

작은 피로 균열의 초음파 평가를 위한 근사 모델의 개발

강계명[†] · 김진연^{*}

서울산업대학교 재료공학과 · The Ohio State University, Department of Welding Engineering
(2000. 1. 15. 접수 / 2000. 5. 22. 채택)

Development of an Approximate Model for Ultrasonic Evaluation of Small Surface Fatigue Cracks

Kae-Myung Kang[†] · Jin-Yeon Kim^{*}

Department of Materials Engineering, Seoul National University of Technology
^{*}The Ohio State University, Department of Welding Engineering
(Received January 15, 2000 / Accepted May 22, 2000)

Abstract : A theoretical model for the evaluation of small surface fatigue crack initiated from a pit-type surface flaw is presented. The low frequency scattering model is developed based on the reciprocity principle for the elastic wave scattering. The effect of the flaw on the surface wave reflection from the crack is taken into account approximately by means of the stress intensity factor of cracks on a through thickness hole. The reflection coefficient of surface wave is derived for the prediction of small surface crack depth. Calculated results for pits with different sizes are illustrated.

1. Introduction

구조물의 경년 현상과 환경적 인자에 기인한 열화 현상은 구조물의 안전성 평가에 주요 과제로 부각되고 있다. 특히, 이들 검사 평가 방법 중 초음파를 이용한 비파괴 검사방법은 결함 탐상의 우수성과 정확한 해석기법 및 다양한 적용 범위로 인하여 현재 주요 검사방법으로 이용되고 있다¹⁾.

초음파를 이용한 표면 피로 균열의 해석은 그 중요성으로 인하여 지난 20여 년 동안 많은 연구자들에 의하여 다양한 평가방법으로 많은 연구가 이루어져 왔다²⁻⁵⁾. 즉, 표면 균열에 의한 탄성파의 산란과 반사 등에 관한 연구와 표면균열 평가에 활용되는 초음파의 특성에 관한 해석으로부터 초음파 특성을 미소결함 거동 연구에 적용하고 있다²⁻⁴⁾. Yuce 등²⁾과 Resch와 Nelson³⁾은 표면파를 이용하여 미소 균열의 크기와 균열 단

힘 현상에 관하여 연구하였고, Yew 등⁴⁾은 탄성 표면파와 표면 균열의 상호작용을 균열을 투과한 파동의 주파수 스펙트럼을 이용하여 해석하였다.

이차원 표면 균열에 의한 탄성파들의 산란문제의 해석 등 균열해석에 관한 많은 연구가 보고되고 있다^{5,7)}. 그러나 이차원 균열의 경우에도 표면 균열에 의한 이론 해석의 결과들은 상호 매우 상이하다. 이는 매우 복잡한 적분을 근사 해석적이나 수치적으로 계산해야 하기 때문이다. 일례로서, Achenbach 등⁶⁾의 음선 해석(Ray Analysis)은 이차원 문제에서는 유용하나, 삼차원 문제의 경우 그 적용 가능성의 추정이 쉽지 않다. 이러한 관점에서 볼 때, 이미 정립된 방법인 경계 요소법(boundary element method)을 이용하여 삼차원 균열에 대한 표면파의 산란문제해석은 매우 중요한 연구과제로 예상할 수 있다.

본 논문에서는 표면 결함 주위에서 발생한 작은 균열(Small Crack)의 거동을 평가하기 위하여 표면파의 균열에 의한 산란의 이론적인 모델을

[†]To whom correspondence should be addressed.
littbird@duck.snut.ac.kr

먼저 제시하고자 하였다. 이를 위하여 탄성과 산란에 관한 상호성 원리(Reciprocity Principle)를 기초로, 피트의 영향을 고려한 탄성과 반사 계수를 주파수 영역에서 구하였고, 푸리에(Fourier) 변환을 이용하여 시간영역에서의 반사 신호에 관한 식으로 유도하였다. 또한 탄성과 산란에 미치는 피트의 영향을 고려하기 위하여 피트 위에서 자라고 있는 균열에 관한 응력 확대 계수를 이용하여 작은 균열의 초음파 평가방법의 모델을 제시하였다. 이를 이용하여 직경이 다른 피트에 대하여 초음파의 반사계수를 계산하였다.

2. 탄성과 산란에 관한 상호성 관계(Reciprocity Relation)

본 모델에서는 Tien 등⁸⁾이 제시한 저주파수 산란 이론을 도입하였다. 이들의 이론은 Kino⁹⁾과 Auld¹⁰⁾의 방해물에 의한 탄성과 산란에 관한 상호성 관계(Reciprocity Relation)에 기초를 두고 있다. 탄성과 산란에 관한 상호성 관계는 다음과 같이 유도될 수 있다. 즉, 음향학적 근원(Source)이 관심 있는 공간 내에 존재하지 않을 때, 다음과 같은 두 가지의 상태가 고려된다. 먼저 첫 번째 상태(State I)는 트랜스듀서 A에 의하여 System이 가진되고 다른 트랜스듀서 B에 의하여 System의 응답을 측정한다. 이때 그 System은 결합을 포함한다. 두 번째 상태(State II)는 System이 같은 양의 파워(Power)로 트랜스듀서 B에 의하여 가진되고 트랜스듀서 A에 의하여 측정된다. 이 두 번째 상태에서는 System 내에 결합이 존재하지 않고, 트랜스듀서 A와 B의 위치는 변화하지 않았다. 따라서 두 트랜스듀서가 동일하고 같은 위치에 존재하는 경우, 결합에 의한 반사계수는 상호성 원리에 의하여 아래와 같은 식(1)로 주어진다. 즉,

$$R_{II}(\omega) = \frac{i\omega}{4P} \int_S (u_i^{(I)} \sigma_{ij}^{(M)} - u_i^{(M)} \sigma_{ij}^{(I)}) n_j dS. \quad (1)$$

여기서, S는 결합(본 논문의 경우에는 피트와 균열)의 표면을, $u_i^{(I)}$ 와 $\sigma_{ij}^{(I)}$ 는 상태 (I)에서의 변위와 응력장을, $u_i^{(M)}$ 와 $\sigma_{ij}^{(M)}$ 는 상태 (II)에서 결합의 표면에 해당하는 가상적인 표면에 작용하는 변위와 응력장을 의미한다. 또한 n_j 는 결합의 내

부로 향하는 단위 법선 벡터를 나타내며 P는 트랜스듀서로 공급되는 파워를 의미한다. 만일 결합의 내부가 빈 공간이면($\sigma_{ij}^{(I)}=0$), 식 (1)은 식 (2)와 같이 간단화할 수 있다.

$$R_{II}(\omega) = \frac{i\omega}{4P} \int_S u_i^{(I)} \sigma_{ij}^{(M)} n_j dS. \quad (2)$$

3. 모델링(Modeling)

3.1. 균열에 의한 표면파의 반사계수

그림 1에 나타낸 바와 같이 피트에서 발생한 두 모서리 균열(Corner Cracks)과 균열의 표면에 수직으로 입사하는 표면파를 고려하자. 이 경우 반사 계수는 피트의 표면(S_c)과 균열의 표면(S_e)에 의한 두 부분으로 분리할 수 있어, 식 (2)는 다음과 같은 식(3)으로 전개 가능하게 된다.

$$R_{II}(\omega) = \frac{i\omega}{4P} \int_{S_c} u_i^{(I)} \sigma_{ij}^{(M)} n_j dS + \frac{i\omega}{4P} \int_{S_e} u_i^{(I)} \sigma_{ij}^{(M)} n_j dS \quad (3)$$

식 (3)에 균열 확대 변위(Crack Opening Displacement)의 정의를 이용하고, 수직입사의 경우 지배적인 균열 표면에서의 수직 응력 성분만을 고려하면, 반사계수는 다시

$$R_{II}(\omega) \approx \frac{i\omega}{4P} \int_{S_c} u_i^{(I)} \sigma_{ij}^{(M)} n_j dS + \frac{i\omega}{2P} \int_{S_e} \Delta u_z^{(I)} \sigma_{zz}^{(M)} dS \quad (4)$$

윗 식(4)로 변환된다. 여기서, S_e^* 는 균열의 앞면을 말하며, 대칭적으로 발생한 두 모서리 균열이 전제되었다. 피트와 균열을 두 개의 대상으로 간주할 때 고려해야 할 다중 산란파의 상호작용은 저주파수 산란인 경우 무시할 수 있다. 그러므로 반사파는 두 독립적인 피트와 균열로부터의 반사파들로 구성된다고 가정할 수 있다.

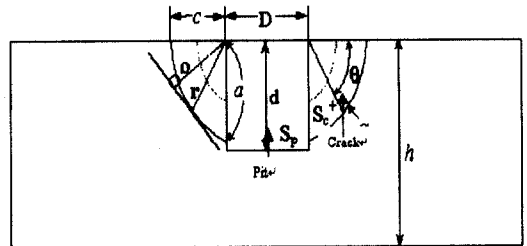


Fig. 1. Cross sectional geometry of crack on pit

또한 피트로부터의 반사파는 피트 정면에서의 반사(Specular Reflection)가 지배적이므로 균열이 존재하는 경우나 존재하지 않을 경우 차이는 거의 무시할 수 있다. 그러므로 피트에 의한 반사파는 변화하지 않는다고 가정하여, 식 (4)는 다음과 같은 식 (5)로 유도된다.

$$R_{11}(\omega) \approx \frac{i\omega}{4P} \int_{S_1} \bar{u}_i^{(b)} \sigma_{ij}^{(b)} n_j dS + \frac{i\omega}{2P} \int_{S_2} \Delta u_i^{(b)} \sigma_{zz}^{(b)} dS$$

$$= R_{11}^b(\omega) + R_{11}^c(\omega, a) \quad (5)$$

여기서, $\bar{u}_i^{(b)}$ 는 균열이 발생하기 이전의 반사파에 의한 변위장을 의미한다. 여기에 Budiansky와 O'Connell¹³⁾의 결과를 이용하면 균열에 의한 반사계수는 식 (6)으로

$$R_{11}^c(\omega, a) = \frac{i\omega(1-\nu^2)}{3EP} \int_C \rho(r) K_I^2(a) dl \quad (6)$$

표현된다. 여기서, ν 는 포와송 상수, E는 영계수, K_I 는 mode I 응력 확대 계수, $\rho(r)$ 는 그림 1에서와 같이 좌표의 원점에서 균열선단의 위치 r을 지나는 접선까지의 수직거리를 나타낸다. 그러므로 만일 이 균열에 대한 응력 확대 계수를 알게 되면, 식 (6)으로부터 균열로부터의 표면파의 반사계수를 구할 수 있다.

3.2. 피트에 발생한 모서리 균열의 응력 확대 계수

한편 저주파수 영역에서의 반사계수, R_{11}^c 를 계산하기 위하여, 입사표면파에 의하여 균열에 가해지는 하중에 대한 균열의 정적 응력 확대 계수를 이용하기로 한다. 입사표면파에 의한 응력

성분 σ_{zz} 는 두께가 h^* 인 시편에 작용하는 굽힘 하중으로 근사할 수 있다⁸⁾. 그러나 응력 성분 σ_{zz} 는 굽힘 하중에 의하여 발생하는 응력과 같이, 두께 방향에서 선형으로 변화하지 않고, 비교적 복잡하게 변화하며 판(plate)의 표면 부분에만 존재한다. 그러나 이 응력 성분의 깊이 방향에 대하여 기호가 변화하는 깊이($x/\lambda_R \approx 0.3$ ¹²⁾)의 두 배가 되는 가상적인 판($h^* = 0.6\lambda_R$)을 생각하고, 이에 대한 등가 굽힘 응력을 계산하면, $\sigma_{zz} = \sigma_0(1 - 2x/h^*)$ 로 된다. 여기서 σ_0 는 판의 표면에서의 응력을 말한다.

그림 2는 본 연구에서 도입된 또 하나의 근사화 방법을 나타낸 것으로서, 그림 2(a)는 부분적인 피트 주위의 균열의 응력확대 계수에 대한 해석은 아직 된 적이 없다. 또한 가상적인 판의 두께에 대한 피트의 깊이가 0.77에 달하므로 부분적인 피트 대신 가상적인 판 두께 h^* 를 판통한 홀(Hole)을 생각하고 이 판통 홀에서 발생하는 균열의 응력 확대 계수로 대처하기로 한다.

위의 근사를 이용하여 굽힘 하중을 받는 판안의 판통 홀 위의 모서리 균열에 대한 응력확대 계수(K_I)는¹³⁾ 아래 식(7)

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F_0\left(\frac{a}{h^*}, \frac{a}{c}, \frac{D}{h^*}, \theta\right) \quad (7)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서, a 는 균열의 깊이, c 는 균열의 표면길이, D 는 피트의 직경, 그리고 Q 는 균열의 형상계수를 의미한다. 앞서 그림 1에서 알 수 있듯이 경계보정계수, F_0 는 균열-피트 형상 및 각도 θ 의 함수이다. Raju와 Newman¹³⁾은 수치적으로 본 균열에 대한 다양한 기하학적인 조합에 대하여 유한요소법을 이용하여 계산하였고, 그들의 결과는 여러 가지 균열-피트 형상에

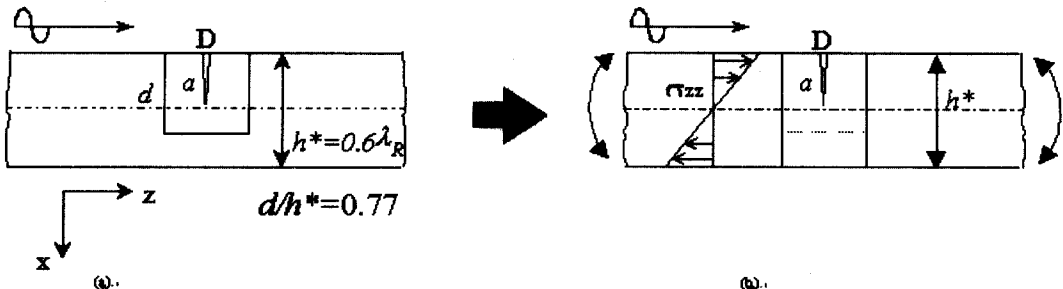


Fig. 2. Approximate crack configuration

대하여 응력확대 계수를 내삽하여 계산하기에 매우 좋은 자료가 된다.

3.3. 시간영역에서의 반사계수

이제 반사계수를 경계 보정 계수로 표현하면,

$$R_{11}^c(\omega) = \frac{i\omega(1-\nu^2)\pi a \eta_T}{3EQ} \int_C \rho(r) F_2^c\left(\frac{a}{h^*}, \frac{a}{c}, \theta\right) dl \quad (8)$$

식 (8)로 되고, η_T 는 σ_0/P 를 나타내며, 이 값은 트랜스듀서의 전기-기계적인 효율에 비례한다. 주어진 기하학적 값과 식 (8)의 경계 보정계수로 부터 위의 선적분은 수치적으로 계산할 수 있다.

시간 영역에서의 반사파는 계산된 주파수 영역에서의 반사계수와 실험에서 측정된 피트로부터의 반사신호 $r_p(t)$ 를 합성하여 다음과 같이 식 (9)로 표현된다.

$$r(t, a) \approx r_p(t) + \int_{-\infty}^{\infty} R_{11}^c(\omega, a) V_A(\omega) \exp[i\omega(t - D/c_R)] d\omega \quad (9)$$

여기서, $V_A(\omega)$ 는 보상되어야 할 트랜스듀서를 포함하는 측정시스템의 주파수특성을, c_R 은 Rayleigh 표면파의 속도를 의미한다.

4. 결과 및 고찰

시간영역에서의 반사 신호를 계산하기 위하여 측정시스템의 주파수 특성 $V_A(\omega)$ 을 먼저 알아야 한다. 이는 그 반사계수가 $0.4e^{0.6i}$ 인¹²⁾ 90° 아래

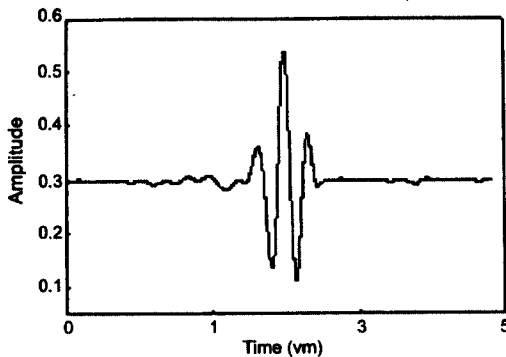


Fig. 3. Time signal and spectrum of transducer

로 꺾인 모서리로부터의 표면파의 반사를 측정함으로써 구할 수 있다. 그림 3에서는 측정된 신호와 그 주파수 스펙트럼을 나타내고 있다. 이를 바탕으로 균열만에 의한 반사계수를 정규화한 $R_{11}^c(a)/R_{11}^c(d)$ 를 그림 4에 나타내었다. 그림에서 볼 수 있듯이 전형적인 저주파산란(Rayleigh scattering)의 경향을 알 수 있다.

그림 5는 균열의 깊이 대 정규화 된 첫 번째 반사파의 크기를 직경이 다른 피트에 대하여 나타낸 것으로서, 피트의 직경에 의존하여 균열과 피트로부터의 반사가 보강적으로 혹은 상쇄적으로 발생할 수 있음을 보여 준다. 이들 결과로부터 어떤 피로 싸이클에서 완전히 열린 균열의 깊이는 예측된 반사파 신호의 크기와 측정된 반사신호의 크기를 비교함으로써 결정될 수 있다. 또한 부분적으로 개방된 균열의 유효 균열 깊이 역시 동일한 방법으로 결정될 수 있음을 알 수

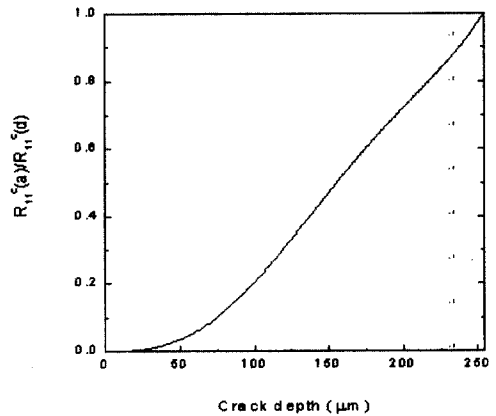
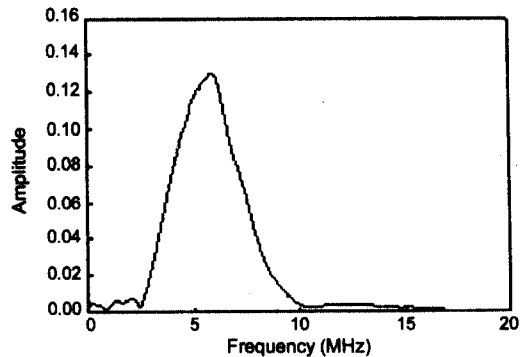


Fig. 4. Normalized reflection coefficient of the corner cracks



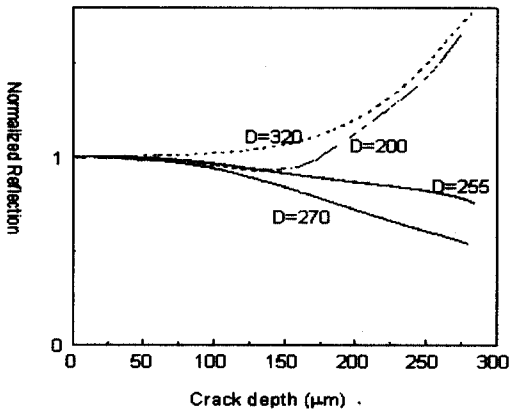


Fig. 5. Normalized reflection of the corner cracks on pit

있다. 본 연구에서 유도된 이론은 피트와 같은 표면 결함으로부터 발생하는 균열의 깊이를 예측하는데 응용될 수 있다.

5. 결론

피트 형상의 표면 결함으로부터 발생하는 작은 균열을 평가하기 위하여 저주파수 산란이론과 근사적인 파괴역학 모델을 이용, 균열의 깊이가 피트의 깊이보다 작은 균열에 의한 표면파의 산란계수를 계산하여 본 이론을 바탕으로 표면파로 균열의 깊이를 피로 사이클에 대한 함수로 예측 가능하다. 따라서 본 방법은 피트 형상의 결함이나 리벳 홀 주변의 미소 균열 탐지를 위한 적정 초음파 측정방법으로 생각할 수 있다.

감사의 글 : 이 논문은 서울산업대학교 교내 학술연구비 지원에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- 1) J. Krautkramer and H. Krautkramer, *Ultrasonic testing of materials*, Berlin, New York, Springer-Verlag, 1969
- 2) H. H. Yuce, D. V. Nelson and M. T. Resch,

"The use of surface acoustic waves to study small fatigue cracks in 7075-T651 aluminum and 4340 steel," Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, D. O. Thompson and D. E. Chimenti, eds., Plenum Press, New York, Vol. 4A, pp. 103~113, 1985.

- 3) M. T. Resch and D. V. Nelson, "An ultrasonic method for measurement of size and opening behavior of small fatigue cracks," Small-crack test methods, ASTM STP 1149, J. M. Larsen and J. E. Allison, Eds., pp. 169~196, 1992.
- 4) C. H. Yew, K. G. Chen and D. L. Wang, "An experimental study of interaction between surface waves and a surface breaking crack," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 75(1), pp. 189~196, 1984.
- 5) D. A. Mendelsohn, J. D. Achenbach and L. M. Keer, "Scattering of elastic waves by a surface-breaking crack," Wave Motion, 2, pp. 277~292, 1980.
- 6) J. D. Achenbach, A. K. Gautesen and D. A. Mendelsohn, "Ray analysis of surface-breaking crack interaction with an edge crack," IEEE Trans. Sonics and Ultras. SU-27, pp. 124~129, 1980.
- 7) M. Hirao, H. Fukuoka and Y. Miura, "Scattering of Rayleigh surface waves by edge cracks: Numerical simulation and experiment," J. Acoust. Soc. Am., 72(2), pp. 602~606, 1982.
- 8) J. J. W. Tien, B. T. Khuri-Yakub, G. S. Kino, D. B. Marshall and A. G. Evans, "Surface acoustic wave measurement of surface cracks in ceramics," J. Nondestr. Eval., 2(3,4), p. 219~229, 1981.
- 9) G. S. Kino, "The application of reciprocity theory to scattering of acoustic waves by flaws", J. Appl. Phys., 49(6), pp. 3190~3199, 1978.
- 10) B. A. Auld, "General electromechanical reciprocity theory relations applied to the calculation of elastic wave scattering coefficients," Wave Motion 1, pp. 3~10, 1979.
- 11) B. Budiansky and R. J. O'Connell, Elastic Moduli of A Cracked Solid Int. J. Solid Struct., 12, pp. 81~97, 1950.
- 12) I. A. Viktorov, Rayleigh Waves and Lamb Waves Plenum, New York, 1967.
- 13) I. S. Raju and J. C. Jr. Newman, Stress-intensity Factors for Two Symmetric Corner Cracks, Fracture Mechanics, ASTM STP 677, C. W. Smith ed., pp. 411~430, 1979.