파이프 프루버의 측정불확도에 관한 연구

임 기 원*

(2000년 4월 1일 접수)

A Study on the Measurement Uncertainty of Pipe Prover

Ki Won Lim

Key Words: Pipe Prover(파이프 프루버), Uncertainty(불확도), Flow Measurement(유량 측정) Calibration(교정), Water Draw Method(물 유도법), Gravimetric Method(중량측정법) Volumetric Method(부피측정법), Sensitivity Coefficient(감도계수)

Abstract

A pipe prover is a flowmeter calibrator used in flow measurement field. Gravimetric and volumetric methods were applied to determine the basic volume of the pipe prover. Uncertainty of its basic volume measurement was evaluated in accordance with the procedure recommended by International Organization for Standardization. The combined standard uncertainty of determining the basic volume was estimated from the sensitivity coefficient and the standard uncertainty of independent variables. It was found that the uncertainties of the weighing and volume measurements have dominant influence on that of the basic volume determination. With the quantitative analysis of the sensitivity coefficient, the contribution of the each variable uncertainty to the combined standard uncertainty of the basic volume is shown clearly.

기호설명

B : 기압, $mmHg$

C_{x_i} : 변수 x_i의 감도계수

C_{plp}, C_{pmp}, C_{tlp}, C_{tmp}, C_{tls}, C_{tms} : 보정계수

D : 측정실린더의 직경, m

E : 재질의 Young 계수, kg_f/m^2

F : 유체의 압축계수, m^2/kg_f

k : 포함인자

P_p : 측정실린더의 내부의 압력, kg_f/m^2

RH : 상대 습도, %

t_{air} : 공기의 온도, ℃

t_{lp} : 프루버 유체의 온도, ℃

t_{mp} : 프루버 재질의 온도, ℃

t_{ls} : 기준탱크 유체의 온도, ℃

t_{ms} : 기준탱크 재질의 온도, ℃

th : 측정실린더의 두께, m

T : 기준온도 15 ℃

$u(x_i)$: 변수 x_i 의 표준불확도

$u_c(x_i)$: 변수 x_i 의 합성표준불확도

U : 확장불확도

* 회원, 한국표준과학연구원 유체유동그룹
E-mail:kwlim@kriss.re.kr
TEL : (042)868-5314 FAX : (042)868-5028

V_{ms} : 기준탱크에서 측정한 부피, m^3

V_{pt} : 기준온도, 압력에서 기본부피, m^3

W_{ms} : 중량 측정장치가 측정한 중량, kg

α_{lp} : 프루버 유체의 체팽창계수, /℃

α_{mp} : 프루버 재질의 체팽창계수, /℃

α_{ls} : 기준탱크 유체의 체팽창계수, /℃

α_{ms} : 기준탱크 재질의 체팽창계수, /℃

ρ_a : 공기의 밀도, kg/m^3

ρ_p : 추의 밀도, kg/m^3

ρ : 액체의 밀도, kg/m^3

ϵ : 부력보정계수

ν_{eff} : 유효자유도

1. 서 론

파이프 프루버(prover)는 대표적인 현장용 유량계 교정장치로서 석유화학공장, 정유공장, 송유관 회사의 수송 및 출하공정 등 대량의 유체 거래에 사용되는 유량계의 교정장치로 주로 사용되고 있다. 이러한 거래에서 유량계는 24 시간 가동되거나 사용빈도가 높기 때문 사용중 특성이 변하면 바로 정확도를 검증할 수 있어야 한다. 대량의 거래에서 측정 오차가 미치는 경제적인 손실이나 이득이 커서 거래 당사자간의 심각한 분쟁이 되기도 한다. 국가간 거래에서 분쟁은 유량계를 교정하는 국가측정표준기관의 표준장치의 측정불확도의 문제로 귀착된다.

또 계측기는 생산국 공인기관에서 정확도를 검증한 결과가 있어도 인정하지 않고 수입국 공인기관의 검증을 요구하게 되며 계측기를 수출하는 경우도 마찬가지이다. 산업체의 측면에서 이중의 시간과 비용이 드는 낭비의 요소가 되며 표준과 법규의 상이함에 따르는 중복시험과 인증의 비용이 전체 생산비의 2-10 %를 차지하고 있다.(1996년 OECD 보고서)

국제표준화기구(ISO)에서는 ISO 9000시리즈의 품질인증체계와 ISO/IEC 17025[1]에 의한 교정시험검사기관 인정 기준을 갖추어 이러한 문제를 해결하도록 노력하고 있다. 이러한 품질인증체계의 핵심은 측정에 관한 불확도이다. 국제표준화기구는 관련국제기구(BIPM, IEC, IFCC, IUPAC, IUPAP, OIML)와 합동으로 모든 나라에서 통일적으로 적용할 수 있는 불확도 표현의 가이드를 발행하였다.[2]

ISO/IEC 17025에 의한 국가교정시험기관 인정기준의 불확도 표현은 표준소급체계(traceability)의 고리(chain)를 보다 명확하게 규정하도록 권고하고 있다. 특히 유량의 측정 표준은 질량(부피), 밀도, 시간, 압력, 온도 등의 물리량 표준으로부터 정의되기 때문 이러한 각각의 표준으로부터 전파된 불확도가 유량 측정에서 불확도로 나타난다.

파이프 프루버의 경우 API[3]규격에서는 기본부피(basic volume) 측정결과의 반복성(repeatability) 만을 규정하고 있으며 ISO에서 권고하는 불확도 표현에 관해서 KS 등의 국내의 규격도 정해지지 않은 실정이다.

본 연구에서는 파이프 프루버의 기본부피를 결정하는 독립변수의 영향을 정량적으로 분석하고 합성표준불확도을 산정하였다. 일반적으로 사용되는 중량측정법(gravimetric method)과 부피측정법(volumetric method)에 의한 방법의 불확도를 산출하였고, 유량계 교정결과에 적용하여 활용의 예와 불확도의 확산 과정을 고찰하였다.

2. 파이프 프루버의 측정원리

파이프 프루버는 파이프 내부에 합성수지 볼(ball)이 이동하면서 거리에 따라 토출하는 유체의 양이 일정하기 때문에 이를 기준으로 유량계를 교정할 수 있다. 종류는 부식성 유체에 견디기 위해 볼 대신 피스톤을 사용하는 피스톤 프루버가 있고, 또 같은 정확도를 유지하면서 설치 공간이 1/25인 소형 피스톤 프루버도 등장하였다.[4] 소형피스톤 프루버는 펄스 보간법(pulse interpolation)[5]으로 크기를 획기적으로 줄여 좁은 공간에 설치되어 사용되고 있다.

Fig. 1은 소형피스톤 프루버의 작동원리 및 유량계의 교정원리를 나타낸 것이다. 현장에 설치된 유량계는 2개의 스톱밸브(stop valve)로 프루버와 연결되어 있다. 유량계의 측정 결과의 이상이 발견되어 측정 정확도를 확인해야할 필요가 있을 때는 바이패스밸브(bypass valve)를 닫고 스톱밸브를 열어 프루버 내부로 유체가 유동하도록 한다. 유체는 이중(double shell)으로 된 프루버 내부의 측정실린더(measuring cylinder)로 유동한다. 이때

공기압으로 작동되는 진수기(launcher)가 피스톤을 밀면 유체의 압력과 반대편의 공기압 실린더(assist)의 도움으로 이동하게 된다. 피스톤이 이동하는 동안 측정막대(measuring rod)도 이동하여 감지스위치(detector)를 트리거하게 된다. 동시에 유량계로부터 발생하는 펄스를 카운터가 측정한다. 측정막대가 감지스위치 D_1을 지날 때 측정을 시작하고 D_2를 지날 때 측정을 멈추게 되며 이러한 과정은 순차적으로 제어된다.

카운터가 측정한 펄스는 피스톤이 이동하면서 토출한 유체의 양에 해당하는 것이다. 따라서 피스톤이 감지스위치 사이를 이동하면서 토출하는 유체의 양을 미리 알고 있으면 유량계의 측정값과 비교하여 정확한 정도를 알 수 있다.

비교의 기준이 되는 기본부피의 값은 감지스위치 사이를 피스톤이 이동하면서 토출한 양으로서 물 유도법(water draw)법에 의해 결정하게 된다. 또 기본부피값의 불확도는 이를 결정하는 요소의 불확도로부터 결정된다.

물 유도법에 의한 기본부피의 측정원리는 Fig. 2에 나타나 있다. 측정유체는 물을 이용하며 측정방법은 감지스위치와 솔레노이드 밸브를 연동시켜 감지스위치 사이에서 피스톤이 토출하는 양을 구한다. 즉 측정 초기에는 솔레노이드 밸브 V_1은 닫혀 있고 솔레노이드 밸브 V_2는 열려 있어 유체는 저장탱크로 흐른다. 피스톤이 이동하여 감지스위치 D_1을 지나면서 솔레노이드 밸브 V_1은 열리고 솔레노이드 밸브 V_2는 닫혀 유체는 수집탱크에 수집되고 D_2를 지날 때 솔레노이드 밸브는 다시 처음의 상태가 된다. 따라서 수집탱크에 수집된 유체는 감지스위치 사이에서 피스톤이 토출한 양을 나타낸다.

기본부피는 유량계의 측정값을 비교하는 기준이 되므로 엄밀하게 결정되어야하며 저울을 사용하는 중량측정법과 기준탱크(standard volume tank)를 사용하는 부피측정법이 사용된다.

기본부피의 측정에 영향을 미치는 프루버에 관련된 독립변수는 압력과 온도에 의한 프루버 재질 및 유체의 변화와 감지스위치의 반복성이다. 중량측정법은 중량측정장치와 부력보정 과정에서 필요한 물리량인 유체, 공기 및 추의 밀도가 된다. 그리고 부피측정법은 온도에 의한 기준탱크의 재질과 수집 유체의 변화가 된다. 프루버

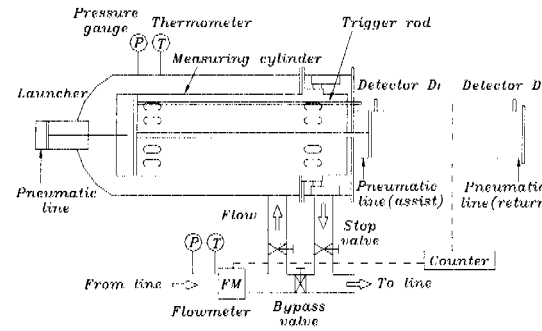

Fig. 1 The schematic diagram of pipe prover

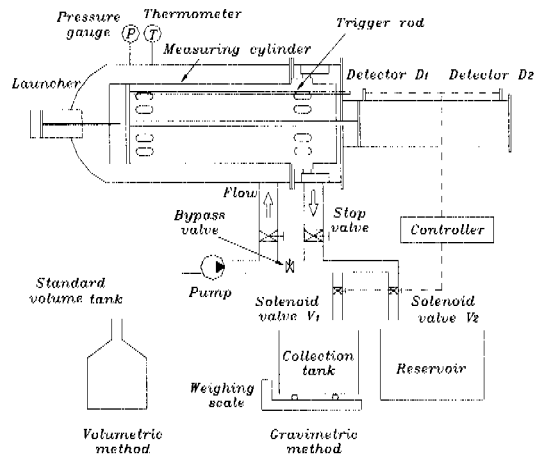

Fig. 2 The principle of water draw method

는 석유류를 측정하는 유량계를 주로 교정하므로 불확도 계산 과정에서 온도와 압력은 15 ℃, 1기압을 기준으로 한다.[3,6]

3. 불확도의 요소

3.1 프루버의 불확도 요소[6]

기본부피를 결정할 때 측정실린더 내부 액체의 온도가 기준 온도(T)와 다를 때 팽창하거나 수축하게 된다. 이를 기준온도로 보정하기 위한 계수는 식 (1)과 같이 나타낸다.

$$C_{tlp} = 1 + \alpha_{lp}(t_{lp} - T) \quad (1)$$

측정실린더 재질도 온도에 따라 체적이 변하므

로 식 (2)와 같이 보정한다.

$$C_{tmp}=1/(1+\alpha_{mp}(t_{mp}-T)) \quad (2)$$

또 압력에 의해 액체의 수축과 측정실린더 재질의 팽창을 고려하여야 한다. 우선 압력에 의한 액체의 수축에 대한 보정은 식 (3)과 같다.

$$C_{plp} = 1/(1 - P_pF) \quad (3)$$

그리고 재질의 압력에 의한 부피변화의 보정은 식 (4)와 같다.

$$C_{pmp} = 1 + (P_pD)/(E \cdot th) \quad (4)$$

3.2 기준기의 불확도 요소

3.2.1 중량측정법[7]

중량측정법은 피스톤이 이동하면서 토출한 유체의 중량을 측정하여 기본부피를 정하는 방법이므로 중량 측정값에 식 (5)와 같이 부력보정을 한다.

$$\varepsilon = (1-\frac{\rho_a}{\rho_p})/(1-\frac{\rho_a}{\rho}) \quad (5)$$

여기에서 ρ_a는 공기의 밀도로서 B, RH, t_{air}를 측정하여 식 (6)과 같이 구한다.[8]

$$\rho_a=\frac{0.4645B-RH(0.00252t_{air}-0.020528)}{1000(t_{air}+273.16)} \quad (6)$$

3.2.2 부피측정법[9]

부피측정법에서는 Fig. 2에 나타낸 것과 같이 기준탱크에 유체를 수집하여 기본부피를 결정하므로 온도의 변화에 따라 기준탱크의 재질과 수집액체의 부피가 변하게 된다. 온도에 따른 액체 변화의 보정은 식 (7)과 같이 나타낸다.

$$C_{tls}=1/(1+\alpha_{ls}(t_{ls}-T)) \quad (7)$$

그리고 기준탱크 재질의 온도에 의한 변화의 보정은 식 (8)과 같이 나타낸다.

$$C_{tms}=1+\alpha_{ms}(t_{ms}-T) \quad (8)$$

4. 합성표준불확도

4.1 중량측정법

4.1.1 수학적 모델

기본부피 측정값의 합성표준불확도는 기본부피를 결정하는 독립변수의 표준불확도의 합으로 표시되므로 프루버의 기본부피 V_{pt}에 영향을 미치는 독립변수를 표현하면 식 (9)와 같다.

$$V_{pt}=f(W_{ms},\rho_a,\rho_p,\rho,\alpha_{lp},\alpha_{mp},t_{lp}-T,t_{mp}-T,D,th,P_p,F,E) \quad (9)$$

즉 기본부피의 합성표준불확도는 식 (9)의 독립변수에 의해 결정되므로 이러한 독립변수의 표준불확도 요소가 합해져 결정된 기본부피의 합성표준불확도로 나타난다.

프루버의 감지스위치 사이로부터 토출한 부피와 저울로 측정한 중량과 평형 관계식을 프루버의 보정에 관련된 식 (1) - 식 (4)과 중량측정법의 부력보정식 (5)로부터 식 (10)과 같이 구할 수 있다.

$$V_{pt}\cdot(1+\alpha_{lp}(t_{lp}-T))\cdot(\frac{1}{1+\alpha_{mp}(t_{mp}-T)})\cdot(\frac{1}{1-P_pF})\cdot(1+\frac{P_pD}{E\cdot th})=\frac{W_{ms}}{\rho}\cdot(1-\frac{\rho_a}{\rho_p})/(1-\frac{\rho_a}{\rho}) \quad (10)$$

식 (10)을 V_{pt}에 관하여 정리하고 근사식으로 표현하면 식 (11)과 같이 정리된다.

$$V_{pt}\fallingdotseq\frac{W_{ms}}{\rho}\cdot(1-\frac{\rho_a}{\rho_p}+\frac{\rho_a}{\rho}-\alpha_{lp}(t_{lp}-T)+\alpha_{mp}(t_{mp}-T)-P_pF-P_pD/E\cdot th+2\text{차항}+..) \quad (11)$$

식 (11)의 각 항이 합성표준불확도에 미치는 영향은 독립변수의 표준불확도와 감도계수의 크기에 따라 결정된다. 2차항과 3차항은 상대적으로

크기가 작아 고려하지 않고 1차항만 고려하며 상대적 크기를 비교하여 실용적으로 필요한 항을 고찰해 본다.

4.1.2 불확도의 평가

중량측정법에 의한 합성표준불확도는 독립변수가 가지는 표준불확도와 감도계수(C_{x_i})로 표현하면 합성표준불확도는 식 (12)과 같다.

$$\begin{aligned} u_c^2(V_{pt}) &= \sum_{i=1} C_{x_i}^2 u^2(x_i) \\ &= C_{W_{ms}}^2 u^2(W_{ms}) + C_{\rho_a}^2 u^2(\rho_a) \\ &+ C_{\rho_p}^2 u^2(\rho_p) + C_\rho^2 u^2(\rho) \\ &+ C_{\alpha_{tp}}^2 u^2(\alpha_{tp}) + C_{\alpha_{mp}}^2 u^2(\alpha_{mp}) \\ &+ C_{t_{tp}-15}^2 u^2(t_{tp}-15) + C_D^2 u^2(D) \\ &+ C_{t_{mp}-15}^2 u^2(t_{mp}-15) + C_{th}^2 u^2(th) \\ &+ C_{P_p}^2 u^2(P_p) + C_F^2 u^2(F) \\ &+ C_E^2 u^2(E) \end{aligned} \tag{12}$$

독립변수의 감도계수는 식 (11)을 독립변수로 편미분하여 식 (13)과 같이 각각의 항을 구한다.

$$\begin{aligned} C_{\rho_a} &= \partial f/\partial \rho_a = \frac{W_{ms}}{\rho} \cdot \left(-\frac{1}{\rho_p} + \frac{1}{\rho}\right) \\ C_{\rho_p} &= \partial f/\partial \rho_p = \frac{W_{ms}}{\rho} \cdot \left(\frac{\rho_a}{\rho_p^2}\right) \\ C_\rho &= \partial f/\partial \rho \\ &= \frac{W_{ms}}{\rho} \cdot \left[\left(-\frac{\rho_a}{\rho^2}\right) - \frac{1}{\rho} \cdot \left[1 - \frac{\rho_a}{\rho_p} \right.\right. \\ &\quad \left. + \frac{\rho_a}{\rho} - \alpha_{tp}(t_{tp}-T) + \alpha_{mp}(t_{mp}-T) \right. \\ &\quad \left.\left. - P_p F - \frac{P_p D}{E \cdot th} \right] \right] \\ C_{\alpha_{tp}} &= \partial f/\partial \alpha_{tp} = -\frac{W_{ms}}{\rho} \cdot (t_{tp}-T) \\ C_{(t_{tp}-T)} &= \partial f/\partial (t_{tp}-T) = -\frac{W_{ms}}{\rho} \cdot \alpha_{tp} \\ C_{\alpha_{mp}} &= \partial f/\partial \alpha_{mp} = \frac{W_{ms}}{\rho} \cdot (t_{mp}-T) \\ C_{(t_{mp}-T)} &= \partial f/\partial (t_{mp}-T) = \frac{W_{ms}}{\rho} \cdot \alpha_{mp} \end{aligned} \tag{13}$$

Table 1 The magnitude of independent variables used in calculation for gravimetric method

No.	Variable	Magnitude	Dimension
1	W_{ms}	60	kg
2	ρ_a	1.2	kg/m^3
3	ρ_p	7.833×10^3	kg/m^3
4	ρ	9.991×10^2	kg/m^3
5	α_{tp}	1.5×10^{-4}	/℃
6	α_{mp}	4.8×10^{-5}	/℃
7	t_{tp} -T	±5	℃
8	t_{mp} -T	±5	℃
9	D	3.1×10^{-1}	m
10	th	2.2×10^{-3}	m
11	P_p	1.0×10^3	kg_f/m^2
12	F	4.75×10^{-9}	m^2/kg_f
13	E	2.1×10^{10}	kg_f/m^2

$$C_D = \partial f/\partial D = \frac{W_{ms}}{\rho} \cdot \left(-\frac{P_p}{E \cdot th}\right)$$

$$C_{P_p} = \partial f/\partial P_p = \frac{W_{ms}}{\rho} \cdot \left(-F - \frac{D}{E \cdot th}\right)$$

$$C_{th} = \partial f/\partial th = \frac{W_{ms}}{\rho} \cdot \left(\frac{P_p D}{E(th)^2}\right)$$

$$C_F = \partial f/\partial F = \frac{W_{ms}}{\rho} \cdot (-P_p)$$

$$C_E = \partial f/\partial E = \frac{W_{ms}}{\rho} \cdot \left(\frac{P_p D}{E^2 th}\right)$$

불확도 계산은 구체적인 독립변수의 값을 근거로 해야 한다. 약 60 L의 기본부피를 가지는 소형 피스톤 프루버를 예로 들어 독립변수의 표준불확도를 고찰해 보기로 한다. 불확도 계산에 사용된 값은 Table 1에 나타나 있다.

먼저 중량측정장치의 표준불확도 $u(W_{ms})$는 측정장치로서 저울이 가지는 불확도 $u(W_{ms})_{Weigh}$와 실험의 반복성에 의한 불확도 $u(W_{ms})_{Repeat}$로 나누어 생각할 수 있고 식 (14)와 같이 나타낸다.

$$u(W_{ms}) = \sqrt{u(W_{ms})^2_{Weigh} + u(W_{ms})^2_{Repeat}} \quad (14)$$

저울이 가지는 불확도는 질량표준으로부터 소급된 값으로 저울의 성적서에 명기되어 있는 값을 사용한다. 측정의 반복에 의한 불확도는 기본부피를 결정하는 실험의 결과로부터 계산할 수 있다. 특히 반복 실험에 의한 실험표준불확도는 프루버의 기본부피를 결정하는 중요한 요소인 감지스위치의 감지 특성이 포함되어 있다.

저울의 불확도는 B형[2]으로 분류되며 확장불확도(expanded uncertainty)가 $\pm 2\ g$으로 표기되어 있다. 확장불확도는 95 % 신뢰구간(confidence level)에서 포함인자(coverage factor) k=2이고 표준불확도는 $u(W_{ms})_{Weigh} = 1\times10^{-3}\ kg$이다.

한편 반복 실험에 의한 불확도 $u(W_{ms})_{Repeat}$는 기본부피 결정을 위한 실험으로부터 구할 수 있다. 10회 실험 결과가 59.947, 59.948, 59.949, 59.949, 59.950, 59.951, 59.952, 59.953, 59.955, 59.956 kg이었다. 평균값은 $\bar{x}$ = 59.951이고, 실험표준편차(experimental standard deviation)는 $s(\bar{x}) = 2.981\times10^{-3}$이므로 측정 결과의 표준불확도는 식 (15)와 같이 표현된다.[2]

$$u(W_{ms})_{Repeat} = 2.981\times10^{-3}\ kg \quad (15)$$

따라서 중량측정장치의 표준불확도는 저울의 표준불확도와 실험표준불확도 식 (15)의 결과를 식 (14)에 대입하면 식 (16)과 같은 결과를 얻는다.

$$u(W_{ms}) = 3.145\times10^{-3}\ kg \quad (16)$$

그리고 나머지 독립변수들이 가지는 표준불확도는 2가지 형태로 나눌 수 있다. 즉 실험과정에서 측정하여 이를 근거로 하는 A형과 기존의 표 또는 데이터를 사용하는 B형으로 분류한다.[2] 실험 과정에서 측정한 결과를 근거로 하는 독립변수는 온도와 압력측정의 불확도이다.

온도 측정의 표준불확도는 교정성적서에 표기된 것을 사용하며 중량측정장치의 표준불확도를 구하는 식 (14)와 같은 방법으로 구한다. 그러나 온도계는 비교적 정확하고 교정하여 사용하므로 자체가 가지는 불확도가 작아 표시된 눈금 정도의 불확도를 가지는 것으로 고려한다. 유량측정에서 온도계는 분해능이 0.1 ℃ 이하인 것을 사용한다.[3,7] 따라서 분해능의 절반인 −0.05 ℃와 +0.05 ℃ 사이에 온도값이 존재하고 분포의 확율밀도함수(probability density function)가 직사각형분포(rectangular distribution)를 가진다고 하면 식 (17)과 같이 표현된다.[2]

$$u(t_{lp} - 15) = \frac{0.05}{\sqrt{3}} = 2.886\times10^{-2}\ ℃ \quad (17)$$

압력측정에서도 온도측정과 같은 방법으로 분해능이 $1.0\times10^3\ kg_f/m^2$인 압력계를 사용하고 분해능의 절반 범위 내에 압력 값이 존재하고 직사각형의 확율분포를 가진다고 하면 식 (18)과 같은 표준불확도를 얻는다.

$$u(P_p) = \frac{5.0\times10^2}{\sqrt{3}} = 2.886\times10^2\ kg_f/m^2 \quad (18)$$

한편 기존의 표 또는 데이터를 찾아 사용하는 체팽창계수나 유체의 밀도 등은 사용하는 값의 유효숫자에 따라 표준불확도를 계산한다. 예를 들면 프루버 측정실린더 재질인 스테인리스 스틸의 체팽창계수는 $\alpha_{mp} = 4.8\times10^{-5}$ /℃를 사용한다. 유효숫자의 절반 $\pm5.0\times10^{-7}$ 사이에 값이 존재하고 이 구간에서 확율밀도함수가 직사각형의 분포를 가진다고 하면 식 (19)과 같이 표준불확도를 구할 수 있다.

$$u(\alpha_{mp}) = \frac{5.0\times10^{-7}}{\sqrt{3}} = 2.886\times10^{-7}\ /℃ \quad (19)$$

이와 같이 독립변수의 감도계수와 표준불확도의 크기를 구하여 Table 2에 나타내었다. W_{ms}, t_{lp}-T, t_{mp}-T, P_p는 측정한 값을 기준으로 하였으며 D, E, F, th, ρ_a, ρ_p, ρ, α_{lp}, α_{mp}, 는 Table 등에 나타나 있는 기존의 데이터를 근거로 하였다.[10,11,12]

프루버 기본부피의 합성표준불확도는 Table 2의 감도계수와 표준불확도를 식 (12)에 대입하면

Table 2 The magnitude of sensitivity coefficients and standard uncertainties for gravimetric method

No.	Variable	Magnitude	
		Sensitivity coefficient	Standard uncertainty
1	W_{ms}	1.001×10^{-3}	3.145×10^{-3}
2	ρ_a	5.244×10^{-5}	2.220×10^{-4}
3	ρ_p	1.175×10^{-9}	2.886×10^{-1}
4	ρ	-6.021×10^{-5}	2.886×10^{-5}
5	α_{lp}	-3.003×10^{-1}	2.886×10^{-9}
6	α_{mp}	3.003×10^{-1}	2.886×10^{-7}
7	t_{lp} -T	-9.008×10^{-6}	2.886×10^{-2}
8	t_{mp} -T	2.883×10^{-6}	2.886×10^{-2}
9	D	-1.365×10^{-6}	2.886×10^{-9}
10	th	1.923×10^{-4}	2.886×10^{-9}
11	P_p	-7.084×10^{-10}	2.886×10^{2}
12	F	-6.005×10^{2}	2.886×10^{-12}
13	E	2.116×10^{-16}	2.886×10^{8}

$u_c(V_{pt})=3.169\times10^{-6}\ m^3$이다. 표에서 알 수 있듯이 중량측정장치의 표준불확도가 합성표준불확도에 지배적으로 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. 유체의 압축계수 F, 프루버 내부의 액체의 체팽창계수 α_{lp}, 재질의 체팽창계수 α_{mp}의 감도계수는 상대적으로 크나 독립변수의 표준불확도가 작아 합성표준불확도에 미치는 영향이 작고, 추의 밀도 ρ_p, 온도측정 t_{lp}-T, t_{mp}-T, 압력 P_p, Young 계수 E는 반대로 불확도는 크나 감도계수가 작아 미치는 영향이 적었다.

따라서 프루버의 기본부피 결정에서 불확도를 줄이려면 정확도가 높은 중량측정장치를 사용하는 것이 효과적임을 알 수 있다. 다른 독립변수의 표준불확도를 줄여도 프루버 기본부피의 합성표준불확도를 줄이는데 미치는 영향이 작다.

또 온도 측정의 범위는 기준온도 15 ℃에서 ±5 ℃ 이내에서 실험하는 조건을 가정했으므로 이러한 조건을 벗어나면 프루버 재질의 체팽창계수의 감도계수를 증가시킨다. 이는 중량측정결과의 표준불확도 크기(order of magnitude)와 같아질 수 있고 합성표준불확도에 영향이 커질 수 있음을 알 수 있다.

이와 같이 ISO에서 권고하는 불확도 표현방법은 불확도의 소급체계와 불확도와 감도계수가 미치는 영향을 정량적으로 알 수 있다.

4.2 부피측정법

4.2.1 수학적 모델

부피측정법에서도 기본부피의 합성표준불확도는 독립변수의 표준불확도 합으로 표시되므로 프루버의 기본부피 V_{pt}의 결정에 영향을 미치는 독립변수를 표현하면 식 (20)과 같다.

$$\begin{aligned} V_{pt}=f(\ & V_{ms},\alpha_{ls},\alpha_{ms},t_{ls}-T,t_{ms}-T,\\ & \alpha_{lp},\alpha_{mp},t_{lp}-T,t_{mp}-T,\\ & D,th,P_p,F,E) \end{aligned} \tag{20}$$

즉 부피측정법에서는 기준탱크와 물의 온도에 의한 체적변화에 관련된 독립변수가 불확도 요소가 된다. 프루버의 감지스위치 사이의 토출량과 기준탱크에 수집된 부피 사이의 평형 관계식은 식 (21)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} & V_{pt}\cdot(1+\alpha_{lp}(t_{lp}-T))\\ & \cdot\left(\frac{1}{1+\alpha_{mp}(t_{mp}-T)}\right)\\ & \cdot\left(\frac{1}{1-P_pF}\right)\cdot\left(1+\frac{P_pD}{E\cdot th}\right)\\ & =V_{ms}\cdot\left(\frac{1}{1+\alpha_{ls}(t_{ls}-T)}\right)\\ & \quad\cdot(1+\alpha_{ms}(t_{ms}-T)) \end{aligned} \tag{21}$$

식 (21)을 V_{pt}에 관하여 정리하고 근사식으로 표현하면 식 (22)과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} V_{pt}\fallingdotseq V_{ms}\cdot[\,&(1-\alpha_{ls}(t_{ls}-T)\\ &+\alpha_{ms}(t_{ms}-T)\\ &-\alpha_{lp}(t_{lp}-T)+\alpha_{mp}(t_{mp}-T)\\ &-P_pF\ -P_pD/E\cdot th+2\text{차항}+..] \end{aligned} \tag{22}$$

4.2.2 불확도의 평가

부피측정법에서는 표준불확도는 식 (23)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u_c^2(V_{pt}) &= \sum_{i=1} C_{x_i}^2 u^2(x_i) \\ &= C_{V_{ms}}^2 u^2(V_{ms}) + C_{\alpha_{ls}}^2 u^2(\alpha_{ls}) \\ &+ C_{\alpha_{ms}}^2 u^2(\alpha_{ms}) + C_{t_{ls}-T}^2 u^2(t_{ls}-T) \\ &+ C_{t_{ms}-T}^2 u^2(t_{ms}-T) + C_{\alpha_{lp}}^2 u^2(\alpha_{lp}) \\ &+ C_{\alpha_{mp}}^2 u^2(\alpha_{mp}) + C_{t_{lp}-T}^2 u^2(t_{lp}-T) \\ &+ C_{t_{mp}-T}^2 u^2(t_{mp}-T) + C_D^2 u^2(D) \\ &+ C_{th}^2 u^2(th) + C_{P_p}^2 u^2(P_p) \\ &+ C_F^2 u^2(F) + C_E^2 u^2(E) \end{aligned} \quad (23)$$

독립변수들의 감도계수는 식 (22)을 독립변수로 편미분하여 식 (24)과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} C_{V_{ms}} &= \partial f/\partial V_{ms} \\ &= 1-\alpha_{ls}(t_{ls}-T)+\alpha_{ms}(t_{ms}-T) \\ &\quad -\alpha_{lp}(t_{lp}-T)+\alpha_{mp}(t_{mp}-T) \\ &\quad -P_pF-(P_pD)/(E\cdot th) \\ C_{(t_{ls}-T)} &= \partial f/\partial(t_{ls}-T) = -V_{ms}\cdot\alpha_{ls} \\ C_{\alpha_{ls}} &= \partial f/\partial\alpha_{ls} = -V_{ms}\cdot(t_{ls}-T) \\ C_{\alpha_{ms}} &= \partial f/\partial\alpha_{ms} = V_{ms}\cdot(t_{ms}-T) \\ C_{(t_{ms}-T)} &= \partial f/\partial(t_{ms}-T) = V_{ms}\cdot\alpha_{ms} \\ C_{\alpha_{lp}} &= \partial f/\partial\alpha_{lp} = -V_{ms}\cdot(t_{lp}-T) \\ C_{\alpha_{mp}} &= \partial f/\partial\alpha_{mp} = V_{ms}\cdot(t_{mp}-T) \\ C_{(t_{lp}-T)} &= \partial f/\partial(t_{lp}-T) = -V_{ms}\cdot\alpha_{lp} \\ C_{(t_{mp}-T)} &= \partial f/\partial(t_{mp}-T) = V_{ms}\cdot\alpha_{mp} \\ C_D &= \partial f/\partial D = V_{ms}\cdot(-P_p)/(E\cdot th) \\ C_{th} &= \partial f/\partial th = V_{ms}\cdot(P_pD)/(E(th)^2) \\ C_{P_p} &= \partial f/\partial P_p = V_{ms}\cdot(-F-D/(E\cdot th)) \\ C_F &= \partial f/\partial F = V_{ms}\cdot(-P_p) \\ C_E &= \partial f/\partial E = V_{ms}\cdot(P_pD)/(E^2th) \end{aligned} \quad (24)$$

Table 3 The magnitude of independent variables used in calculation for volumetric method

No.	Variable	Magnitude	Dimension
1	V_{ms}	6×10^{-2}	m^3
2	α_{lp}, α_{ls}	1.5×10^{-4}	/℃
3	α_{mp}, α_{ms}	4.8×10^{-5}	/℃
4	$t_{lp}-T$, $t_{ls}-T$	±5	℃
5	$t_{mp}-T$, $t_{ms}-T$	±5	℃
6	D	3.1×10^{-1}	m
7	th	2.2×10^{-3}	m
8	P_p	1.0×10^{4}	kg_f/m^2
9	F	4.75×10^{-9}	m^2/kg_f
10	E	2.1×10^{10}	kg_f/m^2

합성표준불확도를 계산하기 위해서 약 60 L의 기본부피를 가지는 소형 피스톤프루버의 실험결과를 예로 들어 고찰해 보기로 하며 불확도 계산에 사용된 상수는 Table 3에 나타나 있다.

기준탱크 측정결과의 표준불확도는 기준탱크의 불확도 $u(V_{ms})_{Std}$ 와 반복 측정에 의한 실험표준불확도 $u(V_{ms})_{Repeat}$로 나타내며 식 (25)와 같이 표기할 수 있다.

$$u(V_{ms}) = \sqrt{u(V_{ms})_{Std}^2 + u(V_{ms})_{Repeat}^2} \quad (25)$$

$u(V_{ms})_{Std}$ 는 기준탱크의 성적서에 표기된 불확도를 사용한다. 기준탱크는 60 L로서 확장불확도는 $u(V_{ms}) = \pm2\times10^{-6}\ m^3$ 이다. 확장불확도는 95 % 신뢰구간에서 포함인자 k=2 이므로 표준불확도는 $u(W_{ms})_{Weigh} = 1\times10^{-6}\ m^3$이다. 10회 실험결과 60.065, 60.066, 60.068, 60.070, 60.071, 60.072, 60.073, 60.076, 60.078, 60.079 L의 평균값은 $\bar{x}$=60.072, 실험표준편차는 $s(\bar{x}) = 4.803\times10^{-6}\ m^3$이므로 표준불확도는 식 (26)과 같이 표현된다.

$$u(V_{ms})_{Repeat} = 4.803\times10^{-6}\ m^3 \quad (26)$$

따라서 기준탱크에 의한 부피 측정결과의 표준

Table 4 The magnitude of sensitivity coefficients and standard uncertainties for volumetric method

No.	Variable	Magnitude	
		Sensitivity coefficient	Standard uncertainty
1	V_{ms}	9.986×10^{-1}	4.906×10^{-6}
2	α_{lp}, α_{ls}	-3.000×10^{-1}	2.886×10^{-9}
3	α_{mp}, α_{ms}	-3.000×10^{-1}	2.886×10^{-7}
4	$t_{lp}-T$, $t_{ls}-T$	-9.000×10^{-6}	2.886×10^{-2}
5	$t_{mp}-T$, $t_{ms}-T$	2.880×10^{-6}	2.886×10^{-2}
6	D	-1.364×10^{-5}	2.886×10^{-9}
7	th	1.921×10^{-3}	2.886×10^{-9}
8	P_p	-7.077×10^{-10}	2.886×10^{2}
9	F	-6.000×10^{2}	2.886×10^{-12}
10	E	2.114×10^{-16}	2.886×10^{8}

불확도는 식 (26)의 결과를 식 (25)에 대입하면 식 (27)과 같은 결과를 얻는다.

$$u(V_{ms}) = 4.906\times10^{-6}\ m^3 \tag{27}$$

부피측정법에서 독립변수들이 가지는 감도계수와 불확도의 크기는 Table 4와 같이 나타낼 수 있으며 W_{ms}, t_{ls}-T, t_{ms} -T, t_{lp} -T, t_{mp} -T, P_p 는 측정한 값을 사용하여 계산하고, D , E , F, th , α_{lp} , α_{mp} , α_{lp} , α_{mp} 는 Table 등에 나타나 있는 기존의 값을 근거로 하였다.[10~12] 부피측정법에 의한 기본부피의 합성표준불확도는 Table 4의 감도계수와 표준불확도를 식 (23)에 대입하여 계산하면 $u_c(V_{pt}) = 4.920\times10^{-6}\ m^3$ 이다.

부피측정법에서는 기준탱크의 표준불확도가 합성표준불확도에 지배적으로 영향을 미치고 있다. 유체의 압축계수 F , 액체와 재질의 체팽창계수 $\alpha_{lp}, \alpha_{ls}, \alpha_{mp}, \alpha_{ms}$의 감도계수는 상대적으로 크나 표준불확도가 작아 합성표준불확도에 미치는 영향이 작고, 온도 측정 t_{lp} -T, t_{mp} -T, 압력측정 P_p , Young 계수 E 는 반대로 불확도는 크나 감도계수가 작아 미치는 영향이 적었다. 따라서 부피측정법에서 합성표준불확도를 줄이기 위해서는 기준탱크를 이용한 부피측정에서 불확도를 줄이는 것이 효과적임을 알 수 있다.

5. 확장불확도

5.1 유효자유도와 확장불확도

유효자유도는 독립변수의 자유도로부터 식 (28)과 같이 Welch-Satterthwaite식을 이용하여 구한다.[2]

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}\frac{(C_{x_i}u(x_i))^4}{\nu_{x_i}}} \tag{28}$$

중량측정법에서 저울의 불확도와 반복 실험결과가 가지는 불확도로부터 측정결과의 불확도를 구하였으므로 유효자유도도 두 가지의 자유도로부터 구한다. 저울의 불확도가 가지는 자유도는 교정성적서에 기술되어 있는 경우 그대로 사용하고, 그렇지 않은 경우 추정한 불확도의 신뢰성을 근거로 하여 식 (29)과 같이 상대불확도로부터 구한다.

$$\nu = \frac{1}{2}\left[\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)}\right]^{-2} \tag{29}$$

즉 상대불확도는 과학적인 근거로 주관적으로 판단하여 결정하는 값[2]으로 저울의 상대불확도 ($\Delta u(x_i)/u(x_i)$)가 0.2이면 $\nu_{Weigh}=12.50$이다. 반복 측정결과의 자유도는 실험을 10회 반복했으므로 $\nu_{Repeat}=9$가 된다. 따라서 식 (28) 대입하여 계산하면 $(\nu_{W_{ms}})_{eff}=11.04$ 임을 알 수 있다. 또 부피측정법에서도 같은 방법으로 기준탱크 실험결과의 자유도는 기준탱크와 반복실험 결과로부터 식 (28), (29)을 이용하여 구할 수 있으며 $(\nu_{V_{ms}})_{eff}=9.78$ 이다.

한편 액체와 재질의 체팽창계수와 같이 기존의 데이터를 사용하는 경우는 상대불확도의 크기를 판단하여 식 (29) 을 이용하여 독립변수의 자유도를 구하며 본 연구에서는 상대불확도를 0.2로 하였다. 이와 같이 구한 자유도와 Table 2, 4의 독립변수의 표준불확도를 이용하여 중량측정법과 부피측정법의 유효자유도를 식 (28)을 이용하여

구할 수 있으며 각각 $\nu_{eff}=11.32$, 9.95 임을 알 수 있다.

확장불확도는 유효자유도와 선택한 신뢰구간으로 t-분포 표에서 포함인자를 구하여 식 (30)과 같이 구한다.

$$U=k\cdot u_c(V_{pt}) \tag{30}$$

위에서 구한 유효자유도와 95 % 신뢰구간을 기준으로 중량측정법과 부피측정법의 포함인자는 각각 2.20, 2.26 이다. 따라서 중량측정법으로 결정한 기본부피는 $V_{pt}=60.005\times10^{-3}\ m^3$ 이며 확장불확도는 $U=\pm6.972\times10^{-6}\ m^3$이고, 부피측정법은 $V_{pt}=60.072\times10^{-3}\ m^3$ 이며 확장불확도는 $U=\pm11.119\times10^{-6}\ m^3$임을 알 수 있다.

5.2 결과의 활용 및 불확도의 전파

파이프형 프루버는 실험을 통하여 기본부피를 결정하고 이를 근거로 유량계를 교정하는 장치이다. 즉 중량 또는 부피, 온도, 압력등의 표준으로부터 기본부피가 정의되고 불확도도 기본부피를 결정하는 요소의 불확도로부터 결정된다. 또 기본부피의 불확도는 유량계의 교정을 통하여 k-factor에 전파되고 최종적으로 유량측정의 결과에 반영된다. 이러한 불확도의 전파과정은 Fig. 3에 나타내었다.

중량측정법으로 기본부피가 정의된 프루버를 이용하여 터빈유량계를 교정한 활용의 예를 살펴본다. 교정은 터빈유량계의 k-factor(pulse/unit volume)를 정의하는 방법으로 실험하며 이때 불확도의 전파를 고찰해 본다.

교정방법은 측정 유동률 범위의 5개 유동률에서 각각 3회 실험하여 모두 15회 실험하게 된다. 교정실험의 결과 k-factor가 실험 유동률 범위에서 32.987, 32.869, 32.974, 33.094, 33.009, 33.056, 33.150, 33.160, 33.179, 33.231, 33.287, 33.242, 33.444, 33.398, 33.345 pulse/liter이고, 평균값이 33.161, 실험표준불확도는 0.166 pulse/liter임을 알 수 있다.

프루버의 성적서에 표기되어 있는 확장불확도로부터 표준불확도를 구하고, 표준불확도의 크기에 해당하는 k-factor값을 구한다. 프루버의 표준불확도의 $u_c(V_{pt})=3.169\times10^{-6}\ m^3$에 해당하는 k-factor값은 0.105 pulse/liter임을 알 수 있다.

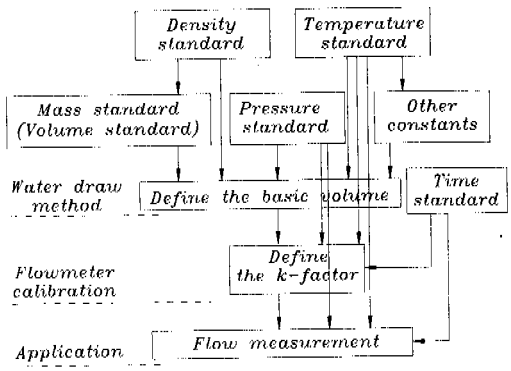

Fig. 3 The uncertainty propagation in flow measurement

따라서 터빈유량계의 교정결과(k-factor)의 합성표준불확도는 기본부피의 표준불확도와 교정실험결과의 표준불확도가 포함되어 식 (31)과 같이 구할 수 있다.

$$u_c\ (turb)=\sqrt{\left(\frac{\text{기본부피의}}{\text{표준불확도}}\right)^2+\left(\frac{\text{교정결과의}}{\text{표준불확도}}\right)^2} \tag{31}$$

터빈유량계 교정결과의 합성표준불확도는 0.197 pulse/liter으로서 기본부피의 불확도보다 실험결과의 표준불확도가 지배적임을 알 수 있다. 즉 기준기로 사용한 기기의 불확도가 상대적으로 적어야 한다.

한편 프루버의 기본부피를 중량측정법으로 결정한 유효자유도 $(\nu_{V_{pt}})_{eff}$=11.32와 교정실험횟수 ($\nu=14$) 로부터 식 (28)에 의하여 구할 수 있다. 유효자유도는 $(\nu_{turb})_{eff}$=22.90이고 이 때의 포함인자는 k=2.07 (95 % 신뢰구간)이므로 확장불확도(U)는 ±0.408 k-factor 이다. 따라서 터빈유량계의 k-factor는 33.161 $\pm$0.408로 나타내며 이는 유동량(flow quantity)과 유동률(flowrate) 측정의 기준이 된다. 또 정의된 k-factor를 이용한 유량측정의 불확도는 k-factor의 불확도와 측정결과의 실험불확도로부터 식 (31)과 같은 방법으로 확

장불확도를 구할 수 있다.

이와 같이 중량(또는 부피), 온도, 압력으로부터 파이프형 프루버의 기본부피를 정의하고 정의된 기본부피로부터 터빈미터의 k-factor를 교정실험으로 정의한다. 이렇게 정의된 k-factor를 기준으로 유량을 측정하면 불확도도 같은 경로로 전파된다.

6. 결 론

유량계 교정장치인 파이프형 프루버(prover)는 기본부피(basic volume)를 정의하고 기본부피를 기준으로 산업현장에서 사용되는 유량계를 교정한다. 독립변수의 불확도가 기본부피의 불확도에 미치는 영향을 ISO에서 권고하는 방법에 따라 정량적으로 분석하고 구체적인 예를 들어 불확도를 계산하였다. 또 이러한 불확도가 유량계의 교정, 유량측정을 통해 전파되는 과정을 고찰하였다.

중량측정법에서 기본부피에 지배적인 영향을 미치는 독립변수는 중량측정이고, 또 압축계수, 액체와 재질이 가지는 팽창계수의 감도계수가 상대적으로 크고 추의 밀도, 온도, 압력, Young 계수는 표준불확도가 상대적으로 크다. 따라서 기본부피를 정의하는데 불확도를 감소시키기 위해서 이러한 독립변수를 측정하거나 기존의 데이터를 사용할 때 상대적인 크기를 고려하여야 한다.

부피측정법은 기준탱크의 부피측정 결과의 불확도가 지배적이다. 압축계수, 액체와 재질의 체팽창계수의 감도계수가 크고, 온도와 압력 측정의 불확도가 상대적으로 크므로 이러한 독립변수의 영향를 고려해야 한다.

또 이러한 분석과 구체적인 예로서 독립변수가 기본부피에 미치는 영향을 정량적으로 분석하고 불확도가 유량측정에 전파되는 과정을 확인할 수 있었다. 그리고 독립변수 영향의 정량적 분석을 통하여 정확도 향상을 위해 필요한 요소를 구체적으로 제시할 수 있었다.

참고문헌

(1) ISO/IEC 17025, 1999(E), "General Requirements for the Competence of Testing and Calibration Laboratory(1st edition)."

(2) ISO, 1993(E), "Guide to The Expression of Uncertainty in Measurement(1st edition)."

(3) API, 1988, "Manual of Petroleum Measurement Standards, Chapter 4. Proving System(1st edition)."

(4) Ki Won Lim, et. al., 1986, 1987, "Development of a mobile flow proving system, Report of KRISS," KRIS-86-36-IR, KRIS-87-42-IR.

(5) United States patent No. 3403544, 1968," Flowmeter Calibration."

(6) JFI standard 1001, 1975, "液體用流量計 器差試驗方法(in Japanese)," 日本計量工業協會.

(7) ISO 4185, 1980, "Measurement of Liquid Flow in Closed Conduits-Weighing methods."

(8) Paul E. Pontius, 1974, "Mass and Mass values," NBS Monograph No. 133.

(9) ISO 8316, 1984, "Measurement of Liquid Flow in Closed Conduits-Method by Collection of The Liquid in a Volumetric Tank."

(10) CRC Handbook,1977, "Handbook of Chemistry and Physics(57th edition)," CRC-Press.

(11) ISO Guide 35, 1989, Certification of Reference Materials-General and Statistical Principles(2nd edition)."

(12) マテリアル・デ - タベ - ス(material database) 編集委員會, 1989, "マテリアル・デ - タベ - ス (Material Database)," 日刊工業新聞社.