

PIV를 이용한 바탕회전하에서 회전요동하는 직사각형 용기 내의 유동해석

서용권* · 최윤환** · 김성균*** · 이두열****
(1999년 10월 6일 접수)

Study on Fluid Flow in a Rectangular Container Subjected to a Background Rotation with a Rotational Oscillation Using PIV System

Yong Kweon Suh, Yoon Hwan Choi, Sung Kyun Kim and Du Yeol Lee

Key Words: PIV(입자영상유속계), Rectangular Container(직사각형 용기), Background Rotation(바탕회전), Rotational Oscillation(회전요동), Ekman Pumping Velocity(에크만분출 속도)

Abstract

In this paper, we show the numerical and the experimental results of two-dimensional fluid motions inside a rectangular container subjected to a background rotation added by a rotational oscillation. In the PIV experiment we apply a new algorithm, new three step search(NTSS), to the velocity calculation. In the numerical computation, the linear Ekman-pumping model was used to take the bottom friction effect into account. It was found that it well produces the experimental results at low ϵ number.

1. 서론

본 연구는 액체가 담긴 직사각형 용기를 회전시켜 spin-up 시킨 뒤 주기적인 외력을 가하여 요동운동 시킬 때, 용기 내에 나타나는 비정상적 유동특성을 수치해석적인 방법과 PIV를 이용한 실험적인 방법으로 조사한 것이다. Fig. 1은 본 연구의 대상이 되는 유동모델을 도시한 것이다. 본 유동모델은 서와 김⁽¹⁾이 가시화실험과 수치해석을 통하여 연구한 바 있다. 본 연구에서는 보다 정확한 Ekman 펌핑 모델의 개발을 위하여 PIV를 이용하여 정량적인 실험을 수행하였다. 서와 김⁽¹⁾의 연구를 제외한 본 유동모델과 유사한 모델에 관한 연구는 van Heijst 등,⁽²⁾ van de Konijnenberg 등,⁽³⁾ Suh⁽⁴⁾ 그리고 Hart,⁽⁵⁾ Pratte와 Hart⁽⁶⁾ 등이 있다. van Heijst 등⁽²⁾과 Suh⁽⁴⁾는 용기

내에 생성되는 2차원 셀 유동을 직사각형 용기의 비축대칭을 이용하여 발생시켰다. 이에 반하여 Hart⁽⁵⁾은 원통으로 만든 용기바닥에 굴곡을 주어 2차원 셀 유동을 생성시켰다. 본 유동모델은 이 두 가지 형태를 접목시켰다고 할 수 있다. 즉 용기의 형태는 직사각형을 채택하고 용기에 가하는 외력은 Hart⁽⁵⁾의 방식을 사용하였다.

본 연구의 목적은 바탕회전 속도의 크기에 따라 Ekman 펌핑 모델이 얼마만큼 정확히 실제 유동을 예측할 수 있는지 파악하고, PIV를 이용한 정량적인 실험을 통하여 유동장을 확보함으로써, 장치 보다 정확한 Ekman 펌핑 모델을 개발하는 데 있다.

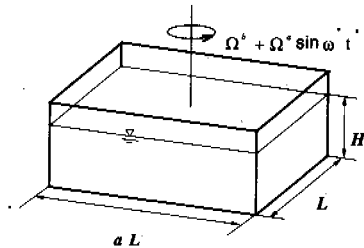


Fig. 1 Geometry of the model basin

* 회원, 동아대학교 기계공학과
E-mail : yksuh@mail.donga.ac.kr
TEL : (051)200-7648, FAX : (051)200-7656

** 동아대학교 대학원 기계공학과

*** 회원, 건국대학교 기계공학과

**** 건국대학교 대학원 기계공학과

2. 이론적 배경

Fig. 1과 같은 유동모델에서 용기의 회전 각속도가 $\Omega^* = [\Omega_b + \Omega_a \sin \omega^* t] \hat{k}$ 와 같이 바탕회전 Ω_b 에 각속도 ω^* 로 회전요동하는 각속도(Ω_a)가 덧붙여질 때 대표 속도를 $L\Omega_a$ 로(여기서 L 은 용기의 세로), 공간좌표들은 L 로, 시간을 $1/\Omega_a$ 로, 그리고 압력을 $\rho L^2 \Omega_a \Omega_b$ 로 무차원화하면 지배방정식은 아래와 같이 된다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - 2\left[\frac{1}{\varepsilon} + \sin \omega t\right]v = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u + y \omega \cos \omega t \tag{1a}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + 2\left[\frac{1}{\varepsilon} + \sin \omega t\right]u = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v - x \omega \cos \omega t \tag{1b}$$

여기서 ε , Re , ω 는 무차원 파라미터들로서 아래와 같다.

$$\varepsilon = \frac{\Omega_a}{\Omega_b}, \quad Re = \frac{L^2 \Omega_a}{\nu}, \quad \omega = \frac{\omega^*}{\Omega_a} \tag{2}$$

위의 두 식에서 압력항을 소거하기 위해 식 (1b)를 x 에 대해 미분한 결과에 식 (1a)를 y 에 대하여 미분한 결과를 빼고 와도

$$-\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \zeta \tag{3}$$

을 도입하면 아래와 같은 와도 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + 2\left(\frac{1}{\varepsilon} + f + \frac{1}{2} \zeta\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = \frac{1}{Re} \nabla^2 \zeta - 2\omega \cos \omega t \tag{4}$$

여기서 $f = \sin \omega t$ 이며, 외력에 해당된다. 한편 연속 방정식은 자유표면의 거동을 무시할 때 무차원 수심을 h 라 한다면 다음과 같이 근사적으로 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \cong \frac{w_p}{h} \tag{5}$$

여기서 w_p 는 Ekman 분출 속도에 해당되며 바닥에서의 Ekman 경계층에 대한 해로부터 구하며, 그 결과는 다음과 같다.

$$w_p = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{Re}} \zeta \tag{6}$$

위의 식을 식 (4)에 대입하면 아래와 같이 된다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} = -\left(1 + \varepsilon \sin \omega t + \frac{1}{2} \varepsilon \zeta\right) \frac{1}{h} \sqrt{\frac{1}{Re \varepsilon}} \zeta + \frac{1}{Re} \nabla^2 \zeta - 2\omega \cos \omega t \tag{7}$$

우변의 첫 항이 Ekman pumping 효과를 나타낸다.

연속방정식과 와도는 아래와 같은 유동함수 ψ 를 도입함으로써 하나의 식으로 쓸 수 있다.

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} - \delta \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{8a}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} - \delta \frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{8b}$$

$$\nabla^2 \psi = -\zeta \tag{9}$$

여기서 δ 는 다음과 같다.

$$\delta = \frac{1}{2h} \sqrt{\frac{\varepsilon}{Re}} \tag{10}$$

$\partial \psi / \partial y = u_0$, $\partial \psi / \partial x = -v_0$ 라 하면 u, v 는

$$u = u_0 + \delta v_0 \tag{11a}$$

$$v = v_0 - \delta u_0 \tag{11b}$$

가 되어 유선을 따르는 속도벡터 $u_0 \hat{i} + v_0 \hat{j}$ 에 덧붙여 이 유속이 시계방향으로 90° 만큼 회전된 속도 벡터에 δ 를 곱한 벡터가 더해진다.

그러므로 풀어야 할 식은 식 (7)과 (9)이며, 속도는 식 (11a), (11b)로 구한다.

3. 수치해석 및 실험방법

3.1 수치해석 방법

본 연구에서 사용된 계산 알고리즘은 시간항에 대해서는 4계의 Runge-Kutta 법을 이용하여 적분하였으며, 공간항에 대해서는 중심차분법으로 차분화하였다. 격자계 형성에는 ζ, ψ 가 같은 지점에서 정의되는 균일 격자계(standard grid system)가 사용되었으며, 격자수는 I=241, J=121로 하였다.

3.2 실험방법

본 실험에서는 제어가 가능한 속도가변 모터를 사용하여 테이블을 회전 요동 시켰으며, 용기의 크기는 가로×세로×높이를 각각 0.3 × 0.15 × 0.15 [m]로 하였다. 그리고 ε 을 0.08, 0.16 그리고 0.32로 변화시키면서 각각에 대한 유동을 해석하였다. 용기 내의 유체는 물을 사용하였으며,

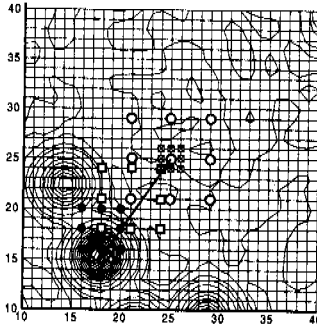


Fig. 2 New three step search(NTSS)

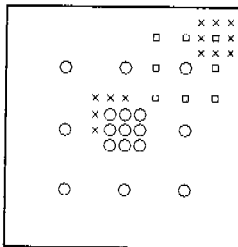


Fig. 3 New three step search Max. distance= 7 pixel

물 표면에 아크릴 파우더를 띄워 유동을 촬영하였다.

촬영한 영상은 두 가지 PIV기법으로 처리하여 속도장을 계산하였다. 하나는 기존의 패키지 Thinkers eyes이며 다른 하나는 참고문헌 (9)에서 소개된 새삼단계추적법(NTSS ; new three step search)이다. 새삼단계추적법은 미세한 오차증가를 대가로 하여 빠른 벡터추적 알고리즘을 형성하여 속도장을 구하는 방법이다. 프레임간의 최대 이동거리를 몇 단계(4-2-1, or 4-3-2-1,...)로 나눈 후, 각 단계별로 상관 영역의 중심점과 외곽 8개 지점중 최대 상관계수 값을 가진 격자점을 다음 단계 상관 영역의 중심으로 잡아서 최종적으로 추적된 최대상관계수 값을 가진 영역을 벡터 생성에 이용한다(Fig. 2, 3).

속도벡터 추적과정에서 전처리과정을 생략하였고 (Fig. 4), 가우스 3점 서브픽셀보간⁽⁷⁾, 9점 국소 중간치필터⁽⁸⁾를 이용한 검정, 9점 로패스필터에 의한 속도벡터의 조정 등 단순화된 해석을 가상영상데이터 (Synthetic Image Data)에 적용하여 CPU와 평균오차를 구하여 분석하였다. NTSS 방법은 평균화소 오차 0.02 픽셀 증가를 대가로 전영역 추적법에 비해 계산시간을 현저히 줄일 수 있었다.⁽⁹⁾

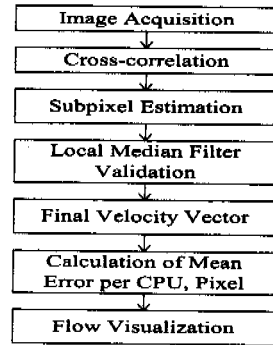
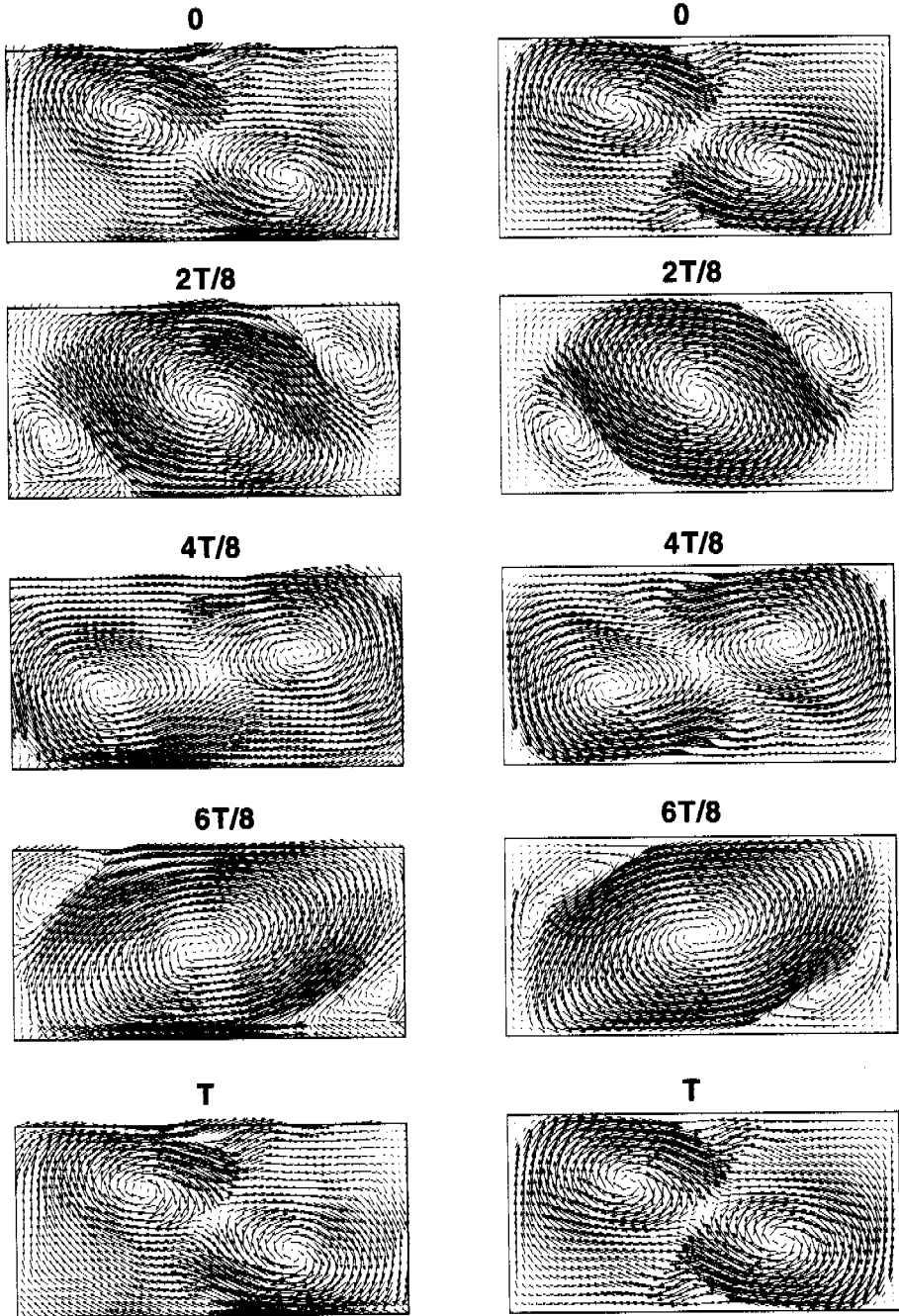


Fig. 4 Simplified PIV Flow Chart

4. 결과 및 검토

Fig. 5는 $\Omega_b = 1000$ [rpm], $\Omega_a = 80$ [rpm], $\omega^* = 5$ [rpm], $L = 0.15$ [m], $H = 0.12$ [m]인 조건에서(즉 $\epsilon = 0.08$, $Re = 2356$, $\omega = 0.4$, $h = 0.8$) 수행한 실험결과 및 수치해석 결과이다. 실험결과는 NTSS 알고리즘을 사용한 PIV 유동해석 결과이며, 수치해석결과는 선형 Ekman pumping 모델을 사용하였다. 그림에서 두 결과는 잘 일치함을 알 수 있다. 그림을 보면 두 결과 모두 시간과 공간적으로 대칭적인 유동양상을 보인다. 먼저 시간적인 유동 변화는, $t=0$ 일 때 용기 중앙에 회전방향이 같고 크기가 비슷한 두 개의 큰 와류가 좌상(左上)과 우하(右下)에 존재한다. 이 두 개의 와류는 시간이 진행되면서 중앙에서 하나로 합쳐지고 우상(右上)과 좌하(左下)의 모서리에 반대로 회전하는 두 개의 작은 와류를 발생시킨다(2T/8). 이 두 개의 작은 와류는 점점 성장하여 주기의 중간시점인 4T/8에서 다시 우상(右上)과 좌하(左下)에 존재하는 큰 와류로 된다. 마지막 반 주기도 이러한 현상을 되풀이 한다. 이와 같이 ϵ 이 작을 때는 Ekman pumping 효과가 미약하므로 cyclonic 와류와 anticyclonic 와류의 거동은 상호 거의 대칭적이다. 그 한 예로서 $t=0$ 일 때 두 개의 anticyclonic 와류가 좌상과 우하에 각각 형성되며 $t=4T/8$ 에서는 두 개의 cyclonic 와류가 좌하와 우상에 각각 형성되는 바 그 양상이 거의 유사하다.

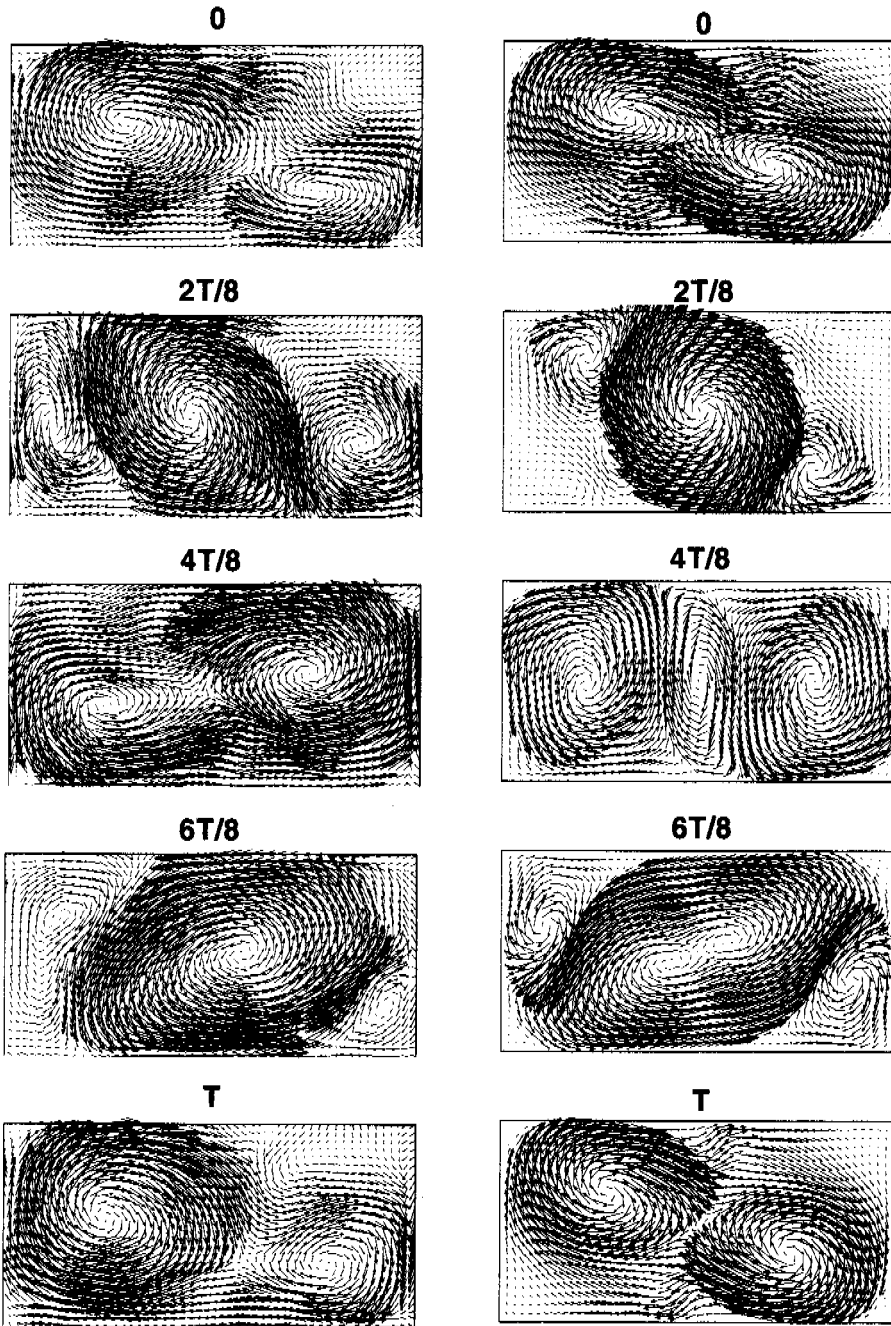
Fig. 6은 Fig. 5와 같은 조건에서 다만 바탕회전만 느리게 하여($\Omega_b = 250$ [rpm]) 수행한 실험결과 및 수치해석 결과이다. 이 때의 ϵ 은 0.32이다.



(a) PIV results(NTSS)

(b) Numerical results

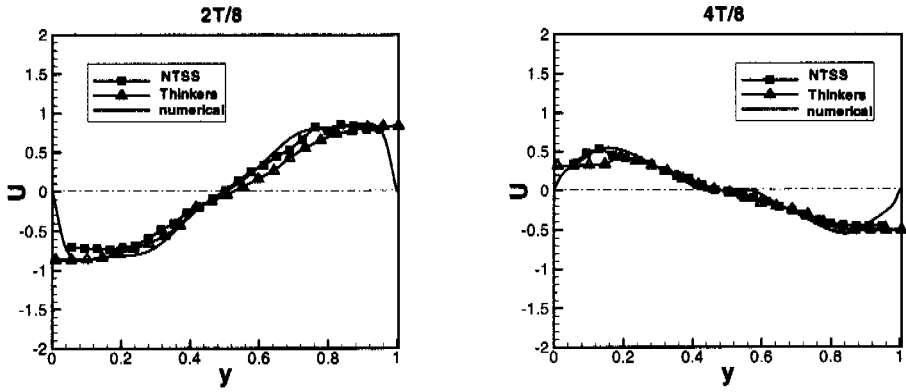
Fig. 5 Velocity vector distributions. ($\epsilon = 0.08$, $Re = 2356$, $\omega = 0.4$, $h = 0.8$)



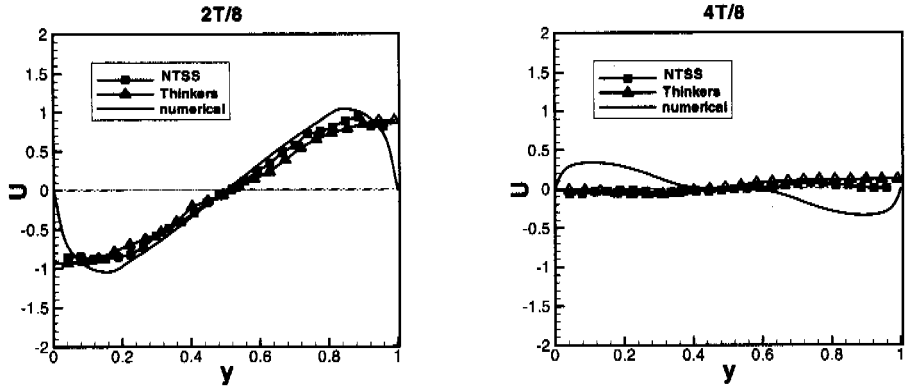
(a) PIV results(NTSS)

(b) Numerical results

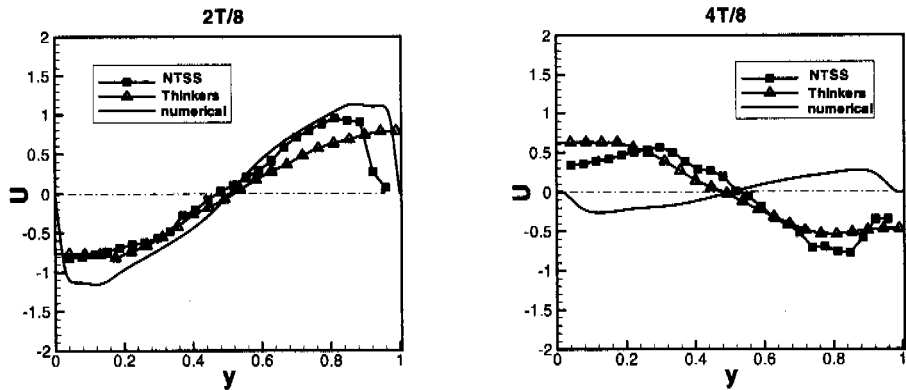
Fig. 6 Velocity vector distributions. ($\epsilon = 0.32$, $Re = 2356$, $\omega = 0.4$, $h = 0.8$)



(a) $\epsilon = 0.08$



(b) $\epsilon = 0.16$



(c) $\epsilon = 0.32$

Fig. 7 Comparisons of U-velocity distributions of various ϵ numbers at $x=aL/2$

Fig. 6의 실험 결과는 Fig. 5의 실험 결과에 비하여 공간적인 대칭성이 없어진 것을 알 수 있다. 즉 $\epsilon = 0.08$ 일 때 $t=0$ 인 시점에서 존재하였던 크기가 비슷한 두 개의 와류는 $\epsilon = 0.32$ 에서 크기가 다른 두 개의 와류로 변화하였다. 또한 cyclonic 와류와 anticyclonic 와류의 다른 거동이 눈에 띄게 나타난다. 이것은 ϵ 이 증가할수록 Ekman pumping 속도가 증가하여 anticyclonic 와류는 더욱 움추려 들려고 하고, cyclonic 와류는 더욱 확대하려고 하기 때문이다. 예로서 27/8때의 중앙의 anticyclonic 와류와 67/8때의 중앙의 cyclonic 와류는 그 크기가 상당히 다르다. 이러한 경향은 수치해석에서 더욱 뚜렷이 보인다.

한편 수치해석 결과에서는 공간적으로 대칭적인 유동양상을 보이고 있으며 시간적으로도 주기적인 양상을 보인다. 이러한 요인으로는 본 연구에서 사용한 선형 Ekman 분출모델의 오차라 생각되며, ϵ 이 큰 경우에서는 본 모델에 대한 수정이 필요하다고 생각된다.

Fig. 7은 ϵ 의 변화에 따른 용기의 가로 방향 크기의 1/2인 지점에서의 u -속도를 수치해석에 의한 것, NTSS 알고리즘에 의한 것, 그리고 PIV 유동해석 상용코드인 Thinkers eyes에 의해 나타낸 것이다. 그림에서 NTSS와 Thinkers는 비교적 잘 일치한다. 그러나 수치해석 결과와 실험결과는 벽면에서 잘 일치하지 않는다. 이러한 차이는 PIV 계측의 한계라 생각된다. 이것을 제외하면 $\epsilon = 0.08, 0.16$ 일 때는 비교적 잘 일치한다. 그러나 Fig. 6의 결과에서 알 수 있듯이, $\epsilon = 0.32$ 에서는 다른 경우보다 잘 일치하지 않는다. 추후의 연구에서는 이러한 유동정보에 대한 좀 더 정량적인 분석을 통하여 개선된 Ekman 분출 모델을 개발하고자 한다.

5. 결론

본 연구에서는 주기적인 외력을 받는 직사각형 용기내의 유동장에 대하여 수치해석과 PIV를 이용하여 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 용기 내의 와류의 성장과 혼합은 cyclonic 와류와 anticyclonic 와류의 성질에 의해서 결정된다.

(2) Ekman 펌핑 모델은 바탕회전의 효과가 클 때 실제 유동과 잘 일치하며, 바탕회전 효과가 작을 때는 잘 일치하지 않는다.

(3) PIV를 통해 얻은 정량적인 유동정보를 활용하여 Ekman 펌핑 모델을 개선할 필요가 있다.

참고문헌

- (1) 서용권, 김용균, 1998, "배경회전하에서 회전요동하는 직사각형 용기내의 유동해석," 대한기계학회 1998년도 추계학술대회는문집 B, pp. 869~875.
- (2) van Heijst, G.J.F., Davies, P.A. & Davies R.G., 1990, "Spin-up in a Rectangular Containers," *Physic of Fluid*, Vol. 2, No. 2, pp. 150~159.
- (3) van de Konijnenberg, J.A., Andersson, H.I., Billdal, J.T. & van Heijst, G.J.F., 1994, "Spin-up in a Rectangular Tank with Low Angular Velocity", *Physic of Fluid*, Vol. 6, No. 3, pp. 1168~1176.
- (4) Suh, Y.K., 1994, "Numerical Study on Two-Dimensional Spin-up in a Rectangle," *Physic of Fluid*, Vol. 6, No. 7, pp. 2333~2344.
- (5) Hart, J.E., 1990, "On Oscillatory Flow over Topography in a Rotating Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 214, pp. 437~454.
- (6) Pratte, J.M. & Hart, J.E., 1991, "Experiments on Periodically Forced Flow over Topography in a Rotating Fluid," *J. Fluid Mech.*, Vol. 229, pp. 87~114.
- (7) Willert, C.E. & Gharib, M., 1991, "Digital Particle Image Velocimetry," *Exp. Fluids*, Vol. 10, pp. 181~193.
- (8) Westerweel et al., 1996, "Measurement of Fully Developed Turbulent Pipe Flow with Digital Particle Velocimetry," *Exp. Fluids*, Vol. 20, pp. 165~177.
- (9) 김성균, 박수홍, 1998, "영상코드화 기법을 이용한 PIV 알고리즘에 대한 연구," 대한기계학회 1998년도 추계학술대회는문집 B, pp. 500~505.