

수학의 세계를 통한 참신한 교재 개발 연구¹⁾

문 권 배 (상명대학교)

시행될 제 7차 교육과정은 학생이 진로와 관련하여 엄격한 과정 없이 자신의 계열 과정을 스스로 만들어 가는 시스템이다, 이제 수요자 논리에 입각한 학생들의 선택권 확대에 따라 고등학교 수학과 선택과목으로서의 입지가 상당히 약화될 전망이다. 또 대학 이후의 수학교육은 관심 밖의 일로 치부되고 있다. 중요한 과목임에도 불구하고 어렵고 배우기 힘들다는 이유 때문에 수학교육이 급속하게 도태되어가고 있다. 바람직하지 못한 상황의 전개에 그 어느 때보다 보완작업이 시급하다. 그 중 수학인이 해야 할 중요한 일은, 사람들에게 수학을 배워야겠다는 마음을 갖게 해주는 것이다. 생활하면서 수학의 효용성과 필요성을 깨달을 수 있도록 수학에 관련된 유익한 교양교재 개발이 필요한 때이다. 기존의 교재와는 차별성 있게 교재 개발을 시도하였다.

1. 수학교육의 위기

복잡한 세상에서 왜 같은 지를 엄밀하게 따지지 않고 왜 다른 지에 대해서만 관심을 갖는다면 분별의 잣대가 외형에 관계되므로 깊게 생각하지 않아도 그러저럭 살아갈 수 있다. 우리의 일상생활이 자못 이러하기 때문에 복잡한 것을 단순하다고, 단순한 것을 복잡하다고 착각하고 있다. 이 착각이 많은 사람들에게 단순하고 체계적인 수학을 복잡하고 어렵게 생각해 수학교육의 기회를 될 수 있으면 피해하려고 애쓰는 행동으로 표출되는 것이다.

사회와 과학의 진정한 발전은 확장되는 대상들에 대한 공통적 성질을 얼마만큼 잘 찾느냐에 달려 있다. 예를 들어, 성공한 과학자들의 공통점을 찾아내어 후세의 지표로 삼는 것은 발전을 위해 중요한 것이다. 같은 부류의 대상이 확장될수록 분별력 발휘에 여태까지 중요했던 겉모습은 무용지물이 되고 만다. 겉모습이 아닌 보이지 않는 성질들에 대한 탐구 능력이 사회를 발전시키는 원동력이다. 이는 추상적이기 때문에 이해하기 어려워 피해가고픈 성향이 있어, 교육 시스템이 이를 장기적으로 뒷받침해 줄 때만 탐스런 결실을 맺을 수 있다.

그러나 요즘 대부분의 학교에서는 정보화, 세계화 시대에 부응하기 위해서 영어회화와 컴퓨터 교육만을 중시하고 있다. 영어회화는 외국인과의 의사 소통에 필요하고, 컴퓨터는 정보들의 소통을 신속하게 해주는 역할을 인정받은 결과라 생각된다. 그러나 위 두 교육과 더불어 함께 해야 할 중요한 교육이 또 있다. 그것은 정보의 바다에서 정보를 해석, 분류하고 필요한 정보들을 분석, 종합, 가공할

1) 본 연구는 1999년도 상명대학교 자연과학연구소 연구비에 의하여 연구되었음.

수 있는 능력을 향상시켜 주는 수학교육이다.

수학교육은 모든 학문의 도구 학문 구실을 충실히 할 수 있다. 보이지 않는 공통성질을 찾는 교육은 마치 종합병원에서 환자 진료에 진단의 정확도를 높이기 위해 방사선과를 거치게 하는 과정과 같은 것이다. 그러나 고등학교에서는 입시수학에 초점이 맞추어져 있어 수학의 효용성을 깨닫지 못하고 있다. 나아가 대학에서는 수요자 논리가 어렵다고 착각하는 수학에 관련된 강좌들을 폐강의 위기로 몰아가고 있다. 또 한의대의 특수한 경우를 무분별하게 확대 적용한 교차지원 허용 건은 점차 세분화되어 가는 고등학교 수학교육의 존재를 근본적으로 무시하게 될 심각한 사안이다. 해당 학문을 위해 반드시 거쳐야 할 하위과정 이수 없이 불공정한 루트를 간파한 많은 수험생은 어려운 수학을 피해갈 수 있다. 이 현상은 머지않아 그 동안 입시수학 때문에 중요시 됐던 고등학교 수학교육에 일대 위기를 가져올 시한폭탄으로 작용할 것이다. 고등학교 수학의 앞날이 대학 수학의 전철을 그대로 밟을 가능성이 크다.

고등학교까지를 비롯한 대학 수학교육, 평생교육의 수학교육 등 광범위한 영역에서 심각한 위기를 맞고 있다. 여태까지의 지역적이었던 수학교육의 위기가 근본적인 틀까지 위협 당하는 심각한 면을 띠고 있음에 긴장하여야 한다. 더 늦기 전에 대처에 만전을 기해야 할 때이다..

2. 수학교육의 필요성

대기오염과 현 수학의 위기는 다음과 같은 관점에서 같은 부류에 속한다. 두 사안은 본질적으로 중요함에도 상대적으로 보이지 않아 인식력이 떨어져 일반사람들에게 외면 당한 채 점점 상황이 나빠지고 있으며, 개선을 위한 경고까지도 일반사람들이 시큰둥 하는 공통점이 있다. 또 악화되는 과정이 몇 단계를 거치므로 원인 제공자가 잘못을 깨닫기 힘들고, 구조적으로 악화될 경우 결정적인 기본 결함으로 연결된다는 점이다. 예를 들어 운전 중 휴대폰 사용 금지는 시행 즉시 그 폐단을 없앨 수 있지만, 심각해진 두 사안의 경우는 어떤 조치를 취해도 하루아침에 해결될 수 없는 만성질환에 속하므로 더 나빠지기 전에 장기적 처방책이 요구된다.

수학교육 위기의 원인들을 살펴볼 때 의도적인 것은 없다. 단지 복잡한 세상에서 보이지 않는 것들에 관심이 없는 상황에서 어느 한 면만을 중시하다 보니 몇 단계를 거쳐 보이지 않아 인식력이 떨어지는 수학교육에 상당한 문제점이 쌓이는 상황이다. 수학교육 위기의 원인에 대한 취약점 보완작업은 곧바로 수학교육의 필요성으로 이어진다.

산업화 사회에서 정보화 사회로 변하는 요즘, 모든 이에게 절실하게 요구되는 것은 생각하는 힘의 향상이다. 그러나 사람들은 일반적으로 골치가 아프다고 생각하는 것을 싫어한다. 그러한 속성 때문에 논리적, 계통적인 사고 및 해석에 익숙지 못하게 되며, 그것은 예측하는 능력을 향상시킬 수 없다. 그로 인해 관심 영역이 시, 공간적으로 현재와 자기 자신을 중심으로 보이는 세계에서 더 이상 확장되지 못하며 그 결과로서 눈에 보이는 영역, 즉 물질적인 것이 모든 것인 양 착각하며 살아가고

있는 것이다. 반면에 비물질적이고 추상적인 것에는 이해도가 형편없어 관심이 낮아지고 급기야 무시하려는 경향이 있다.

수학에서 진정 배워야 할 것은 보이지 않는 세계를 탐구할 수 있는 능력을 향상시키는 것이다. 또 사물을 보는 다양한 관점을 두루 거치면서 가장 바람직한 관점의 확보가 사안을 이해하고 해결하는데 중요하다는 깨달음을 수학교육을 통하여 느껴야 한다. 다시 말해, 수학적 사고법으로 복잡하게 얽힌 실타래를 푸는 단서와 삶의 교훈을 찾을 수 있게끔 지도되어야 한다. 국민들의 세상을 인식하는 능력을 향상시키기 위해서 수학교육이 초중등교육은 물론이고 평생교육 차원에서도 중요한 역할을 담당해야 한다.

수학의 세계가 현실 세계보다 좋은 점은 외부에서 내려다보는 관점을 확보할 수 있고, 많은 제약 조건으로 상당히 단순화된 세상이 되어 인간이 그 구조를 분석, 종합할 수 있는 근사한 훈련장 역할을 한다는 점이다. 예를 들어, 초, 중등 수학의 수직선, 평면, 공간을 다룰 때 그 세계의 바깥에서 내려다보는 관점을 가지고 그 세계의 성질들을 따진다는 것이다. 이 사실에 주목하면서 현실을 살아가는 우리들의 모습을 생각해 보자.

우리는 4차원 시, 공간 세계에 살고 있지만, 일반인의 체감 세계는 시간과 공간 개념이 빈약해 평면적인 삶을 살아가고 있다. 세상을 보는 관점은 자신을 제한시키고 있는 평면의 내부에서 방황하고 있다. 중간에 장애물이 있으면 그것 때문에 그 너머의 세계를 볼 수 없는 처지이다. 생각 없이 살다 보면 눈에 보이는 극히 협소한 부분이 전체로 느껴진다. 우물 안 개구리 식의 취약한 세계관을 갖게 될 것이다. 아주 드물게 산의 정상에서, 이륙하는 비행기의 창문에서 그리고 인공위성이 찍은 사진을 통해서 느끼는 세상의 경이감은 그가 느끼는 세상의 바깥에서 보는 관점의 위력을 확실하게 보여 주는 것이다.

생각해 보면, 보이지 않는 것일수록 본질에 가깝고 많은 것에 두루 적용할 수 있다. 문제의 본질을 제대로 깨닫고 마음이 움직일 때 큰 힘을 발휘할 수 있음을 안다. 국가의 장래를 좌우하는 수학적 사고법의 중요성을 깨닫고 수학교육의 필요성을 인식하여야 한다. 진정한 발전은 보다 본질적인 것들에 관심 갖고 그 개선책을 강구해 나갈 때 효과적으로 이룩될 수 있기 때문이다.

3. 교재 개발의 필요성

우리가 지녀야 할 가장 바람직한 관점은 시, 공간세계에서 현 공간을 바라보는 것이다. 시, 공간 세계를 파악하기 위해 역사와 철학과 수학이 절대 필요하다. 그러나 현실은 눈에 보이는 영역에만 사로 잡혀서 영어와 컴퓨터 교육에만 신경 쓰고 있다. 수학교육은 실용적인 영어, 컴퓨터교육보다 추상적이라 어려워서 사람들에게 심각하게 외면 당하는 실정이다. 어렵기 때문에 학생에게 인기가 떨어지고, 그런 학생들에게 모든 선택권을 일임한다는 극단적인 시장원리를 적용하니 당연한 귀착인 것이다. 정보를 다루는 데에 필요한 생각하는 법을 향상시킬 수 있는 교육이 절대적으로 필요한 시

기업에도 현 상황은 그 필요성을 인식하지 못하고 있다. 그러므로 어느 때보다도 그에 초점을 맞춘 교양강좌의 개발이 특별히 요구되는 시기이다.

생각하는 법을 위해 수학 과목처럼 훌륭한 교과는 없다. 그러나 기존의 수학에 관련된 교재의 대부분이 너무 수학의 세계 속에서 그 개념과 기술의 터득만을 강조하거나 역사적 사실의 소개에 치우쳐 있었기 때문에 어렵게 배운 수학이 노력과 시간에 비해 그 효용성이 낮았다. 심지어 일부에서는 수학의 무용론까지를 주장하기에 이른 상황이다.

많은 사람들이 언어정보로 이루어진 소설을 읽고 감명 받은 사실을 곧잘 이야기한다. 어떤 면에서 언어정보보다 더 묘사가 정확한 수리정보들로 이루어진 수학적 모델링에서 소설보다 더 분명한 메시지를 얻을 수 있지 않겠는가? 이에 대한 답을 긍정적으로 생각한다. 모든 사람이 공감할 수 있는 현실세계에 대한 수학의 역할을 찾고 그 이론을 개발하고자 한다. 만인에 대한 수학의 세계를 통한 교양강좌가 존재하지 않는 지금의 실정을 생각해 볼 때, 기존의 교양수학과는 차별성 있게 교재 연구를 진행하여 꼭 필요하고 느낌을 주는 참신한 교양강좌 개발을 목표로 한다. 그래서 세상 사람들이 좀 더 생각하며 살고, 주어진 상황을 다양한 관점에서 사고하여 각자의 상황판단력을 보다 향상시키는 데에 큰 도움을 주고자 한다. 이제 기존의 교재와는 차별적으로 현실과 수학의 관계를 논함으로써 수학교육의 효용성을 일깨울 수 있는 교재 개발을 시도하고자 한다.

4. 수학의 세계를 통한 교재 개발 연구

그 동안 수학에 관계되는 교재는 꾸준히 출판되어 왔다. 본 연구는 기존의 교재와는 관점과 내용을 달리해 수학의 세계를 통하여 현실 세계의 복잡함을 인식하고, 숨겨져 있는 중요한 부분을 감지, 예측하는 능력을 기르는 데에 공헌해 줄 참신한 교양강좌를 개발하는 것이다.

연구를 위해서 먼저 현실의 세계 속에서 살아가는 사람들의 실상을 관찰할 필요가 있을 것이다. 대부분의 사람들이 적용하는 판단의 잣대를 유심히 살펴보면, 자기 주위에 걸으로 드러나 있어서 눈으로 직접 볼 수 있는 물질적인 측면만을 고려해야 할 전체인 것처럼 착각하고 있다. 잘못된 잣대는 현실세계를 왜곡시켜 올바른 상황판단을 방해하기 때문에 이에 대한 심층연구가 필요할 것이다. 현 상황으로부터 거슬러 생각해 보면 현 사회의 문제점을 발견할 수 있다. 현 사회는 실용적이고 보이는 물질적인 잣대를 가지고 판단하기 때문에 보이지 않는 세계까지를 관심을 가지고 고려하지 못하고 있다. 그것은 이 사회의 세상이 눈에 보이는 영역에 극히 제한되어 있다는 것을 뜻한다. 협소한 세상을 갖고 있어 시급히 세상을 넓혀 나가야 할 이유를 알려주는 귀중한 현실사례로 깊게 생각하고 개선시켜야 한다..

모든 사안에 대한 생각과 평가는 각 사안이 품어져 있는 세계와 그것을 보는 관점이 어떠한가에 의해서 결정된다. 요즈음의 세대는 생각하는 것을 싫어해, 대부분의 사람들이 눈에 보이는 물질적인 영역에 제한되어 있고 편한 현재에 빠져 있어 우물안 개구리 신세를 벗어나지 못하고 있다. 잘못된

상황 인식이 잘못된 상황 판단을 낼 수 있는 대표적인 예로 대다수 일반 사람들이 잘못 느끼고 있는 현실세계와 수학의 세계를 들 수 있다. 두 세계의 관계를 제대로 정립하고, 매우 복잡한 현실세계에 비해 훨씬 단순하고 강을 갖는 보잘 것 없는 세계이지만 인간의 지성이 최대한 발휘되는 수학의 세계를 통하여 학생들이 현실세계를 내다 볼 수 있는 능력을 심어줄 수 있는 이론 정립과 알맞은 수학적 모델링을 개발하는 것이 중요할 것이다.

그동안 수학을 배우고 가르치면서 왜 배워야 하고, 왜 가르쳐야 하는 지가 가장 궁금하였지만, 의외로 현실세계 속에서 그에 대한 언급은 소홀하였다. 수학의 진가를 일반 사람들이 이해할 수 있게끔 주장, 설득하는 주체가 빈약하였다. 한편, 실사구시에 치우친 사회는 수학을 살아가는 데에 필요한 계산력 습득을 위한 과정으로, 또 입시를 위한 주요과목으로서만 생각해 왔을 뿐이다. 살아가는 데에 필요한 사칙연산을 익히고, 입시과목으로서 역할을 다한 뒤의 수학의 위상은 어떠한가? 대학 이후의 수학교육은 분명 고사 위기에 처해 있다. 보다 본질적인 것을 다루기 때문에 눈에 보이는 생산성이 매우 낮을 수밖에 없고, 다루는 내용이 어렵게 느껴지기 때문에 알팍한 사회는 미련 없이 외면하는 것이다. 외형이 중시되고 보이지 않는 세계가 무시된 협소한 세상 속에서 우물안 개구리 식의 관점으로 본 결과로 문제점이 있다. 올바른 생각과 판단을 위해 하루빨리 보이는 세계는 물론이고 보이지 않는 세계로 세상을 넓혀 나가야 한다. 보이지 않는 세계와 수학은 밀접한 관계가 있기 때문에 세상을 넓혀 나가면 수학에 대한 인식이 크게 개선될 것이다. 본인은 수학교육의 다른 어느 목표보다 다음 목표를 위한 수학 교재가 날로 그 복잡함을 더해 가는 이 현실사회에서 꼭 필요하다고 생각하였다.

우리들이 살고 있는 이 현실세계가 수학의 세계보다 훨씬 더 복잡한 세계라는 것을 인식시켜 주어야 하며, 본질적인 것은 눈에 안 보이는 세계에 보물처럼 숨겨져 있기 때문에 잘 찾고자 하는 사람에게만 어슴푸레 인식될 수 있는 것, 수학의 한계를 분명히 인정하지만 수학의 세계에서 안 보이는 세계에 대한 인지도 향상과 교훈을 얻을 수 있어 복잡한 현실 세계에서 망원경, 징검다리 또는 밤하늘의 보름달 역할을 충실히 할 수 있을 것이라는 믿음을 심어 주는 것, 복잡한 현실 세계 속에서 인간이 미약하게 존재하므로 적어도 본질 파악에 착각하거나 실패하지 않도록 하기 위해서는 좀 더 생각하고 좀 더 노력하는 것이 절대적으로 필요하겠구나! 라는 귀중한 깨달음을 일깨워주는 것을 가장 중요한 목표로 삼아야 한다.

이를 위하여 본인은 그 동안 12학기에 걸쳐서 상명대학교 학생들을 대상으로 <현실세계와 수학의 세계> 강좌 등을 지도해오며 교재 개발에 힘써오고 있다. 교재 개발의 핵심은 눈에 안 보이는 영역에 대한 인지도를 높이는 방향이다. 분석하고 미리 예측하여 대비하는 것은 삶의 지혜이다. 그것은 보이지 않는 영역에 대한 관리 능력이며 그 능력의 향상이 모두에게 요구된다. 그에 대한 연구방법으로 보이지 않는 세계를 탐험하기 위해서 중간 세계를 설정하였다. 그 세계로 실제 존재하지만 멀리 있어서 잘 안 보이는, 그러나 관심이 있고 망원경을 이용하면 그 모습을 확연히 볼 수 있는 천문학의 세계를 도입하여 지도하여 왔다. 실제 생활에서 접할 수 있는 세계 속에서 수학적 사고법의 필

요성과 중요성을 익혀 보이지 않는 세계를 탐구하는 순서를 취해왔다. 생각해 보면 살아가면서 수학적 사고법이 적용되지 않는 곳이 없다. 그들 중 다음과 같은 두 부분을 주요목표로 설정하였다.

우선적으로 세상을 넓혀나가야 한다. 또 훌륭한 관점을 보물찾기하듯 찾아서 문제를 본질적으로 해결할 수 있도록 하여야 한다. 세상을 넓히고 그를 내려다볼 수 있는 관점을 훌륭하게 확보할 수 있을 때, 내가 속한 세계를 객관적으로 잘 파악할 수 있어 상황판단력이 향상되어질 것이다. 특히 보이지 않는 세계의 생각과 평가가 크게 개선되어질 것이며 그 과정에서 수학적 힘이 절실하게 필요하다는 것을 깨달을 수 있다.

우리가 사는 세계는 4차원 시, 공간 세계이다. 그 세계 속에서 우리의 모습은 어떠한가? 시간은 공간에 비해 보이지 않아 관리하기가 어렵다. 시간을 무시한 광활한 공간 속에 있는 대다수는 지표면이란 평면에서 헤어나지 못하고, 그것도 극히 협소한 영역으로 제한되어 있다. 평면적인 방향 감각에 밝은 사람은 극소수이며 대부분은 그 속에서 1차원적 세계로 추락하며 그 중 상당수는 어느 세계에 있는지조차 의식하지 않고 생각 없이 살고 있다. 이제 많은 사람들이 생각하는 습관을 갖고 공간과 시간에 대한 보이지 않는 영역을 향하여 각자의 수준에서 거꾸로 세상을 확장해 나가야 할 것이다. 생각할 수 있는 세상이 과거와 미래를 넘나드는 시, 공간세계로 확장될수록 겸허한 마음으로 각 사안을 거시적, 종합적 시각에서 볼 수 있게끔 해줄 것이다. 세상을 넓혀가야 할 이유이다.

세상을 보다 넓혀 가는 것이 중요한 것처럼 그 세상을 어떤 관점에서 보느냐가 또한 중요하다. 관점은 크게 외부관점과 내부관점이 있다. 살아가면서 한 개체를 보는 관점은 대부분 외부관점이며 동물안 개구리 식의 내부관점만으로는 전체를 파악하는 데에 분명 문제가 있음을 안다. 살아가면서 많은 사람들이 모든 것에 대하여 외부관점의 확보를 습관적으로 당연하게 받아들이는 것 같다. 그러나 단편적인 개체가 아닌 전체에 대한 세계관은 대부분 내부관점임에 주의하여야 한다. 산 정상에서의 관점과 인공위성 사진도 세상이 넓어짐에 따라서 외부관점이 될 수 없는 것이다. 겸허한 마음이 생길 정도로 세상을 넓힐 때, 외부관점의 확보는 현실적으로 불가능하다. 오로지 단편적인 수많은 내부관점들만이 존재한다. 외부관점에 익숙한 상황에서 내부관점들은 착각을 불러일으키기 쉽다. 착각 속에서 문제 해결력을 기대할 수는 없다. 그래서 전체를 한 눈에 볼 수 있는 가상의 외부관점 확보가 절실히 요구된다.

세상을 넓혀가며, 또 올바른 관점을 확보하기 위해서 우리에게 어떠한 능력이 필요한 지를 생각해 보자. 내부관점에서 얻어진 결과들을 외부관점으로 해석하는 데에는 정보들을 분석하고 종합하고 다른 관점에서 해석할 수 있는 수학적 힘이 절대 요구되고 필요한 것이다. 직접 체험할 수 없는 것을 간접 체험을 통하여 가상적으로 체험하고자 할 때, 생각하는 힘 없이는 불가능한 것이다. 세상을 바로 보기 위해서 결국 가장 필요한 것은 수학적 힘이다.

수학적 힘은 보이지 않는 세계를 탐구하는 데서 그 빛을 발한다. 보이지 않는 세계에 좌표계를 설정하고 보이지 않는 목표를 방향과 크기 개념을 적용하여 그 위치를 인식할 수 있는 능력을 수학을 공부하면서 향상시킬 수 있다. 또한 수학적 사고법으로 전체를 내려다볼 수 있는 관점을 확보할 때

시행착오를 줄일 수 있을 것이다. 또 사물을 보는 다양한 관점을 두루 거치면서, 훌륭한 관점이 사안을 이해하고 해결하는 데에 중요하다는 깨달음을 수학을 통해서 얻을 수 있다.

수학의 세계가 현실세계보다 좋은 점은, 관점을 자유스럽게 이동할 수 있고 많은 제약조건으로 단순화된 세계는 인간이 그 구조를 분석, 종합할 수 있는 사고실험의 장을 마련해 준다는 점이다. 예를 들어, 수학에서 수직선, 평면, 공간을 다룰 때의 관점과 현실을 살아가는 일반인들의 관점을 비교해 보면서 삶의 지혜와 문제점을 얻을 수 있다. 수학에서 수직선, 평면, 공간을 다룰 때의 관점은 외부에서 전체를 내려다보는 관점이다. 그러나 현실 속의 우리는 취약한 내부 관점만을 갖고 사는 우물안 개구리 같은 상황이다. 대다수의 체감세계는 현재에 고정된 평면적인 삶을 살아가고 있다. 더욱이 세상을 보는 관점은 자신을 제한시키고 있는 평면의 내부에서 방황하고 있다. 그 관점은 내부에 있어서 앞에 물체가 있으면 그 너머의 세계를 볼 수 없다. 자칫 생각 없이 살다보면 눈에 보이는 세상만이 전체인 듯 착각할 수 있으며 현실에서 종종 그 현상을 감지할 수 있다.

우리가 지녀야 할 가장 바람직한 세계와 관점은 시, 공간세계에서 현 공간을 바라보는 것이다. 현 공간을 외부에서 내려다보기 위해서는 시, 공간 세계를 알아야 한다. 시, 공간을 파악하기 위해 역사, 철학, 물리, 지학, 수학에 대한 지식이 절대적으로 필요하며 그런 의미에서 교양교육이 꾸준히 존속되어 왔다고 본다. 세상을 인식하는 능력을 향상시키기 위해서 수학이 특히 중요하다. 본인은 생각하는 법을 다루는 수학교육이 평생교육 프로그램 속에 당연히 있어야 한다고 생각한다. 협소한 세상과 잘못된 관점에서 바르게 세상을 읽을 수 있기 위해서 하루빨리 수학적 힘을 이용하여 세상을 넓히고 외부관점을 찾아야 한다. 훌륭한 삶은 자기가 속한 세계가 어떠한 지를 아는 것으로부터 시작된다. 바람직한 세계관 형성과 우수한 관점을 위한 수학교육의 중요한 역할에 주안점을 둔 교재 개발을 목표로 한다.

5. 교재 개발을 위한 교수요목과 평가

구체적 교재 내용의 서술은 출판을 통하여 이루어 질 것이다. 여기서는 그 기초가 될 교수요목, 실생활에서 수학의 효용성을 깨달을 수 있는 글, 그 동안 교양강좌 <현실세계와 수학의 세계>의 과제물과 기말고사 문제 등을 소개하는 것으로 교재 내용의 방향성을 제시하고자 한다.

교양강좌 <현실세계와 수학의 세계>의 교과목 개요는 다음과 같다.

본질을 탐구하기 위해 보이는 세계에서 보이지 않는 세계로의 확장을 꾀한다. 그 과정에서 우주공간을 중간의 세계로 설정하여 탐험한다. 그 후 외부관점으로 현실세계를 수학의 세계를 통하여 인식하고자 한다. 보다 넓은 시, 공간 하에서 다양한 관점으로 생각하는 법을 익히고, 다양한 관점을 다룸으로써 학생들의 상황판단력을 향상시키고자 한다.

주제별 강의 계획은 다음과 같다.

과목 해설, 새학기를 맞으며, 10의 제곱수들, 생각의 폭을 넓혀가기, 별자리의 탐구, 우주공간, 현실의 세계, 보이는 것과 보이지 않는 것, 본질적인 것 탐구, 위상수학의 세계, 수학의 세계, 수학의 역할 현실감각 키우기 및 상황 판단력을 함양, 현실세계와 수학의 세계의 관련성

수학교육의 필요성과 효용성은 실생활의 예와 연관시킬 때 이해의 폭이 넓어질 수 있다. 다음은 그러한 예 중의 하나이다.

경사를 살펴 방향을 정하고 혹시 빗나갈까봐 퍼팅의 세기를 신중하게 조절하는 골퍼들의 모습을 보면서 명상에 잠겨본다. 집에서 학교까지의 일상적인 행로, 심지어 만취상태에서 집까지의 무사귀환은 무엇을 뜻하는가? 보이는 세계에서는 방향과 크기에 대한 감각이 뛰어나다는 뜻일 것이다. 보이는 세계에서 목표가 동쪽에 있는데 서쪽을 향해 나아가는 바보는 없다.

반면에 보이지 않는 세계에서는 어떠할까? 그 속에서 목표인 홀 컵의 위치를 과연 인식할 수 있을까? 또 다행히 목표를 설정했어도 보이지 않기에 영똥한 방향으로 퍼팅 자세를 취할 수 있다. 잘못됐지만 보이는 세계와는 달리 인식하지 못하고 시간이 흘러 일을 그르칠 가능성이 있다. 보이지 않는 것에 대한 인식력 부족이 문제이다. 인식력을 향상시키기 위해서는 생활 속에서 지혜와 교훈을 얻어 보이지 않는 것에 대한 인식력 향상의 필요성을 깊이 깨닫고, 그를 위해 필요한 능력을 익혀야 한다.

생활 속에서 접하는 일기예보는 우리에게 많은 것을 시사해 준다. 기상 이변이 잦고 태풍의 길목에 있는 요즘, 일기예보는 사전에 예방하고 준비된 마음으로 임할 수 있어서 피해를 최소화하는데 큰 역할을 하고 있다. 옛날보다 일기예보 적중률이 크게 높아진 데에는 이유가 있다. 날로 첨단화되는 다양한 관측장비, 몇 백만 명 수학자 역할을 대신해주는 슈퍼컴퓨터, 외부 관점을 제공해주는 기상 인공위성, 과거 날씨에 대한 풍부한 기록들을 참고할 수 있기 때문이다.

객관적인 자료와 우수한 하드웨어를 가졌어도 더욱 중요한 것은 정보에 대한 예보관들의 보이지 않는 판단력이다. 예보관의 판단에 따라서 적중률이 달라지는 것은, 같은 재료를 가지고 짜장면을 만들어도 맛이 달라 중국집마다 평판이 다른 것과 같은 이치이다. 음식 만드는 비법, 정보들을 분석, 종합, 판단하는 보이지 않는 능력이 훌륭한 결과를 위한 최종적인 중요 변수임을 생활 속에서 깊이 깨달아야 한다.

일기예보가 틀리면 향의 전화가 빗발친다고 한다. 그러나 예보관을 탓하기 전에 우리는 각자의 인생에서 얼마만큼의 예측력과 적응력을 갖고 사는 지를 따져보아야 한다.

대부분이 보이는 것에 제한되어 있어서 보이지 않는 미래를 인식 못하니 예측력을 발휘할 수 없다. 새 밀레니엄시대는 지식기반사회로서 창조성을 주요 목표로 삼고 있지만 우리들의 현 모습은 어떠한가? 휴대폰, 컴퓨터 등의 최신품과 편리함을 좇고 보이지 않는 창조성을 위한 교육은 골치 아파 외면하고 있다. 퍼팅의 방향에 문제가 있다. 올바른 예측력은 보이지 않는 것에 대한 인식력이 우수할 때 가능하다.

살아가면서 미래에 대한 올바른 예측력은 인생의 목표를 보다 명확히 해 그를 위한 오늘을 살 수 있기 때문에 매우 유익하다. 일기예보가 그 동안 여러 이유로 적중률을 높여갔듯이, 예측력을 위해서는 각 자의 세상을 보다 넓혀가고, 또 훌륭한 관점을 확보할 수 있어야 한다.

보이는 세상에서 보이지 않는 세계로 넓혀가고, 또 보이지 않는 세계까지를 인식할 수 있는 외부 관점을 찾는 데에는 특별한 힘이 요구된다. 지난날 미개척지에 지번과 도로를 먼저 개설한 후 계획적으로 주요 기간산업을 구축해 산업화에 성공했듯이, 공간적이고 논리적인 사고법 없이는 보이지 않는 가상의 것들에 분별력을 전혀 발휘할 수 없다. 그들을 위해 수학적 힘을 익혀야 하며, 이는 결국 예측력 향상으로 이어지는 것이다. 수학적 사고법을 통하여 세상의 보이지 않는 구조를 외부 관점에서 대강 어렵잡고, 수학적 힘을 발휘하여 보이지 않는 세계를 탐색할 수 있다고 생각한다.

천재지변은 어쩔 수 없지만 반복되는 인재는 보이지 않는 예측력과 판단력에 문제가 있는 것이다. 생활 속의 일기예보는 중요한 예측력을 위해 수학적 힘의 필요성을 깨닫게 해 준다. 어려운 때일 수록, 보이지 않는 세계의 탐구와 우수한 관점을 위한 교육이 중시되어야 한다. 이러한 방향 설정과 실행이 국민의 예측력을 개선시켜 거듭되는 재해를 근본적으로 감소시키는 장기 적인 처방책이라고 생각한다.

다음은 학생에게 부여한 과제물 중의 하나이다.

현실세계 속에서 살아가는 사람들의 실상을 관찰하고 또 바람직한 지를 점검하는 것은, 인생을 살아가는 우리들에게 꼭 거쳐야 할 필요한 작업으로 생각되어진다. 대부분의 사람들이 적용하는 판단의 잣대를 유심히 살펴보면, 자기 주위에 걸으로 드러나 있어서 눈으로 직접 볼 수 있는 물질적인 측면만을 고려해야 할 전체인 것처럼 착각하고 집착하는 것 같다. 잘못된 잣대는 현실의 세계를 왜곡시키며 제대로의 상황판단을 할 수 없게 할 것이다.

<현실의 세계와 수학의 세계>강좌의 지도 목표는 다음과 같다. 현실 세계를 보는 우리들의 시야가 눈에 보이는 걸모습을 벗어나서 눈에 잘 안 보이는 영역까지로 확장하여 본질적인 것들을 감지, 인식할 수 있는 능력을 마련해 주자는 것이다. 인류의 역사에서 잘 알 수 있듯이, 모든 경우에 있어서 그 능력의 변화는 연속적일 수밖에 없다. 갑작스러운 비약은 현실적이지 못하듯, 걸으로 드러나 보이는 것에만 익숙해 왔던 이에게 눈에 안 보이고 감지하기 힘든 본질적인 것들을 탐구하기란 그 어려움의 정도가 상당할 것이다.

우리들의 시야와 생각의 폭을 연속적으로 확장하는 데에 가장 적합하고 반드시 거쳐가야 할 세계로 우주가 있다. 우주는 우리들의 시야가 지나치게 한정되어 있고, 너무 멀리 있어서 육안으로 볼 수 없고 그래서 금기야는 그 존재를 망각해 버리나, 생각해 보면 보물이 숨겨져 있는 중요한 세계라고 생각되어진다. 우주에서 시, 공간의 개념을 향상시킬 수 있어 그에 대한 탐구는 우리들에게 육안으로 보이는 것만이 전부가 아니라는 중요한 진리와 육안으로 볼 수 없는 것들 속에 본질이 있음을 깨우쳐 줄 수 있을 것이다. 자기 중심 세계에서 벗어나 우주의 끝자락에서 우리 우주를 관망할 수 있는 사고력 훈련은 생각의 폭을 넓혀주고 다양한 관점에서 볼 수 있는 능력을 향상시켜

줄 수 있는 훌륭한 역할을 담당할 수 있다. 위와 같은 이유 때문에 우주에 대해 탐구하는 것이고, 그 능력을 바탕으로 살아 현실세계를 살펴보고자 한다.

잘못된 상황 인식이 잘못된 상황 판단을 낳은 대표적인 예로 대다수 일반 사람들이 잘못 느끼고 있는 현실세계와 수학의 세계를 들 수 있다. 이번 강좌에서 두 세계의 관계를 제대로 정립하고, 매우 복잡한 현실세계에 비해 훨씬 단순하고 강한 제약 조건을 갖는 보잘 것 없는 세계이지만 인간의 지성이 최대한 발휘되는 수학의 세계를 통하여 현실세계를 내다 볼 수 있는 능력을 갖추고자 한다.

이제 위와 같은 방향으로 초점을 맞추고 시야와 관점을 넓혀 사고하는 힘을 키운다면, 현실세계 속에서 여태까지는 생각이 못 미쳤던 중요한 부분을 다룰 수 있을 것이라 생각되어진다. 찾으려고 노력하지 않는 한 좀처럼 찾을 수 없는 숨겨져 있는 보물을 찾는 심정으로, 현실세계 속에서 그동안 생각이 크게 바뀌었거나 바꾸어야 할 사례들을 아래 주어진 문제와 함께 체계적으로 기술해 올 것을 중간고사용 과제로 한다.

< 문제 >

그동안 여러분들은 본 대학교 안 학생회관 등에서 예고나 양해를 구하는 것 없이 북, 장구, 팽과리 등을 치는 것을 목격했을 것이다. 그에 대한 당신의 의견을 기술하여라.

다음은 <현실세계와 수학의 세계>의 기말고사 중 하나이다.

1. 담당교수는 이 강좌를 통해서 학생들에게 ① 무엇을 전달하고, 강조하였다고 생각하는가? ② 이 강좌를 수강하면서 무엇이 달라졌거나, 달라져야겠다고 생각했는가?

2. 우리는 4차원의 시, 공간 세계에 살고 있다. 시간 축에 대해서 생각해 보면, 과거는 돌이킬 수 없는 다시 말해 한번밖에 없는 각자의 인생을 살고 있는 것이다. 적어도 각자의 인생 황혼기에는, 자기가 걸어 온 인생의 길을 더듬어 보면서 아쉬움과 흐뭇했던 결과들을 있어 온 그대로 받아들여야만 할 것이다. 지나 온 일에 대해 개선의 기회는 없지만, 인생에서 중요하고 소중한 본질적인 것에 눈을 뜰 수 있는 때라고 생각된다.

각자의 황혼기 외에 인생의 중요한 시기에서 이를 먼저 느껴볼 수 있다면, 그것은 시행착오를 현격하게 줄여 줄 수 있는 귀중한 기회가 될 것이다.

다음은 단편적이지만 시사적일 수 있는 두 야구 경기의 스코어판이다.

<사례 1>

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	R	H	E	B
가팀	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2	8	3	0
나팀	0	0	0	0	0	3	1	0		4	4	0	3

<사례 2>

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	R	H	E	B
다팀	1	0	1	2	0	0	3	0	1	8	12	0	3
라팀	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	3	1	1

위의 사례들을 잘 보고 물음에 답하여라.

(1) 수리 정보로 이루어진 두 게임의 내용과 결과를 분석, 종합하여라. 만약 본인이 야구팀 감독이라면 두 사례에서 어떤 교훈을 얻을 수 있겠는가?

(2) 나아가 이를 우리 인생에 확대 적용할 경우에, 살아가면서 어떠한 능력 형성이 중요한가를 짐작케 할 수 있는 자료로 활용할 수 있다. 그러한 능력들을 찾아보고, 그 능력을 향상시키기 위해서 각자는 어떠한 인생관을 정립해야 하며, 이를 위해 어떠한 노력이 필요하다고 생각하는가? 논리적으로 기술하여라.

참 고 문 헌

문권배 (1995). 정보화 사회에서 수학교육의 실상과 새로운 위상에 대하여, 대한수학교육학회 논문집 5(1), 서울: 대한수학교육학회.

문권배 (1995). 대학교육에서 교양수학의 역할과 운영방안, 교육연구 13, 서울: 상명여자대학교.

문권배 (1996). 대학 교양교육 및 평생교육에서 강조되어야 할 수학교육의 목표에 관하여, 대한수학교육학회 논문집 6(2), 서울: 대한수학교육학회.

이태형 역, 체트 레이모 (1990). 별밤 365일, 서울: 현암사.

박진희 역, 필립과 필리스 모리슨 (1996). 10의 제곱수들, 서울: 민음사.