

주축의 연속적 분할을 통한 고속 벡터 양자화 코드북 설계

(Fast VQ Codebook Design by Successively Bisectioning of Principle Axis)

강대성[†] 서석배^{**} 김대진^{***}

(Dae-Seong Kang) (Seok-Bae Seo) (Daijin Kim)

요약 본 논문에서는 주성분 해석 기법에 기반한 새로운 벡터 양자화 코드북 설계 방법을 제안한다. 주성분 해석 알고리즘은 입력 영상벡터를 더 작은 차원의 특징 벡터로 변환시키는데 사용되며, 변환된 영역에서 특징 벡터의 군집을 최적으로 결정된 분할 초평면을 이용하여 두 군집으로 분할하는 과정을 반복함으로써 코드북을 생성한다. 본 논문에서는 연산 시간이 오래 걸리는 최적 분할 초평면 탐색을 (1) 분할 초평면은 특징 벡터의 주축에 수직이며, (2) 좌우측 부군집의 오차의 균형점과 일치하며, (3) 좌우측 부군집의 오차를 점진적으로 조정함으로써 연산 수행 시간을 크게 단축시켰다. 제안한 주축 연속 분할은 분할 전후의 오차의 감축이 가장 큰 군집에 대해, 전체 군집의 오차가 설정한 수준보다 작을 때까지 연속적으로 수행된다. 실험 결과 제안한 주성분 해석 기반 벡터 양자화 방법은 SOFM을 이용한 방법보다 수행시간이 빠르며 K-mean 알고리즘을 이용한 방법보다 복원 성능이 뛰어난 것을 볼 수 있다.

Abstract This paper proposes a new codebook generation method, called a PCA-Based VQ, that incorporates the PCA (Principal Component Analysis) technique into VQ (Vector Quantization) codebook design. The PCA technique reduces the data dimensions by transforming input image vectors into the feature vectors. The cluster of feature vectors in the transformed domain is bisectioned into two subclusters by an optimally chosen partitioning hyperplane. We expedite the searching of the optimal partitioning hyperplane that is the most time consuming process by considering that (1) the optimal partitioning hyperplane is perpendicular to the first principal axis of the feature vectors, (2) it is located on the equilibrium point of the left and right cluster's distortions, and (3) the left and right cluster's distortions can be adjusted incrementally. This principal axis bisectioning is successively performed on the cluster whose difference of distortion between before and after bisection is the maximum among the existing clusters until the total distortion of clusters becomes as small as the desired level. Simulation results show that the proposed PCA-based VQ method is promising because its reconstruction performance is as good as that of the SOFM (Self-Organizing Feature Maps) method and its codebook generation is as fast as that of the K-means method.

1. 서론

벡터 양자화는 영상 압축에 널리 이용 되어지는 방법 중 하나이다[1]. k 차원 임의의 벡터 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_k\} \in R^k$ 를 유한 집합인 $C = \{Y_i | i=1, 2, \dots, M\}$ 로 사상하는 벡터 양자화기는 $Q: R^k \rightarrow C$ 로 나타낸다. 벡터 양자화에서 C 를 벡터 양자화기의 코드북, C 의 원소들을 코드 벡터라 하며 임의의 벡터 X 는 가장 유사한 코드 벡터 중 하나로 표현된다.

· 본 연구는 과학재단의 1999년 특정기초연구(1999-2-302-011-3)의 지원에 의해 수행되었음.

† 비 회 원 : 동아대학교 전기전자컴퓨터공학부 교수
dskang@daunet.donga.ac.kr

** 비 회 원 : 동아대학교 전자공학과
sbseo@dreamwiz.com

*** 총 신 회 원 : 포항공과대학교 컴퓨터공학과 교수
dkim@postech.ac.kr

논문접수 : 1999년 8월 14일

심사완료 : 2000년 2월 3일

벡터 양자화의 성능은 코드북을 얼마나 효과적으로 설계하느냐에 따라 결정된다. Linde, Buzo, Gary[2]는 학습 데이터를 이용하며 미리 알려진 확률적 모델에 기반한 군집화에 의한 벡터 양자화기 설계법을 제안하였으며, 그 뒤 많은 연구자에 의해 변형된 방법이 소개되었다. 또 다른 방법으로, 자기 조직 특성의 SOFM을 이용한 설계도 널리 사용되고 있다[4-6]. 두 방법은 한번에 하나의 벡터가 작용하므로 오랜 학습 시간이 걸리며, 영상의 특징에 기인하는 코드북의 크기를 처음부터 미리 결정해야하는 단점을 갖고 있다. 사실, 적당한 코드북 크기의 결정은 더 나은 복원 성능과 더 적은 메모리 요구 사이의 trade-off 문제이다. 이를 개선하기 위해서 C. Chan과 C. Ma[7-8]은 전체 학습 벡터를 하나의 군집으로 시작하여 최적의 분할 경계에 의해서 군집을 2개로 계속해서 분할해 나가는 것을 반복하는 최대 하강법(maximum decent method)을 제안하였다. 이 방법 역시 분할 경계 탐색이 DCT(discrete cosine transform)의 여러 주성분상에서 일어나므로 최적의 분할 경계를 설정하는 과정에서 많은 시간이 요구되는 단점이 있다.

본 논문에서는 기존의 분할 방법에 주성분 해석 알고리즘을 결합한 새로운 벡터 양자화 코드북 설계 방법을 제안한다. 주성분 해석 기법에 의하여 벡터의 차원을 줄여서 계산하며 코드북의 생성 과정이 연속적으로 수행되므로, 처리 시간이 단축되며 영상의 특징에 따른 코드북 크기 설정을 유연하게 할 수 있는 장점이 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 벡터 양자화에 주성분 해석 기법을 결합한 PCA기반 VQ와 복원 오차를 최소화하기 위한 최적 변환 행렬을 결정하는 방법에 관하여 설명한다. 3장은 제안한 PASB를 이용한 벡터 양자화 코드북 설계 방법을 설명한다. 4장은 최적 초평면 결정을 위한 효과적인 탐색법을 설명한다. 5장에서는 시뮬레이션을 통해 여러 벡터 양자화 방법의 재생 능력과 연산 시간을 서로 비교한다. 마지막으로 결론 및 향후 연구과제에 대해 언급한다.

2. 주성분 해석 기반 벡터 양자화

주성분 해석은 다변수 확률적 데이터의 간결한 표현을 위해 데이터가 갖는 구조를 밝혀내는 통계적 기법[9]으로, 데이터를 관측 데이터보다 차원이 낮은 특징 데이터로 선형 변환한다. 따라서, 데이터 처리를 차원이 적어진 특징 데이터 상에서 처리함으로써 연산 시간을 단축시킬 수 있다. 제안한 알고리즘에서 주성분 해석을 이용하여 k 차원 입력 벡터 $X \in R^k$ 를 l 차원 특징 벡터

Y 로 변환하는 행렬을 W 라 하면 $Y = WX \in R^l$, $k < l$ 이다. 여기서 W 행렬의 열은 부공간 \mathcal{L} 의 정규화된 직교 기저(orthonormal basis)를 형성하며, $WW^T = I$ 이고 $\mathcal{L} = span(W)$ 임을 알 수 있다.

입력 벡터 X 의 차원을 감소시킨 특징 벡터 Y 는 벡터 부호기 E 에 의해서 벡터 양자화 코드북 인덱스의 집합인 I 로 변환된다. 실제로 전송하는 데이터는 I 이며, 수신부에서는 인덱스 집합 I 를 벡터 복호기 D 에 의해 근사화된 \hat{Y} 로 나타낸다. 그 다음 주성분 해석에 의해서 $\hat{X} = W^T \hat{Y}$ 로 변환함으로써 입력 벡터를 복원할 수 있다. 따라서 압축된 데이터는 $\hat{X} = Q(X) = W^T \cdot D \cdot E \cdot W(X)$ 로 나타낼 수 있다. 그림 1은 이상 설명한 주성분 해석 기반 벡터 양자화의 블록도이다.

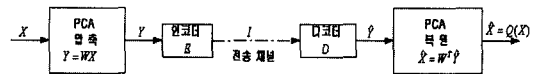


그림 1 주성분 해석 기반 벡터 양자화

벡터 양자화 성능은 일반적으로 입력 벡터와 양자화된 벡터 사이의 오차에 대한 자승평균으로 나타낸다. $E(X) = \bar{X} = 0$ 인 입력 벡터 X 에 대하여 자승평균 복원오차 J_e 를 식 (1)과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 J_e &= E\{\|X - \hat{X}\|^2\} \\
 &= E\{tr((X - \hat{X}) \cdot (X - \hat{X})^T)\} \\
 &= tr\{E\{(X - \hat{X}) \cdot (X - \hat{X})^T\}\} \\
 &= tr\{E\{XX^T - X\hat{X}^T - \hat{X}X^T + \hat{X}\hat{X}^T\}\} \\
 &= tr(R_X) + tr(W^T W R_X W^T W) \\
 &= tr(R_X) + tr(W R_X W^T)
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, R_X 는 X 에 대한 공분산 행렬로 $R_X = E\{XX^T\} \in R^{k \times k}$ 이며, 전개과정에서 X 와 \hat{X} 는 서로 독립이고 $E(X) = \bar{X} = 0$ 와 $tr(A) = tr(A^T)$ 와 $tr\{E\{W^T W X X^T W^T W\}\} = tr\{W W^T W R_X W^T\} = tr\{W R_X W^T\}$ 이 이용되는데 tr 은 행렬의 대각선 원소의 합으로 정의되는 trace를 의미한다. 식 (1)의 마지막 항은 차원이 감소된 벡터 Y 의 분산이고 (등가적으로 \hat{X} 의 분산), 이를 J_e 라 하면 식 (2)로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 J_e &= tr(W R_X W^T) = E\{tr(Y Y^T)\} = \sum_{i=1}^l Y_i^2 \\
 &= tr(W^T W R_X W^T W) = E\{tr(\hat{X} \hat{X}^T)\} = \sum_{i=1}^l \hat{X}_i^2
 \end{aligned} \tag{2}$$

여기서, l 과 k 는 각각 Y 와 \hat{X} 의 차원을 나타낸다.

다음은 사승평균 복원오차 J_e 를 최소화하는 최적의 변환 행렬 W 를 구하는 방법을 설명한다. 주성분 해석에 따르면 최적의 W 는 J_e 가 최소일 때(J_e 가 최대일 때)로 $WW^T = I$ 을 만족한다. 이를 W_{opt} 라 하면 $W_{opt} = [e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{ik}]^T$ 이다. 여기서 $\{e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{ik}\}$ 는 공분산 행렬 R_X 의 고유 벡터중 처음의 k 개를 나타내며 $e_{ik} = [e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{ik}]$ 이다. 이를 이용한 근사화 벡터 Y 는 $Y = WX = (y_1, y_2, \dots, y_k)$ 가 되는데, 이를 입력 벡터 X 의 주 성분(principal components)이라 한다. 고유 벡터가 고유치의 크기에 따라 정렬되어 있는 $E\{y_1^2\} \geq E\{y_2^2\} \geq \dots \geq E\{y_k^2\}$ 의 경우, 첫 번째 주성분 y_1 은 X 의 분산이 가장 큰 방향으로, $\|e_1\| = 1$ 인 정상 조건(normally condition)에서 $y_1 = e_1^T X$, $E\{y_1^2\} = e_1^T E\{XX^T\}e_1 = e_1^T R_X e_1$ 으로 나타낼 수 있다. 그리고 두 번째 주성분 y_2 도 $\|e_2\| = 1$, $e_1 \perp e_2$ 인 조건하에서 같은 방법으로 나타낼 수 있다. y_1 과 y_2 에 대한 내용을 p 번째 주성분까지 일반화하면 각각에 해당하는 고유벡터 e_1, e_2, \dots, e_{p-1} 모두가 직교할 때 Y 가 최소의 근사화오차를 가진다. 그림 2는 이상의 설명에 대한 기하학적 해석의 예이다. 입력 벡터의 차원은 2차원으로 첫 번째 주성분 방향은 벡터의 변화가 가장 큰 1차원 부공간(subspace)임을 알 수 있고, 두 번째 주성분의 방향은 첫 번째 주성분의 고유 벡터와 직교하며 벡터의 변화가 가장 작은 부공간임을 알 수 있다. 그림 2의 2차원 데이터를 1차원으로 감소한다면 첫 번째 주성분 방향이 오차가 가장 적은 근사화 방향이다.

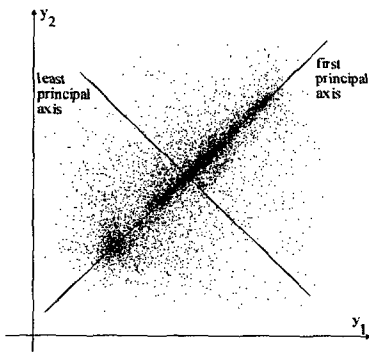


그림 2 2차원의 경우 주성분 해석의 예

3. 주축의 연속적 분할을 통한 벡터 양자화 코드북 설계

N 개의 코드 벡터를 가지는 일반적인 벡터 양자화에

서, 학습 벡터 집합 $X = \{X_i | i = 1, 2, \dots, M\}$ 는 M 개의 k 차원 학습 데이터로 구성된다 ($M \gg N$). 하지만 제안한 주 성분 해석 기반 벡터 양자화에서 학습 벡터 집합 $Y = \{Y_i | i = 1, 2, \dots, M\}$ 는 M 개의 1차원 특징 학습 데이터로 구성된다. 여기서, $Y_i = WX_i$ 이며 $k < l$ 이다. 특징 공간내 임의의 군집을 S_i 라고 하면, 군집 S_i 내 각 특징 벡터는 최근접 이웃(nearest neighbor) 최적 VQ 에서는 중심에 의해 나타내어지므로, 군집 S_i 의 유클리드 가중 오차 $K(S_i)$ 는 식 (3)과 같다.

$$K(S_i) = \sum_{Y \in S_i} \kappa(Y)(Y - \bar{Y}_i)^2 \tag{3}$$

여기서, $\kappa(Y)$ 는 가중치로 특징 공간의 특징 벡터 Y 로부터 주축까지의 수직의 거리를 반영한 것이며, \bar{Y}_i 는 $K(S_i)$ 를 최소화시키는 가중치의 평균으로 $\bar{Y}_i = \sum_{Y \in S_i} \kappa(Y)(Y - \bar{Y}_i)^2 / \sum_{Y \in S_i} \kappa(Y)$ 이다. 군집 S_i 를 1개 이상의 원소를 가지는 군집으로 양분하는 초평면(hyperplane)을 $H_i(U, Y_0) = \{Y \in R^k | U^T Y + Y_0 = 0\}$ 이라 가정하면, 양분된 두 군집 S_i^+, S_i^- 는 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} S_i^+ &= \{Y \in S_i | U^T Y + Y_0 < 0\} \\ S_i^- &= \{Y \in S_i | U^T Y + Y_0 \geq 0\} \end{aligned} \tag{4}$$

여기서, $U \in R^k$, $Y_0 \in R$, $1 \leq i \leq N$ 이며 T 는 전치(transpose)를 나타낸다. 따라서 H_i 에 의한 S_i 의 분할 오차는 식 (5)처럼 분할 전·후 오차의 차로 정의된다[7].

$$\begin{aligned} \Delta K(H_i) &= J_{before} - J_{after} \\ &= K(S_i) - \{K(S_i^+) + K(S_i^-)\} \end{aligned} \tag{5}$$

여기서, 최적의 분할을 위한 경계 H_i 는 $\Delta K(H_i)$ 가 최대가 될 때이다.

다음은 고속의 벡터 양자화를 위해 제안된 PASB (principal axis successive bisection)를 설명한다. 처음에는 특징 벡터 $Y = (Y_i | i = 1, 2, \dots, N)$ 를 하나의 군집 S_1 으로 간주하여 주축에 수직인 최적의 H_1 을 계산하고 이를 이용하여 두 개의 군집 $S_i (i = 1, 2)$ 로 나눈다. 다음으로 새로 생성된 두 개의 군집의 초평면 H_i 을 각각 계산하고, 식 (5)를 이용해서 $\Delta K(H_i)$ 를 계산한 뒤, $\Delta K(H_i)$ 가 큰 군집을 두 번째 단계에서 분할되는 군집으로 선택한다. 이상의 과정으로 3개의 군집이 생성되었는데, 분할에 의한 군집 생성 과정은 종료 조건이 만족될 때까지 계속된다. 벡터 양자화에서 종료 조건은 코드 벡터의 개

수로, N 개의 코드 벡터를 가지는 코드북을 생성하려면 위 과정을 $N-1$ 번 반복하면 된다. 각 군집에 대한 H_i 는 매번 계산하지 않고 분할되는 두 군집 즉, 가장 큰 $\Delta J(H_i)$ 를 가지는 군집에 대해서만 계산하며 나머지 군집은 미리 저장된 값을 사용한다. 따라서, 코드 벡터의 개수가 N 인 벡터 양자화 코드북 설계 시에는 $2N-3$ 번의 H_i 계산만 하면 된다. 그림 3은 L 개의 군집에서 $L+1$ 의 군집으로 분할되는 과정을 설명한다. 그림에서 마지막으로 생성된 S_{L+1} 은 L 개의 군집에서 가장 큰 $\Delta J(H_i)$ 를 가지는 군집이 2개로 분할된 것이다. H_i 를 효과적으로 계산하는 방법은 다음 장에서 설명한다.

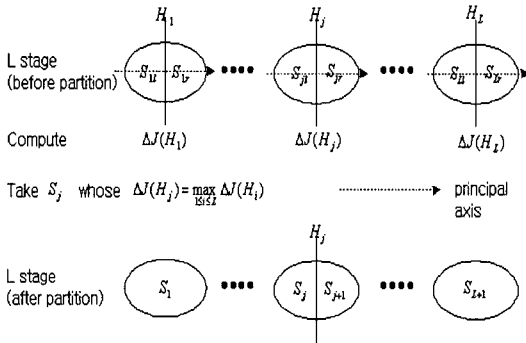


그림 3 L 개의 군집에서 $L+1$ 의 군집으로 분할되는 과정

4. 최적 초평면 결정을 위한 효과적인 탐색법

다차원 군집 S_i 의 분할을 위한 초평면 H_i 계산은 쉽지 않으며 매번 $\Delta J(H_i)$ 를 계산해야 하므로 많은 처리시간이 요구된다. 처리 시간을 줄이기 위해서 본 장에서는 두 가지를 가정한다. 먼저, 최적의 초평면 H_i 는 압축된 데이터 공간 Y 에 대한 특징 데이터의 첫 번째 주성축에 직교한다는 것으로, 이에 의해서 후보 초평면을 대폭으로 줄일 수 있다. 두 번째는 최대의 $\Delta J(H_i)$ 를 찾는 대신 분할된 두 개의 군집의 오차의 합인 $(K(S'_i) + K(S''_i))$ 이 최소인 것을 이용하고자 하는 것인데, 이는 군집 S_i 의 오차가 군집 분할에 의해 변화되지 않으므로 가능하다.

A. 전체적 탐색 (Exhaustive Search)

최적의 초평면 H_i 를 찾는 간단한 방법은 압축된 영역의 모든 특징 데이터에 대하여 전체적으로 탐색하는 것이다. 군집 S_i 의 모든 특징 벡터들은 $Y'_1 \geq Y'_2 \geq \dots, \geq Y'_N$ 처럼, 첫 번째 주축상에 위치 순서대로 정렬되

어 있다. 여기서, N_i 는 S_i 에서의 특징 벡터의 개수를 나타내고 '은 투영(projection)된 특징 벡터를 나타낸다. 전체적 탐색에서 H_i 의 출발점은 최저값 Y'_1 이며 다음으로 현재의 투영된 벡터 Y'_1 에서 가장 가까운 즉, 오른쪽의 Y'_2 로 이동 한다. i 번째 초평면인 H_i 의 경우 첫 번째 주축으로 투영된 모든 특징 벡터는 H_i 이하인 경우의 $S'_i = \{Y'_1, \dots, Y'_i\}$ 로, 나머지 경우의 $S''_i = \{Y'_{i+1}, \dots, Y'_N\}$ 로 각각 나뉘어지며, 그에 대한 평균 벡터는 식 (6), 식(7)과 같다.

$$\overline{Y'}_{ii} = \frac{\sum_{Y' \in S'_i} \kappa(Y') \cdot Y'}{\sum_{Y' \in S'_i} \kappa(Y')} \quad (6)$$

$$\overline{Y'}_{ir} = \frac{\sum_{Y' \in S''_i} \kappa(Y') \cdot Y'}{\sum_{Y' \in S''_i} \kappa(Y')} \quad (7)$$

여기서, $\kappa(Y')$ 은 특징 벡터 Y 와 투영된 특징 벡터 Y' 사이의 거리이다. 그리고 두 군집에 대한 유클리드 가중 오차는 식 (8)과 식 (9)를 이용하여 계산된다.

$$K(S'_i) = \frac{\sum_{Y' \in S'_i} \kappa(Y') \cdot \|Y' - \overline{Y'}_{ii}\|^2}{\sum_{Y' \in S'_i} \kappa(Y')} \quad (8)$$

$$K(S''_i) = \frac{\sum_{Y' \in S''_i} \kappa(Y') \cdot \|Y' - \overline{Y'}_{ir}\|^2}{\sum_{Y' \in S''_i} \kappa(Y')} \quad (9)$$

다음으로, $i+1$ 번째의 초평면 H_{i+1} 은 현재의 초평면 H_i 가 Y'_{i+1} 의 오른쪽으로 이동한 것으로, Y'_{i+1} 과 Y'_{i+2} 사이의 값이 된다. 새로운 2개의 부군집 S'_{i+1} 과 S''_{i+1} 은 각각, $S'_{i+1} = S'_i \cup Y'_{i+1} = \{Y'_1, \dots, Y'_{i+1}\}$ 과 $S''_{i+1} = S''_i - Y'_{i+1} = \{Y'_{i+2}, \dots, Y'_N\}$ 이고, 그에 대한 평균 벡터는 식 (10)과 식 (11)을 이용하여 회귀적으로 계산할 수 있다.

$$\overline{Y'}_{(i+1)i} = \overline{Y'}_{ii} + \frac{(Y'_{i+1} - Y'_{ii}) \cdot r(Y'_{i+1})}{\sum_{Y' \in S'_i} \kappa(Y') + r(Y'_{i+1})} \quad (10)$$

$$\overline{Y'}_{(i+1)r} = \overline{Y'}_{ir} - \frac{(Y'_{i+1} - Y'_{ir}) \cdot r(Y'_{i+1})}{\sum_{Y' \in S''_i} \kappa(Y') - r(Y'_{i+1})} \quad (11)$$

식 (12)와 식 (13)은 새로운 두 개의 부군집에 대한 유클리드 가중 오차이다.

$$K(S'_{i+1}) = K(S'_i) + \frac{\sum_{Y' \in S'_i} \kappa(Y')}{\sum_{Y' \in S'_i} \kappa(Y') + r(Y'_{i+1})} \|Y'_{i+1} - \overline{Y'}_{ii}\|^2 \quad (12)$$

$$K(S''_{i+1}) = K(S''_i) - \frac{\sum_{Y' \in S''_i} \kappa(Y')}{\sum_{Y' \in S''_i} \kappa(Y') - r(Y'_{i+1})} \|Y'_{i+1} - \overline{Y'}_{ir}\|^2 \quad (13)$$

이상의 과정은 H_N 즉, 마지막 투영 특징 벡터 Y'_N 까지 반복되며 분할을 위한 초평면 H_i 중에서 $J(S'_i) + J(S''_i)$ 의 합이 가장 작은 초평면을 H_{opt} 로 선택하게 된다. 이상의 전체적 탐색은 각 분할 초평면마다 $J(S'_i)$ 과 $J(S''_i)$ 를 계산해야 하므로 총 $2 \times N$ 회의 계산이 요구된다.

B. 오차 균형점(distortion equilibrium) 탐색

전체적 탐색에서 H_i 를 최저 경계에서 상위의 경계로 옮겨가며 탐색한다. 이때 S'_i 의 유클리드 가중 오차 $J(S'_i)$ 는 단조적으로 증가하고, S''_i 의 유클리드 오차 $J(S''_i)$ 는 단조적으로 감소함을 볼 수 있다. 그림 4처럼, $J(S'_i)$ 와 $J(S''_i)$ 가 정규 분포(Gaussian distribution)를 가진다고 가정하면, 그들의 합 ($J(S'_i) + J(S''_i)$)는 유클리드 오차가 같아지는 $J(S'_i) = J(S''_i)$ 점에서 최소값을 가지게 된다. 이를 이용하여 계산량을 반으로 감소시키는 효과적인 탐색법을 다음에 설명한다.

Step 1. 초기화

좌우의 인덱스와 군집을 각각 다음과 같이 설정한다.

인덱스: $i_l = 1, i_r = N$

군집: $S'_{il} = \{Y'_{i_l}\}, S''_{ir} = \{Y'_{i_r}\}$

Step 2. 각 군집의 오차 계산

식 (7)과 식 (8)을 이용하여 $J(S'_{il})$ 와 $J(S''_{ir})$ 을 계산한다.

Step 3. $J(S'_{il})$ 와 $J(S''_{ir})$ 비교

$J(S'_{il}) \leq J(S''_{ir})$ 이면 Step 4로, $J(S'_{il}) > J(S''_{ir})$ 이면 Step 5로 이동한다.

Step 4. 왼쪽 군집 갱신

아래의 식으로 갱신한 다음 Step 6으로 이동한다.

$$S'_{i_{l+1}} = S'_{i_l} \cup \{Y'_{i_{l+1}}\},$$

$$\bar{Y}'_{i_{l+1}} = \bar{Y}'_{i_l} + \frac{(Y'_{i_{l+1}} - Y'_{i_l}) \cdot r(Y'_{i_{l+1}})}{\sum_{Y' \in S'_{i_{l+1}}} r(Y') + r(Y'_{i_{l+1}})},$$

$$J(S'_{i_{l+1}}) = J(S'_{i_l}) + \frac{\sum_{Y' \in S'_{i_{l+1}}} r(Y')}{\sum_{Y' \in S'_{i_{l+1}}} r(Y') + r(Y'_{i_{l+1}})} \|Y'_{i_{l+1}} - \bar{Y}'_{i_{l+1}}\|^2,$$

$i_l = i_l + 1.$

Step 5. 오른쪽 군집 갱신

아래의 식으로 갱신한 다음 Step 6으로 이동한다.

$$S''_{i_{r-1}} = S''_{i_r} - \{Y'_{i_{r-1}}\},$$

$$\bar{Y}'_{i_{r-1}} = \bar{Y}'_{i_r} + \frac{(Y'_{i_{r-1}} - Y'_{i_r}) \cdot r(Y'_{i_{r-1}})}{\sum_{Y' \in S''_{i_{r-1}}} r(Y') + r(Y'_{i_{r-1}})},$$

$$J(S''_{i_{r-1}}) = J(S''_{i_r}) + \frac{\sum_{Y' \in S''_{i_{r-1}}} r(Y')}{\sum_{Y' \in S''_{i_{r-1}}} r(Y') + r(Y'_{i_{r-1}})} \|Y'_{i_{r-1}} - \bar{Y}'_{i_{r-1}}\|^2,$$

$i_r = i_r - 1.$

Step 6. 종료 조건 검사

$i_r = i_l$ 조건을 만족하면 아래의 식을 수행하고, 아니면 Step 2로 이동한다.

$J(S'_{i_r}) \leq J(S''_{i_r})$ 의 경우 $H_{opt} = H_{i_r}$ 을, 나머지 경우 $H_{opt} = H_{i_l}$ 을 적용.

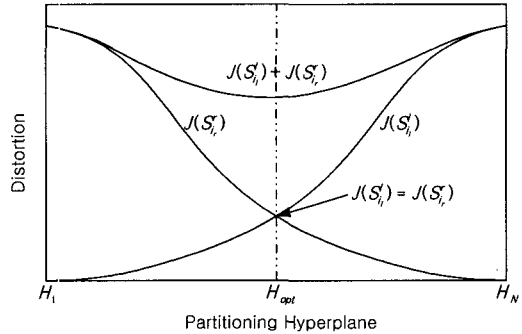


그림 4 가우스 분포에서 분포함수와 분할초평면

5. 실험 및 고찰

제한한 PASB 기반 고속 벡터 양자화 코드북 설계 방법을 영상 압축에 적용하여 그 성능을 비교·평가하였다. 비교 대상은 K-mean 알고리즘을 이용한 벡터 양자화와 SOFM을 이용한 벡터 양자화로써, 시각적 특성인 PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio)과 수행시간에 대하여 고려하였다.

본 실험에서 입력벡터 X 는 영상내 인접한 두 픽셀로부터 얻어진 2차원 데이터이며 특징 벡터 Y 는 1차원이다. 따라서 다음의 5 단계로 간단하게 입력 벡터의 군집에 대한 추측을 계산할 수 있다. 여기서 군집 S_i 는 N_i 개의 학습 벡터로 구성되고, 각각의 벡터 X_i 는 2차원이다. 즉 $S_i = \{X_1, X_2, \dots, X_{N_i}\}, X_i = \{x_{i,1}, x_{i,2}\}$ 이다.

Step 1. 군집 S_i 내의 입력 벡터 기하학적 평균계산

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} x_{i,1}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} x_{i,2}$$

Step 2. 군집 S_i 내의 입력 벡터의 공분산행렬 계산

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

여기서,

$$C_{11} = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} x_{i,1}^2 - \bar{x}_1^2$$

$$C_{12} = C_{21} = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} (x_{i,1} \cdot x_{i,2} - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2)$$

$$C_{22} = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} x_{i,2}^2 - \bar{x}_2^2$$

Step 3. 최대 고유치 λ_{max} 계산

$$\lambda_{max} = \frac{A + \sqrt{A^2 - 4 \cdot B}}{2}$$

여기서,

$A = c_{11} + c_{22}$ 이고 $B = c_{11} \cdot c_{22} - c_{12} \cdot c_{21}$ 이다.

Step 4. 주축과 수평축 사이의 각도 θ 계산

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda_{max} - c_{11}}{2} \right)$$

Step 5. 입력 벡터를 주축으로 투영시킨 특징 벡터 계산

$$Y_i = (x_{i,1} - \bar{x}_1) \cdot \cos \theta - (x_{i,2} - \bar{x}_2) \cdot \sin \theta + \bar{c}_1$$

코드북 생성을 위한 학습 벡터로 회색 음영(gray scale), 256×256 크기, 8bpp의 형태를 가지는 Lenna 영상과 Mandrill 영상을 이용하였다. Lenna 영상은 많

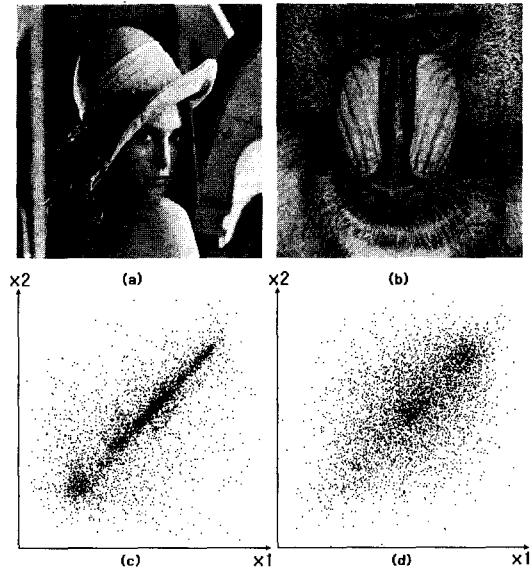


그림 5 두 개의 학습영상 ((a)Lenna, (b)Mandrill)과 8,192개의 학습벡터((c)Lenna, (d)Mandrill)

은 에지 부분을 가지고 Mandrill 영상은 많은 부분이 텍스처어 형태인 특징이 있다. 각각의 영상에 대하여 2차원 벡터 32,768개를 생성한 다음 무작위로 25%를 선정하여 학습 데이터로 사용하였다. 그림 5는 각 영상과 무작위 선택된 8,192개 데이터를 나타낸 것으로 축 x_1 과 x_2 는 각각 인접한 두 픽셀의 첫 번째 및 두 번째 픽셀의 회색 음영을 나타낸다.

표 I은 두 영상의 특징 벡터를 처음으로 분할하기 위한 정보를 나타낸다. 여기서, θ 는 주축과 수평축과의 각도를 나타내며, 두 영상 모두 45° 정도의 값을 가진다. 그리고 Lenna 영상의 경우 최적의 분할 초평면이 H_{336} 으로 나타나 있는데, 이것은 특징 벡터 Y_{336} 과 Y_{337} 사이에 H_{out} 가 위치한다는 것이다.

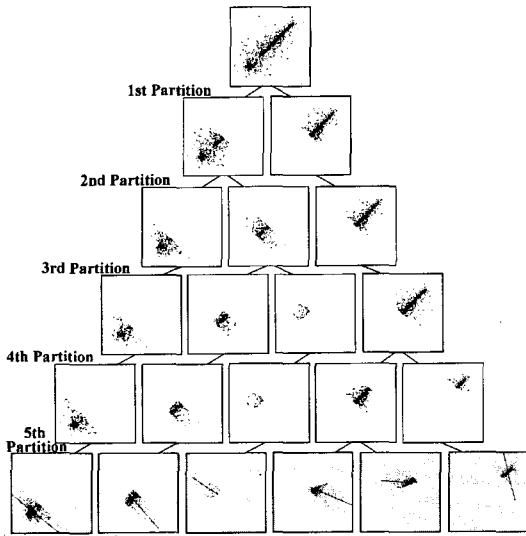
학습 벡터에 대하여 제안한 PASB 알고리즘을 적용하여 오차가 가장 많이 줄어드는 군집을 두 부분으로 분할하는 과정을 반복한다. 그림 6은 PASB에 의하여 5번의 분할에 의해서 6 군집을 생성하는 과정을 나타낸

표 I 주축의 파라미터

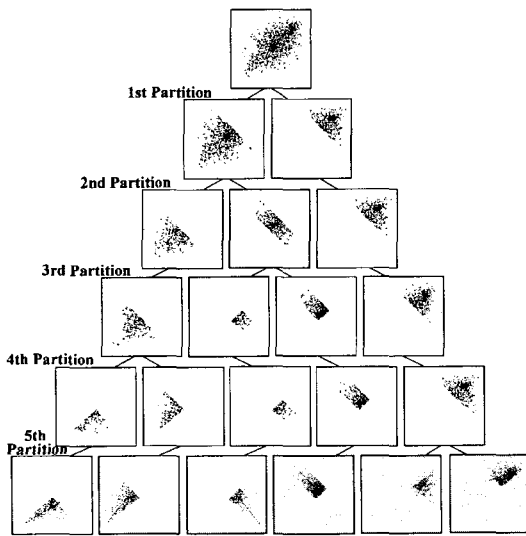
		Lenna	Mandrill
Covariance Matrix	c_{11}	280.74	245.63
	c_{12}	216.16	140.77
	c_{21}	216.16	140.77
	c_{22}	282.94	248.56
λ_{max}		498.00	387.87
θ [deg.]		45.15	45.30
H_{out}		H_{336}	H_{338}

것이다. 마지막 branch에 나타난 직선은 해당 데이터의 차원을 감소하기 위한 주축이다. 여기서 분포의 특성이 다른 특징 벡터는 다른 형태로 분할됨을 볼 수 있다.

코드 벡터의 개수에 따른 복원 영상의 시각적 특성을 평가하기 위해서 $10 \log_{10} \frac{255^2}{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x}_i)^2}$ 로 계산되는 PSNR을 이용하였다. 여기서 M 은 영상의 화소 수, x_i 는 원 영상의 화소값, \bar{x}_i 는 복원한 영상의 화소값이다. \bar{x}_i 는 코드북마다 각각 다른 값을 가진다. 그림 7은 세계의 다른 방법인 SOFM, K-mean, PASB에 의해 벡터 양자화한 다음 복원한 영상의 PSNR 성능을 비교한 것이다.



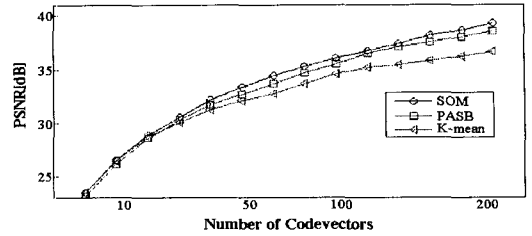
(a)



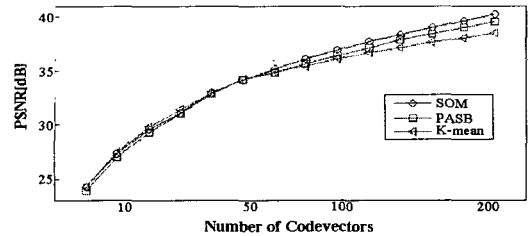
(b)

그림 6 두 개의 영상에 대한 5번의 분할 과정 ((a)Lenna and (b)Mandrill)

이상의 결과에서 알 수 있는 것은 다음과 같다. 첫째, Mandrill 영상보다 분산이 큰 Lenna 영상의 PSNR 성능이 우수하므로, 넓은 분포의 데이터가 더 효과적인 코드북을 생성할 수 있다는 것이다. 둘째로 자승 평균



(a)



(b)

그림 7 세 가지 벡터 양자화의 PSNR 성능 비교 ((a)Lenna and (b)Mandrill)

오차는 코드 벡터의 수가 늘어나면 감소한다는 것과, 마지막으로 SOFM과 K-mean 알고리즘은 학습 벡터가 어느 군집으로 연속적으로 병합되는 구조적(constructive) 알고리즘이며 PASB는 분할적(destructive) 알고리즘이라는 것을 알 수 있다. 구조적인 두 알고리즘의 다른 점은, K-mean은 입력 벡터가 승리 벡터만을 확정적으로 조정하고 SOFM의 경우는 승리 벡터와 승리 벡터 주변의 벡터들을 확률적으로 조정한다는 것이다. 이 차이는 최적의 코드 벡터 설정에 큰 영향을 준다. 반면 PASB는 분할적인 알고리즘으로 학습 벡터를 연속적으로 분할해 간다. PASB가 분할적인 알고리즘임에도 불구하고 우수한 PSNR 성능을 보이는 이유는 각각의 분할에서 오차를 최대로 줄일 수 있는 최적의 분할을 고려하기 때문이다.

그림 8과 그림 9는 PASB 벡터 양자화에 의해 생성된 코드 벡터와 그를 이용해서 복원한 압축된 영상을 보여준다. 각각의 그림에서 코드 벡터 수 N 은 (a) $N=4$, (b) $N=16$, (c) $N=36$, (d) $N=64$, (e) $N=81$, (f) $N=144$, (g) $N=196$, (h) $N=225$ 이며 (i)는 원영상이다. 코드 벡터의 개수가 적을 경우에는 그 개수가 조금만 증가하여도 시각적 특성이 대폭 개선되는데 비하여, 많은 코드 벡터 개수의 경우는 증가폭이 크지 않고 포화됨을 볼 수 있다.

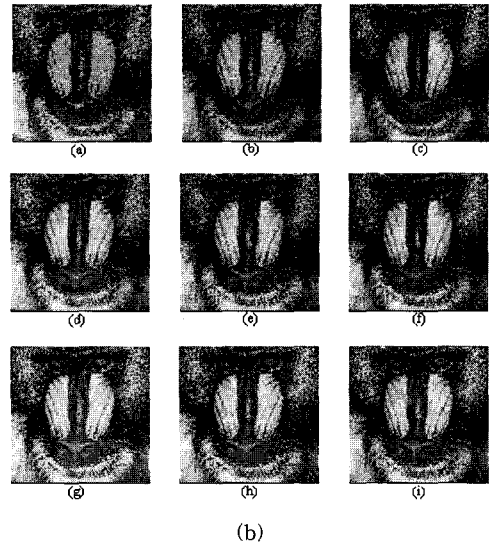
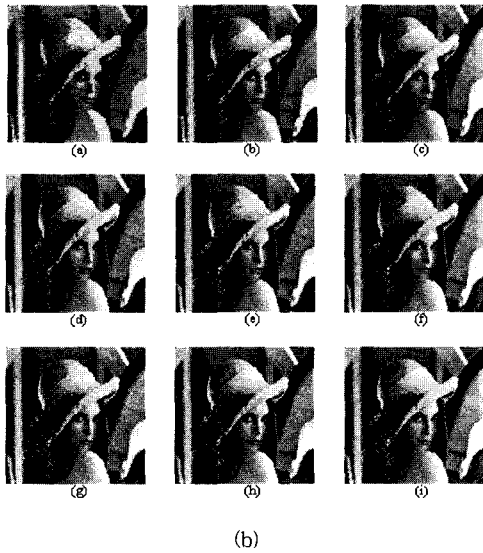
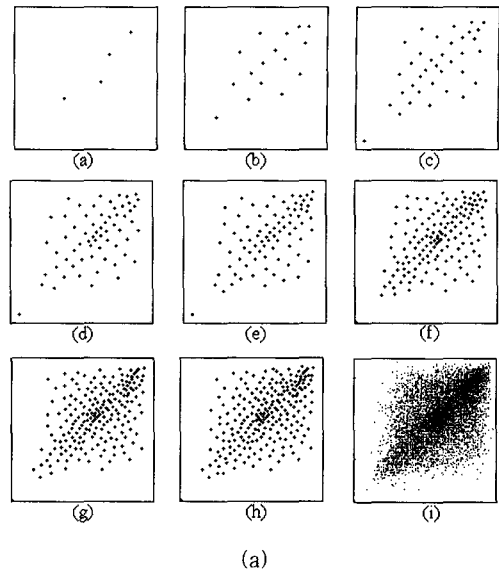
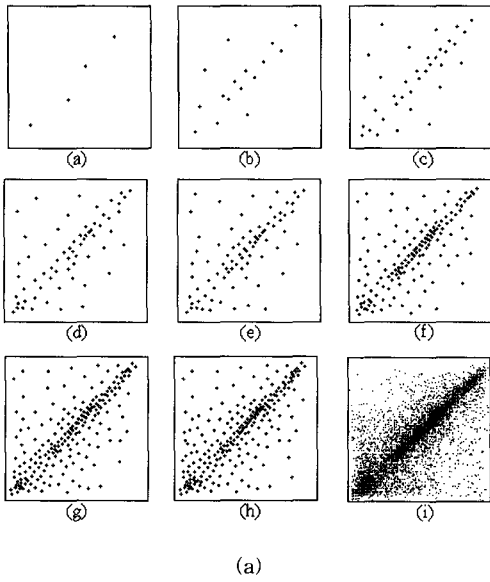


그림 8 Lenna 영상에 대한 코드 벡터 생성결과와 그의 복원영상((a) $N=4$, (b) $N=16$, (c) $N=36$, (d) $N=64$, (e) $N=81$, (f) $N=144$, (g) $N=196$, (h) $N=225$, and (i) original image)

그림 9 Mandrill 영상에 대한 코드 벡터 생성결과와 그의 복원영상((a) $N=4$, (b) $N=16$, (c) $N=36$, (d) $N=64$, (e) $N=81$, (f) $N=144$, (g) $N=196$, (h) $N=225$, and (i) original image)

그림 10은 SOFM, K-mean, PASB을 이용한 벡터 양자화의 시각적 특성의 비교이다. 100개의 동일한 코드 벡터의 경우에는 시각적으로는 크게 차이가 나지 않음

며, texture 형태의 Mandrill 영상의 경우 그 차이가 더 작음을 볼 수 있다. 각 영상에 대해서 자승 평균 오차식 $\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (x_i - \alpha(x_i))^2$ 을 이용하여 비교해보면, Lenna

영상의 경우 14.22(SOFM), 17.67(PASB), 22.76 (K-mean)이고 Mandrill의 경우 16.13(SOFM), 18.27 (PASB), 30.66(K-mean)이다.

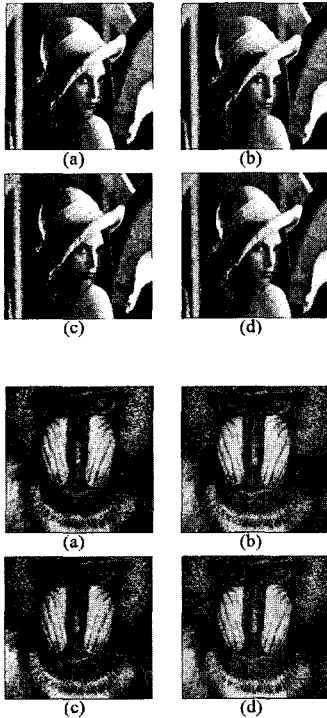


그림 10 Lenna 영상과 Manrill 영상에 대하여 다른 벡터양자화를 적용하였을 때 복원영상 ((a)Original image, (b)SOFM method, (c)the PASB method, and (d) K-mean method)

그림 11은 코드 벡터의 수가 4에서 225까지 변할 때 수행 시간의 변화를 나타낸 것이다. 이 시간은 입력 벡터를 이용해서 코드 벡터를 생성할 때까지 시간으로 Pentium 200 MHz CPU 개인용 컴퓨터를 이용한 10회 실험의 평균이다. 세 방법 모두, 코드 벡터의 수가 늘어나면 수행 시간이 증가함을 볼 수 있지만, 특히 SOFM의 경우는 큰 변화가 있는데 비해 K-mean과 PASB의 경우는 SOFM에 비해 수행 시간 변화가 상대적으로 거의 없음을 알 수 있다. 이상의 실험 결과, PSNR 성능과 시각적 특성, 수행 시간을 모두 고려한다면 제안한 PASB에 의한 벡터 양자화의 성능이 가장 좋음을 알 수 있다.

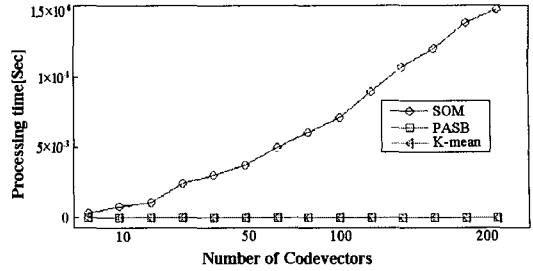


그림 11 세 가지 벡터 양자화 알고리즘의 수행시간 비교

6. 결론

본 논문에서는 벡터 양자화에 주성분 해석을 결합한 새로운 알고리즘을 제안하였다. 먼저 입력 벡터에서 보다 낮은 차원인 특징 벡터를 주성분 해석을 이용하여 추출하고 하나의 군집에 할당한다. 다음으로 연속적인 주축 분할인 PASB에 의하여 군집의 수를 늘려 가는 과정을 반복하는데, 존재하는 모든 군집에 대하여 분할 오차를 계산한 다음 2개로 분할할 군집을 선정한다. PASB를 수행하고 분할 군집을 선정할 때, 반복되는 계산이 많고 복잡하여 많은 처리 시간이 요구된다. 이를 개선하기 위해서 주성분 해석을 이용해 벡터를 투영시키는 방법과 분할점 계산 시간을 단축시킨 오차 균형점 탐색법을 제안하였다. 그리고 전체적인 알고리즘에 차원이 줄어든 특징 벡터를 학습 벡터로 이용하므로 입력 벡터와 동일한 차원의 학습 벡터를 이용할 때에 비하여 많은 시간을 단축시킬 수 있는 장점이 있다.

비교 실험에서 PASB에 의한 벡터 양자화는 SOFM을 이용한 것 보다 성능이 우수하였으며 K-mean을 이용한 벡터 양자보다는 2-3dB 더 높은 PSNR을 보임으로서 복원 성능이 우수함을 확인할 수 있었다. PASB가 우수한 성능을 보이는 이유는 벡터 양자화를 위한 각각의 분할 단계에서 오차를 최대도 줄일 수 있는 최적의 분할 방법을 고려하기 때문이다.

제안한 알고리즘은 매 주축 분할시점에서는 복원 오차를 최소화 시키도록 결정됨으로서 국부적 최적해를 보장하는 greedy 탐색으로 항상 전역적 최적의 코드북을 보장해주지는 못하는 단점이 있다. 향후 연구 과제로서는 보다 전역적 최적해를 얻을 수 있도록 depth first 탐색에 기반한 탐색 트리를 이용하여 탐색 과정의 history를 유지하여 복원 오차가 오히려 나빠지는 점에서는 그 이전의 탐색 단계로 되돌아가서 새로운 탐색을

수행하는 방안을 모색하고자 한다.

참 고 문 헌

[1] N. M. Nasrabadi and R. A. King, "Image coding using vector quantization: A Review," IEEE Transactions on Communications, vol. 36, no. 8, pp. 604-619, August 1988.

[2] Y. Linde, A. Buzo, and R. M. Gary, "An algorithm for vector quantizer design," IEEE Transaction on Communication, vol. 28, no. 1, pp. 84-95, 1980.

[3] T. Kohonen, Self-Organization and Associative Memory, 3rd ed., Berlin: Springer-Verlag, 1989.

[4] Y. K. Kim and J. B. Ra, "Adaptive learning method in self-organizing map for edge preserving vector quantization," IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 6, no. 1, pp. 278-286, 1995.

[5] Doo-Il Choi and Sang-Hui park, "Self-creating and organizing neural networks," IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 5, no. 4, pp. 561-575, 1994.

[6] J. Mao and A. K. Jain, "A Self-organizing network for hyperellipsoidal clustering (HEC)," IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 7, no. 1, pp. 16-29, 1996.

[7] Chok-Ki Ma and Chi-Kit Chan, "Maximum descent method for image vector quantization," Electronic Letters, vol 27, pp. 1772-1773, 1991.

[8] Chok-Ki Chan and Chi-Kit Ma, "A fast method of designing better codebooks for image vector quantization," IEEE Transactions on Communications, vol. 42, no. 2/3/4, pp. 237-242, 1994.

[9] H. Hotelling, "Analysis of a complex of statistical variables into principal components," Journal of Educational Psychology, vol. 24, pp. 498-520, 1933.

[10] K.I. Diamantaras and S.Y. Kung, Principal Component Neural Networks : Theory and Applications, John Wiley & Sons Inc., 1996.

[11] R. Duda and P. Hart, Pattern Classification and Scene Analysis, John Wiley & Sons, Inc., 1973.

[12] Daijin Kim and In-Hyun Cho, "An Accurate and Cost-Effective Fuzzy Logic Controller with a Fast Searching of Moment Equilibrium Point," IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 46, no. 2, pp. 1-14, April 1999.

[13] Daijin Kim and Sunha Ahn, "An Optimal MS-GS VQ Codebook Design for Wireless Image Communication Using Genetic Algorithms," IEEE Trans. on Evolutionary Computation, vol. 3, no. 1, pp. 1-18, March 1999.



강 대 성

1984년 2월 경북대학교 전자공학과(학사). 1991년 8월 Texas A&M Univ. Electrical Eng.(석사). 1994년 5월 Texas A&M Univ. Electrical Eng.(박사). 1984년 3월 ~ 1989년 6월 국방과학연구소 연구원. 1994년 7월 ~ 1995년 8월 한국전자통신연구원 선임연구원. 1995년 9월 ~ 현재 동아대학교 전기전자컴퓨터공학부 조교수. 관심분야는 멀티미디어통신, 영상처리 및 코딩, 패턴인식, 통신시스템



서 석 배

1997년 2월 부경대학교 제어계측공학과 졸업(학사). 1999년 2월 동아대학교 전자공학과 졸업(석사). 2000년 3월 ~ 현재 동아대학교 전자공학과 박사과정. 관심분야는 신경망, 영상압축, 패턴인식 등.



김 대 진

1981년 연세대학교 전자공학과 학사. 1984년 KAIST 전기 및 전자공학과 석사. 1991년 Syracuse대학 ECE 공학박사. 1984년 ~ 1987년 KBS 기술 연구소 HDTV팀. 1992년 ~ 현재 포항공대 컴퓨터공학과 부교수. 관심분야는 화상처리, 소프트웨어컴퓨팅.