

MIT 요동 익형의 수치해석

강 동 진* · 배 상 수**
(1999년 5월 24일 접수)

Numerical Simulation of MIT Flapping Foil Experiment

Dong Jin Kang and Sang Soo Bae

Key Words: Unstructured FVM(비정렬 유한체적법), Hydrofoil(수중익), Flapping Foil(요동의), Harmonics(조화함수), Unsteady Vortex(비정상 와류)

Abstract

A Navier-Stokes code based on an unstructured finite volume method is used to simulate the MIT flapping foil experiment. A low Reynolds number $k-\epsilon$ turbulence model is used to close the Reynolds averaged Navier-Stokes equations. Computations are carried out for the whole experimental domain involving two flapping foils and a downstream hydrofoil. The computational domain is meshed with unstructured quadrilateral elements, partly structured. Numerical solutions show good agreement with experiment. The first harmonics of the velocity in the boundary layer shows local peak value inside the boundary layer and also local minimum near the edge of boundary layer. It is intensified as it develops along the blade surface. This is shown to be caused as the unsteadiness inside the boundary layer is being convected at a speed less than the free stream value. It is also shown that there is negligible mixing of the unsteadiness between the boundary layer and the free stream.

1. 서 론

산업현장에서 부닥치게 되는 많은 유동문제가 비정상 점성유동임에도 이에 대한 연구는 초보적인 수준을 벗어나지 못하고 있다. 이와 같은 미진한 연구는 대체로 실험이나 수치해석의 복잡성 및 비효율성과 관련이 있는 것으로 이해된다. 특히, 터보기계의 익형에 형성되는 비정상 경계층의 발달과정은 터보기계의 성능에 큰 영향을 미치는 대표적인 유동 문제로 인식되어, 익형 표면에 형성되는 경계층을 계측하는 연구는 가장 고전적인 유체역학적 연구과제의 하나가 되어 왔

다. 그러나 일반적으로 경계층의 두께가 지나치게 얇아 이의 계측이 용이하지 않아 신뢰할만한 경계층 데이터가 드문 실정이다.⁽¹⁾

이러한 현실적 측면에서 살펴보면 MIT (Massachusetts Institute of Technology)가 수터널 (water tunnel)을 이용하여 최근에 정밀 계측한 비정상 경계층 데이터는 다양한 관점에서 살펴볼 가치를 지니고 있다고 하겠다.⁽²⁾ MIT 수터널 실험은 Fig. 1에 보인 바와 같이 2개의 요동 (flapping) 익형 하류에 수중익(hydrofoil)을 장착하여, 수중익의 표면뿐만 아니라 수중익 주위측정 상자에서 광범위한 비정상 데이터를 계측하였다. 실험에서 상류 요동 익형은 7.62cm 크기의 NACA0025 익형이고, 하류의 수중익은 45.72cm 크기의 수정 NACA0066 시리즈로 제작되었다. 실험단면에 유입되는 유동의 난류강도는 약 1%이고 요동 익형은 6°의 진폭으로 16Hz 주파수로 요동한다.

* 회원, 영남대학교 기계공학부
E-mail : dj kang@yu.ac.kr
TEL: (053)810-2463 FAX : (053)813-3703

** 영남대학교 기계공학부

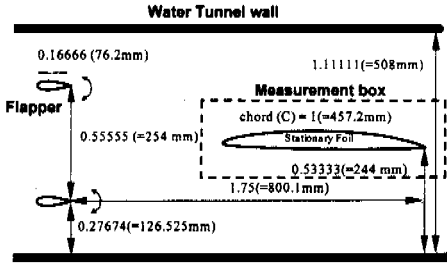


Fig. 1 Schematic diagram of MIT flapping foil experiment

MIT실험 데이터는 이미 몇몇 연구가에 의해 자신들이 개발한 수치해석 Navier-Stokes 코드를 검증하는데 사용된 바 있다. 예를 들면 1993년에 개최된 Office of Naval Research (ONR)/MIT Unsteady Flow 워크샵에서는 실험데이터와 암맹 실험(blind test)으로 얻은 수치해를 심도있게 비교 분석한 바 있다. Paterson 등⁽³⁾은 세가지 서로 다른 크기의 계산영역에서 수치해를 서로 비교 분석하여 적절한 경계조건을 제시하였지만, 대부분의 수치해는 실험치와 상당한 차이를 보였다. Taylor 등⁽⁴⁾은 가압축성 Navier-Stokes코드와 다중 블록 기법을 사용하여 정밀한 수치해석을 시도하였지만 실험치와는 상당한 차이를 보였다. 수치 해석 연구로서 가장 두드러지는 결과는 최근에 펜실바니아 주립대학의 Lakshminarayana 교수 연구팀이 얻은 Navier-Stokes 수치해이다.⁽¹⁾ 이들은 하류에 장착된 수중익만을 계산영역에 포함시키고 실험치를 내삽(interpolation)하여 입구 경계조건으로 사용하여 정상상태 수치해 뿐만 아니라 비정상 수치해도 실험치를 비교적 잘 예측하였다.

본 연구는 터보기계에서의 정익과 동익의 상호 작용에 의한(interacting) 비정상 유동 특성에 대한 수치적 연구의 초기 연구 결과로, 본 연구자가 개발한 비정상 Navier-Stokes 코드의 신뢰성을 실증적으로 검증함과 동시에 상호작용에 의한 비정상 유동 특성을 자세히 살펴보는데 그 목적을 두고 있다.

본 연구에서는 저자가 선행연구⁽⁵⁾에서 개발한 비정렬 비압축성 Navier-Stokes 코드를 비정상 유

동해석에 적합하도록 수정하여 MIT 실험을 수치적으로 모사하고자 한다. 이 Navier-Stokes 코드는 비정렬 격자계를 사용하여 비압축성 유동장을 해석한다. 특히, 운동량 방정식을 QUICK법^{(6),(7)}으로 근사하여 수치해의 정밀도를 향상시킨 것이 특징이며, 시간 도함수는 모두 Euler 이차 후방 차분법(2nd order Euler backward differencing)을 사용한다. 또한, 요동하는 익형을 모사하기 위해 익형 주위의 일부 격자는 시간의 경과에 따라 익형과 함께 요동하는 이동격자(moving grid)기법을 사용한다.

2. 지배방정식

본 연구에서 사용한 지배방정식은 x-y 직교 좌표계에서의 2차원 비압축성 Navier-Stokes방정식으로 다음의 식 (1), (2) 그리고 (3)으로 표현할 수 있다.

운동량 방정식

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_{eff} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_{eff} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

여기서 u 와 v 는 각각 x 와 y 방향 속도성분이고, p 는 압력을 그리고 ν_{eff} 는 동가 점성 계수(equivalent viscosity)로 $\nu_{eff} = \nu + \nu_t$ 이다. ν 와 ν_t 는 각각 유체의 동점성 계수(kinematic viscosity)와 와점성 계수(eddy viscosity)이고, 와점성 계수는 Chien의 저레이놀즈수 난류모델⁽⁸⁾로부터 구한다.

연속방정식

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

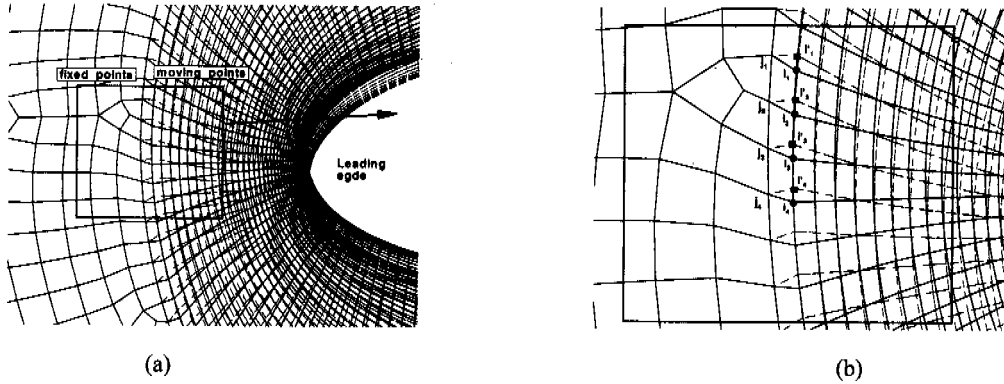


Fig. 2 Moving grid

3. 난류 모델

대표적인 저레이놀즈수 난류모델의 하나인 Chien의 난류모델⁽⁸⁾은 다음의 식 (4)와 (5)에 정리한 난류 운동 에너지 방정식과 난류 운동 에너지 소산을 방정식으로부터 와점성 계수 ν_t 를 구한다.

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_i k}{\partial x_j} - \rho \frac{\partial x_i}{\partial t} \frac{\partial k}{\partial x_j} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \\ &+ \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - k \left(f_\mu C_\mu \rho \frac{k}{\mu_t} + \frac{2\mu}{y^2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_i \epsilon}{\partial x_j} - \rho \frac{\partial x_i}{\partial t} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon}) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \\ &+ f_1 C_{e1} \mu_t \frac{\epsilon}{k} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \\ &- \epsilon (C_{e2} f_2 \rho \frac{\epsilon}{k} + \rho E) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 u_j 는 $x_j(j=1,2)$ ϵ 방향의 평균유속, k 는 난류 운동 에너지, ϵ 는 소산율을 가리킨다. 와점성 계수는 $\mu_t = \rho C_\mu f_\mu k^2 / \epsilon$ 로 구하며, 기타 여러 가지 모델상수와 함수는 다음과 같다.

$$C_\mu = 0.09, C_{e1} = 1.35, C_{e2} = 1.8, \sigma_k = 1.0$$

$$\begin{aligned} \sigma_\epsilon &= 1.3, E = -2\nu(\epsilon/y^2) \exp(-0.5y^+) \\ f_\mu &= 1.0 - \exp(-0.0115y^+) \\ f_1 &= 1.0, f_2 = 1.0 - 0.22 \exp(-(Re_t/6)^2) \end{aligned} \quad (6)$$

4. 수치해석 방법

4.1 수치해석 과정

본 논문에서 사용한 수치해석 방법에 대한 자세한 내용은 참고문헌 [5]에 잘 정리되어 있으며, 여기서는 수치해를 구하는 과정을 간략하게 정리하면 다음과 같다.

(a) 속도성분, 압력성분 그리고 난류 와점성 계수 등을 가정한다.

(b) 대수 운동량 방정식으로부터 속도성분을 수정한다.

(c) 연속 방정식을 조작하여 얻은 압력 방정식으로부터 압력을 수정한다.

(e) 과정 (b)와 (c)에서 구한 속도성분과 압력의 변화가 충분히 작지 않으면 난류 와점성 계수를 수정하고 과정 (b)로 되돌아간다.

위의 과정 (a)-(e)는 임의의 시간 증분에 대하여 적용하며, 과정 (e)에서 수렴판정은 반복계산간 속도성분과 압력의 최대변화가 10^{-4} 보다 작을 때를 기준으로 하였다.

4.2 이동격자 기법

상류 요동 익형의 운동을 정확히 모사하기 위해 요동 익형 주위를 O-형 격자로 구성한 후 익

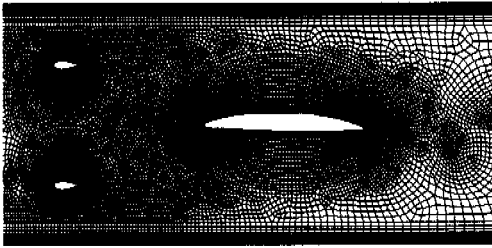


Fig. 3 Computational domain and grid

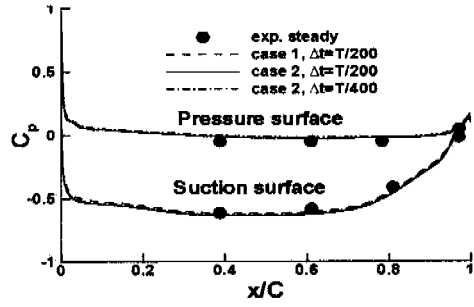


Fig. 4 Grid independency

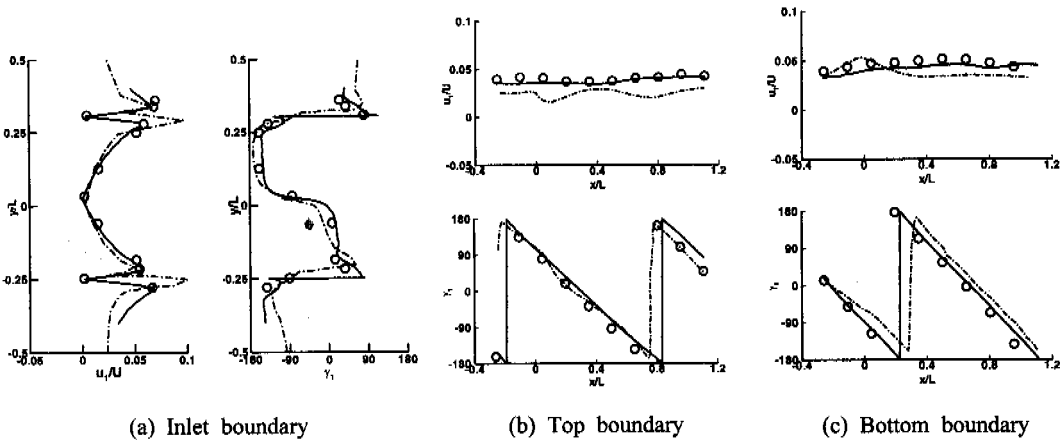


Fig. 5 Comparison of the first harmonics of the axial velocity components on the measurement box boundaries (symbol: experiment, solid line: present, dashed line: Paterson et al.)

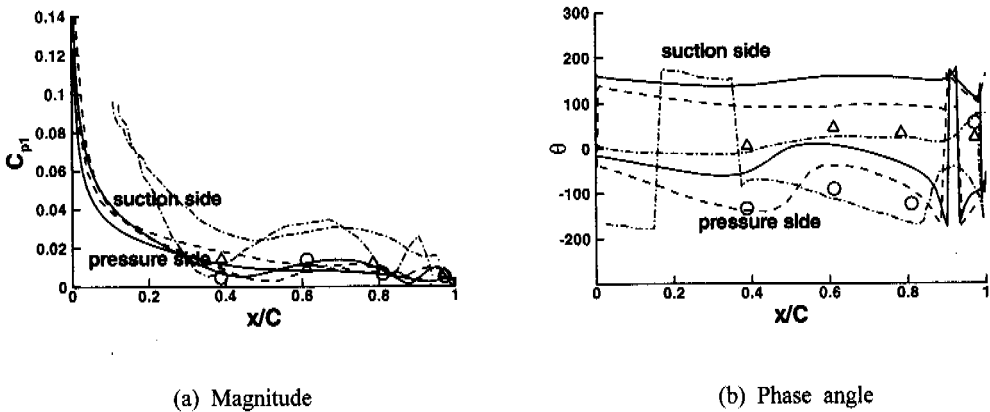
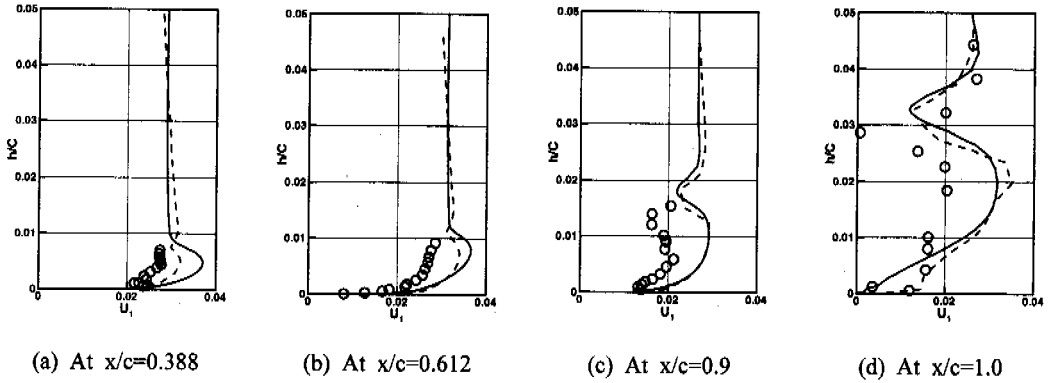


Fig. 6 Comparison of the first harmonics of the surface pressure coefficients (symbol: experiment, solid line: present, dashed line: Ho et al., dashdot line: Lee et al.)

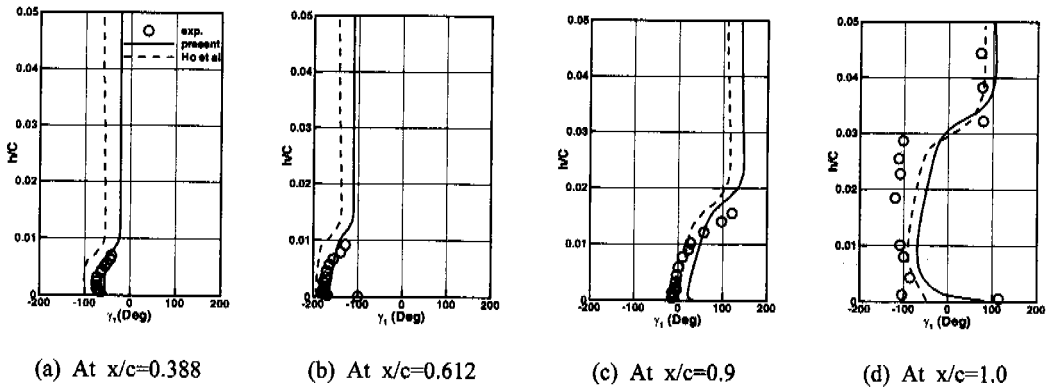
형과 함께 운동하도록 하였다. Fig. 2(a)는 임의의 시간 t_1 과 다소 시간이 경과한 후의 시간 t_2 에서

의 격자를 동시에 그린 그림이다. 그림에서 실선은 시간 t_1 에서의 격자를 점선은 시간 t_2 에서의



(a) At $x/c=0.388$ (b) At $x/c=0.612$ (c) At $x/c=0.9$ (d) At $x/c=1.0$

Fig. 7 Magnitude of the first harmonics of the velocity profiles at 4 locations along the suction of the hydrofoil (symbol: experiment, solid line: present, dashed line : Ho et al.)



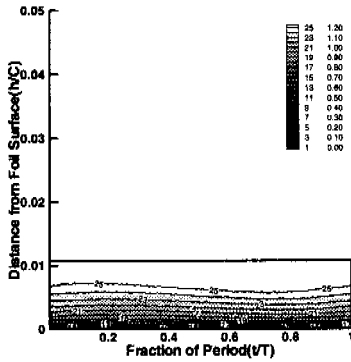
(a) At $x/c=0.388$ (b) At $x/c=0.612$ (c) At $x/c=0.9$ (d) At $x/c=1.0$

Fig. 8 Phase angle distributions of the first harmonics of the velocity profiles at 4 locations along the suction surface of the hydrofoil (symbol: experiment, solid line: present, dashed line : Ho et al.)

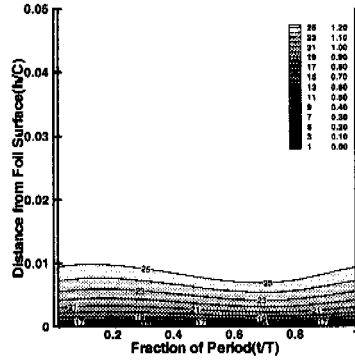
격자를 가리킨다. 그림에서 살펴볼 수 있듯이, 우측의 이동 격자와 좌측의 고정 격자 경계에서는 미끄럼이 일어나서 셀의 형상이 변한다. 따라서, 매 시간증분마다 이동격자에 대한 요소를 새로 구성해야 하며, 본 연구에서는 최단 거리에 있는 격자점을 이어서 요소를 형성한다. 다시 말하면 Fig. 2(b)에 보인 바와 같이 시간 t_1 에서 i_1, i_2, j_2, j_1 네 격자점으로 구성된 사각형 요소는 시간 t_2 에서는 i'_1, i'_2, j_2, j_1 의 네 격자점으로 사각형 요소를 구성하게 된다. 위와 같은 격자 이동에 따른 요소 재구성은 수치적으로 단순할 뿐만 아니라 전산 비용도 저렴하여 전체 계산시간에 미치는 영향은 대단히 미미하다.

5. 결과 및 토의

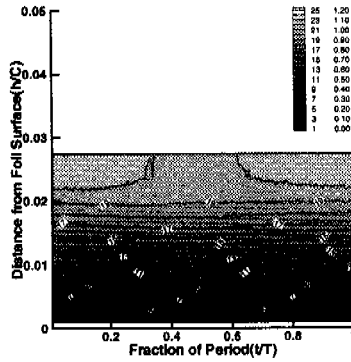
본 수치해석에서 수치해의 격자 의존성 여부는 참고 문헌 [9]에서 자세히 다루고 있으므로, 여기서는 결과만을 간략하게 설명하면 다음과 같다. 공간 격자의 영향은 35,988개의 격자점(case1)과 43,588개의 격자점(case2)을 사용하여 시험하였고, 시간 증분의 영향은 요동 익형의 주기 (T)에 대하여 시간 증분을 $T/200$ 및 $T/400$ 로 두어서 수행하여 얻은 수치해를 비교하여 살펴보았다. Fig. 4는 그 결과의 일부로 공간 격자와 시간 증분이 벽면 압력에 미치는 영향을 보여주고 있다.



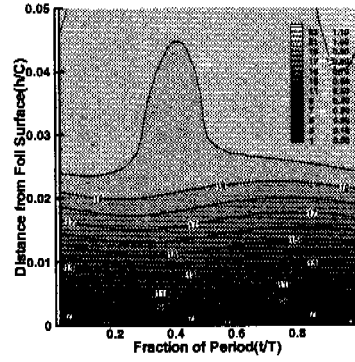
(a) Experiment at $x/C=0.612$



(b) Present at $x/C=0.612$



(c) Experiment at $x/C=0.972$



(d) Present at $x/C=0.972$

Fig. 9 Comparison of time histories of the velocity on the suction surface of the hydrofoil at two axial locations

그림에서 알 수 있듯이 case2 공간 격자와 시간 증분을 사용하면 충분히 정확한 수치해를 얻을 수 있음을 확인할 수 있다. Fig. 5는 수중익 주위의 측정상자의 입구와 상하면을 따른 속도분포의 일차조화를 실험치와 비교한 그림이다. (a)는 측정상자 입구에서, (b)는 측정상자의 윗면을 그리고 (c)는 측정상자의 아랫면을 따라서 x-방향 속도분포의 일차조화의 크기와 위상을 도시한 그림이다. 그림에서 알 수 있듯이 본 수치해는 일차조화의 크기와 위상을 잘 예측하고 있다. 또한, 지면 관계상 시간 평균치는 도시하지 않았지만 실험치와 거의 완벽하게 일치하고 있다. 따라서, 상류 익형으로부터 유기된 비정상 유동은 본 수치해석 방법으로 충분히 정확하게 예측할 수 있

다고 판단된다. 참고로, 그림에 함께 도시한 Paterson 등⁽³⁾의 수치해는 본 수치해석과 동일한 계산영역에 대하여 수치해석을 수행하였지만 실험치나 본 수치해에 비해 덜 발달된 후류를 예측하였으며, 수중익만 포함하는 작은 계산영역에서의 계산에서 본 수치해와 같은 수준의 수치해를 얻은 바 있어, 본 방법에 비해 후류 예측 능력이 뒤진다.

Fig. 6은 수중익 벽면을 따른 일차 조화 비정상 압력 분포의 크기를 비교하여 도시한 그림이다. 그림을 살펴보면 본 수치해는 다른 선행 수치해에 비해 일차 조화의 크기를 정확하게 예측하며 실험치와 거의 완벽한 일치를 보여준다. 일차 조화 압력 분포가 $x/C=0.7$ 부근에서 이차 피크

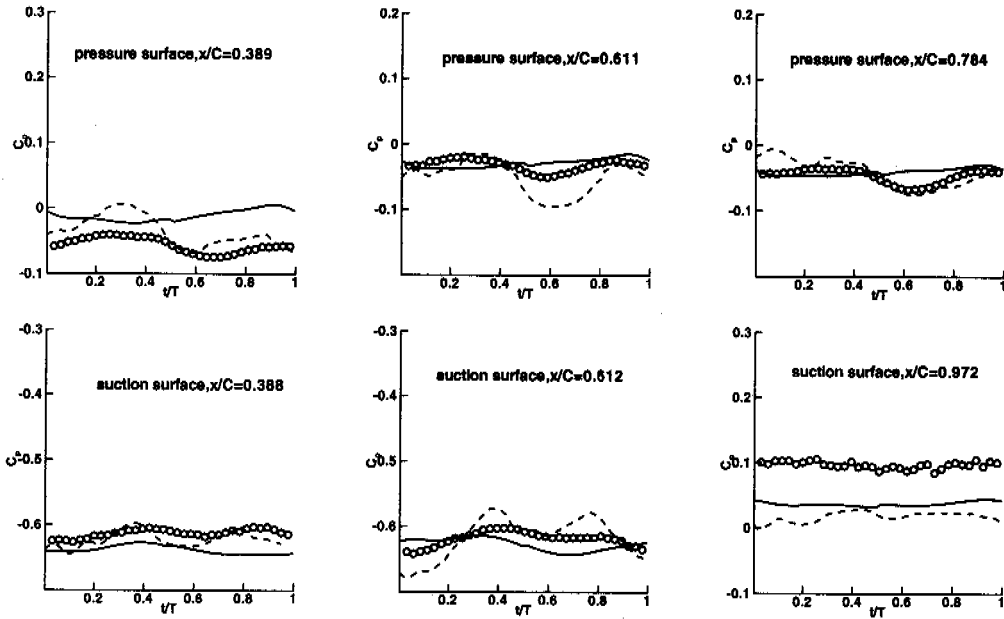


Fig. 10 Comparison of time histories of the pressure and suction surface pressure coefficients.
(symbol: experiment, solid line: present, dashed line: Lee et al.)

치를 갖는 것은 대단히 흥미롭다. 이 지점은 시간 평균 압력 분포가 역압력 구배를 가지는 지점에 해당하지만 둘 사이에 상관 관계 여부는 분명하지 않다. 일차 조화 압력 분포의 위상은 모든 수치해가 실험치와는 크게 다른 분포를 예측하였다. 다만, 본 수치해는 실험치에 비해 약 100° 앞선 위상을 예측하였다. Ho 등⁽¹⁾의 수치해도 본 수치해와 유사한 거동을 보이고, Lee 등⁽¹⁰⁾의 수치해가 가장 뒤떨어지는 예측을 보였다.

Fig. 7은 수중익의 흡입면을 따라 4개 지점에서 일차 조화 속도 분포를 실험치와 다른 수치해와 비교하여 도시한 그림이다. 그림에서 알 수 있듯이, 본 수치해는 Ho 등⁽¹⁾의 수치해와 거의 같은 정도로 실험치에 근접한 예측을 보인다. 그림에서 흥미로운 것은 후단에 접근함에 따라 경계층의 가장자리(boundary layer edge) 부근에서 비정상성(unsteadiness)이 국부적으로 감소하는 경향을 보이고 있다(지면 관계상 시간 평균치는 도시하지 않았지만 $x/C=0.4$ 에서 경계층 두께가 약 $0.1h/C$ 이고 후단에서는 약 $0.4h/C$ 로 증가한다)는 것이다. 이와 같은 특이한 현상은 Ho 등⁽¹⁾도 관찰한 바 있으며, Fig. 8에 도시한 일차조화의

위상(phase angle)분포로부터 다음과 같이 설명할 수가 있겠다. Fig. 7과 Fig. 8을 비교하여 보면 경계층 가장자리 부근에서 일차조화의 크기가 국부적으로 최소치를 가지는 영역에서 급격한 위상변화를 살펴볼 수 있으며, 이러한 위상변화는 경계층의 두께가 증가할수록 커진다. 그런데 경계층 내부와 자유 유동 사이의 위상 차이는 비정상 와류의 대류속도가 서로 차이가 나기 때문이다. 또한 이러한 급격한 위상 차이는 경계층 유동과 자유유동 사이의 혼합(mixing)이 대단히 미약함을 의미하며, 경계층 가장자리 부근에서 경계층 비정상 유동과 자유 유동의 비정상성이 상쇄되어 국부적으로 비정상 유동이 최소치를 가지게 한다. 이와 같은 현상은 압력면을 따라서도 관찰된다. Fig. 9는 비정상 유동 특성을 보다 자세히 살펴보기 위해 $x/C=0.612$ 와 $x/C=0.972$ 의 두 위치에서 속도 변동을 실험치와 비교하여 도시한 그림이다. 그림을 살펴보면 경계층 내부와 자유 유동 간의 위상 차이가 크지 않은 $x/C=0.612$ 에서는 경계층 내부의 비정상 거동에서 자유 유동의 정현파 거동으로 완만하게 천이하지만, $x/C=0.972$ 에서는 경계층 가장자리 부근에서

정현과 거동으로 급격히 천이하고 있다.

Fig. 10은 수중익의 흡입면을 따라 6개 위치에서 압력계수의 비정상 거동을 비교 도시한 그림이다. 그림을 살펴보면 본 수치해가 Lee 등⁽¹⁰⁾의 수치해에 비해 개선된 결과를 보이기는 하지만, 여전히 실험치와는 다소 큰 차이를 보이고 있다. 이러한 차이는 현재까지 연구문헌에 나타나 있는 다른 모든 수치해에서도 관찰되는 것으로 그 이유는 분명하게 밝혀져 있지 않으나, 난류모델과 수치해석 기법의 부정확성 등이 원인일 수 있다고 사료된다. 현재 사용되는 수치해석 기법은 시간좌표계에서 다소 간의 수치적 분산(dispersion)과 소산(dissipation)을 가지는데, 그 크기에 대한 연구가 공간 좌표계에서의 그것들에 비해 미진한 상태이다. 또한, 난류모델은 기본적으로 정상상태 유동장 데이터를 사용하여 개발한 것이어서 이에 대한 후속연구가 요망된다 하겠다.

6. 결 론

본 수치해석에서 얻은 비정상 수치해는 기존의 다른 수치해에 비해 크게 개선된 거동을 보여 본 수치해석 방법은 비정상 유동 특성에 유용하게 사용할 수 있음을 확인하였다. 다만, 압력 조화함수는 크기와 위상에서 실험치와 다소 큰 차이를 보이고 있어 그 원인에 대한 후속 연구가 요망된다.

또한, 비정상 경계층 유동 특성을 자세히 살펴본 결과, 경계층 내부의 비정상 속도는 자유 유동과 다른 속도로 대류되면서 경계층 가장자리에서 큰 위상차와 국부적으로 최소치를 가진다. 이러한 현상은 수중익의 후단으로 접근함에 따라 뚜렷이 관찰되며, 경계층 내부의 비정상속도가 자유 유동과 거의 혼합되지 않은 채로 수중익 표면을 따라 대류되기 때문에 판단된다.

후 기

본 논문은 1999년도 영남대학교 학술연구비 조성비에 의해 이루어진 것으로 관계자 여러분께 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

- (1) Ho, Y., Lakshminarayana, B., Thompson, D. E., and Morris, P. J., 1995, "Numerical Simulation of Steady and Unsteady Viscous Flows in Turbomachinery Blade Rows," Pennsylvania State University Turbomachinery Laboratory Report, PSU TURBO 9503.
- (2) Rice, J. Q., "Investigation of A Two Dimensional Hydrofoil in Steady and Unsteady Flows," M. S. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, June, 1991.
- (3) Paterson, E., and Stern, F., 1993, "Computation of Unsteady Viscous Flow with Application to the MIT Flapping-Foil Experiment," *Sixth Int. Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics*.
- (4) Taylor, L. K., Busby, J. A., Jiang, M. Y., Arabashi, A., Sreenivas, K., and Whitfield, D. L., 1993, "Time Accurate Incompressible Navier-Stokes Simulation of the Flapping Foil Experiment," *Sixth Int. Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics*.
- (5) 강동진, 배상수, 주상우, 1998, "비압축성 점성 유동 해석을 위한 비정렬 유한체적법," 대한기계학회논문집 제22권 제10호, pp. 1410~1421.
- (6) Leonard, B. P., 1979, "A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 19, pp. 59~98.
- (7) 강동진, 배상수, 1999, "비정렬 유한 체적법을 위한 QUICK법의 수정," 대한기계학회논문집 투고중
- (8) Chien, K. Y., 1982, "Prediction of Channel and Boundary Layer Flows with a Low Reynolds Number Turbulence Model," *AIAA J.*, Vol. 20, pp. 33~38.
- (9) Kang, D. J., Bae, S. S., and Kim, J. W., 1999, "Navier-Stokes Simulation of MIT Flapping Foil Experiment Using an Unstructured Finite Volume Method," Turbo-Expo 99, Indianapolis.
- (10) Lee, Y. T., Kiris, C., Rogers, S. E., Zawadzki, I., and Kwak, D., 1995, "Steady and Unsteady Multi-Foil Interactions by Navier-Stokes and Euler Calculations," *Unsteady Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachinery*, Elsevier Science B. V., pp. 93~107.