

LOD 메쉬 생성을 위한 새로운 이산 곡률 오차 척도

(New Discrete Curvature Error Metric for the Generation of LOD Meshes)

김 선 정 [†] 임 수 일 ^{**} 김 창 현 ^{***}
(Sun-Jeong Kim) (Sooil Lim) (Chang-Hun Kim)

요 약 본 논문은 LOD 메쉬 생성을 위한 이산 곡률을 이용한 새로운 오차 척도를 제안한다. 메쉬의 간략화를 위한 이산 곡률은, 부드러운 곡면 추정의 과정 없이 꼭지점 중심의 표면각과 표면적, 이면각 등의 기하학적 속성만을 이용하여 계산되는 곡률로서, 표면의 특징을 잘 표현하고 있다. 그러므로 이산 곡률에 기반한 새로운 이산 곡률 오차 척도는 원래 모델의 기하학적 형상을 최대한 유지하여 간략화 모델의 정확성을 증가 시키고, 전역 오차 척도로 사용될 수 있다. 또한, 본 논문에서는 LOD 모델을 간략화 비율이 아닌, 오차 척도를 기준으로 생성할 것을 제안한다. 왜냐 하면 LOD는 원래 모델과 각 단계의 간략화된 모델 사이의 근접도에 따라 나누어진 단계를 뜻하기 때문이다. 따라서 이산 곡률 오차 척도는 기존의 오차 척도에 비해 비교적 많은 수학적 연산이 필요하나, 각 단계의 LOD 모델이 원래 모델의 형상을 잘 유지하면서 간략화 비율이 아닌 상세도의 차이를 가지도록 효과적으로 LOD를 생성, 제어할 수 있다.

Abstract This paper proposes a new discrete curvature error metric to generate LOD meshes. For mesh simplification, discrete curvatures are defined with geometric attributes, such as angles and areas of triangular polygonal model, and dihedral angles without any smooth approximation. They can represent characteristics of polygonal surface well. The new error metric based on them, discrete curvature error metric, increases the accuracy of simplified model by preserving the geometric information of original model and can be used as a global error metric. Also we suggest that LOD should be generated not by a simplification ratio but by an error metric. Because LOD means the degree of closeness between original and each level's simplified model. Therefore discrete curvature error metric needs relatively more computations than known other error metrics, but it can efficiently generate and control LOD meshes which preserve overall appearance of original shape and are recognizable explicitly with each level.

1. 서 론

임의 형상의 기하학적 모델은 레인지 스캐너를 이용하여 삼각화 된 다면체로 표현할 수 있다. 그러나 레인지 스캐너를 이용하여 복원된 초기 모델 또는 초기 메

쉬는 데이터 양이 매우 많아 저장, 전송이 어렵고 다루기도 쉽지 않다. 또한 사용자나 관찰자가 상세한 자료를 필요로 하지 않을 때는 다단계 데이터로 만들어 놓는 것이 유용하다[18]. 복원된 초기 모델의 데이터는 직접 압축되거나 간략화 또는 다단계의 처리 과정을 거칠 수 있는데, 간략화는 초기 모델에서 필요 이상의 위상학적, 기하학적 정보를 가지고 있는 꼭지점들을 제거하여 간단한 모델을 만드는 과정을 뜻한다. 다단계는 간략화 된 모델들을 적절한 형태로 가지고 있거나 각각의 간략화 단계에서 다단계 연결성을 가지도록 처리하는 과정[5]을 말한다. 다단계 표현에서 기본 모델은 가장 간략화

[†] 비 회 원 : 고려대학교 컴퓨터학과
sjkim@cgvr.korea.ac.kr

^{**} 비 회 원 : LG전자 연구원
sooil@cgvr.korea.ac.kr

^{***} 종신회원 : 고려대학교 컴퓨터학과 교수
chkim@cgvr.korea.ac.kr

논문접수 : 1999년 6월 21일

심사완료 : 2000년 1월 3일

된 모델이거나 이것을 가정할 수 있는 모델로, 기본 모델의 데이터를 압축하면 더욱 더 적은 양의 그래픽 데이터를 만들 수 있다. 간략화 된 모델은 원래 모델에 대해 간략화 오차를 갖고 LOD 메쉬 표현은 압축률 보다 간략화 오차로 제어되는 것이 정확성을 증가 시킬 수 있다.

면, 모서리, 꼭지점으로 구성된 다면체의 표면의 특징은 꼭지점에 기반하는 표면 곡률로 설명될 수 있다. 그러나 다면체 표면에 대한 정형화와 근사가 충분하지 않아, 간략화에 이를 사용하기가 용이하지 않고[7,20] 응용 분야에도 완전히 적용시키지 못하고 있다[9,12]. 대부분의 간략화 방법은 전체적인 형상 유지에 주로 주안점을 두고 있어, 표면의 불연속적인 특징들의 표현이 부족하며 곡률 근사에 의한 특징 모서리의 유지와 구조적인 조작성이 결여되어 있다[6,10,18]. 그러나 표면 곡률은 다면체 표면의 위상과 기하학적 정보를 사용하여, 삼각화 된 다면체 표면의 꼭지점 기반 가우시안 곡률 근사와 평균 곡률 및 특징 모서리, 말안장(saddle) 모양의 표면을 적절하게 표현한다. 그러므로 이러한 곡률을 이용한 간략화나 오차 척도는 초기 모델의 표면 특징을 최대한 유지할 수 있으며 효과적으로 LOD 생성 및 제어를 할 수 있다. 그러나, 기존의 곡률을 이용한 간략화 방법들은 곡률 계산의 복잡성으로 인해 곡률 계산을 단순화[21] 시켜 수행하였다. 이런 의미에서 이산 곡률은 부드러운 표면 추정(smooth approximation)의 과정 없이 기하학적 추론(geometric reasoning)에 의해 곡률을 계산하므로, 원래 다각형 모델의 형상을 잘 유지할 수 있고, 간략화 수행시 좋은 기준이 될 수 있다.

오차 척도는 2개의 다면체 모델 사이의 차이량을 함축적으로 간단하게 나타내는 함수의 값이라 할 수 있다. 오차 척도가 작은 2 모델은 매우 유사하다는 것을 뜻하고, 큰 오차 척도를 갖는 2 모델은 매우 다르다는 것을 의미한다[6]. 오차 척도는 주로 거리에 관한 양에 기반하여 표현되므로, 비교할 간략화 모델에 대해 색, 질감 등과 같은 속성들도 포함하는 복합적인 오차 척도를 표현하기는 어렵다. 기존 간략화 알고리즘 중에서, 간략화 비율에 따라 LOD를 생성하는 경우가 많았으니, 본 논문에서는 오차 척도에 따라 LOD를 생성할 것을 제안한다. 왜냐 하면 LOD는 원래 모델과 각 단계의 간략화 된 모델 사이의 근접도에 따라 나누어진 단계를 뜻하기 때문이다. 즉 다시 말해, LOD의 각 단계는 원래 모델과 LOD 모델 사이의 간략화량이 아닌 차이량에 따라 만들어져야 한다. 그러므로 이산 곡률 오차 척도에 의해 기반하여 생성된 LOD 모델은 원래 모델의 형상을 잘 유

지하고 있으며, 상세도의 차이를 가지는 LOD 모델을 생성한다.

2. 관련 연구

간략화 수행시 발생하는 오차 척도에 관해 많은 연구들이 수행되었으나 곡률에 기반한 오차 척도에 관한 연구는 거의 없다[18]. 표면의 곡률 오차 척도 추정은 다면체 표면의 이산적 곡률 근사와 이에 의한 기하학적 간략화 및 간략화 오차로 구성되어 있다.

2.1 곡률 근사

부드러운 곡면이 아닌 이산적 표현의 다각형 표면에서는 꼭지점에 관한 표면 곡률의 근사는 사이각, 이면각, 모서리의 길이, 모서리가 이루는 면 등으로 지역적 특성을 가지고 나타내는 이산적 근사 방법[1]과 이차식의 다항식으로 좌표계를 변환하고 관련된 포물선으로 근사 곡면을 추정하는 파라미터 근사 방법[9], 그리고 전체적인 최적 형상에 대하여 곡률 적분을 최소화하는 변분 근사 방법[23] 등이 있다. Courbures Discretises[1]에서는 가우시안 곡률 근사의 각과 면적에 대한 제한과 평균 곡률의 이산적 정형화로서 근사식을 사용할 경우의 근사 오차를 설명할 수 있으나, 다면체의 표면에 대해 일반적으로 근사 시키기 어렵고 임의의 형상을 가지는 표면의 곡률의 모양을 잘 나타내지 못하여 컴퓨터 그래픽 시스템에 응용하기 쉽지 않다. Geometric Reasoning[7]에서는 가우스-보넷 정리를 다면체 표면에 대한 곡률의 개념에서 해석하고 꼭지점 좌표계와 관련 없이 모서리가 이루는 각에 의해서 계산되는 장점을 설명한다. 같은 곡률을 가질 경우에 다면체의 삼각형이 접히는 것을 이면각으로만 설명하고 있고 평균 곡률과 연관 지어 표면의 성질을 파악 하기에는 충분하지 않다. 또한, 가우시안 곡률의 이산적 표현이나 면적에 대한 고려가 충분하지 않다.

또한 간략화 기준으로 곡률 근사의 방법들은 많이 사용되었다. Re-Tiling[21]에서는 다각형 표면 중 많이 굽은 쪽에 놓이게 되는 가장 큰 구의 반지름을 곡률로 근사하여 사용하였다. Data Reduction Scheme[9]에서는 기본 곡률의 절대값의 합으로 표현되는 절대 곡률을 간략화 기준으로 사용하였다. Static Polyhedron Simplification[22]에서는 가우시안 곡률이 사용되었으며, 특히 각 꼭지점에 구 모양의 오차 한계의 영역을 정의하여 간략화를 수행하였다. 이와 같이 곡률은 다각형 모델의 특징을 표현하기에 매우 유용하나, 추정과 계산의 복잡함으로 인해 간략화에 자주 사용되지 않았다.

2.2 오차 척도

오차 척도는 간략화 하는 방법에 따라 다른 형태로 관리되며 오차를 계산하는 방법에 따라 4가지로 분류될 수 있다[18]. 첫번째 종류는 지역적으로 국한된 오차 척도(locally bounded error metric)로, 오차 척도가 각각의 표면 단위에서만 알 수 있다. 대부분의 decimation 방법들[20,15]이 이에 속한다. 둘째로는 간략화 된 전체 표면에 대해 오차 척도를 알 수 있는 전역적으로 국한된 오차 척도(globally bounded error metric)로, Simplification Envelope[4], Clustering 방식[19], Superface[14] 방법이 이에 속한다. 셋째로 두 메쉬의 꼭지점들 사이의 거리 외에 다른 기준에 의하여 간략화가 조절되는 경우로, Geometric Optimization[11], Data Reduction Scheme[9], QEM[8] 방법이 이에 속한다. 넷째로 오차 척도를 측정할 수 없을 경우로, Re-Tiling[21]이나 에너지 함수에 기반하는 Mesh Optimization[13] 방법이 이에 속한다.

그 외에도 과도한 간략화나 특정 모서리의 손실, LOD 사이의 큰 시각차에 의한 프레임간의 깜박거림으로 인해 발생하는 시각적 하락(degradation)에 대해서, 간략화 알고리즘은 무방비 상태이고, 이런 시각적 하락을 측정하는 것 또한 쉽지 않다. 또한 모양 뿐만 아니라, 색이나 텍스처도 사용자의 시각적 인지에 중요한 역할을 하므로 색깔의 불연속 등을 주의해서 다루어야 한다. 특히, 대부분의 렌더링은 표면의 법선 벡터에 따라 이루어 지므로, 곡률과 날카로운 특정 모서리가 유지되는 간략화 알고리즘은 외양을 조절하기 좋다.

본 논문의 이산 곡률 오차 척도는 부드러운 표면 추정 과정 없이 기하학적 추론[7]에 의해 계산된다. 기하학적 추론은 삼각형의 표면적, 표면각, 이면각 등과 같은 기하학적 정보로 곡률을 계산하므로, 이산적 표현의 다각형 모델에 대해 곡률 계산의 복잡성을 해결할 수 있는 잠재적 능력을 가지고 있다. 그러므로 이산 곡률은 다각형 모델의 모양을 잘 표현하고, 이산 곡률 오차 척도는 원래 모델의 모양을 잘 유지하며 LOD를 생성할 수 있도록 한다.

3. 정의

표면의 곡률을 구하기 위해서는 표면은 미분 가능하여야 한다. 그러므로 이산적인 표면에서는 한 꼭지점과 그 이웃의 꼭지점에 관하여 미분 가능 하지 않은 모양은 없고 적절한 모양으로 대응되어 미분 가능하다라는 가정 아래에서 표면 곡률을 구한다. 그러므로 이산 곡률에서는 특이점이나 접히는 모서리들로 인하여 생기는 오차는 별도로 관리해야 한다. 이산 곡률 오차 척도 계

산과 이산 곡률의 양에 따른 간략화 순서 결정을 위해서, 기하학적 추론[7]에 의해 가우시안 곡률과 평균 곡률을 구하고, 이를 이용하여 간략화를 위한 이산 곡률, 이산 곡률 오차 척도를 정의한다.

3.1 가우시안 곡률과 평균 곡률

한 꼭지점의 가우시안 곡률은 그 꼭지점을 연결하는 모서리에 있는 각, 면과 관계가 있다[1]. 그림 1 (a)와 같은 이산화 된 표면인 삼각화 된 메쉬에서 미분 기하[17]의 가우스-보넷 정리를 사용하여, 내부 꼭지점의 가우시안 곡률을 식 1과 같이 구한다.

$$K = \frac{2\pi - \sum_{i=1}^k \phi_i}{\frac{1}{3}A} \tag{1}$$

여기서 $A = \sum_{i=0}^k f_i$ 는 각 삼각형 면적들의 합이고, ϕ_i 는 꼭지점 주위의 표면각이다.

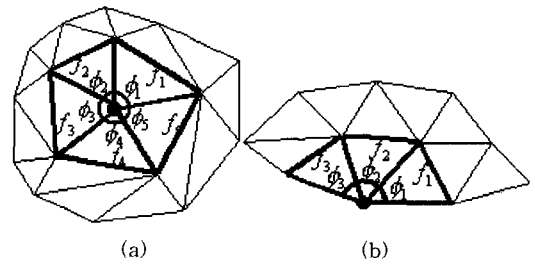


그림 1 (a) 내부 꼭지점과 (b) 경계 꼭지점에서의 가우시안 곡률 계산

경계면에서 경계 꼭지점의 곡률은 그림 1 (b)와 같이 경계에 있는 꼭지점에서 표면쪽으로 직선에 대한 가우시안 곡률 근사로 볼 수 있으므로[22] 그 식은 다음과 같다.

$$K = \frac{\pi - \sum_{i=0}^k \phi_i}{\frac{1}{3}A} \tag{2}$$

여기서 $A = \sum_{i=0}^k f_i$ 는 마찬가지로 각 삼각형 면적들의 합이고, ϕ_i 는 꼭지점 주위의 표면각이다.

삼각화 된 다면체 표면에서 평균 곡률은 Steiner의 공식을 3 차원의 다면체에 적용[1]하여 나타내면 다음과 같다.

$$H = \frac{\frac{1}{2}(\sum e_i d_i)}{\frac{1}{3}A} \tag{3}$$

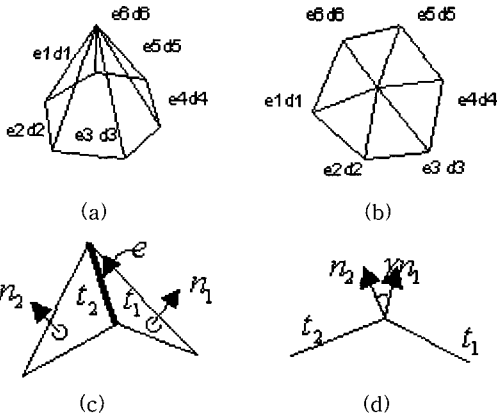


그림 2 이면각과 평균 곡률의 요소(a) 이면각의 요소, (b) 이면각, (c) 평균 곡률의 요소(옆), (d) 평균 곡률의 요소(위)

여기서 e_i 는 모서리의 길이이고 d_i 는 이면각의 크기이며 $A = \sum_i f_i$ 는 각 삼각형 면적들의 합으로 각 단계의 평균 면적이다. 한 모서리에서 이면각 d_i 는 그림 2 (b)에서와 같이 그 모서리를 만드는 2개의 면 사이의 각으로, 그 값은 2개 면의 법선 벡터를 이용하여 구하고 부호는 볼록한 지역의 모서리인가, 오목한 지역의 모서리인가에 따라 식 4와 같다.

$$d = \begin{cases} \gamma & \text{if } e \text{ is convex} \\ 0 & \text{if } e \text{ is plane} \\ -\gamma & \text{if } e \text{ is concave} \end{cases} \quad (4)$$

한편 경계의 모서리에는 이면각은 없으므로 경계 꼭지점의 평균 곡률은 이면각이 있는 모서리들로만 나타낼 수 있다.

3.2 이산 곡률 오차 척도

간략화를 위한 이산 곡률로는 곡률의 크기를 선형적으로 변화하게 하는 보존 곡률 또는 굽은 정도를 사용할 수 있다. 보존 곡률 $B = |x_1| + |x_2|$ 로 정의 되고, 굽은 정도 $R = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2}{2}}$ 로 정의된다. 여기에서 x_1 과 x_2 는 각각 최대 기본 곡률과 최소 기본 곡률이다. 의미상 보존 곡률 B 와 굽은 정도 R 은 크게 다르지 않다. 본 논문에서는 굽은 정도 R 을 사용하여 이산 곡률 오차 척도를 계산한다. 가우시안 곡률 $K = x_1 x_2$ 로, 평균 곡률 $H = \frac{x_1 + x_2}{2}$ 로 정의되므로 굽은 정도 R 을 K 와 H 로 나타내면 다음 식과 같다.

$$R = \sqrt{2H^2 - K} \quad (5)$$

삼각화 된 이산 표면을 만들게 되면, 날카로운 모서리등과 같은 매끄러운 곡면의 미분 가능하지 않았던 모서리들이 원기둥형 표면의 이산적 표면으로 대응되어 나타나는데 그러한 모서리들은 적절한 간략화를 위해 크기가 큰 곡률을 가지고 있어야 한다. 이러한 모서리들을 특징 모서리라 하고, 이러한 모서리를 이루고 있는 꼭지점을 특징 꼭지점이라 한다. 특징 모서리는 일정한 임계값 이상의 이면각으로 찾아낼 수 있다. 특징 꼭지점의 굽은 정도는 x_2 가 작으므로 볼록한 또는 오목한 표면 종류의 꼭지점보다 먼저 간략화 될 수 있다. 그러므로, 2 개 이하의 특징 모서리를 갖는 특징 꼭지점인 경우 다음과 같이 굽은 정도를 나타낸다.

$$R' = \lambda_j R^j \quad (6)$$

여기에서 λ_j 는 특징 꼭지점 가중치로 실험으로 선택한다.

한편, $K < 0$ 인 말안장 표면 종류는 볼록한 또는 오목한 표면 종류보다 복잡도가 많으므로 굽은 정도를 증가시킨다.

$$R' = \lambda_s R^s \quad (7)$$

여기에서 λ_s 도 또한 말안장 꼭지점 가중치로 실험으로 선택한다.

가우시안 곡률과 평균 곡률과 간략화 되는 면적은 서로 관련되어 변화하므로, 면적 A 와 굽은 정도 R' 에 대하여 위상이 유지되는 곡률까지는 면적에 대한 가중치 λ_a 를 사용하여 이산 곡률 W 를 다음과 같이 정의한다.

$$W = \lambda_a \frac{A}{A_{max}} + \left(1 - \lambda_a \frac{R'}{R'_{max}}\right) \quad (8)$$

이산 곡률 오차 척도 ϵ 는 식 9와 같이 간략화에 의해 하나의 꼭지점이 제거 되고 남은 꼭지점들에 대한 이산 곡률의 최대 변화량으로 정의된다.

$$\epsilon = \max\{|W_{v_1} - W_{v_2}|, |W_{v_1} - W_{v_3}|, \dots, |W_{v_1} - W_{v_n}|\} \quad (9)$$

여기서 W_{v_1} 은 원래 다각형 모델 표면에서 꼭지점 v_1 의 이산 곡률이고, W_{v_2} 은 현재 하나의 꼭지점을 제거하고 다시 계산된 이산 곡률을 뜻한다. 꼭지점 v_1 은 제거된 꼭지점의 이웃 꼭지점으로, 간략화 과정으로 꼭지점이 제거된 후 남아있는 꼭지점 중 하나이다.

4. 이산 곡률 오차 척도를 이용한 LOD 생성

이산 곡률 오차 척도를 이용하여, 곡률 오차가 심하게 변하는 전단계까지 간략화를 시켜 LOD를 생성한다. 매 간략화 단계마다 삼각형의 면적과 이면각의 변화로 간략화 곡률은 재계산 되고, 재계산된 간략화 곡률과 원래의 간략화 곡률과의 차이로 이산 곡률 오차 척도는 계산된다. 이와 같이 이산 곡률에 기반한 오차 척도는 형상의 변화를 적절하게 추정하고 관리할 수 있어, 다면체의 표면을 표현하는 과도한 점들은 제거하며 동시에 형상을 보존하는 간략화 알고리즘으로 LOD를 생성할 수 있다.

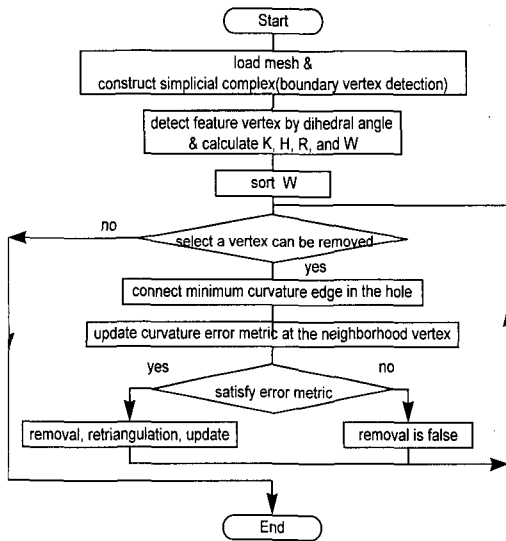


그림 3 이산 곡률 오차 척도를 이용한 매쉬 간략화 흐름도

4.1 간략화 알고리즘

본 논문에서는 먼저 경계 모서리와 특징 모서리를 확인하고 근사 된 가우시안 곡률과 평균 곡률을 사용하여 굽은 정도를 구하고 면적을 고려한 이산 곡률에 따라 정렬하여 간략화 될 꼭지점을 확인한다. 확인된 꼭지점은 제거[20]를 하며 재삼각화는 최소 연결 곡률을 이용하여 모서리를 연결하고 주어진 오차가 되면 종료한다.

간략화의 속도를 향상시키기 위해서는 꼭지점, 모서리, 면의 이웃을 곡률 오차로 확인하고 이를 대표하는 꼭지점에 대해 꼭지점의 간략화 곡률을 계산할 수 있다. 예를 들어, 모서리의 경우에는 중점을, 면의 경우에는 무게 중심의 꼭지점을 대표 꼭지점으로 하여 이 점들의 곡률을 계산하고 모서리나 면을 제거한다면, 보다 많은 면들을 간략화 할 수 있다.

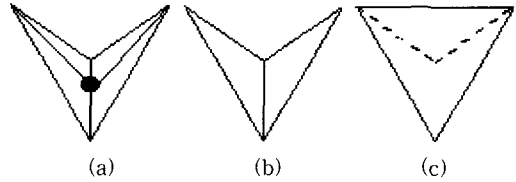


그림 4 연결 곡률에 기반한 재삼각화 (a) 꼭지점이 제거되기 전, (b) 곡률 기반의 재삼각화, (c) 중횡비에 기반한 재삼각화

4.2 연결 곡률에 의한 재삼각화

꼭지점을 제거하여 생성된 다각형은 재삼각화가 이루어져야 한다. 삼각형의 종횡비(aspect ratio)만을 고려한 재삼각화보다 곡률에 기반한 재삼각화가 형상 유지에 유리할 수 있다(그림 4). 그러므로 재삼각화가 되어야 하는 다각형의 꼭지점들로서 연결되는 모서리에 의하여 제거되는 꼭지점의 곡률이 표현되었다고 볼 수 있다. 모서리 뒤집기(flip)[2]나 다른 간략화에 비해서, 본 논문은 새로이 연결되는 모서리를, 간략화 되는 꼭지점을 경유하는 최소의 곡률을 가지는 꼭지점으로 모서리 축약을 한다. 그리하여 각과 길이로 나타나는 연결 곡률들을 정렬하여, 간략화 되었을 때 최대한으로 곡률을 유지하도록 최소 연결 곡률을 유지하도록 연결을 한다. 반복해서 모든 모서리들을 연결하고 다음 간략화 단계를 준비한다. 재삼각화 하려는 다각형의 영역이 오목할 때의 재삼각화를 하는 방법[22]과 불록 다각형으로 나누는 지역적으로 조잡한(local greedy) 알고리즘[11]을 복합 사용하여 사용하고 오목 다각형과 연결하는 모서리가 교차되지 않도록 확인한 후에 재삼각화 한다. 이 때의 연결 곡률은 K_c 는 다음과 같이 모서리의 길이와 그 사이의 각에 반비례하도록 정의하고 각과 길이에 대한 가중치 λ_c 를 가진다.

$$K_c = \lambda_c \frac{1}{\alpha_{ij}} + (1 - \lambda_c) \frac{1}{e_i e_j} \tag{10}$$

여기에서 α_{ij} 는 최대 각에 대한 재삼각화 되는 각의 비율이고 e_i, e_j 는 최대 길이에 대한 각각의 재삼각화 되는 모서리 길이의 비율이다.

4.3 이산 곡률 오차 척도의 계산

간략화 곡률, 즉 굽은 정도의 측정이 정확하면 할수록 오차의 정도로 직접 사용할 수 있다. 초기 모델의 꼭지점들에서 굽은 정도는 선형적이고 거리와 같은 개념을 가지게 되므로 간략화 오차로 사용할 수 있다. 그러므로 간략화 후의 곡률 변화를 제한하여 간략화를 제어

하는데 중요한 척도로 이용될 수 있다. 곡률 오차 척도는 곡률 근사에 의한 꼭지점에서의 굽은 정도의 변화를 나타내며, 한 꼭지점의 간략화에 대한 오차 척도는 그 꼭지점이 제거되면서 이웃 꼭지점들의 변화되는 굽은 정도의 최대값으로 볼 수 있다. 그림 5의 예에서 보는 것처럼 이때의 간략화 곡률 오차는 아래와 같이 계산될 수 있다.

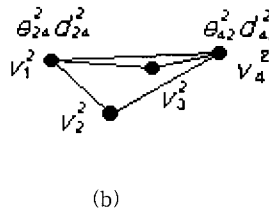
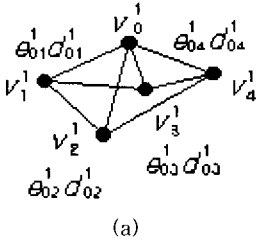


그림 5 이산 곡률 오차 척도의 계산 예(a) 제거될 꼭지점이 있는 모양 (b) 이산 곡률 오차 척도를 사용한 간략화

간략화 될 꼭지점 \$v_0\$의 가우시안 곡률과 평균 곡률은 식 (11), (12)와 같다.

$$K_{v_0} = \frac{2\pi - (\angle v_1 v_0 v_2 + \angle v_2 v_0 v_3 + \angle v_3 v_0 v_4 + \angle v_4 v_0 v_1)}{\frac{1}{3}(\Delta v_1 v_0 v_2 + \Delta v_2 v_0 v_3 + \Delta v_3 v_0 v_4 + \Delta v_4 v_0 v_1)} \quad (11)$$

$$H_{v_0} = \frac{e_{01}^1 d_{01}^1 + e_{02}^1 d_{02}^1 + e_{03}^1 d_{03}^1 + e_{04}^1 d_{04}^1}{\frac{1}{3}(\Delta v_1 v_0 v_2 + \Delta v_2 v_0 v_3 + \Delta v_3 v_0 v_4 + \Delta v_4 v_0 v_1)} \quad (12)$$

여기서 \$v_j\$는 \$j\$ 단계의 \$i\$ 번째 꼭지점이고, \$K_{v_i}\$는 꼭지점 \$v_i\$의 가우시안 곡률, \$H_{v_i}\$는 꼭지점 \$v_i\$의 평균 곡률, \$e_{i,k}^i\$와 \$d_{i,k}^i\$는 각각 모서리의 길이와 이면각을 뜻한다.

간략화 될 꼭지점 \$v_0\$의 이웃에 있는 꼭지점들 중에 하나인 \$v_1\$의 가우시안 곡률과 평균 곡률은 식 (13), (14)와 같다.

$$K_{v_1} = \frac{2\pi - (\angle v_2 v_1 v_3 + \angle v_3 v_1 v_4 + \angle v_4 v_1 v_0)}{\frac{1}{3}(\Delta v_2 v_1 v_3 + \Delta v_3 v_1 v_4 + \Delta v_4 v_1 v_0)} \quad (13)$$

$$H_{v_1} = \frac{\sum e_{i,1}^1 d_{i,1}^1 + e_{0,1}^1 d_{0,1}^1}{\frac{1}{3}(\Delta v_2 v_1 v_3 + \Delta v_3 v_1 v_4 + \Delta v_4 v_1 v_0)} \quad (14)$$

여기서 \$\sum \angle v_i v_1 v_j\$는 \$\angle v_2 v_1 v_3\$와 \$\angle v_4 v_1 v_0\$를 제외한 나머지 이웃들의 각들의 합, \$\sum \Delta v_i v_1 v_j\$는 \$\Delta v_2 v_1 v_3\$와 \$\Delta v_4 v_1 v_0\$를 제외한 나머지 이웃 삼각형들

의 면적의 합, \$\sum e_{i,1}^1 d_{i,1}^1\$는 \$e_{0,1}^1 d_{0,1}^1\$를 제외한 나머지 이웃 모서리와 이면각의 곱의 합을 뜻한다. \$\sum \angle v_i v_1 v_j, \sum \Delta v_i v_1 v_j, \sum e_{i,1}^1 d_{i,1}^1\$의 값들은 꼭지점 \$v_0\$가 제거된 후에도 변하지 않는 값들이다.

\$v_0\$가 제거된 후에 이웃 꼭지점 \$v_1, v_2, v_3, v_4\$의 곡률은 바뀌게 되고 \$v_1\$의 가우시안 곡률과 평균 곡률은 식 (15), (16)과 같다.

$$K_{v_1} = \frac{2\pi - (\angle v_2 v_1 v_3 + \angle v_3 v_1 v_4 + \angle v_4 v_1 v_2)}{\frac{1}{3}(\Delta v_2 v_1 v_3 + \Delta v_3 v_1 v_4 + \Delta v_4 v_1 v_2)} \quad (15)$$

$$H_{v_1} = \frac{\sum e_{i,1}^1 d_{i,1}^1 + e_{1,1}^1 d_{1,1}^1}{\frac{1}{3}(\Delta v_2 v_1 v_3 + \Delta v_3 v_1 v_4 + \Delta v_4 v_1 v_2)} \quad (16)$$

여기서 \$\sum \angle v_i v_1 v_j\$의 값은 \$\sum \angle v_i v_1 v_j\$와 같고, \$\sum \Delta v_i v_1 v_j\$의 값은 \$\sum \Delta v_i v_1 v_j\$와 같으며, \$\sum e_{i,1}^1 d_{i,1}^1\$의 값도 \$\sum e_{i,1}^1 d_{i,1}^1\$와 같다. 그러므로 5개의 값 (\$\angle v_2 v_1 v_3, \angle v_3 v_1 v_4, \Delta v_2 v_1 v_3, \Delta v_3 v_1 v_4, e_{1,1}^1 d_{1,1}^1\$)만 재계산하면 된다. 그러므로 이산 곡률의 재계산 비용은 그렇게 크지 않다.

꼭지점 \$v_i\$의 굽은 정도는 \$R_{v_i} = \sqrt{2H_{v_i}^2 - K_{v_i}^2}\$이고, 만약 꼭지점 \$v_j\$가 특징 꼭지점이나 말안장 위치의 꼭지점이라면 \$v_i\$의 굽은 정도는 \$R_{v_i} = \lambda R_{v_j}\$이고, 여기서 \$\lambda = \lambda_1\$ 또는 \$\lambda = \lambda_2\$이다.

간략화를 위한 이산 곡률 \$w_{v_i}\$은 식 8과 같이 계산될 수 있고, \$v\$ 이산 곡률 오차 척도는 \$v_0\$의 이웃 꼭지점 \$v\$의 이산 곡률의 차이량 \$|w_{v_0} - w_v|\$중 최대 값이 된다. 여기서, \$|w_{v_0} - w_v|\$의 의미는 원래 모델과 \$j\$ 단계의 이산 곡률의 차이량을 뜻한다. 예를 들어 그림 5에서 \$v_0\$의 이산 곡률 오차 척도 \$\epsilon_0\$는 다음과 같다.

$$\epsilon_0 = \max\{|w_{v_1} - w_{v_2}|, |w_{v_2} - w_{v_3}|, |w_{v_3} - w_{v_4}|, |w_{v_4} - w_{v_1}|\}$$

이와 같은 이산 곡률 오차 척도는 간략화 되고 남은 꼭지점들에서 계산 되어진다. 그러므로 일정한 이산 곡률 오차 척도가 정해지면 그 오차 내에서는 간략화되며 간략화 곡률 순서에 의하여 간략화 될 때마다 오차의 양도 알 수 있다. 이러한 간략화 오차는 1-링 이웃의 꼭지점들에게 영향을 미친다. 그러나 곡률은 표면에 대한 2차 미분 값으로 미분이란 전체 표면이 아닌 국부적인 곳에서 극한 값을 찾는 것이므로, 비록 이산 곡률 오차 척도가 간략화 된 1-링 이웃에서 계산되지만 그 값은 전역적 기반의 오차 척도이다.

5. 실험 결과

그림 6은 이산 곡률의 결과이다. 가우시안 곡률은 꼭지점 주위 면 꼭지각의 합이므로, 튀어나온 모서리에서 최대값, 오목하게 들어간 곳에서 최소값을 갖는다. 그림 6 (b) 팬 디스크 모델의 가우시안 곡률을 보면 직각으로 튀어 나온 곳이나 직각으로 들어간 곳에서 큰 값을 가짐을 알 수 있다. 평균 곡률의 경우 이면각과 모서리 길이의 곱으로 표현이 되므로, 이면각이 큰 곳, 즉 특징 모서리에서 큰 값을 갖는다. 그림 6 (b) 팬 디스크 모델의 평균 곡률을 보면 이면각이 커서 많이 꺾인 부분이나 접힌 곳들의 모서리들이 큰 값을 가짐을 볼 수 있다. 또한 그림 6 (a) 도자기 모델의 경계 부분이나 레인지 스캔 이후 정합(zippering) 된 곳과 그림 6 (c) 구 모델의 꼭대기 지점에서는, 렌더링 된 모델에서는 주변 지점과 시각적인 차이를 알 수 없지만, 곡률로 표현한 경우 주위와는 다른 곡률 값을 나타내는 것을 알 수 있다. 결과적으로 이산 곡률의 크기로 하나의 모델에서 먼저 간략화된 지점을 선택하게 되는데, 그림 6 (b) 팬 디스크 모델의 경우 특징 모서리에서는 이산 곡률의 값이 크므로 나중에 제거되고, 5.1 (c) 구 모델의 경우 고른 이산 곡률 분포를 가지고 있음을 알 수 있다.

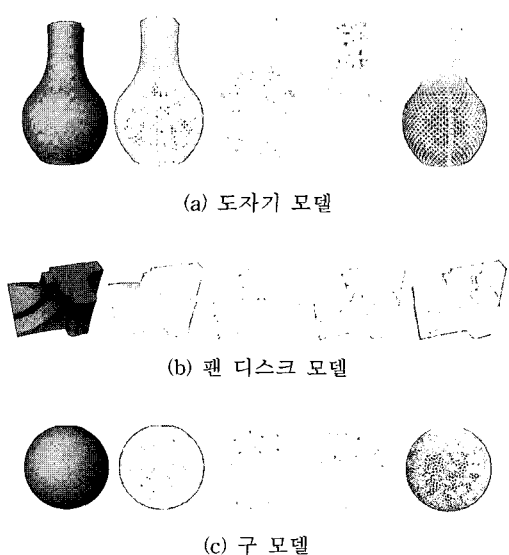
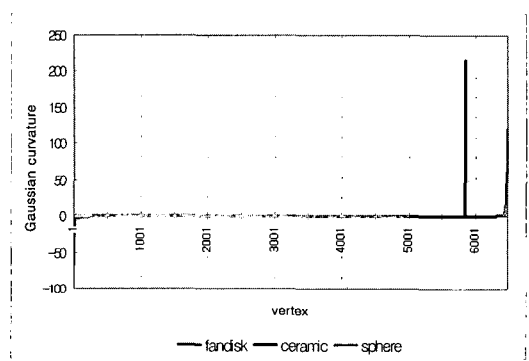


그림 6 이산 곡률

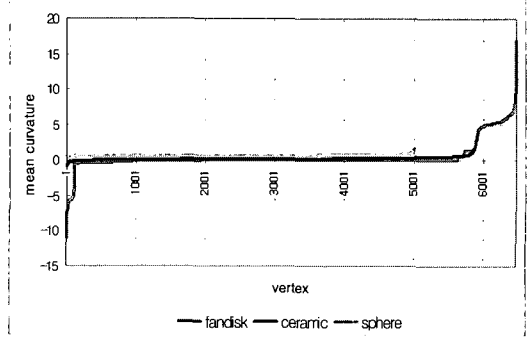
첫째열 : 렌더링 된 모양, 둘째열 : 와이어 프레임, 셋째열 : 가우시안 곡률, 넷째열 : 평균 곡률, 다섯째열 : 이산 곡률

흰색은 0의 값, 검은색 일수록 절대값이 큰 값을 뜻한다.

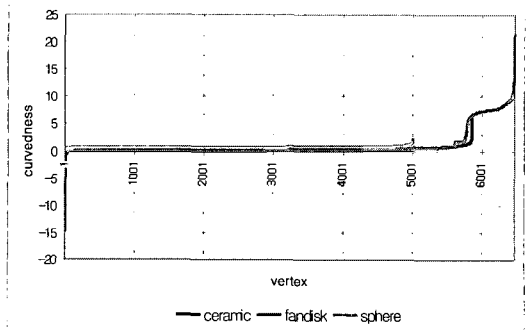
그림 7에서 각 곡률 값의 분포를 볼 수 있다. 구 모델의 경우 거의 일정한 곡률 값을 갖고, 팬 디스크와 도자기 모델의 경우 특징 꼭지점과 경계인 부분에는 큰 곡률 값을 갖는 것을 알 수 있다. 결과적으로 팬 디스크 모델은 평평한 곳에서는 다른 모델보다 작은 이산 곡률을 갖고, 특징 꼭지점에서는 큰 이산 곡률을 가짐을 알



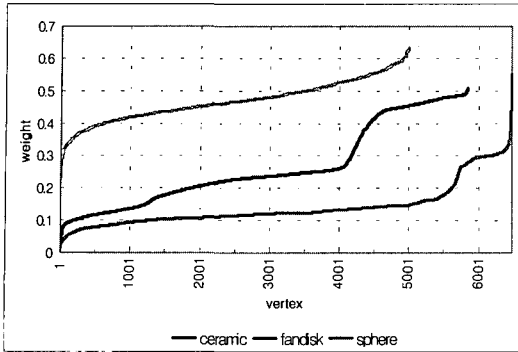
(a) 가우시안 곡률



(b) 평균 곡률



(c) 굽은 정도



(d) 이산 곡물

그림 7 곡물 분포 그래프

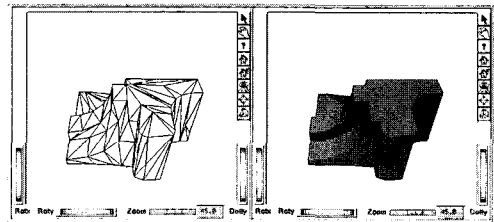
수 있다. 또한 구 모델의 경우 다른 모델보다 일정한 곡물을 갖고 구의 이산 곡물은 다른 모델보다 큰 값을 가지고, 도자기 모델의 경우 경계부분에서 큰 이산 곡물을 갖음을 알 수 있다.

표 1은 이산 곡물 오차 척도에 따라 생성된 LOD 모델의 결과를 보여준다. 표에서도 보듯이 같은 LOD 단계라도 다른 간략화 비율을 갖는다. 그러나, 이산 곡물 오차 척도로 제어되는 LOD 모델이므로 같은 LOD 단계에서는 기하학적 변화량이 같다. 즉, 구 모델의 경우, 간략화가 진행될수록 그 모양의 변이가 관찰자에게 쉽게 느껴지므로, 같은 이산 곡물 오차 척도에도 작은 양만이 간략화 되고, 팬 디스크 모델의 경우 평면인 곳이 많아 구 모델 보다는 더 많이 간략화 됨을 볼 수 있다.

표 1 이산 곡물 오차 척도에 따른 간략화 결과

곡물오차척도		모델			
		0.0	0.15	0.20	0.25
도자기	꼭지점	5,851개	2,867개	1,151개	541개
	면	11,495개	5,633개	2,298개	1,054개
	간략화	-	51%	80%	91%
	시간	-	22.28초	26.51초	28.12초
팬 디스크	꼭지점	6,475개	2,916개	491개	188개
	면	12,946개	5,828개	978개	372개
	간략화	-	55%	94%	97%
	시간	-	24.76초	28.43초	32.26초
구	꼭지점	5,002개	2,529개	1,679개	1,051개
	면	10,000개	5,054개	3,354개	2,098개
	간략화	-	49%	66%	79%
	시간	-	23.46	24.56초	25.30초

간략화 방법들은 동일한 비교 기준을 적용하기 어렵기 때문에 정성적이거나 정량적 비교가 쉽지 않다. 비교적 정확한 간략화 오차를 구하는 하우스도르프(Hausdorff) 거리 오차 척도와 비교하면 하우스도르프 거리 오차 척도는 지역적으로부터 전체적으로 간략화되는 꼭지점들을 확인해야 하며, 지역적으로는 관련 있는 꼭지점의 반각 평면(half angle plane)[15]을 찾아야 한다. 그러나 곡물 오차 척도를 사용하면 간략화에서 영향을 받는 꼭지점들과 간략화 정도를 동시에 알 수 있다. 또한 특정 좌표계의 좌표를 사용한 놴(norm)이 아니며 남겨진 꼭지점에서 계산되어지나 하우스도르프 거리 오차 척도는 원래 모델의 면과 간략화 된 모델의 면 사이의 거리를 계산하게 된다. 같은 형상 기하학적 정보를 간략화 하기 위하여 간략화 제어의 방법으로 인한 수행 속도는 보다 많은 정성적 연구가 필요하다. 이산 곡물 오차 척도는 파라미터화(parameterization)와 독립적이므로 임의 형상의 기하학적 모델 처리 시스템의 간략화와 다른 부분을 연결할 때 새로운 파라미터화를 사용할 수 있다. LOD나 다단계를 위한 레벨의 집합은 1-링 이웃을 고려한 최대 독립 집합(maximally independent set)[16]을 이용하거나 일정 오차 비율을 레벨 분할자로 하고 그 때의 모델을 레벨의 집합으로 이용할 수도 있다.



(a) 이산 곡물 오차 척도를 이용한 간략화



(b) Decimation[20] (c) Mesh Optimization[13]

그림 8 타 간략화와의 비교 팬 디스크 모델을 약 250개 면으로 줄일 경우의 비교(메쉬 간략화 비교 칼라표[3] 참조)

간략화는 전략 측면에서 위상 유지와 위상 간략화를 구분할 수 있으며, 위상 유지시에 과도한 형상 기하학적 정보의 제거는, 그림 8에서 보는 것처럼 펜 디스크 모델의 면이 약 250개 일 때가 위상 유지와 위상 간략화 되는 기점으로 생각하고 타 간략화와 상대적 비교를 한다 [3]. Decimation 방법은 대량의 데이터에 대해 빠르게 간략화가 진행되나, 간략화 결과의 질이 본 논문의 방법으로 생성된 간략화 메쉬가 더 우수함을 알 수 있었고, mesh optimization 방법은 간략화 결과의 질이 본 논문의 방법과 비슷하나, 수행 시간은 훨씬 많다.

Silicon Graphics Workstation의 R4400 Uni-processor를 사용한 Indigo2로 실험하였다. 곡물 오차 척도에 의한 간략화는 남아있는 꼭지점에 대한 적절한 모서리의 연결이 간략화의 정확성을 증가 시켜 원래 모델의 형상 기하학적 정보를 간략화 각 단계에서도 충실히 보존하며 곡물 오차 척도는 간략화 정도를 충분히 제어함을 보인다.

6. 결론 및 향후 연구

본 논문에서는 임의의 형상 기하학적 모델에 대해 가우시안 곡률과 평균 곡률을 이용하여 이산 곡률을 구하고, 이에 기반한 곡물 오차 척도를 정의하여 이산 곡물 오차 척도에 의한 LOD 메쉬 생성을 보였다. 이산 곡물은 부드러운 표면 추정 과정 없이 기하학적 정보만을 이용한 기하학적 추론에 의해 계산되므로 곡물 계산의 복잡성을 줄이고, 표면의 특징을 잘 표현함을 알 수 있었다. 또한 이산 곡물 오차 척도에 기반하여 생성된 LOD 모델은 오차 척도에 의해 각 단계가 정해지므로, 다른 간략화 비율을 갖더라도 같은 LOD 단계를 갖는 모델들은 서로 같은 변화도로 표현되며 원래 모델의 특징을 잘 유지할 수 있었다. 특히, 재삼각화 시에는 표면의 이산 곡물을 최대도 유지하기 위해 연결 곡물을 사용하여 재삼각화 하므로 간략화의 정확성을 증가시켰다. 또한 이산 곡물 오차 척도는 전역적 기반의 오차 척도로 간략화를 효과적으로 제어할 수 있다.

향후 연구로는 접힌(folding) 표면과 말안장 표면 구별, 그리고 말안장 표면에서의 보다 정확한 이산적 표면 곡물 근사를 한다. 특징점과 미분 가능하지 않은 표면을 표현한 꼭지점들에 해당하는 표면의 종류를 세분화하고 테이블화 하여 대응 시킨다. 접힌 표면을 적절한 종류의 표면으로 변환하고 그 근사 오차를 계산한다. 세분화를 위해서는 표면의 종류, 모서리의 연결 상태, 조화 사상(harmonic embedding)을 이용한 지역적 파라미터화 등으로 간략화 된 꼭지점의 위치 및 다단계 연결성을 추

정한다.

그리고 위상 간략화의 시작점을 간략화 곡물의 분포를 이용하여 자동으로 확인하여 위상 유지와 위상 간략화의 선형적 제어를 한다. 또한 간략화 오차 비교는 하우스도르프 거리 오차 척도와 비교할 계획이다.

참고 문헌

- [1] V. Borrelli. Courbures Discretas. Master's thesis, Universite Claude Bernard-Lyon 1, 1993.
- [2] A. Ciampalini, P. Cignoni, C. Montani, and R. Scopigno. Multiresolution Decimation Based on Global Error. Technical Report C96-021, CNUCE-C.N.R., Pisa, Italy, July 1996.
- [3] P. Cignoni, C. Montani, and R. Scopigno. A Comparison of Mesh Simplification Algorithms COLOR TABLES. Technical Report 97-08, Istituto CNUCE-C.N.R., Pisa, Italy, June 1997.
- [4] J. Cohen, A. Varshney, D. Manocha, G. Turk, H. Weber, P. Agarwal, F. Brooks, and W. Wright. Simplification Envelopes. Computer Graphics (SIGGRAPH '96 Proceedings), pages 119-128, August 1996.
- [5] M. Eck, T. DeRose, T. Duchamp, H. Hoppe, M. Lounsbery, and W. Stuetzle. Multiresolution Analysis of Arbitrary Meshes. Computer Graphics (SIGGRAPH '95 Proceedings), pages 173-182, August 1995.
- [6] C. Erikson. Polygonal Simplification: An Overview. Technical Report TR-96-016, University of North Carolina - Chapel Hill, 1996.
- [7] B. Falcidieno and M. Spagnuolo. Geometric Reasoning for the Extraction of Surface Shape Properties. In D. Thalmann and N. M. Thalmann, editors, Communication with Virtual Worlds (Proc.CGI'93), pages 166-178. Springer-Verlag, 1993.
- [8] M. Garland and P. Heckbert. Simplifying Surfaces with Color and Texture Using Quadric Error Metrics. IEEE Visualization '98 Proceedings, pp. 263-169, 1998.
- [9] B. Hamann. A Data Reduction Scheme for Triangulated Surfaces. Computer Aided Geometric Design, 11(2):197-214, April 1994.
- [10] P. S. Heckbert and M. Garland. Survey of Polygonal Surface Simplification Algorithms. Technical Report, Carnegie Mellon University, 1997.
- [11] P. Hinker and C. Hansen. Geometric Optimization. In Proc. Visualization '93, pages 189-195, San Jose, CA, October 1993.
- [12] H. Hoppe. Surface Reconstruction from Unorganized Points. Ph.D. thesis, University of Washington, 1994.

- [13] H. Hoppe, T. DeRose, T. Duchamp, J. McDonald, and W. Stultze. Mesh Optimization. Computer Graphics(SIGGRAPH '93 Proceedings), pages 19-26, August 1993
- [14] A. D. Kalvin and R. H. Taylor. Surfaces: Polygonal Mesh Simplification with Bounded Error. TR RC 19808(#877702), IBM Research Division, T. J. Watson Research Center, Yorktown Height, NY 10958, 1994
- [15] R. Klein, G. Liebich, and W. Strasser. Mesh Reduction with Error Control. In R. Yagel, editor, Visualization 96. ACM, November 1996.
- [16] A. W. F. Lee, W. Sweldens, P. Schroeder, L. Cowsar, and D. Dobkin. MAPS: Multiresolution Adaptive Parameterization of Surfaces. SIGGRAPH '98, pages 105-114, 1998.
- [17] B. O'Neill. Elementary Differential Geometry. Second Edition, Academic Press, USA, 1997.
- [18] E. Puppo and R. Scopigno. Simplification, LOD and Multiresolution - Principles and Applications. In EUROGRAPHICS '97 Tutorial Notes(ISSN 1017-4656), Eurographics Association, Aire-la-Ville(CH), 1997 (PS97 TN4).
- [19] J. R. Rossignac and P. Borrel. Multiresolution 3 D Approximations for Rendering Complex Scenes. TR RC 17697(#77951), IBM Research Division, T. J. Watson Research Center, Yorktown Heights, NY 10958, 1992.
- [20] W. J. Schroeder, J. A. Zarge, and W. E. Lorensen. Decimation of Triangle Meshes. Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceedings). 26(2):65-70, July 1992.
- [21] G. Turk. Re-Tiling Polygonal Surfaces. Computer Graphics(SIGGRAPH '92 Proceedings), 26(2):55-64, July 1992.
- [22] P. Veron and J. C. Leon. Static Polyhedron Simplification Using Error Measurements. Computer-Aided Design, Vol. 29. No. 4, pp. 287-298, Elsevier Science Ltd., 1997.
- [23] W. Welch. Serious Putty: Topological Design for Variational Curves and Surfaces. Ph.D. thesis, Computer Science Department, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania, 1995

임수일

1997년 고려대학교 전자과 학사. 1999년 고려대학교 컴퓨터학과 석사. 현재 LG전자 책임연구원.



김창현

1979년 고려대 경제학 학사. 1987년 한양대 전산학 석사. 1993년 Tsukuba대 전자정보 박사 취득. 1981년 ~ 1989년 한국과학기술원 시스템공학연구소 선임연구원. 1989년 ~ 1990년 Tokyo Institute of Technology 객원연구원. 1993년 ~ 1995년 한국과학기술연구원 시스템공학연구소 책임연구원. 1993년 ~ 1995년 충남대 컴퓨터공학과 겸임교수. 1994년 ~ 1995년 한국컴퓨터그래픽스학회 총무이사. 1994년 ~ 국립중앙박물관 자문위원. 1995년 ~ 현재 고려대 컴퓨터학과 부교수. 관심분야는 도면, Multiresolution analysis and Synthesis, 얼굴 애니메이션, 다중 레인지 이미징에서의 복원, 메쉬 분할법, 사진을 이용한 모델링, 이미지 스티칭, 간략화 방법 등.



김선정

1995년 고려대 원예과학과 졸업, 1996년 고려대 컴퓨터학과 졸업. 1998년 고려대 컴퓨터학과 석사. 1998년 ~ 현재 고려대 컴퓨터학과 박사과정. 관심분야는 Multiresolution analysis and Synthesis, 기하학 정보를 기반으로 한 메쉬 생성, 간략화 방법, 메쉬 분할법 등.