisson 근사화에 의해 트래픽 원수가 증가함에 따라 확률적 n*D/D/1의 결과는 M/D/1에 접근한다 할 수 있다.

다음으로 초기 부하량 (V_0)에 따른 부하량 전이 확률 분포를 도시하면 <그림 8>과 같다.

다음 결과는 초기 부하량의 증가에 따라 부하량 전이 확률이 급격히 증가함을 보여준다. 확률적 n*D/D/1 대기모형에서는 입력 모형의 확정성(주기(D) 및 반복성)으로 인해 시간에 대한 안정 상태 ($\lim_{t \rightarrow \infty} \Pr[U_i > x]$)는 정의하기 어렵지만, 임의의 시점에서의 부하량 확률 분포는 부하량 전이 확률 분포의 초기 부하량 분포의 가중 평균으로 표현될 수 있을 것이라 여겨지며 이에 대한 추가 연구가 요구된다 하겠다.

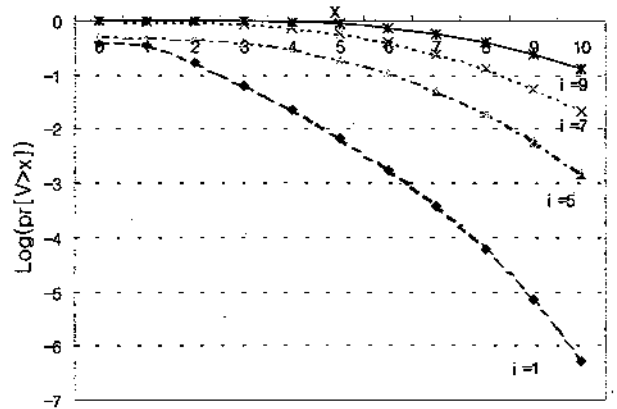


그림 8. 초기 부하량에 따른 부하량 전이 확률 분포($N=20, D=10, \rho=0.45$).

5. 결 론

본 연구에서는 셀 수준의 ATM 다중화기 성능 분석 모형인 N*D/D/1 형태의 모형 중 과부하기간이 존재하는 확률적 n*D/D/1 (Modulated N*D/D/1) 모형에서 부하량 분포를 구하는 방법론을 제시하였다. 본 연구에서 제시된 방법론은 기존의 확률적 n*D/D/1 모형 ($N \leq D$)을 확장시킨 데 그 의의가 있다 할 수 있으며, 본 연구의 연구결과는 부하량 분포를 유한 버퍼의 다중화기 셀손실율로 근사화함으로써 다중화기 성능분석에 활용될 수 있을 것이라 여겨진다.

그러나 확률적 n*D/D/1 모형의 확정성(주기(D) 및 반복성)으로 인해 부하량 분포 대신 부하량 전이 확률 분포를 제시하는

수준에 머문 것이 본 연구의 한계라 할 수 있다. 따라서 임의의 시점에서의 부하량 분포를 구하는 방법론에 대한 추가 연구가 필요하며, 이에 대한 연구방향은 본 연구 결과를 기반으로 크게 2가지로 나눌 수 있다.

- 1) 다중화 과정의 반복성을 완화시킨 다음 마코프 과정을 이용한 안정 상태의 부하량 분포 분석
- 2) 버스트 시작 시점에서의 셀 수준의 전이 모형을 사용한 버스트 레벨에서의 임의의 t 시점에서의 부하량 분포 분석

위의 연구방향 중 1)은 본 연구 결과를 직접 적용 가능하지만, $N^*D/D/1$ 모형의 특성 중 반복성을 반영하지 못하는 근사적 분석의 한계를 가질 것으로 여겨진다. 따라서 확률적 $n^*D/D/1$ 모형의 일반화를 위해서는 2)방향의 추가 연구가 요구된다 하겠다.

참고문헌

Bac, J. J., and Suda, T.(1991), Survey of Traffic Control Schemes and Protocols in ATM Networks, *Proc. IEEE*, 79(2), 170-189.

Bernabei, F., Gratta, L., Listanti, M., and Sarghini, A.(1993), Analysis of ON-OFF Source Shaping for ATM Multiplexing, *Proc. INFOCOM '93*, 1330-1336.

Elwalid, A. I., and Mitra, D. (1992), Fluid Models for the Analysis and Design of Statistical Multiplexing with Loss Priorities on Multiple Classes of Bursty Traffic, *Proc. INFOCOM '92*, 0415-0425.

Elwalid, A., Mitra, D., and Wentworth, R. H.(1995), A New Approach for Allocating Buffers and Bandwidth to Heterogeneous, Regulated traffic in an ATM Node, *IEEE JSAC*, 13(3), 1115-1127.

Kleinrock, L.(1976), *Queueing Systems*, John Wiley & Sons, New York.

Li, S. Q., and Sheng, H. (1991), Discrete Queueing Analysis of Multimedia Traffic with Diversity of Correlation and Burstiness Properties, *Proc. INFOCOM '91*.

Norris, I., Roberts, J. W., Simonian, A., and Virtamo, J. T.(1991), The Superposition of Variable Bit Rate sources in an ATM Multiplexer, *IEEE JSAC*, 9, 378-387.

Presti, F. L., Zhang, Z. L., Kurose, J., and Towsley, D.(1997), Source Time Scale and Optimal Buffer/Bandwidth Trade-Off for Regulated Traffic in an ATM Node, *Proc. INFOCOM '97*, 676-683.

Ramamurthy, G., and Sengupta, B.(1992), Modeling and Analysis of a Variable Bit Rate-Video Multiplexer, *Proc. INFOCOM '92*, 0817-0827.

Skelly, P. *et al.* (1993), A Histogram-Based Model for Video Traffic Behavior in an ATM Multiplexer, *IEEE/ACM Trans. Networking*, 446-459.

Yoon, Y. H., Lie, C. H., Hong, J. S.(1999), Overflow Probability Analysis and Bandwidth Allocation for Traffic Regulated By Dual Leaky Bucket, *Journal of KIEE*, 25(3), 404-410.



이상천

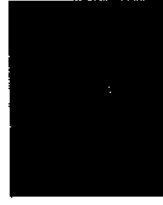
서울대학교 산업공학과 학사

서울대학교 산업공학과 석사

서울대학교 산업공학과 박사

현재: 경상대학교 산업시스템공학부 조교수

관심분야: 시스템 신뢰성 분석 및 설계, 통신 시스템 성능 평가, 대기 이론



홍정완

서울대학교 산업공학과 학사

서울대학교 산업공학과 석사

서울대학교 산업공학과 박사

현재: 한성대학교 산업시스템공학부 조교수

관심분야: 정보통신시스템, e-business 응용