

조석 모델링에서 adjoint 방법 적용시 적정 가중치 산정

송용식* · 이재학¹ · 박 경

인하대학교 해양학과, ¹한국해양연구소 해양환경기후연구본부

Estimation of Optimal Weight in Tidal Modeling with the Adjoint Method

YONG-SIK SONG, JAE HAK LEE¹ AND KYEONG PARK

Department of Oceanography, Inha University, Incheon 402-751, Korea

¹Marine Environment and Climate Change Laboratory, Korea Ocean Research and Development Institute, P.O. Box 29, Seoul 425-600, Korea

자료동화기법의 하나인 adjoint 방법은 제약조건으로서 모델의 기본방정식을 만족시키는 동시에 모델 결과와 관측자료 차이의 함수인 비용함수의 크기를 최소화시키는 모델변수를 찾아냄으로서 모델 결과를 향상시키는 기법이다. 본 연구에서는 수평방향 2차원 선형 조석모델과 adjoint 모델로 구성된 adjoint 꾸러미를 수립하고, 이를 임의로 설정한 직사각형 모델영역에 적용하였다. 조석모델로부터의 조위 모델 결과를 관측자료로 삼아 개방경계조건인 조위의 진폭을 역추정하는 수치실험을 실시하여 자료 가중치에 대한 반응, 모델변수 초기 추정치의 중요성 및 지형 변화에 대한 반응 등을 살펴보았다. 특히, adjoint 꾸러미 적용시 대부분 경험적으로 설정되어왔던 가중치의 선정방법을 제시하였다.

The adjoint method is a method of data assimilation to improve the model results by seeking for model parameters that minimize the cost function and satisfy the governing equations of a model simultaneously. An adjoint package was set up for the two-dimensional linear tidal model and was applied to an idealized domain for an optimal estimation of the open boundary conditions. The assimilating data were selected from the results of forward modeling. Attention is paid on the response of the adjoint package to weighting parameters, the importance of initial estimates of model parameters and the applicability of the adjoint package to the case with varying depth. A procedure to determine optimal weight is presented based on the relationships between weights and other factors.

서 론

수치모델에서 필요한 외력, 초기조건, 마찰계수나 난류확산계수와 같은 모델변수 등은 관측자료로부터 결정되어야 하나 이는 현실적으로 쉽지 않다. 따라서 일반적으로 경험 또는 실험에 의해 얻어진 수치들을 사용하거나 모델 보정을 통하여 구하고, 경계조건이나 초기조건 등 일부만 관측자료에 근거하여 사용하고 있다. 그러나 경계조건이나 초기조건에 대해서도 대부분 관측자료가 부족하고, 이런 경우에 가능한 관측자료를 이용한 내삽이나 외삽을 통해 경계조건과 초기조건을 추정하는 등(Yu and O'Brien, 1991) 간접적인 방법을 이용한다. 특히, 해양이나 대기에 적용되는 수치모델들은 외력에 대한 모델영역내의 반응을 모의하므로 개방경계조건의 지정은 중요하면서도 가장 어려운 문제중 하나이며 부적절한 개방경계조건은 ill-posed 모델링 문제의 원인이 되기도 한다(Thacker and Long, 1988; Bennett, 1992; Ladner, 1993).

개방경계조건의 향상을 위해 최근 자료동화기법(data assimilation)

을 사용한 연구가 증가하고 있다. Ladner(1993)는 2차원 선형 조석모델에 자료동화기법의 일종인 adjoint 방법을 적용하여 임의로 설정된 여러 형태의 지형을 대상으로 수치실험을 통한 조위 개방경계조건의 향상을 모의하였으며, Seiler(1993)는 adjoint 방법을 사용하여 준지형류 모델에 인공위성 고도계 자료를 동화시켜 유선함수와 상대와도에 대한 개방경계조건을 추정하였다. Chu *et al.*(1997)은 모델링 대상지역 내부의 조위 시계열 자료를 이용하여 미지의 개방경계조건을 추정하는 자료동화기법을 Princeton Ocean Model에 적용하였다. 또한 Shulman and Lewis(1995)는 adjoint 방법의 많은 계산량과 메모리의 필요성을 지적하고 개방경계와 개방경계 인근지역의 관측자료를 사용하여 개방경계조건을 지정하는 자료동화법을 제시하였다. Shulman *et al.*(1998)은 Shulman and Lewis(1995)와 Shulman(1997)에 의해 제시된 개방경계조건의 최적화 방법을 Blumberg and Mellor(1987)의 삼차원 순환모델에 도입하여 황해에서 M₂ 분조의 진폭과 지각의 향상에 대한 연구를 수행한 바 있다.

지금까지 대부분의 개방경계조건 연구에서 사용된 adjoint 방법은 제약조건식을 만족시키는 동시에 모델 결과와 관측자료간의 차

*Corresponding author: g2001481@inhavision.inha.ac.kr

이의 가중제곱 합으로 구성된 비용함수(cost function)를 최소화시키는 모델변수를 추정함으로써 모델 결과를 향상시키는 기법이다. 최근 들어 컴퓨터의 빠른 발전으로 인해 많은 계산량과 메모리가 요구된다는 문제점 해결에 급진전이 이루어지고 있으며, 관측기술의 발달로 양질의 관측자료를 풍부하게 얻을 수 있게됨에 따라 모델링 지역 내부의 관측자료를 이용하는 adjoint 방법은 실용적인 측면에서 활발한 연구의 대상이 되고있다.

Adjoint 방법을 적용할 때 부딪치는 어려운 과정의 하나는 Carrera and Newman(1986)과 Thacker(1988)가 지적한 바와 같이 관측자료에 대한 가중치의 설정이다. 많은 연구에서 가중치를 선정할 때 통계학적 또는 역학적 근거를 토대로 하지 않고 여러 번의 반복수행(trial-and-error) 결과 얻어진 경험적 수치들을 이용하여 왔다(Shen and Kuo, 1996, 1998). 그러나 선정된 가중치가 adjoint 방법에서 반복수행 횟수와 해의 수렴정도에 큰 영향을 미치는 만큼(Sasaki, 1969; Ullman and Wilson, 1998) 객관적인 가중치 선정 방법을 확립할 필요가 있다. 본 연구에서는 모델수행의 경험적인 반복작업을 통하여 가중치를 선정하는 방법이 아닌 모델변수와 다른 성분들간의 관계를 통하여 적합한 가중치를 선정하는 방법을 제시하였다.

관측자료에 대한 가중치 선정방법의 연구를 위한 모델실험 수행을 위하여, 수역학 모델의 예로서 2차원 선형 조석모형을 설정하고 adjoint 모델로 구성된 adjoint 꾸러미를 수립하여 임의로 설정된 직사각형 모델영역에 적용하였다. 임의의 개방경계조건을 사용하여 선형 조석모델로부터 모델영역 내 조위 시계열 자료를 추출하고, 이 시계열 자료를 관측자료로 삼아 adjoint 꾸러미를 적용하여 개방경계조건을 역 추정하는 수치실험 과정을 통하여 가중치의 선정 방법을 제시하였다. 또한, 초기 모델변수 추정치와 지형조건에 따른 adjoint 꾸러미의 반응을 살펴보았다.

조석모형

비용함수의 계산에 사용되는 평균해수면 기준조위, η 를 구하기 위한 지배방정식은 유체의 비압축성 가정, 유체정역학적 근사, 비선형항, 바람응력 및 수평방향 와도점성항과 경압력항을 무시할 때 다음과 같은 수직 적분된 2차원 선형 연속방정식과 운동방정식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} - f q + g h \frac{\partial \eta}{\partial x} + \tau^x = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + f p + g h \frac{\partial \eta}{\partial y} + \tau^y = 0 \tag{3}$$

여기서, t 는 시간, (x, y) 는 수평방향 좌표축, (p, q) 는 각각 x 와 y -방향의 단위 폭 당 volume flux, h 는 평균해수면으로부터 수심, f 는 Coriolis 변수, g 는 중력가속도이다. (τ^x, τ^y) 는 각각 x 와 y -방향의 바닥마찰 성분이며 다음과 같이 표현하였다.

$$(\tau^x, \tau^y) = \frac{\kappa}{h} \sqrt{p^2 + q^2} (p, q) \tag{4}$$

여기서, κ 는 무차원 바닥마찰계수이다.

Adjoint 모델

본 연구에서는 M_2 분조만을 이용한 선형 조석모형을 적용하여 이는 개방경계조건으로부터 모델영역 내 조위 시계열 자료를 추출하고, 이를 adjoint 꾸러미 적용시 관측자료로 간주하였다. 즉, M_2 분조 진폭을 추정하고자 하는 모델변수로 삼아 전진 모델(forward model)인 선형 조석모델과 후진 모델(backward model)인 adjoint 모델을 적용하여 개방경계조건을 역 추정하였다.

비용함수와 가중치

Adjoint 방법에서 최적화 판단근거로 사용하는 비용함수 J 는 다음과 같이 표현이 된다(Thacker, 1988; Ullman and Wilson, 1998).

$$J = \frac{1}{2} W_a \int_t \int_s (C\eta - \hat{\eta})^2 ds dt + \frac{1}{2} W_p \int_s (A' - A)^2 ds \tag{5}$$

여기서, t 와 s 는 각각 시간 및 공간, η 와 $\hat{\eta}$ 는 각각 조위에 대한 모델 결과와 관측자료이며, C 는 조위 모델 결과에 대한 내삽행렬, W_a 는 관측자료에 대한 상수 가중치, A' 는 새롭게 추정된 모델변수(즉, 개방경계에서의 계산된 M_2 분조 진폭), A 는 이전 과정에서 추정된 모델변수, W_p 는 이전 과정에서 추정되었던 모델변수와 새롭게 추정된 모델변수 사이의 차를 나타내는 제약항(penalty term)에 대한 가중치이다. 본 연구에서는 조위 관측자료와 모델 결과의 공간적 위치가 일치한다고 가정하여 모델 결과에 특별한 내삽을 가해 주지 않았다(즉, C =단위행렬).

식 (5)에서 관측자료에 대한 가중치인 W_a 는 관측자료 간의 상대적인 정확도를 나타내는 행렬로서 모델변수들의 상대적인 크기, dimensional scaling, 관측자료의 질 등에 의하여 영향을 받는다. 이상적인 가중치는 관측자료 오차의 공분산 행렬(error covariance matrix)에 대한 역수형태를 취함으로써 각 관측지점의 상대적인 중요성을 부여하는 역할을 한다. 실제로 관측자료의 오차를 분석한다는 것은 쉬운 일이 아니며 체계적이고 주기적인 인공위성 관측자료 등 일부 관측자료들에서만 실시되고 있다. 관측자료에 포함되어 있는 오차들이 서로 상관관계가 없다고 가정하면, W_a 는 대각행렬로 단순화시킬 수 있고 비용함수 J 는 모델 결과와 관측자료 간의 차이의 가중 제곱 합(weighted square sum)이 되므로 그 기법은 최소제곱법(least square method)과 같게 된다(Thacker, 1988). 관측자료의 오차들 사이에는 서로 상관관계가 없을 뿐만 아니라 모든 관측지점이 같은 중요성을 지닌다고 가정하면 대각행렬 W_a 의 대각성분은 서로 같게 된다. 그러나 관측자료 오차 사이에 서로 상관관계가 없다고 단정하거나, 모든 관측자료의 중요성이 항상 같다고 할 수 없기 때문에 관측자료의 특성이나 이미 추정된 변수값들을 이용하여 경험적으로 추정되어왔던 가중치를 설정하는 객관적인 방법이 필요하게 된다.

Carrera and Newman(1986)의 결과로부터 객관적으로 가중치를 추정하는 방법을 도출할 수 있다. 그들은 시·공간적으로 변하는 가중치를 여러 가지 가정을 통하여 가중치의 불편추정량(unbiased estimator)으로 치환하고 최우추정법(likelihood theory)을 사용하여 시·공간에 대한 함수이던 가중치를 아래와 같이 상수로 표현할

수 있다는 것을 보여주었다.

$$W_d = \left[\gamma \sum_t \sum_s (\eta(A^i) - \hat{\eta})^T (\eta(A^i) - \hat{\eta}) \right]^{-1} \quad (6)$$

여기서, γ 는 상수이며 A^i 는 미지의 모델변수 참값이다. 그러나 Carrera and Newman(1986)이 제안한 식 (6)은 모델변수 참값 A^i 에 대해서만 성립하는 것이고, A^i 는 실제로 모르기 때문에 식 (6)을 이용하여 가중치를 결정할 수는 없다. 따라서 본 연구에서는 식 (6)에서 미지의 A^i 를 아는 초기추정 모델변수 A^0 로 바꾸어 다음과 같이 표현하였다.

$$W_d \propto \left[\sum_t \sum_s (\eta(A^0) - \hat{\eta})^T (\eta(A^0) - \hat{\eta}) \right]^{-1} \quad (7)$$

모델변수 참값 A^i 대신 초기추정 모델변수인 A^0 을 사용하였기 때문에 식 (7)에서 등식관계를 정의할 수는 없지만 초기추정 모델변수가 가중치에 영향을 준다는 사실은 알 수 있다. 식 (7)은 가중치 선정에 있어서 다음과 같은 의미를 지니고 있다. 첫째, 관측자료의 오차분석 없이 가중치의 선정이 가능하고, 둘째, 시·공간적으로 변하는 가중치를 상수로 치환하여 가중치의 추정을 용이하게 만들며, 셋째, 가중치를 미지수 없이 알고있는 정보들만을 이용하여 표현하였다. 이와 같은 개념들을 기준으로 가중치의 체계적인 설정방법을 제시하였다.

Adjoint 꾸러미

앞에서 수립한 조석모델에 대한 adjoint 식과 비용함수의 구배는 다음과 같이 표현할 수 있다(Appendix 참조).

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} + g \frac{\partial h \mu}{\partial x} + g \frac{\partial h v}{\partial y} + W_d \sum (\eta - \hat{\eta}) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{\partial \lambda}{\partial x} + f v + \frac{\kappa}{h^2} \left(\mu \sqrt{p^2 + q^2} + \frac{\mu}{\sqrt{p^2 + q^2}} p^2 + \frac{v}{\sqrt{p^2 + q^2}} p q \right) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \lambda}{\partial y} - f \mu + \frac{\kappa}{h^2} \left(v \sqrt{p^2 + q^2} + \frac{v}{\sqrt{p^2 + q^2}} q^2 + \frac{\mu}{\sqrt{p^2 + q^2}} p q \right) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial J}{\partial A} = - \frac{\partial}{\partial A} \int_s \{ [\lambda, E_\eta] + [\mu, E_p] + [v, E_q] \} ds dt \quad (11)$$

식 (8)부터 식 (10)까지의 adjoint 식들은 모델 결과와 관측자료 간의 차에 의해 제약되므로 이로부터 라그랑주 곱수를 결정할 수 있으며 식 (11)로부터 모델변수에 대한 비용함수의 구배 $\partial J / \partial A$ 를 구할 수 있다. 식 (11)로부터 구한 $\partial J / \partial A$ 와 이전 과정에서 추정된 모델변수인 A 를 이용하여 최소화 과정으로부터 새로운 모델변수 값 추정이 가능하게 된다.

$$A^i = A + \alpha \frac{\partial J}{\partial A} \quad (12)$$

여기서, α 는 반복계수이다. 본 연구에서 최소화 과정으로는 Fletcher-Reeves 알고리즘을 사용하였다(Navon and Legler, 1987).

Adjoint 방법은 일반적인 수치모델인 전진 모델, adjoint 식들로 구성된 adjoint 모델인 후진 모델과 최소화 과정의 세 부분으로 구성되어 있고, 진행과정은 다음과 같다(Fig. 1).

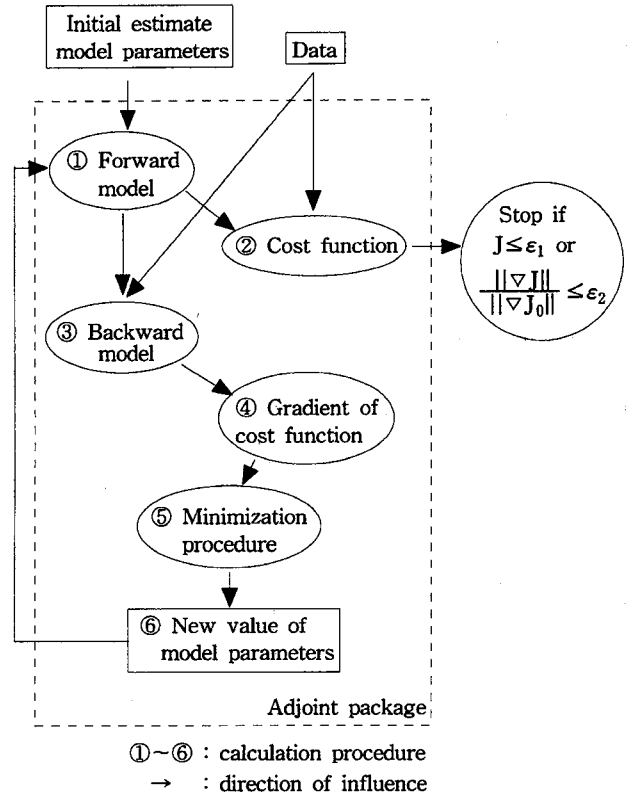


Fig. 1. A diagram showing the procedure of the adjoint method.

- ① 모델변수의 초기값을 추정하여 전진 모델을 진행시킨다(식 (a1) 또는 식 (1)부터 식 (3)).
- ② 모델 결과와 관측자료를 사용하여 비용함수를 계산한다(식 (5)).
- ③ Adjoint 모델을 진행시키면서 라그랑주 곱수를 구하고(식 (8)부터 식 (10)), 모델변수에 대한 비용함수의 구배($\partial J / \partial A$)를 계산한다(식 (11)).
- ④ $\partial J / \partial A$ 를 이용하여 최소화 과정으로부터 새로운 모델변수를 추정한다(식 (12)).
- ⑤ 새롭게 추정된 모델변수를 이용하여 ①로 돌아가 다음의 조건이 만족될 때까지 위의 과정을 반복한다.

$$J \leq \epsilon_1 \quad \text{또는} \quad \frac{\|\nabla J\|}{\|\nabla J_0\|} \leq \epsilon_2 \quad (13)$$

여기서, $\|\nabla J\|$ 는 비용함수 구배의 norm, $\|\nabla J_0\|$ 는 첫 번째 계산 과정에서 비용함수 구배의 norm이며 ϵ_1 와 ϵ_2 는 상수이다.

Adjoint 꾸러미 적용 및 결과

본 절에서는 adjoint 꾸러미를 임의로 설정된 모델영역에 적용하여 가중치의 선정 방법과 초기 모델변수 추정치와 지정조건에 따른 adjoint 꾸러미의 반응을 살펴보았다. 설정된 모델영역은 x-방향으로 200 km, y-방향으로 25 km이며 모델격자는 x-방향, y-방향 동일하게 5 km 간격으로($\Delta x = \Delta y = 5$ km) 40×5 개의 격자망을 구성하였다(Fig. 2a). 전 모델영역의 수심을 20 m로 일정하게 유

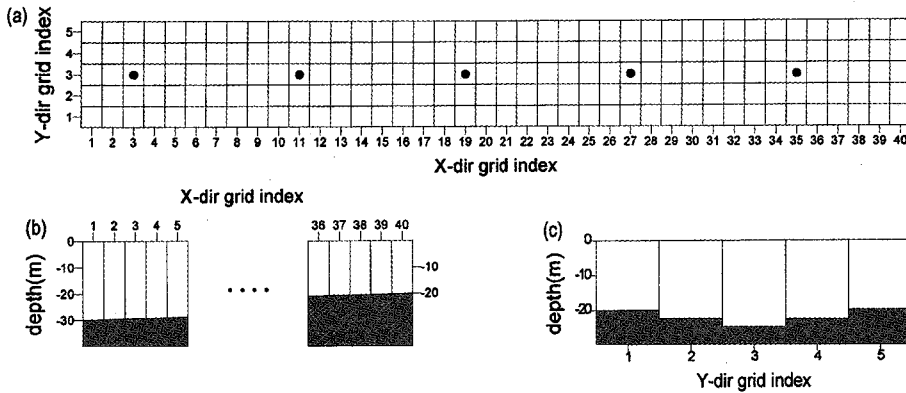


Fig. 2. Grid structure (a), longitudinal depth variation used in the experiment DEPTH-1 (b), and transverse depth variation used in the experiment DEPTH-2 (c). ● are locations where the time-series data for surface elevation are obtained.

Table 1. Open boundary conditions used to generate the time-series data for surface elevation and initial estimates of open boundary conditions used in the experiments Case-1 to Case-4¹

Exp.	j				
	1	2	3	4	5
real OBC	1.00	0.96	0.92	0.88	0.84
Case-1	0.95	0.91	0.87	0.83	0.79
Case-2	0.85	0.81	0.77	0.73	0.69
Case-3	0.75	0.71	0.67	0.63	0.59
Case-4	0.65	0.61	0.57	0.53	0.49

¹⁾ j is the grid number in the y direction. Discrepancies between real OBC and initial values for the case 1, 2, 3 and 4, respectively, are 0.05, 0.15, 0.25 and 0.35.

지시된 모델영역 DEPTH-0과 수심이 각각 x-방향과 y-방향으로 변하는 모델영역 DEPTH-1과 DEPTH-2를 고려하였다(Fig. 2b와 2c). 바닥마찰계수는 전 영역에서 상수로 가정하여 $\kappa=0.002$ 를 사용하였다. 수치계산의 시간간격(Δt)으로는 CFL 수치안정조건을 만족시키는 100 sec를 사용하였다. 후진 모델은 전진 모델이 임의의 초기조건의 영향에서 벗어나서 안정된 후진 3일 후부터 계산하기 시작하였다. Adjoint 방법을 적용하기 위한 조석모델에 Table 1의 real OBC를 사용하였을 때 Fig. 2a에 표시한 5개 지점에서 조위에 대한 시계열 모델 결과를 관측자료로서 간주하고 adjoint 꾸러미를 적용하여 모델변수인 개방경계에서의 M_2 분조 진폭을 역 추정하였다. 조위에 대한 시계열 모델 결과를 구할 때 사용했던 개방경계조건(Table 1의 real OBC)은 모른다고 가정하였고, 개방경계조건의 초기 추정치를 변화시키고 준비된 관측자료를 이용하여 real OBC를 재현하는 수치실험을 수행하였다.

가중치에 대한 반응과 적합한 가중치 선정 방법

수심이 20 m로 일정한 경우인 DEPTH-0 모델영역에서 가중치의 변화에 따른 결과의 반응을 분석함으로써 적절한 가중치 선정 방법을 찾아보았다. 후진 모델은 모델 결과와 관측자료 간의 차이에 의해 제약되고, 가중치는 관측자료의 신뢰성을 바탕으로 하여 외력의 크기를 조절하는 역할을 하므로, adjoint 방법은 사용하는 가중치에 대하여 민감한 반응을 보인다. 따라서 적절한 가중치를 사용하는 것은 후진 모델의 외력을 적절하게 조절한다는 의미와

같다. 가중치 선정에 영향을 주는 요인들을 파악하기 위해 가중치와 다른 요인들간의 관계에 대해서 알아보았다. 초기추정 개방경계조건을 다르게 설정한 네 가지 실험(Table 1의 Case-1부터 Case-4)에서 각각의 경우마다 가중치(식 (5)의 W_d)를 변화시키면서 그 결과를 분석하였다. W_d 는 다른 연구(McIntosh and Bennett, 1984; Das and Ladner, 1991; Zou et al., 1992; Ladner, 1993)에서 사용한 크기를 참고하여 다음의 값들을 사용하였다: 0.00001, 0.002, 0.0025, 0.003, 0.0035, 0.008 및 0.012. 본 연구에서 설정한 모든 실험에서 비용함수 J에서 제약항의 기여도가 작기 때문에 제약항에 가해지는 가중치(W_p)는 다른 연구(Spitz and Klinck, 1998)와 같이 W_d 크기의 10%로 설정하였다.

Case-1에서 모든 조건을 동일하게 유지시키고 가중치만을 변화시켰을 때 반복과정에 따른 비용함수의 변화를 살펴보았다. Fig. 3은 각각의 가중치에 대한 상대적인 비교를 위하여 비용함수 J를 초

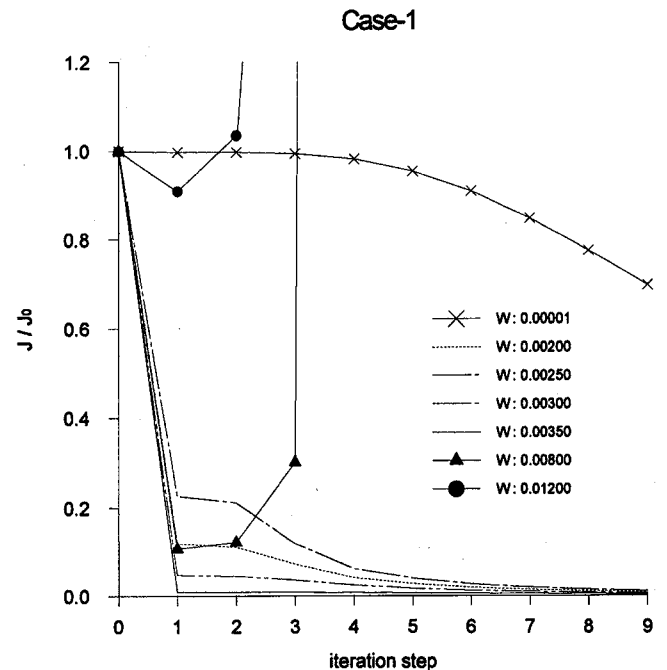


Fig. 3. Response of J/J_0 to weight. J is cost function and J_0 is cost function at the 0th iteration. J_0 is based on the initial estimate of model parameters.

기추정 모델변수에 의해 계산된 비용함수 J_0 으로 표준화시켜 비교한 것이다. 가중치가 0.00001인 경우 J 는 최소값에 수렴하기는 하나 수렴속도와 결과는 매우 좋지 않고, 0.08과 0.012인 경우 J 는 초기에 발산하여 수렴하지 않는다. 그러나 0.002에서 0.0035 사이의 가중치를 사용한 네 가지 경우에는 모두 수렴한다. 특히 0.0035를 사용한 경우에는 첫 번째 반복과정에서 -즉, adjoint 꾸러미를 한번만 수행하면- J 가 최소값에 급격하게 수렴함을 알 수 있다. 이는 첫 번째 반복과정에서 모델변수 변화량의 대부분이 결정된다는 것을 의미한다. 또한 첫 번째 반복과정에서의 변화가 그 뒤의 수렴속도와 결과에도 영향을 미친다. Yu and O'Brien(1991)의 선형성이 강한 환경에서 요구되는 반복과정 회수는 추정하고자 하는 모델변수 개수 정도면 충분하다는 지적과 일치하는 결과이다. 가중치를 적절하게 선정하면 반복과정 초기에 만족스런 결과를 얻을 수 있으므로 첫 번째 반복과정에서의 변화가 중요하게 되는 것이다. 첫 번째 반복과정에서 식 (12)의 반복계수 α 로 단위행렬을 사용하므로 모델변수 오차크기의 정도를 알고 있다면 첫 번째 반복과정에서 만들어 내면 바람직한 비용함수의 구배 $(\partial J/\partial A)_1$ 의 크기를 식 (12)으로부터 추정할 수 있다. 조석모델에서 개방경계조건으로 흔히 사용되는 조위에 대한 진폭은 관측기기의 오차, 내삽이나 외삽 과정에서 생성되는 오차 등을 지니고 있다. 기기에 의해 발생하는 오차는 일반적으로 알려져 있으며, 내삽이나 외삽에 의한 것은 인위적인 오차이므로 그 크기를 유추할 수 있다. 가중치에 따라 첫 번째 반복과정 결과 비용함수의 변화량이 다르므로 (Fig. 3), adjoint 꾸러미 적용 시 첫 번째 반복과정 결과가 위에서 추정된 $(\partial J/\partial A)_1$ 의 크기를 줄 수 있는 가중치를 선정하면 수렴이 향상된다. 따라서 adjoint 꾸러미 적용 시에 가중치와 $(\partial J/\partial A)_1$ 의 관계를 파악할 수 있으면 모델변수 오차크기의 정도에 해당하는 $(\partial J/\partial A)_1$ 로부터 적합한 가중치를 선정할 수 있다.

Fig. 4는 0.00001~0.012 범위의 가중치 각각에 대한 adjoint 꾸러미의 첫 번째 반복과정 결과로부터 산출한 $(\partial J/\partial A)_1/D$ 을 나타낸 것이다. D 는 모델 결과와 관측자료간의 차이를 의미한다. $(\partial J/\partial A)_1/D$ 와 가중치 사이에는 모델변수의 초기 추정치와 관계없

이, 즉, Case-1, 2, 3, 4에 관계없이, 사용한 가중치의 전 범위에 걸쳐서 항상 선형관계가 존재하였다. 가중치와 $(\partial J/\partial A)_1/D$ 사이의 선형관계(Fig. 4a)를 이용하면 실제 adjoint 꾸러미 적용시 다음의 절차에 따라 적합한 가중치의 범위를 선정할 수 있다: ① 가중치 크기의 최소값과 최대값 각각에 대하여 adjoint 꾸러미를 적용하여 첫 번째 반복과정 결과로부터 $(\partial J/\partial A)_1/D$ 를 계산하여 Fig. 4a와 같은 선형식을 작성하고, ② 모델변수 오차크기의 정도에 해당하는 $(\partial J/\partial A)_1$ 의 범위를 추정하고, ③ ①번 선형식으로부터 $(\partial J/\partial A)_1/D$ 의 범위에 상응하는 적합한 가중치의 범위를 결정한다. 이런 가중치 선정 방법은 모델변수 오차의 크기에 근거하여 가중치를 설정하는 것이므로 가중치의 범위만을 결정할 수 있다. 첫 번째 반복과정에서의 가중치에 따른 비용함수의 변화관계를 이용하면 결정된 가중치의 범위 내에서 좀 더 정확한 가중치를 선정할 수 있다. Fig. 4a의 선형관계식으로부터 결정된 가중치의 범위 내에서 첫 번째 반복과정의 결과를 이용 J_0 에 대하여 표준화된 비용함수 J_1 의 변화관계가 Fig. 4b에 제시되어 있다. J_1/J_0 과 가중치 사이에는 모델변수의 초기 추정치와 관계없이 Fig. 4a에서 항상 매우 유사한 관계를 나타낸다. 이는 최소의 비용함수 값을 주는 가중치 선정이 가능함을 보여주는 결과이다. 결론적으로 모델변수 오차크기의 정도를 알면 한번의 반복과정 결과만으로 Figs. 4a, 4b와 같은 2개의 관계를 얻을 수 있고, Fig. 4a로부터 적합한 가중치의 범위를 그리고 Fig. 4b로부터 개선된 가중치를 선정할 수 있는 것이다.

모델변수 초기추정치의 영향

모델영역 DEPTH-0을 대상으로 모델변수인 개방경계조건의 초기 추정치의 영향을 파악하기 위하여 Case-1부터 Case-4까지의 4가지 초기 추정치(Table 1)에 대한 결과를 비교하였다. 가중치는 Fig. 4에서 결정된 0.0035를 사용하였다. M_2 분조 진폭에 대한 real OBC(Table 1)와 adjoint 꾸러미 적용 결과 구해진 모델변수 사이의 절대상대오차(absolute relative error, ARE)를 계산하였고, 5개의 개방경계 격자에 대한 평균 ARE가 Fig. 5에 제시되어 있다.

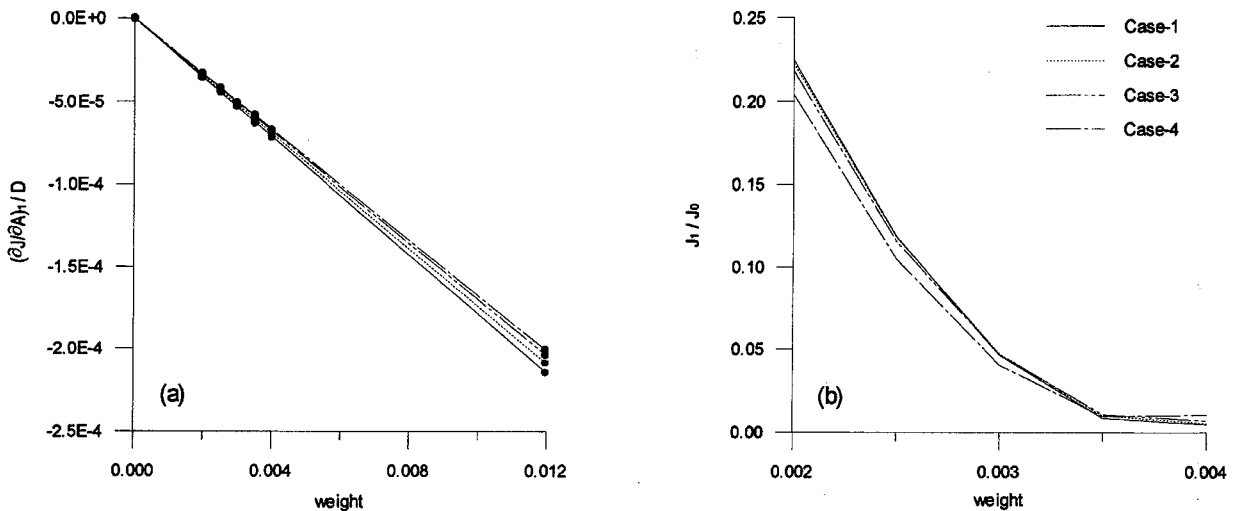


Fig. 4. Relationships between weight and $(\partial J/\partial A)_1/D$ (a) and weight and J_1/J_0 (b). J_1 and J_0 are cost functions at the 1st and 0th iterations, respectively.

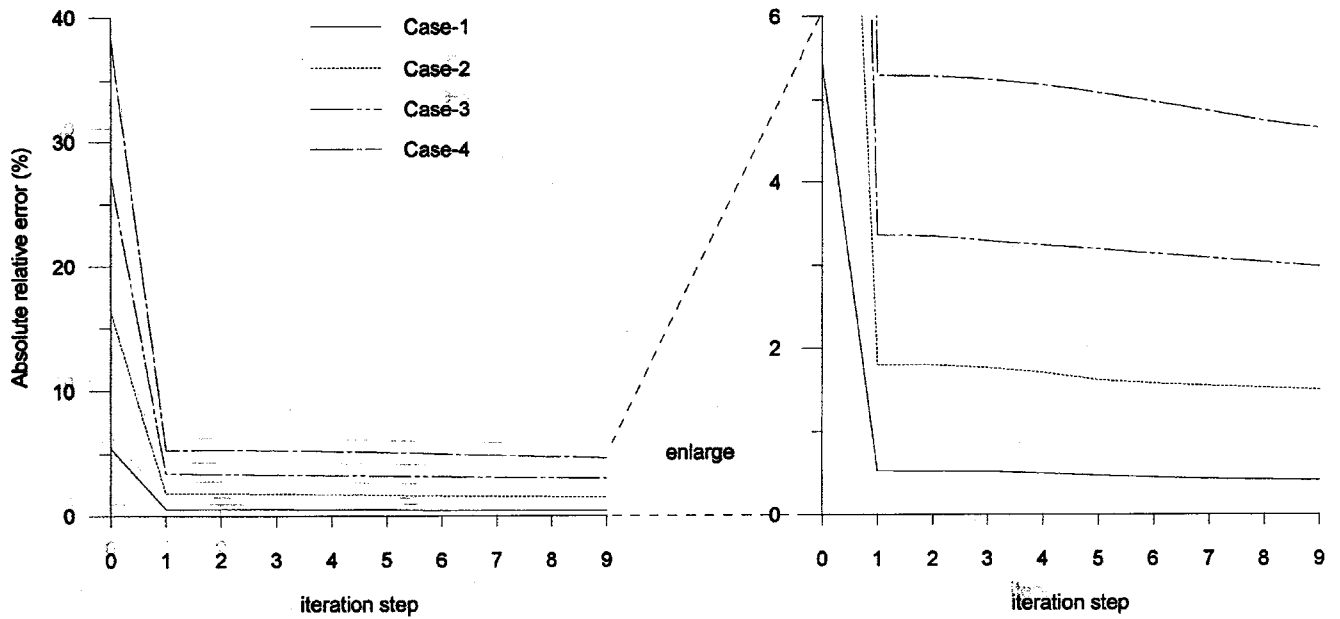


Fig. 5. Mean absolute relative error of tidal amplitudes at 5 open boundary cells for 4 different initial estimates.

개방경계조건의 초기 추정치에 관계없이 첫 번째 반복과정 만에 급격한 수렴이 이루어져서 ARE가 급격하게 감소하였고, 이는 Fig. 4를 이용하여 선정된 가중치가 적합하다는 것을 보여준다. Fig. 5에서 반복과정이 증가하여도 개방경계조건의 초기 추정치 오차가 적을수록 real OBC를 더 잘 재현하므로, adjoint 방법에서 반복과정 회수를 줄이고 개선된 결과를 얻기 위해서는 적절한 모델변수의 초기 추정치를 선정하는 것이 중요하다는 것을 보여주고 있다. Fig. 5에서 개방경계조건의 초기 추정치 오차가 가장 작은 Case-1의 경우 첫 번째 반복과정 뒤에 ARE가 5.5%에서 0.5%로 감소하고, 아홉 번째 반복과정 뒤에는 ARE가 0.4%로 감소한다. 이는 적합한 가중치와 적합한 초기 추정치를 선정할 수 있으면 적은 수의 반복과정 만으로도 개선된 결과를 구할 수 있다는 것을 시사한다.

지형 변화에 대한 반응

지형 변화에 대한 adjoint 방법의 반응을 보기 위하여 수심을 변화시킨 두 가지 모델영역에 대한 수치실험을 수행하였다. x-방향으로만 선형적으로 수심이 변하여 상류경계지점에서 최소수심 20 m를 그리고 개방경계로 갈수록 증가하여 개방경계지점에서 최대수심 30 m를 갖는 모델영역 DEPTH-1(Fig. 2b)과, y-방향으로만 선형적으로 수심이 변하여 y-방향 5개 격자 중 가운데 3번 격자에서 최대수심 25 m를 그리고 양끝 격자에서 최소수심 20 m를 갖는 모델영역 DEPTH-2(Fig. 2c)를 설정하였다. 모델영역 DEPTH-1과 DEPTH-2 각각에 대하여 조석모델을 이용하여 Table 1의 real OBC를 사용하였을 때 Fig. 2a의 5개 지점에서 조위에 대한 시계열 모델 결과를 구하였고, 이를 관측자료로 간주하여 adjoint 꾸러미를 적용하였다. 가중치는 앞에 설명된 방법에 따라 모델영역 DEPTH-1에서는 0.0021을 그리고 모델영역 DEPTH-2에서는 0.00315를 선정하였다. 개방경계조건 초기 추정치로는 Table 1의 Case-1을 사용하였다. Fig. 6에 반복과정에 따른 비용함수의 변화가 제시되어 있

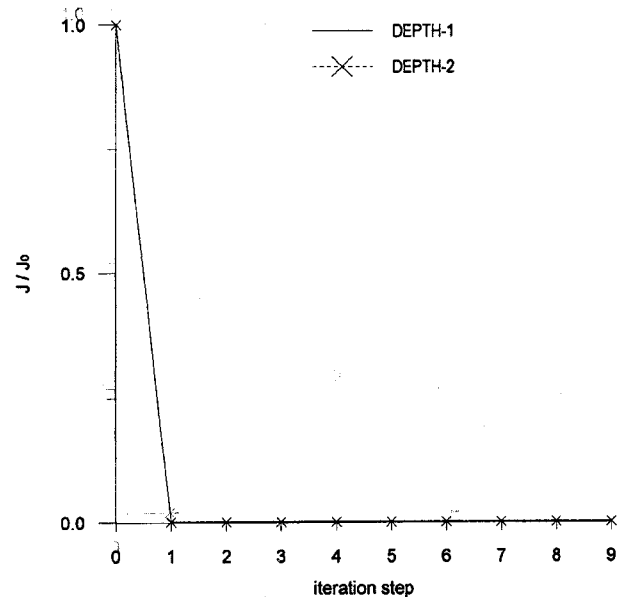


Fig. 6. Response of cost function for the modeling domains with varying depth.

다. 적합한 가중치를 사용한 결과 Fig. 3 및 Fig. 5와 마찬가지로 첫 번째 반복과정에서 대부분의 수렴이 이루어졌다. 조위 진폭의 공간 분포가 모델영역 DEPTH-1과 DEPTH-2에 대하여 각각 Fig. 7과 Fig. 8에 제시되어 있다. 두 경우 모두 첫 번째 반복과정 만에 모델영역 전반에 걸쳐 관측자료를 잘 재현하는 향상된 모델 결과를 보여준다. Figs. 6부터 8까지의 결과에 의하면 adjoint 방법이 변화가 있는 지형에서의 모델에 대해서도 적용성이 있을 것이라 예상된다.

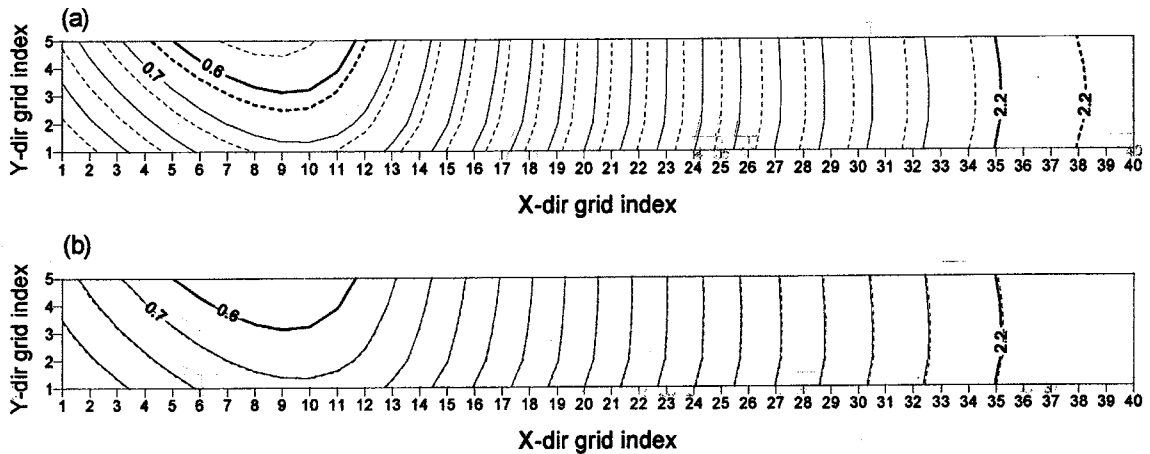


Fig. 7. Comparison of the tidal amplitude between the model results (···) and data (—) for the modeling domain DEPTH-1 computed with: (a) forward model only and (b) adjoint package after the 1st iteration.

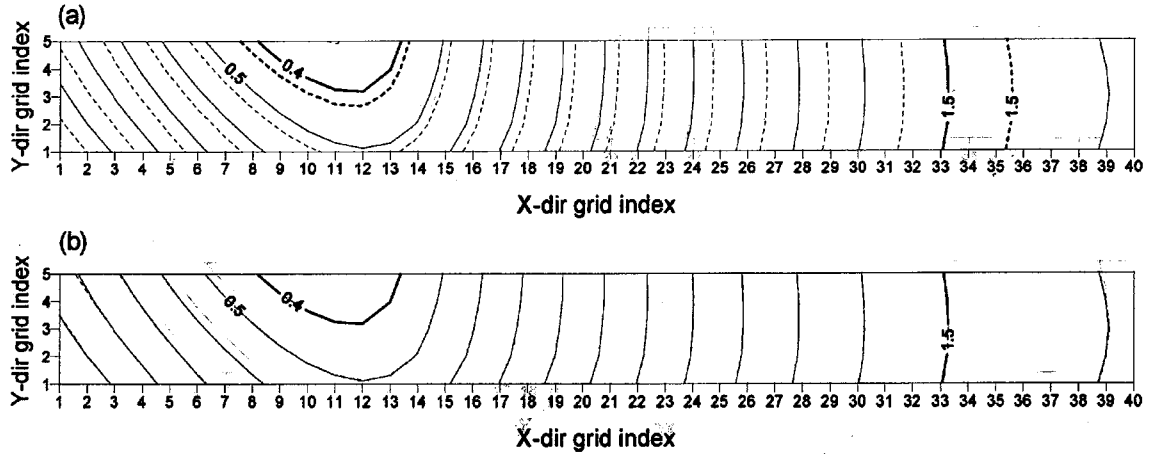


Fig. 8. Same as Fig. 7 for the modeling domain DEPTH-2.

결론

본 연구에서는 수평방향 2차원 선형 조석모델에 대하여 adjoint 꾸러미를 수립하였다. 임의로 설정된 수로형태의 직사각형 모델영역에서 개방경계조건을 추정하는 모델변수로 삼아 adjoint 꾸러미를 적용하여 가중치에 대한 반응, 적합한 가중치의 선정 방법, 모델변수 초기 추정치의 중요성 및 지형 변화에 대한 반응 등을 살펴보았다.

Adjoint 방법에서 적합한 가중치를 사용하는 것은 모델변수 추정 수렴속도와 추정 결과의 정확도에 큰 영향을 준다. 가중치와 $(\partial J/\partial A)_1/(D)$ 사이에 존재하는 선형관계(Fig. 4a) 및 가중치와 J_1/J_0 사이의 일정한 관계(Fig. 4b)를 이용하여 적합한 가중치 선정 방법을 제시하였다: (1) 가중치의 최소값과 최대값 각각에 대하여 adjoint 꾸러미를 적용하여 첫 번째 반복과정 결과로부터 $(\partial J/\partial A)_1/(D)$ 을 계산하여 Fig. 4a와 같은 선형식을 작성하고, (2) 모델변수 오차의 크기에 해당하는 $(\partial J/\partial A)_1$ 의 범위를 추정하고, (3) (1)번에서 구한 선형식으로부터 $(\partial J/\partial A)_1/(D)$ 의 범위에 상응하는 적합한 가중치의 범위를 구하고, (4) 이 범위내의 가중치와 J_1/J_0 사이에 존

재하는 Fig. 4b와 같은 일정한 관계를 구하여 이로부터 좀 더 정확한 가중치 값을 선정할 수 있다. 모델변수 초기 추정치가 정확할 수록 실제 모델변수를 더 빨리 그리고 더 정확하게 재현하였다(Fig. 5). 따라서 적합한 가중치와 적합한 초기 추정치를 선정하면 거의 첫 번째 반복과정만으로도 정확한 결과를 구할 수 있었다. 수심이 변하는 모델영역에 대해서도 빠르고 정확한 결과를 주어서(Figs. 6, 7, 8) 본 연구에서 수립한 adjoint 꾸러미는 수심 변화가 있는 모델영역에 대해서도 적용성이 있을 것이라 예상된다. 가중치와 다른 성분들간의 관계를 이용하여 적정 가중치를 선정하는 위와 같은 방법은 경험적인 반복실험을 통하여 가중치를 선정하는 기존의 방법에 비하여 모델수행의 반복적인 시행착오를 줄일 수 있고 동시에 가중치 선정의 체계적인 방법을 제시하고 있다.

본 연구에서는 임의로 설정된 모델영역을 고려하였으나, 실제 지형에 adjoint 방법을 적용하려면 여러 가지 추가적인 작업들이 필요하다. Adjoint 방법은 관측자료의 양이나 질에 큰 영향을 받으므로 올바른 adjoint 방법의 수행을 위해선 관측자료에 대한 충분한 수집, 분석, 이해가 요구된다. 임의의 모델영역에서 임의로 생산된 관측자료를 사용한 본 연구에서는 관측자료와 모델 결과

가 같은 위치에서 존재하였다. 그러나 관측자료와 모델 결과가 같은 위치에 존재하지 않을 수도 있는 실제 상황에서는 모델 결과에 대한 내삽 행렬(식 (5)의 C)을 합리적으로 결정할 수 있는 방법을 고안하여야 할 것이다. 또한 경기만과 같이 비선형성이 강한 해역에서는 기본방정식의 비선형항들의 역할이 중요하므로 비선형최적화 이론(nonlinear optimization theory)을 이용하여 이를 고려한 adjoint 꾸러미 수립의 연구가 필요하다.

사 사

본 연구는 교육부 거점연구소(BSRI-99-5424)의 지원에 의한 것입니다. 두 번째 저자는 과학재단(96-0703-0201-3)의 지원을 받았습니다. 심사자 두 분의 조언과 비평에 감사드립니다.

참고문헌

- Bennett, A.F., 1992. Inverse methods in physical oceanography. Cambridge University Press, New York, 346 pp.
- Blumberg, A.F. and G.L. Mellor, 1987. A description of a three dimensional coastal ocean circulation model. Three dimensional coastal model, N.S. Heaps, Ed., American Geophysical Union: 1-16.
- Carrera, J. and S.P. Newman, 1986. Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions: II. uniqueness, stability, and solution algorithms. *Water Resour. Res.*, **22**: 211-227.
- Chu P.C., C. Fan and L.L. Ehret, 1997. Determination of open boundary conditions with an optimization method. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **14**: 723-734.
- Das, S.K. and R.W. Ladner, 1991. On the estimation of parameters of hydraulic models by assimilation of periodic tidal data. *J. Geophys. Res.*, **96**: 15187-15196.
- Ladner, R.W., 1993. Optimal control of open boundary conditions for a numerical tidal model. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **102**: 367-387.
- Le Dimet, F.X. and O. Talagrand, 1986. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations: theoretical aspects. *Tellus*, **38A**: 97-110.
- McIntosh, P.C. and A.F. Bennett, 1984. Open ocean modeling as an inverse problem: M₂ tides in Bass Strait. *J. Phys. Oceanogr.*, **14**: 601-614.
- Menke, W., 1989. Geophysical data analysis: discrete inverse theory. Academic Press, London, 289 pp.
- Navon, I.M. and D.M. Legler, 1987. Conjugate-gradient methods for large-scale minimization in meteorology. *Mon. Wea. Rev.*, **115**: 1479-1502.
- Sasaki, Y., 1969. Proposed inclusion of time variation terms, observational and theoretical, in numerical variational objective analysis. *J. Met. Soc. Japan*, **47**: 115-124.
- Seiler, U., 1993. Estimation of open boundary conditions with the adjoint method. *J. Geophys. Res.*, **98**: 22855-22870.
- Shen, J. and A.Y. Kuo, 1996. Inverse estimation of parameters for an estuarine eutrophication model. *ASCE, J. Environ. Eng.*, **122**: 1031-1040.
- Shen, J. and A.Y. Kuo, 1998. Application of inverse method to calibrate estuarine eutrophication model. *ASCE, J. Environ. Eng.*, **124**: 409-418.
- Shulman, I. and J. Lewis, 1995. Optimization approach to the treatment of open boundary conditions. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**: 1006-1011.
- Shulman, I., 1997. Local data assimilation in specification of open boundary conditions. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **14**: 1409-1419.
- Shulman, I., J. Lewis, A.F. Blumberg and B.N. Kim, 1998. Optimized boundary conditions and data assimilation with application to the M₂ tide in the Yellow Sea. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **15**: 1066-1071.
- Spitz, Y.H. and J.M. Klinck, 1998. Estimation of bottom and surface stress during a spring-neap tide cycle by dynamic assimilation of tide gauge observations in the Chesapeake Bay. *J. Geophys. Res.*, **103**: 12761-12782.
- Thacker, W.C., 1988. Three lectures on fitting numerical models to observations. External Report, GKSS 87/E/65, GKSS-Forschungszentrum Geesthacht GmbH, Geesthacht, Federal Republic of Germany, 64 pp.
- Thacker, W.C. and R.B. Long, 1988. Fitting dynamics to data. *J. Geophys. Res.*, **93**: 1227-1240.
- Ullman, D.S. and R.E. Wilson, 1998. Model parameter estimation from data assimilation modeling: temporal and spatial variability of the bottom drag coefficient. *J. Geophys. Res.*, **103**: 5531-5549.
- Yu, L. and J.J. O'Brien, 1991. Variational estimation of the wind stress drag coefficient and the ocean eddy viscosity profile. *J. Phys. Oceanogr.*, **21**: 709-719.
- Zou, X., I.M. Navon and F.X. Le Dimet, 1992. Incomplete observations and control of gravity waves in variational data assimilation. *Tellus*, **44A**: 273-296.

2000년 2월 25일 원고접수

2000년 6월 13일 수정본 채택

담당편집위원: 이동규

Appendix: adjoint 방법

모델변수에 따라 모델 결과가 변하고 따라서 비용함수 값이 변하므로 최적해는 모델변수에 대한 비용함수의 편미분 도함수 값이 0이 될 때 구해진다. 모델 결과가 모델변수의 복잡한 함수형태를 취하고 있기 때문에 비용함수의 편미분 도함수 값이 0이 되는 조건을 찾는 과정에서 반복적인 chain rule을 사용하여야 하지만 (Menke, 1989) adjoint 방법에서는 라그랑주 곱수(Lagrange multipliers)를 도입한 라그랑주 함수(Lagrange function)를 정의함으로써 이를 피할 수 있다(Le Dimet and Talagrand, 1986). 모델 변수, 모델상태변수 및 라그랑주 곱수의 함수형태로 나타나는 라그랑주 함수 L은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$L(\eta, p, q, A, \lambda, \mu, \nu) = J + \int_t \int_s (\lambda E_\eta + \mu E_p + \nu E_q) ds dt \quad (a1)$$

여기서, λ, μ, ν 는 라그랑주 곱수이며 E_η 는 연속방정식(식 (1)), E_p, E_q 는 운동방정식(식 (2)와 식 (3))을 의미한다.

라그랑주 함수 L의 최소값은 비용함수의 최소값과 일치하기 때문에 제약조건을 만족시키면서 동시에 비용함수의 최소값을 구하는 문제는 다음과 같이 아무런 제약조건 없이 식 (a1)의 최소값만을 구하는 문제로 바뀌게 된다.

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \frac{\partial L}{\partial \mu} = \frac{\partial L}{\partial \nu} = 0 \quad (a2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \eta} = \frac{\partial L}{\partial p} = \frac{\partial L}{\partial q} = 0 \quad (a3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial A} = 0 \quad (a4)$$

식 (a2)는 지배방정식이 되며 식 (a3)은 adjoint 식이라 정의한다. 식 (a2)부터 식 (a4)까지는 미지수의 개수가 라그랑주 곱수 3개(λ, μ, ν), 모델상태변수 3개(η, p, q), 모델변수 1개(A)로 모두 7개이고, 식의 개수도 7개로 산술적으로 풀이 가능한 문제이다. 본 연구에서 사용한 조석모델에 대한 adjoint 식은 식 (8), (9), (10)과 같이 나타낼 수 있다.