

레이놀즈응력모델을 이용한 난류의 고분자물질 첨가 저항감소현상에 대한 수치해석

고강훈* · 김광용**
(1998년 12월 30일 접수)

Numerical Analysis of Drag-Reducing Turbulent Flow by Polymer Injection with Reynolds Stress Model

Kang-Hoon Ko and Kwang-Yong Kim

Key Words: Drag Reduction(저항감소), Low-Re Reynolds Stress Model(저레이놀즈수 레이놀즈응력모델), Polymer Injection(고분자물질 첨가), Channel Flow(평판유동), Ultimate Profile(궁극분포), Viscosity Ratio(점성계수비).

Abstract

A modified low-Reynolds-number Reynolds stress model is developed for the calculation of drag-reducing turbulent flows induced by polymer injection. The results without polymer injection are compared with the results of direct numerical simulation to ensure the validity of the basic model. In case of drag reduction, profiles of mean velocity and Reynolds stress components, in two-dimensional channel flow, obtained with a proper value of viscosity ratio are presented and discussed. Computed mean velocity profile is in very good agreement with experimental data. And, the qualitative behavior of Reynolds stress components with the viscosity ratio is also reasonable.

1. 서론

고분자첨가물에 의한 마찰저항감소현상⁽¹⁾은 과거 수십년동안 많은 학자들의 관심을 끌어왔으나, 이 현상에 대한 완전한 이론적인 모델은 벽 근처 난류의 복잡한 구조와 난류유동내의 고분자물질의 거동이 정확히 밝혀지지 않아 아직까지 확립되지 못하고 있다. 반면에, 현상의 주요특성을 고분자의 물성과 관련된 변수들을 사용해 설명하는 현상학적인 모델들의 개발에는 다소 성과가 있는 것으로 알려지고 있다.

고분자물질 첨가에 의한 난류의 저항감소현상에 대한 대부분의 연구들은 실험적으로 수행되었으며, Berman⁽²⁾과 Sellin 등⁽³⁾에 의해 요약된 바 있다. 최근 점탄성(viscoelastic)유동의 이론적 해석

에 관한 연구⁽⁴⁾가 활발하게 진행되고 있으나, 아직 이러한 연구가 난류 점탄성유동에 적용된 예는 지극히 제한적이다. Maulik⁽⁵⁾은 이차원 유로 내 막스웰 유체(Maxwell fluid)의 난류유동을 해석하였으나 고탄성유동에 대해서는 수립된 해를 구하지 못하였다.

난류의 저항감소현상의 해석은 주로 기존의 난류모델에 대한 변형을 통해 이루어져 왔으며, 그동안의 연구에 의해 개발된 저항감소 모델에는 전체효과모델, 평균속도모델, 난류구조모델 등이 있다. 초기의 모델인 전체효과모델은 가장 단순한 모델이다. Meyer⁽⁶⁾는 난류의 벽 근처 유동장을 단순히 점성저층(viscous sublayer)과 로그영역(logarithmic layer)으로 구성하고, 고분자물질이 첨가됨에 따라 점성저층의 범위가 증가하는 이중(two layer)모델을 사용하였으나, 이 모델은 고분자 물질이 첨가되더라도 점성저층의 변화가 나타나지 않는다는 실험결과와 상충됨이 밝혀졌다. 이에 따라 Virk⁽⁷⁾는 새로운 영역인 탄성저층(elastic sublayer)의 존재를 제시하였으며, 이를 포

* 인하대학교 대학원

** 회원, 인하대학교 공과대학 기계공학과

E-mail : kykim@inha.ac.kr

TEL : (032)872-3096 FAX : (032)868-1716

합한 삼층(three layer) 모델을 제안하였다. Virk는 탄성저층이 대략 $15 < y^+ < 60$ 에서 존재하며 u^+ 는 이 영역 내에서 궁극분포(ultimate profile)라는 로그함수 형태로 나타나고 이 함수는 고분자의 종류나 분자량, 농도와 무관하다고 주장하였다. 실험치들은 저항감소가 커짐에 따라 탄성저층의 두께가 증가함을 보여준다.

평균속도모델⁽⁸⁾은 연속방정식과 운동량방정식의 해에 기초를 두고, 저항감소 현상을 고려해 난류의 길이척도(length scale)를 수정해 주는 모델이다. 가장 정교한 모델인 난류구조모델은 기존의 전체효과모델이나 평균속도모델과는 달리 난류에 관해 보다 정교한 정보를 제공함으로써 뉴우튼유체유동과 저항감소유동 사이의 차이점을 이해하는데 도움을 준다. 이 모델에는 와점성계수(eddy viscosity)의 개념을 사용하는 모델로 1-방정식 모델과 2-방정식 모델이 있고, 이차모멘트(second-order moment)모델로 레이놀즈응력모델(Reynolds stress model)이 있다.

Hassid 와 Porph⁽⁹⁾는 1-방정식 모델을 사용해 저항감소유동을 해석하였는데, 저항감소량이 변화하여도 길이척도가 변하지 않는 잘못된 결과를 보여주었다. 이러한 1-방정식 모델의 결점을 보완하기 위해 Durst와 Rastogi,⁽¹⁰⁾ Poreh와 Hassid,⁽¹¹⁾ Patterson 등⁽¹²⁾은 2-방정식 모델의 일종인 k-ε 모델을 사용하여 다소 향상된 결과를 얻었다. 그러나, 이러한 저항감소 k-ε 모델들은 난류유동에너지, k나 소멸률, ε에 관한 방정식에 고분자물질과 난류 사이의 상호작용에 관련된 항을 첨가하지 않아 고분자 물질의 첨가가 난류구조에 미치는 영향을 제대로 반영하지 못하였다.

레이놀즈응력모델을 사용해 저항감소현상을 예측하고자 하였던 시도는 Hassid⁽¹³⁾에 의한 연구이외에는 발견할 수 없었으나, 레이놀즈응력모델은 k-ε 모델과는 달리 고분자물질첨가가 난류의 세방향 수직응력성분에 각각 다르게 미치는 영향을 반영할 수 있다는 점⁽¹⁴⁾에서 그 유용성이 크게 기대되고 있다. 실험적 관찰에 의하면 고분자물질첨가에 의해 유동방향과 측방향 난류수직응력성분은 점성저층(viscous sublayer)내에서 감소하고 점성저층 밖에서는 증가하는 한편, 벽에서 수직 응력성분은 점성저층과 완충층(buffer layer)내에서 공히 감소하는 현상을 보이고 있다. Hassid⁽¹³⁾는 이러한 현상을 레이놀즈응력모델에

반영하여 완충층 내에서 유동방향과 측방향의 수직응력성분이 증가하고 수직방향의 성분이 감소되는 현상이 계산결과에 나타남을 보였다.

Hassid의 연구 이후에, 저항감소 레이놀즈응력모델의 바탕이 되는 저레이놀즈수(low-Reynolds number) 레이놀즈응력모델의 개발은 Launder와 Shima,⁽¹⁵⁾ Lai와 So,⁽¹⁶⁾ 김광용⁽¹⁷⁾ 등에 의해 매우 활발하게 진행되었으나, 아직 이러한 진보된 레이놀즈응력모델들을 바탕으로 한 저항감소모델의 개발은 보고되지 않고 있다. 본 연구에서는 Launder와 Shima⁽¹⁵⁾의 레이놀즈응력모델을 바탕으로 한 저항감소모델을 사용해 평행평판 사이의 난류저항감소유동을 해석하여 실험치와 비교함으로써 그 타당성을 검토하였다.

2. 난류 모델

2.1 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델

본 연구에서 사용한 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델은 Launder와 Shima⁽¹⁵⁾의 모델을 바탕으로 하며, 이 모델에서는 레이놀즈응력방정식과 소멸률, ε에 관한 방정식을 운동량 방정식에 부가하여 계산한다. Launder와 Shima⁽¹⁵⁾에 의해 제안된 저레이놀즈수 레이놀즈응력 모델은 아래와 같다.

일반적으로 레이놀즈응력성분($-\rho \overline{u_i u_j}$)들에 대한 전달방정식은 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{D \overline{u_i u_j}}{Dt} = P_{ij} - \epsilon_{ij} + \Phi_{ij} + d_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) \quad (1)$$

여기서,

$$P_{ij} = - \left[\overline{u_i u_k} \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_k} \right) + \overline{u_j u_k} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \right]$$

$$d_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_s \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{2}{3} \epsilon \delta_{ij}$$

$$\Phi_{ij} = \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

이며, U_i 와 u_i 는 자기 평균속도와 변동속도성분을 나타내며, p 와 ρ 는 자기 압력변동과 유체 밀도, k 는 난류운동에너지분 나타낸다.

Launder와 Shima의 저레이놀즈수 모델은 Gibson과 Launder⁽¹⁸⁾의 레이놀즈응력모델을 바탕으로 하여 개발되었다. 따라서, 압력-변형을 상관항은 다음과 같이 slow항($\Phi_{ij,1}$)과 rapid항($\Phi_{ij,2}$) 및 각각에 관한 벽반영항(Φ_{ij}^w)들의 합으로 나타낸다.

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} + \Phi_{ij,1}^w + \Phi_{ij,2}^w \quad (2)$$

여기서

$$\Phi_{ij,1} = -C_1 \varepsilon a_{ij}$$

$$\Phi_{ij,2} = -C_2 \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right)$$

$$\Phi_{ij,1}^w = C_1^w (\varepsilon/k) \left[\overline{u_k u_m n_k n_m \delta_{ij}} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i n_k n_j} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j n_k n_i} \right] f$$

$$\Phi_{ij,2}^w = C_2^w \left[\Phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{ik,2} n_k n_j - \frac{3}{2} \Phi_{jk,2} n_k n_i \right] f$$

n_k 는 벽에 수직인 방향의 단위벡터이며, 비등방 텐서 a_{ij} 와 벽감쇠함수 f 는 다음과 같다.

$$a_{ij} = \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) / k$$

$$P = \frac{1}{2} P_{kk}$$

$$f = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa y}$$

κ 는 von Karman 상수로서 0.41, y 는 벽으로부터의 수직거리이다.

벽근처 저레이놀즈수 영역에 위의 모델을 적용하기 위해서 Launder와 Shima의 모델에서는 다음과 같이 모델상수들이 수정된다.

$$C_1 = 1 + 2.58 A A_2^{1/4} (1 - \exp[-(0.0067 R_i)^2])$$

$$C_2 = 0.75 A^{1/2}$$

$$C_1^w = -\frac{2}{3} C_1 + 1.67$$

$$C_2^w = \text{MAX} \left[\frac{\frac{2}{3} C_2 - \frac{1}{6}}{C_2}, 0 \right]$$

여기서, A_2 , A_3 와 A 는 다음과 같이 정의되는 비등방텐서 a_{ij} 의 불변항(invariant)들이며 R_i 는 난류레이놀즈수이다.

$$A_2 \equiv a_{ik} a_{ki}$$

$$A_3 \equiv a_{ik} a_{kj} a_{ji}$$

$$A \equiv [1 - 9/8(A_2 - A_3)]$$

$$R_i \equiv \frac{k^2}{\nu \varepsilon}$$

Launder와 Shima⁽¹⁵⁾가 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델에 사용한 소멸률의 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon}{Dt} = & \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(C_\varepsilon \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] \\ & + (C_{\varepsilon 1} + \psi_1 + \psi_2) \frac{\varepsilon}{k} P - C_{\varepsilon 2} \left(\frac{\varepsilon \varepsilon}{k} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

$$\overline{\varepsilon} = \varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial k^{1/2}}{\partial x_j} \right)^2$$

$$\psi_1 = 2.5A(P/\varepsilon - 1)$$

$$\psi_2 = 0.3(1 - 0.3A_2) \exp[-(0.002 R_i)^2]$$

모델상수 C_ε , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ 는 각각 0.18, 1.45 그리고 1.9로 사용하였다. 단, 본 연구에서는 ψ_1 과 ψ_2 항의 효과가 작다고 사료되어 이 항들을 무시하였다.

2.2 저항감소 레이놀즈응력모델

본 연구에서 Launder와 Shima의 모델⁽¹⁵⁾을 바탕으로 하여 제시한 저항감소 레이놀즈응력모델은 고분자물질첨가로 인한 저항감소시 난류응력성분들의 비등방적 변화를 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델에 반영하는 방식으로 이루어졌다.

현재까지 고분자물질첨가에 의한 저항감소 현상을 적절히 설명할만한 방정식이 개발되지 않았지만 일반적으로 인정되고 있는 사실은 고분자를 유체에 첨가하면 와도(vorticity)가 작고 수직변형율이 큰 신장되는 유동(extentional flow)에 대해 유체가 강하게 저항할 수 있다는 것이다. Peterlin⁽¹⁹⁾의 Necklace 모델이나 Batchelor⁽²⁰⁾의 Rigid-Rod 모델이 모두 이러한 현상에 근거를 두고 있으며, Metzner와 Metzner⁽²¹⁾의 실험 또한 이러한 사실을 보여주고 있다.

벽면에 수직인 방향(y) 응력성분인 $\overline{v^2}$ 에 관한 방정식의 확산항과 소멸항 중에 벽면근처에서 주된 역할을 하는 항들은 확산항 $2\overline{\tau_{yy}v}$ 와 소멸항 $2\overline{\tau_{yy}\frac{\partial v}{\partial y}}$ 이다. 한편, 유동방향(x) 응력성분인 $\overline{u^2}$ 의 방정식에서는 확산항 $2\overline{\tau_{xy}u}$ 와 소멸항 $2\overline{\tau_{xy}\frac{\partial u}{\partial y}}$ 이 중요하다. 여기서 알 수 있듯이 벽면근처에서 $\overline{v^2}$ 방정식의 확산항과 소멸항에 가장 큰 영향을 미치는 인자는 수직변형률이며, $\overline{u^2}$ 방정식의 경우에는 전단변형률이다. 따라서, 점성저층과 로그영역 사이에 존재하는 완충영역(buffer layer) 즉, 와도(vorticity)가 고분자의 신장(extension)을 수용할 수 있을 만큼 충분히 낮은 영역에서는 수직변형률이 주를 이루는 $\overline{v^2}$ 와 \overline{uv} 방정식의 점성계수가 크게 증가하게 될 것이다. 한편 확산항과 소멸항에 미치는 영향이 주로 전단변형률에 의해 나타나는 $\overline{u^2}$ 와 $\overline{w^2}$ 방정식의 경우에는 이러한 영향이 무척 작을 것이다.⁽¹³⁾

이상과 같은 고찰을 바탕으로 $\overline{v^2}$ 와 \overline{uv} 방정식 내의 점성계수를 증가시킴으로써 고분자물질 첨가로 인한 난류저항감소현상을 Launder와 Shima⁽¹⁵⁾의 모델에 반영하였다. 단, 이들의 모델에 따르면 다음과 같은 항들이 나타난다.

$\overline{v^2}$ 방정식에서,

$$\phi_1^w = -2C_1^w \frac{\epsilon}{k} \overline{v^2} f = -2C_1^w C_\mu^{3/4} \frac{k^{1/2} y}{xy^2} \overline{v^2}$$

\overline{uv} 방정식에서,

$$\phi_1^w = -\frac{3}{2} C_1^w \frac{\epsilon}{k} \overline{uv} f = -\frac{3}{2} C_1^w C_\mu^{3/4} \frac{k^{1/2} y}{xy^2} \overline{uv}$$

이 항들에 포함된 $k^{1/2}y$ 항 역시 점성계수의 역할을 수행한다고 사료되어 확산항내의 점성계수와 마찬가지로 다음과 같이 수정하였다.

$\overline{v^2}$ 방정식에서,

$$\phi_1^w = -2\alpha C_1^w \frac{\epsilon}{k} \overline{v^2} f = -2C_1^w C_\mu^{3/4} \frac{\alpha k^{1/2} y}{xy^2} \overline{v^2}$$

\overline{uv} 방정식에서,

$$\phi_1^w = -\frac{3}{2} \alpha C_1^w \frac{\epsilon}{k} \overline{uv} f = -\frac{3}{2} C_1^w C_\mu^{3/4} \frac{\alpha k^{1/2} y}{xy^2} \overline{uv}$$

여기서, α 는 기존 점성계수에 대한 수정된 점성계수의 비(viscosity ratio)로 정의하되, 항상 1보다 크다. α 는 주어진 레이놀즈수에서 마찰계수(friction factor)에 대한 실험치로부터 얻어진다. 그러므로, 완전발달된 평행평판 사이의 유동에 대해 저항감소 레이놀즈응력모델의 응력방정식들은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(C_s \frac{k}{\epsilon} \overline{v^2} + \nu \right) \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial y} \right] - 2\overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} \\ & - C_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\overline{u^2} - \frac{2}{3} k \right) + \frac{4}{3} C_2 \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} \\ & + C_1^w \frac{\epsilon}{k} \overline{v^2} f - \frac{2}{3} C_2 C_2^w \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} f - \frac{2}{3} \epsilon = 0 \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(C_s \frac{k}{\epsilon} \overline{v^2} + \alpha \nu \right) \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial y} \right] - C_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\overline{v^2} - \frac{2}{3} k \right) \\ & - \frac{2}{3} C_2 \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} - 2\alpha C_1^w \frac{\epsilon}{k} \overline{v^2} f \\ & + \frac{4}{3} C_2 C_2^w \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} f - \frac{2}{3} \epsilon = 0 \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(C_s \frac{k}{\epsilon} \overline{v^2} + \nu \right) \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial y} \right] \\ & - C_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\overline{w^2} - \frac{2}{3} k \right) - \frac{2}{3} C_2 \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} \end{aligned}$$

$$+ C_1^w \frac{\epsilon}{k} \overline{v^2} f - \frac{2}{3} C_2 C_2^w \overline{uw} \frac{\partial U}{\partial y} f - \frac{2}{3} \epsilon = 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(C_s \frac{k}{\epsilon} \overline{v^2} + \alpha \nu \right) \frac{\partial \overline{uw}}{\partial y} \right] \\ & - \overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial y} - C_1 \frac{\epsilon}{k} \overline{uw} + C_2 \overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial y} \\ & - \frac{3}{2} \alpha C_1^w \frac{\epsilon}{k} \overline{uw} f - \frac{3}{2} C_2 C_2^w \overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial y} f = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(C_\epsilon \frac{k}{\epsilon} \overline{v^2} + \nu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] - C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \overline{uw} \frac{\partial U}{\partial y} \\ & - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon}{k} \left[\epsilon - 2\nu \left(\frac{\partial k^{1/2}}{\partial y} \right)^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

3. 결과 및 토의

고분자물질을 첨가한 난류유동의 저항감소 특성을 평행평판 사이의 완전발달된 유동에 대해 수정된 저레이놀즈수 레이놀즈응력 모델을 사용하여 해석하였다. 우선, 본 연구에서 사용된 Launder와 Shima 모델⁽¹⁵⁾의 타당성 검증을 위해 Fig. 1에서 4까지에서 난류강도(turbulent intensity) 분포들을 Kim 등⁽²²⁾의 직접수치모사(DNS) 결과와 비교하였다. 이때 사용된 조건으로 유로의 반쪽 윗 기준으로 한 유동의 레이놀즈수(Re)는 3,300이며 전단속도 (u_τ)를 사용한 난류레이놀즈수는 180이다. 그림에서 u' , v' , w' 은 각방향 수직응력성분의 제곱근에 해당되는 난류강도성분들을 나타낸다. 저항감소가 발생하기 이전의 상태에서 난류응력성분들에 대한 Launder와 Shima 모델⁽¹⁵⁾의 해석결과는 DNS 결과와 완전히 일치하지는 않으나 비교적 잘 맞고 있음을 알 수 있다.

저레이놀즈수 모델을 수정한 저항감소모델에서 점성계수비, α 의 역할을 알아보기 위하여 Fig. 5에서 9까지에서는 유로폭에 근거한 레이놀즈수 6,500, 난류레이놀즈수 180의 조건에서 점성계수비를 1에서 2.2까지 변화시켜가며 그에 따른 평균속도와 난류강도의 변화를 나타내었다.

Fig. 5는 평균속도분포로서, 점선 및 일점쇄선은 각각 층류 및 로그법칙을 나타내며, 이점쇄선은 Virk⁽⁷⁾의 궁극분포(ultimate profile)를 표시한

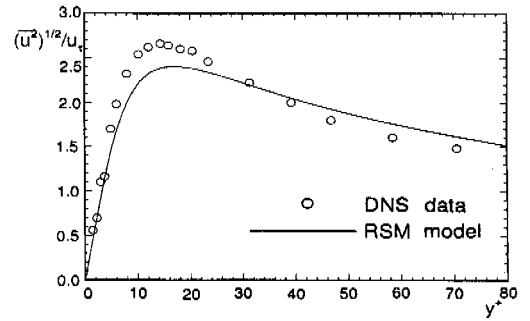


Fig. 1 u' distributions (no drag reduction)

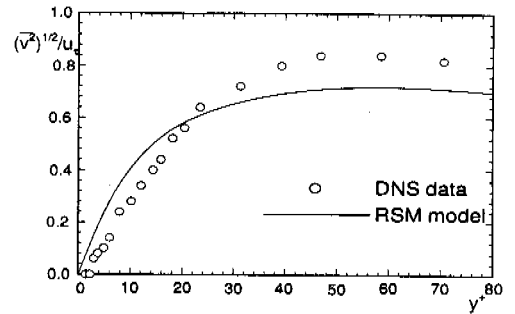


Fig. 2 v' distributions (no drag reduction)

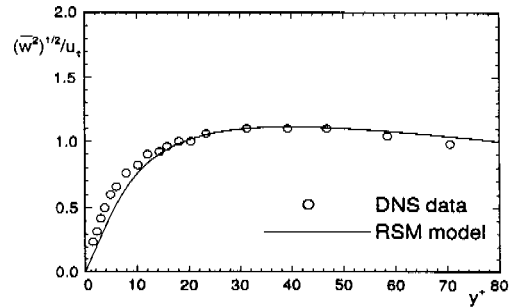


Fig. 3 w' distributions (no drag reduction)

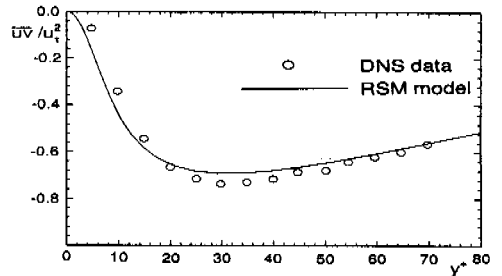


Fig. 4 uv distributions (no drag reduction)

다. 점성계수비를 증가시키에 따라 평균속도는 점진적으로 증가하는 양상을 보인다. 그러나, 여기서 주목할 만한 사실은 $\alpha = 2.1$ 과 2.2 사이에서 속도분포가 갑자기 바뀐다는 것이다. 이러한 현상은 난류에서 층류로의 불연속적인 천이를 나타내는데, Virk⁽⁷⁾가 제시한 궁극분포를 사이에 두고 갑작스런 변화를 보이며 점선이 나타내는 층류유동으로 유동 특성이 급격히 바뀌음을 알 수 있다.

Fig. 6에서 9가지에서는 α 를 1에서 2.2까지 증가시켰을 때 무차원 변수 y^+ 에 대한 난류응력 성분들의 변화를 보여준다. 이 경우에도 역시 평균속도 분포에서와 마찬가지로 $\overline{u^2}$ 와 $\overline{w^2}$ 는 점차 증가하다가 $\alpha = 2.1$ 과 2.2 사이에서 갑자기 소멸되는 경향을 보인다. $\overline{v^2}$ 와 \overline{uv} 는 점차 감소하다가 $\alpha = 2.2$ 에서 급격히 소멸됨을 알 수 있다.

본 저항감소 모델의 정량적 검증을 위해 계산된 결과를 Luchik과 Tiedermen⁽²³⁾의 실험치와 비교하였으며, 이때의 실험조건은 $Re = 17,800$, $Re_\tau = 519$, 전단속도가 일정할 때를 기준으로 한 저항감소율, %DR이 31이다. 이때, 저항감소율은 $\%DR = 1 - f_b/f_s$ 로 정의된다. 여기서 f_b 와 f_s 는 각기 용매(solvent)와 고분자 용액의 마찰계수이다. Fig. 10은 실험치와 비교된 평균속도 분포를 벽좌표(wall coordinates)로 나타낸 것으로서, 저항감소율이 31%인 경우 $\alpha = 1.5$ 이고, 계산치는 실험치와 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 다만, 저항감소가 없는 경우 완충영역인 $y^+ = 5 \sim 15$ 영역에서 실험치와 다소 맞지 않는 것을 볼 수 있으나 저항감소가 일어난 후에는 오히려 결과가 개선됐음을 알 수 있다. Fig. 11에서 13가지에서는 수

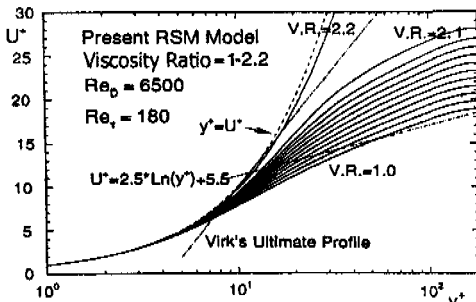


Fig. 5 Mean velocity distributions with various viscosity ratios

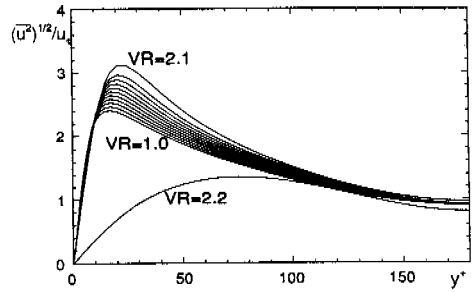


Fig. 6 u' distributions with various viscosity ratios

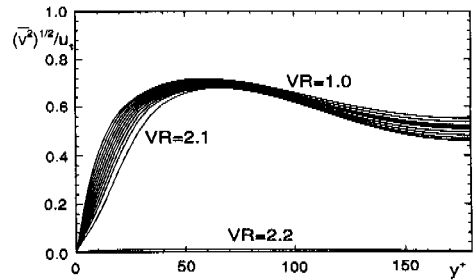


Fig. 7 v' distributions with various viscosity ratios

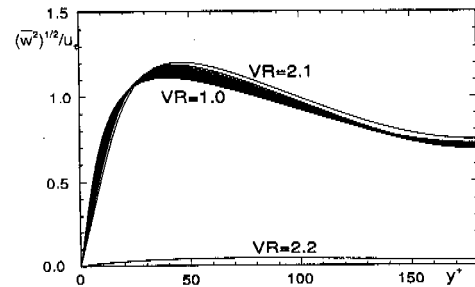


Fig. 8 w' distributions with various viscosity ratios

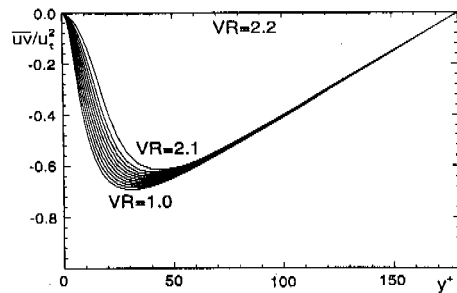


Fig. 9 uv distributions with various viscosity ratios

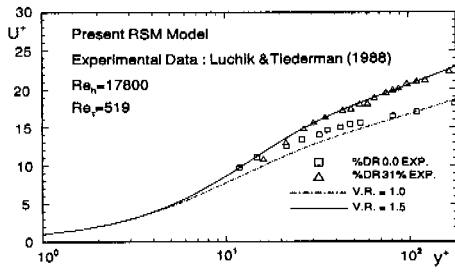


Fig. 10 Comparison of mean velocity distributions with experimental data

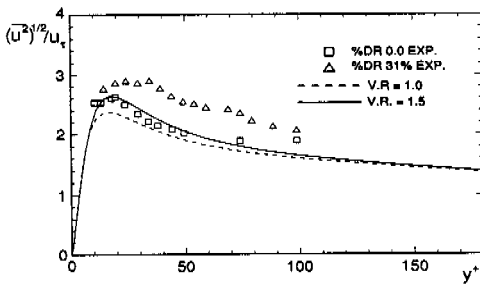


Fig. 11 Comparison of u' distributions with experimental data

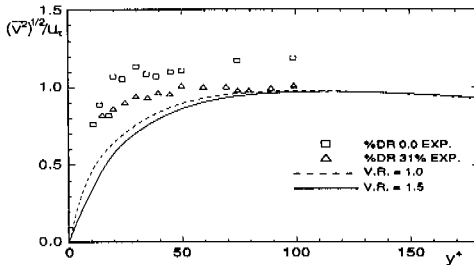


Fig. 12 Comparison of v' distributions with experimental data

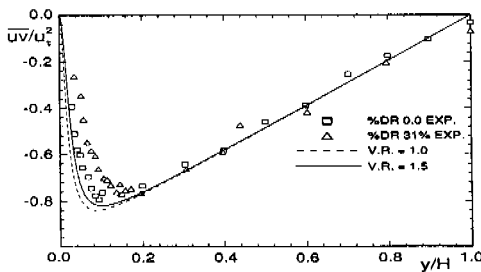


Fig. 13 Comparison of \overline{uv} distributions with experimental data

직응력 $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$ 및 전단 응력 \overline{uw} 에 관한 결과를 보여주고 있다. \overline{uw} 를 제외하고는 두 계산치가 공히 실험치와 차이를 나타내고 있으나, 저항감소시 변화의 정성적 경향은 실험치와 일치하고 있음을 알 수 있다. Fig. 1에서 4까지의 결과와 비교해 볼 때, Launder와 Shima 모델의 결과는 레이놀즈수가 증가함에 따라 실험치와 더 큰 차이를 보여주고 있다. 그러나, 저항감소모델은 타당한 경향을 나타내고 있으므로, 저레이놀즈수 모델의 성능이 개선될 경우 난류응력성분들의 예측에서도 좋은 결과가 나타날 것으로 기대된다.

4. 결론

난류의 저항감소 현상을 해석하기 위해 Launder와 Shima의 레이놀즈응력모델을 수정하여 저항감소난류모델을 얻었으며, 결과를 실험치와 비교하여 그 타당성을 검토하였다. $\overline{v^2}$ 와 \overline{uw} 방정식내의 점성계수만을 증가시킨 결과, 점성계수비라는 한개의 매개변수만으로도 저항감소현상을 표현할 수 있었으며, 평균속도의 경우는 실험치와 매우 잘 맞는 결과를 보여주었다. 아울러 궁극분포를 가로지르는 층류로의 갑작스런 천이현상이 발견됨으로써 이 분포의 존재를 수치해석적으로 확인할 수 있었다. 난류응력성분들의 예측에 있어서는 저항감소가 없는 유동에 대해서 조차 실험치와 차이를 보임에 따라 매우 정확한 결과는 얻지 못하였다. 그러나, 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델이 개선될 경우 저항감소모델의 성능도 향상될 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- (1) Toms, B. A., 1948, "Some Observation on Flow of Linear Polymer Solutions through Straight Tubes at Large Reynolds Number," *Proceedings of the First International Congress on Rheology*, North-Holland Publishing Co., Vol. 2, pp. 135~141.
- (2) Berman, N. S., 1978, "Drag Reduction by Polymers," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 10, pp. 47~64.

- (3) Sellin, R. H. J., Hoyt, J. W., and Scrivener, O., 1982, "The Effect of Drag Reducing Additives on Fluid Flows and Their Industrial Applications," *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 20, pp. 20~29.
- (4) Beris, A. N., and Sureshkumar, R., 1996, "Simulation of Time-Dependent Viscoelastic Channel Poiseuille Flow at High Reynolds Numbers," *Chemical Engineering Science*, Vol. 51, No. 9, pp. 1451~1471.
- (5) Maulik, B. K., 1989, "Numerical Studies of the Oldroyd-Bfluid Stability and Transition in Planar Channels," PhD Dissertation, Princeton Univ.
- (6) Meyer, W. A., 1966, "A Corelation of the Frictional Characteristics for Turbulent Flow of Dilute Viscoelastic Non-Newtonian Fluids in Pipes," *AICHE Journal*, Vol. 2, p. 522.
- (7) Virk, P. S., 1971, "An Elastic Sublayer Model for Drag Reductin by Dilute Solutions of Linear Macromolecules," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 45, p. 417.
- (8) Spalding, D. B., 1972, "A Model and Calculation Procedure for the Friction and Heat Transfer Behavior of Dilute Solution in Turbulent Pipe Flow," *Prog. Heat Transfer*, Vol. 5, p. 275.
- (9) Hassid, S., and Poreh, M., 1975, "A Turbulent Energy Model for Flows with Drag Reduction," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 97, pp. 234~241.
- (10) Durst, F., and Rastogi, A. K., 1977, "Calculation of Turbulent Boundary Layer Flows with Reducing Ploymer Additives," *Physics of Fluids*, Vol. 20, p. 1975.
- (11) Poreh M., and Hassid, S., 1977, "Mean Velocity and Turbulent Energy Closures for Flows with Drag Reduction," *Physics of Fluids*, Vol. 20, No. 10, pp. S193~S196.
- (12) Patterson, G. R., Chosnek, J., and Zankin, J. L., 1977, " Turbulent Structure in Drag Reducing Polymer Solutions," *Physics of Fluids*, Vol. 20, p. S89.
- (13) Hassid, S., 1979, "A Reynolds Stress Model for Flows with Drag Reduction," *Journal of Fluid Engineering*, Vol. 101, pp. 159~165.
- (14) Kim, K. Y., and Chang, Y. S., 1997, "Prediction of Turbulent Heat Transfer in Swirling Flow Downstream of An Abrupt Pipe Expansion," *KSME International Journal*, Vol. 11, No. 5, pp. 565~573.
- (15) Launder, B. E., and Shima, N., 1989, "A Second-Moment Closure for the Near-Wall Sublayer," *AIAA J.*, Vol. 27, No. 10, pp. 1319~1325.
- (16) Lai, Y. G., and So, R. M. C., 1990, "On Near-Wall Turbulent Flow Modelling," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 221, pp. 641~673.
- (17) 김광용, 1993, "저레이놀즈수 난류에 대한 레이놀즈응력모델," 대한기계학회논문집, 17권 6호, pp. 1541~1546.
- (18) Gibson, M. M., and Launder, B. E., 1978, "Ground Effects on Pressure Fructuations in the Atmospheric Boundary Layer," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 86, pp. 491~511.
- (19) Peterlin, A., "Hydrodynamics of Linear Macromolecules," *Pure and Applied Chemistry*, Vol. 12, pp. 563~586.
- (20) Batchelor, G. K., 1971, "The Stress Generated in a Non-Dilute Suspension of Elongated Particles by Pure Straining Motion," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 46, pp. 813~829.
- (21) Metzner, A. P., and Metzner, A. B., 1970, "Stress Level in Rapid Extentional Flows of Rheological Fluids," *Rheologica Acta*, Vol. 9, pp. 174~191.
- (22) Kim, J., Moin, P., and Moser, R., 1987, "Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low-Reynolds-Number," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 177, pp. 133~186.
- (23) Luchik, T. S., and Tiederman, W. G., 1988, "Turbulence Structure in Low-Concentration Drag Reducing Channel Flows," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 190, pp. 241~263.