

Jerk 모델을 사용한 급격한 기동표적 추적필터의 성능 해석

Performance Analysis of the Tracking Filter Employing Jerk Model for Highly Maneuvering Targets

주재석*, 임상석*

Jae-Seok Joo* and Sang-Seok Lim*

요 약

표적 추적에서 기동은 오랫동안 다루기 어려운 문제로 여겨져 왔다. 급격한 가속도 변화와 같은 표적의 기동이 발생하면 추적필터는 그 정상적인 예측치를 산출해내기 어렵기 때문이다. 이러한 표적기동을 다루기 위해 몇 가지 기법들이 제시되었는데 천연색 잡음, IE, VD(가변 차원), IMM(다중모델), jump형 프로세스 및 jerk 모델로 나타내는 것 등이다.

본 논문에서는 최근에 관심을 끌고 있는 jerk 모델(가속도의 미분으로 기동을 표시함)에 대한 추적성능을 분석한다. 먼저 jerk를 포함하는 칼만필터를 3차원 문제에 대해 기술한다. 이 필터를 사용하여 시정수 변화에 대한 추적성능을 Monte-Carlo 시뮬레이션을 통해 해석한다. 특히, jerk 모델의 경우 과도응답 성능이 저하되므로 이에 대한 해석을 별도로 추가하였다.

Abstract

For a long time target maneuvers in tracking problem have been a difficult task to handle. Once a maneuvering such as abrupt change in target accelerations occur, the tracking filter no longer yields a reasonable estimate of the target position. In order to resolve this cumbersome maneuvering problem, Advanced methods have here proposed : Colored noise, IE(Input Estimation), VD(Variable Dimension), IMM(Interaction Multiple Model), Jump-type processes and jerk model, etc.

In this paper, tracking performance of the jerk model is analyzed. Jerk model in which the derivative of target acceleration is included as a state recently attracted considerable attraction. Firstly 3-dimensional Kalman filter is described on the basis of jerk model. Then using this filter, Monte-Carlo simulations are carried out and the filter formance with respect to the variation of jerk time-constant is analyzed. Especially, since jerk model's transient performance is expected to be poor, the performance of analysis of transient response of the model is included too.

I. 서 론

칼만필터는 기동표적 추적문제에 있어서 최선의 방법으로 받아들여져 왔다[1]~[4]. 근본적으로 선

형모델을 위해 개발된 칼만필터는 선형화 과정을 거치면 비선형 모델에도 폭넓게 사용될 수 있다. 1970년 Singer[5]가 최초로 기동표적 추적에 관한 논문을 발표한 이래로 칼만필터를 이용한 기동표적 추적 문제[5]~[20]에 상당히 관심이 높아지게 되었다.

* 한국항공대학교 항공전자공학과(Dept. of Avionics Eng., Hankuk Aviation Univ.)

· 논문번호 : 2000-1-6

· 접수일자 : 2000년 6월 15일

McAulay와 Denlinger[6]의 지적대로 근본적인 문제는 모델링된 표적과 실제표적의 운동방정식 사이에는 불일치가 존재한다는 것이다. 이것을 고려하여, 기동표적 문제에 여러 가지의 시변수적인 접근 방법이 적용되었다(예를 들어 천연색 잡음모델, 세미마르코프 모델 등). Thorp[7]은 표적의 운동방정식에 이진 확률변수를 제안하였고, 표적의 운동방정식에 두 개의 칼만필터 예측치로부터 가중치 합으로 주어지는 추정기를 개발하였다. 그러나, 이것은 표적의 기동이 없을 시 성능의 저하를 나타내며, 특히 비선형 방정식이 Taylor 급수로 근사화 될 경우 추정기가 급격히 발산하는 현상을 나타낸다. Bar-Shalom과 Birmiwal[9]에 의해 제안된 가변차원(variable dimension or VD) 필터는 표적의 기동이 없을 시 정상모드로 동작하고 기동이 감지되면 차수가 하나 높은 상태방정식을 사용한다. VD 알고리즘은 간단하고 실시간 적용이 가능하지만 필터가 재초기화 되어야 한다는 단점이 있는 것이 Bogler[10]에 의해 지적되었다. Blom[11]과 Bar-Shalom[12]은 각각의 모델과, 모델 확률 추정기, 예측치 결합기로 구성된 interacting-multiple model(IMM)을 제안하였다.

Singer[5]는 표적의 가속도를 지수적으로 자기상관 관계를 갖는 확률변수로 모델링 하였다. 이것은 기동표적의 추적에는 좋은 성능을 보이지만, 표적이 등속도 운동을 할 때 심각한 성능의 저하를 나타낸다. McAulay와 Denlinger[6]는 표적의 기동 감지에 가설 테스트를 적용하였다. 그들은 또 직선운동 모델의 사용과 한 모델에서 다른 모델로의 변경 그리고 변경시 필터의 재 초기화 방법도 제안하였다.

Chan[15]은 비확률적 표적 기동을 보상하기 위한 입력 추정기법(input estimation or IE)을 제안하였다. 기동의 크기를 나타내는 기동표적 입력변수는 등속도 모델이라고 가정하여 필터의 바이어스를 제거하기 위해 추정된다. 이 방법은 기동이전의 정보를 염두해 두지 않더라도, 감지시간 동안 기동이 상수라고 가정하더라도 상당한 양의 계산량과 메모리를 필요로 한다. IE 알고리즘은 일차원 Bogler[10]에 의해 일차원 칼만필터용으로 발전되었고 계산량의 부담을 줄일 수 있었다.

Moose[16]와 Gholson[18]은 기동을 나타내는 시불변 이산값들의 상태변수들에 semi-Markov 모델에 기초한 기동모델을 제안하였다. Semi-Markov 개념을 Bayes 추정기법에 적용함으로써 적응추정기가 개발되었다. 비슷한 방법이 Richer와 Williams에 의해서도 제안되었다. Moose에 의해 제안된 방법은 기동하는 함수함의 추적에 적용함으로써 성공적이라는 것이 입증되었다. 그러나 이 방법의 가장 큰 단점은 큰 계산량이 필요하므로 항공기와 같은 빠르게 기동하는 표적에 대해서는 적용이 불가능하다는 것이다. Demirbas[20]는 Moose와 같은 표적모델을 사용하여 양자화, 복합 가설테스트 및 복조 알고리즘을 통해 비선형 측정치를 선형화 하지 않은 채로 상태를 추정하는 방법을 제안하였다.

전통적으로, 표적의 운동방정식은 Singer[5]모델과 같이 이미 알고 있거나 상수변수에 의해 통계학적으로 묘사되는 연속시간 확률변수로 모델링된다. 표적의 모델이 정확하다면 칼만필터는 최적의 예측값을 계산해 낸다. 만약에 표적이 기동을 시작하거나 계속 유지하면 가속도 입력으로 모델링되는 계단함수 형태의 불연속의 발생으로 이제 더 이상 표적 모델은 유효하지 않게 된다. 이러한 불연속을 염두해 두지 않으면 오차의 누적으로 표적의 트랙을 상실하게 된다.

Lim[26]은 급격한 기동을 Poisson 형태의 점프 프로세스를 이용한 기동표적 모델을 제안하였다. 점프 프로세스는 비확률적 기동을 나타내고 이산상태의 값을 취하는 Poisson 프로세스로 구동되는 확률적 미분방정식으로 표현된다. 그는 점프 프로세스에 근거한 새로운 기동모델과 백색 가우시안 잡음으로 구동되는 차분방정식을 사용하여 바이어스 없는 최소분산 필터를 제안하였다. 점프 프로세스를 도입함으로써 급격한 기동표적 추적에 매우 효율적인 필터를 개발하였다. 이 필터는 구조적으로 간단하여 필터이득이나 공분산을 계산하는 데 있어서 많은 시간이 요구되지 않으므로 실시간 적용이 가능하다.

근래에는 jerk 모델을 사용하여 기동표적을 추적하는 접근방법이 시도되어 관심을 끌고 있다. 여기서 jerk 모델이란 가속도의 미분항을 포함하는 표적의 모델을 말한다. 이 jerk 모델은 초기에는 고정이

득 알파-베타-감마 ($\alpha - \gamma - \beta$) 추적기에 적용되었다[10],[11]. 근래에 와서 Mehrotra와 Mahapatra [27]는 이 jerk 모델과 칼만필터를 결합하여 급격히 기동하는 표적 추적에 적용하는 데 성공하였다. 그러나 이들의 논문에서는 단일 jerk 모델과 α (jerk 시정수의 역수)값 0.006을 사용한 추적결과를 해석하는데 그쳤다. 본 논문에서는 복합 jerk 모델 및 여러 개의 α 값에 대한 추적성능을 해석하고 가속도 모델과 jerk 모델간의 차이점을 규명하였다. 특히, jerk 모델을 사용했을 경우의 응답특성을 과도상태와 정상상태로 구분하고, 성능이 저하되는 과도상태 응답특성을 해석하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제 2절에서는 표적의 기동을 jerk 모델로 기술한다. 제 3절은 3차원 추적필터 방정식을 상세히 기술한다. 제 4절은 단일 jerk 및 복합 jerk 발생시의 추적성능을 정상상태와 과도상태응답으로 구분하여 시뮬레이션을 통해 해석한다. 제 5절에서는 결론을 맺는다.

II. Jerk를 포함하는 표적의 상태방정식

여기서는 Singer의 가속도 모델에 의거하여, 표적의 jerk를 시간상에 상관성을 가지는 프로세스로 가정한다. 이것은 표적이 시간 t 에서 어떤 가속도 변화(jerk)를 가질 때 충분히 작은 시간이 지난 $t+\tau$ 에서도 똑같은 jerk를 가진다는 것을 의미한다. 상대적으로 느린 표적의 기동은 빠른 jerk 상관성의 감쇠를 가져오는 고속의 기동보다 더 장시간 동안의 상관된 jerk 입력의 증가를 가져온다. 표적의 jerk를 표현하기 위해서 지수상관함수가 고려되며,

$$\begin{aligned} r_j(\tau) &= E\{j \cdot t + \tau\} \\ &= \sigma_j^2 \exp(-a|\tau|) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 σ_j^2 은 표적 jerk의 분산을 의미하고, a 는 jerk 시정수(time constant)의 역수, $E\{\cdot\}$ 는 기대값을 나타낸다. Jerk $j(t)$ 를 백색잡음 입력 $w(t)$ 에 의해 구동되는 시간상의 함수로 표현하기 위해 $r_j(\tau)$ 에 Wiener-Kolmogorov 백색화 과정이 사용된

다. jerk 상관함수 $r_j(\tau)$ 의 Laplace 변환은

$$\begin{aligned} R(s) &= L(r_j(\tau)) = \frac{-2a\sigma_j^2}{(s-a)(s+a)} \\ &= H(s)H(-s)W(s) \end{aligned} \quad (2)$$

$$H(s) = 1/(s+a) \quad (3)$$

$$W(s) = 2a\sigma_j^2 \quad (4)$$

이고, 여기서 $H(s)$ 는 jerk $j(t)$ 의 전달함수이고, $W(s)$ 는 백색잡음 $w(t)$ 의 Laplace 변환이다. (3)로부터 유도된 미분방정식은

$$\frac{d}{dt} j(t) = -a j(t) + w(t) \quad (5)$$

백색잡음 입력의 자기상관함수 $r_w(\tau)$ 는 식 (4)의 역 변환으로 구할 수 있으며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r_w(\tau) &= 2a\sigma_j^2 \delta(\tau) \\ &= Q_w \delta(\tau) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $\delta(\tau)$ 는 임펄스 함수이고, $Q_w = 2a\sigma_j^2$ 은 $w(t)$ 의 분산이다.

상관계수 a 에 대해 간단히 살펴보면, 작은 a 값은 고정된 jerk 레벨을 나타내고 큰 a 값은 빠르게 변화하는 jerk 레벨을 나타낸다. 식 (5)의 연속시간 jerk 모델에 대한 상태공간상의 표현은

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\bar{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\bar{x}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (7)$$

이고, x, \dot{x}, \ddot{x} 그리고 $\ddot{\bar{x}}$ 는 각각 표적의 위치, 속도, 가속도, jerk를 나타낸다. 식 (7)을 간단히 표현하면

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bw(t) \quad (8)$$

로 나타낼 수 있으며 ($k+1$)에서의 측정벡터도 간단히

$$Z(k+1) = HX(k+1) + V(k+1) \quad (9)$$

로 나타낼 수 있다.

Ⅲ. 3차원에서의 표적추적

레이다가 표적으로부터 얻는 측정치들은 거리, 방위각, 그리고 고도각 (r, θ, φ)이라고 가정한다. 앞서 최고차항의 상태변수로 jerk를 가지는 4차 필터가 유도되었다. 비교의 목적으로 최고차항으로 가속도를 가지는 3차 필터가 선택되었다. 본 논문에서는 3차 칼만필터를 가속도 모델이라고 하고 a 로 표현하였고, 4차 필터를 jerk 모델이라고 하고 j 로 표현하였다. 가속도 모델과 jerk 모델에 대한 식은 각각 다음과 같다.

$$X_a(k+1) = F_a X_a(k) + W_a(k) \quad (10)$$

$$Z_a(k+1) = H_a X_a(k+1) + V_a(k+1) \quad (11)$$

$$X_j(k+1) = F_j X_j(k) + W_j(k) \quad (12)$$

$$Z_j(k+1) = H_j X_j(k+1) + V_j(k+1) \quad (13)$$

여기서

$$X_a = [x \ \dot{x} \ \ddot{x} \ y \ \dot{y} \ \ddot{y} \ z \ \dot{z} \ \ddot{z}]^T \quad (14)$$

$$X_j = [x \ \dot{x} \ \ddot{x} \ \ddot{x} \ y \ \dot{y} \ \ddot{y} \ \ddot{y} \ z \ \dot{z} \ \ddot{z} \ \ddot{z}]^T \quad (15)$$

$$W_a = [u_{1a} \ u_{2a} \ u_{3a} \ u_{4a} \ u_{5a} \ u_{6a} \ u_{7a} \ u_{8a} \ u_{9a}]^T \quad (16)$$

$$W_j = [u_{1j} \ u_{2j} \ u_{3j} \ u_{4j} \ u_{5j} \ u_{6j} \ u_{7j} \ u_{8j} \ u_{9j} \ u_{10j} \ u_{11j} \ u_{12j}]^T \quad (17)$$

식 (16)과 (17)에서 u_{1a}, u_{2a}, \dots 은 가속도 모델에서의 프로세스 잡음 요소이고, u_{1j}, u_{2j}, \dots 은 jerk 모델에서의 프로세스 잡음 요소이다. 식 (11)과 (13)의 각 성분들은 다음과 같다.

$$H_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$H_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$Z_a = [M_x \ M_y \ M_z]^T \quad (20)$$

$$Z_j = [M_x \ M_y \ M_z]^T \quad (21)$$

$$V_a = [Noise \ M_x \ Noise \ M_y \ Noise \ M_z]^T \quad (22)$$

$$V_j = [Noise \ M_x \ Noise \ M_y \ Noise \ M_z]^T \quad (23)$$

구좌표계에서의 측정치 R_m, θ_m, φ_m 은 다음의 식 (24)를 이용하여 직각좌표계로 변환된다.

$$\begin{aligned} M_x(k) &= R_m(k) \cos \varphi_m(k) \cos \theta_m(k) \\ M_y(k) &= R_m(k) \cos \varphi_m(k) \sin \theta_m(k) \\ M_z(k) &= R_m(k) \sin \varphi_m(k) \end{aligned} \quad (24)$$

구좌표계에서 직각 좌표계로의 측정치 변환으로 인하여 직각좌표계에서의 측정치 잡음의 공분산 요소는 상관관계가 생기며, 아래의 관계식을 사용하여 매 스캔마다 갱신된다.

$$\begin{aligned} r_{11} &= \sigma_r^2 \cos^2 \varphi_m^2(k) + R_m^2(k) \\ &\quad \times [\sigma_\varphi^2 \sin^2 \varphi_m^2(k) \cos^2 \theta_m^2(k) \\ &\quad + \sigma_\theta^2 \cos^2 \varphi_m^2(k) \sin^2 \theta_m^2(k)] \\ r_{22} &= \sigma_r^2 \cos^2 \varphi_m^2(k) \sin^2 \theta_m^2(k) \\ &\quad + R_m^2(k) \times [\sigma_\varphi^2 \sin^2 \varphi_m^2(k) \sin^2 \theta_m^2(k) \\ &\quad + \sigma_\theta^2 \cos^2 \varphi_m^2(k) \cos^2 \theta_m^2(k)] \\ r_{33} &= \sigma_r^2 \sin^2 \varphi_m^2(k) + R_m^2(k) \sigma_\varphi^2 \cos^2 \varphi_m^2(k) \\ r_{12} = r_{21} &= \frac{1}{2} \{ \sigma_r^2 \cos^2 \varphi_m^2(k) \sin 2\theta_m(k) \\ &\quad + R_m^2(k) [\sigma_\varphi^2 \sin^2 \varphi_m^2(k) \sin 2\theta_m(k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\sigma_\theta^2 \cos \varphi_m^2(k) \sin 2\theta_m(k)\} \\
r_{13} = r_{31} = & \frac{1}{2} \{ \sigma_r^2 \sin 2\varphi_m(k) \cos \theta_m(k) \\
& - R_m^2(k) \sigma_\varphi^2 \sin 2\varphi_m(k) \cos \theta_m(k) \} \\
r_{23} = r_{32} = & \frac{1}{2} \{ \sigma_r^2 \sin 2\varphi_m(k) \sin \theta_m(k) \\
& - R_m^2(k) \sigma_\varphi^2 \sin 2\varphi_m(k) \sin \theta_m(k) \} \quad (25)
\end{aligned}$$

여기서 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\varphi$ 는 r, θ, φ 차원에서 측정잡음의 공분산을 나타낸다. 가속도 모델 필터에서의 상태전이 행렬은

$$\begin{aligned}
F_a = & \begin{bmatrix} A_1 & O_3 & O_3 \\ O_3 & A_1 & O_3 \\ O_3 & O_3 & A_1 \end{bmatrix}, \\
A_1 = & \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{e^{-aT} + aT - 1}{a^2} \\ 0 & 1 & \frac{1 - e^{-aT}}{a} \\ 0 & 0 & e^{-aT} \end{bmatrix}, \\
O_3 = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)
\end{aligned}$$

이고 jerk 모델 필터에서의 상태전이 행렬은

$$\begin{aligned}
F_j = & \begin{bmatrix} A_2 & O_4 & O_4 \\ O_4 & A_2 & O_4 \\ O_4 & O_4 & A_2 \end{bmatrix}, \\
A_2 = & \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} & p_1 \\ 0 & 1 & T & q_1 \\ 0 & 0 & 1 & r_1 \\ 0 & 0 & 0 & s_1 \end{bmatrix}, \\
O_4 = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)
\end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
p_1 = & (2 - 2aT + a^2T^2 - 2e^{-aT}) / (2a^3) \\
q_1 = & (e^{-aT} - 1 + aT) / (a^2) \\
r_1 = & (1 - e^{-aT}) / a \\
s_1 = & e^{-aT} \quad (28)
\end{aligned}$$

이다. 가속도 모델에서 잡음의 공분산 행렬은

$$\begin{aligned}
Q_a(k) = & 2a\sigma_m^2 \begin{bmatrix} A_4 & O_3 & O_3 \\ O_3 & A_4 & O_3 \\ O_3 & O_3 & A_4 \end{bmatrix} \\
A_4 = & \begin{bmatrix} q'_{11} & q'_{12} & q'_{13} \\ q'_{21} & q'_{22} & q'_{23} \\ q'_{31} & q'_{32} & q'_{33} \end{bmatrix} \quad (29)
\end{aligned}$$

이며, 여기서 이 대칭 행렬의 성분은

$$\begin{aligned}
q'_{11} = & \frac{1}{2a^5} \left\{ 1 - e^{-2aT} + 2aT + \frac{2a^3T^3}{3} \right. \\
& \left. - 2a^2T^2 - 4aTe^{-aT} \right\} \\
q'_{12} = & \frac{1}{2a^4} \{ e^{-2aT} + 1 - 2e^{-aT} - 2aT + a^2T^2 \} \\
q'_{13} = & \frac{1}{2a^3} \{ 1 - e^{-2aT} - 2aTe^{-aT} \} \\
q'_{22} = & \frac{1}{2a^3} \{ 4e^{-aT} - 3 - e^{-2aT} + 2aT \} \\
q'_{23} = & \frac{1}{2a^2} \{ e^{-2aT} + 1 - 2e^{-aT} \} \\
q'_{33} = & \frac{1}{2a} \{ 1 - e^{-2aT} \} \quad (30)
\end{aligned}$$

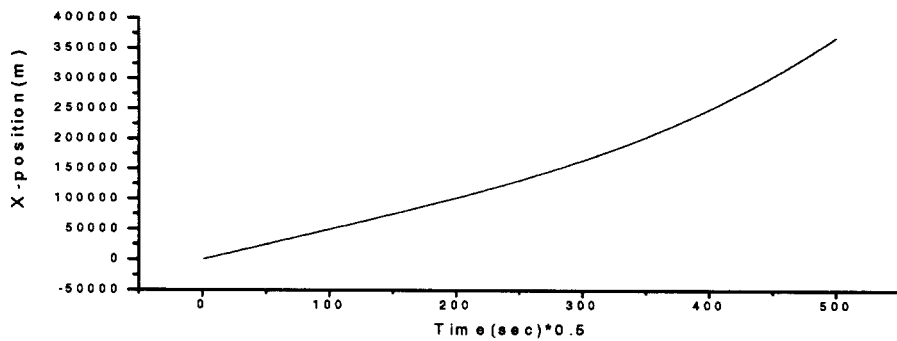
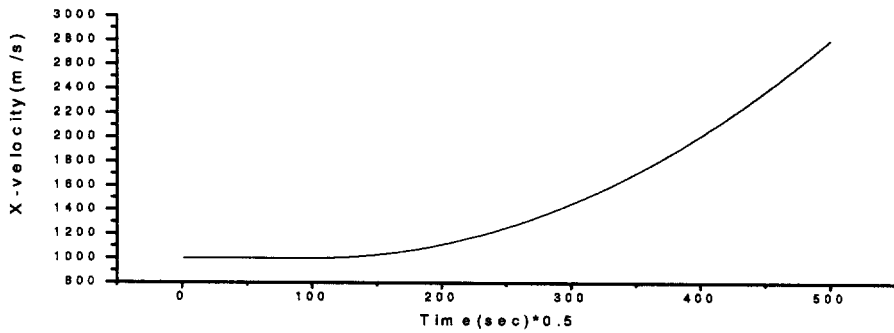
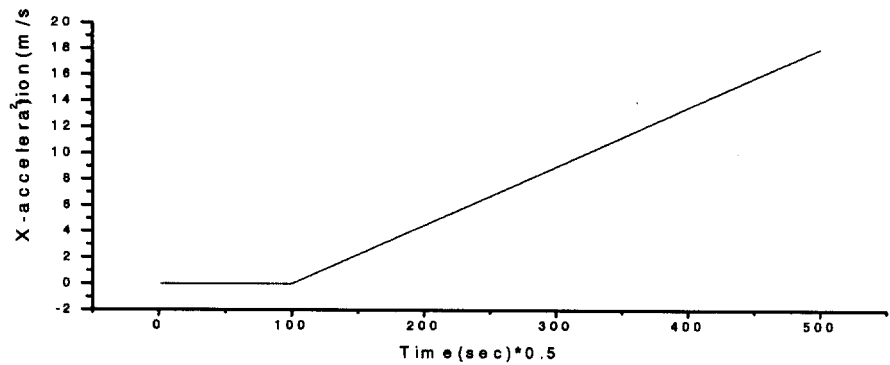
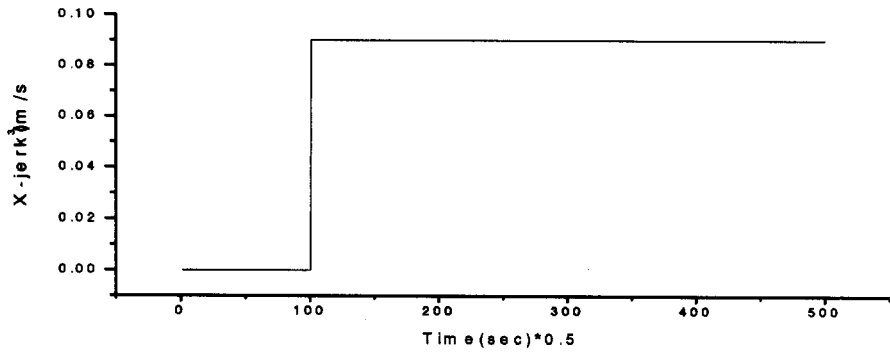
이다.

이와 마찬가지로 jerk 모델에서의 프로세스 잡음 공분산은

$$\begin{aligned}
Q_j(k) = & 2a\sigma_j^2 \begin{bmatrix} A_3 & O_4 & O_4 \\ O_4 & A_3 & O_4 \\ O_4 & O_4 & A_3 \end{bmatrix}, \\
A_3 = & \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{bmatrix} \quad (31)
\end{aligned}$$

이고 여기서 각 성분들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
q_{11} = & \frac{1}{2a^7} \left(\frac{a^5T^5}{10} - \frac{a^4T^4}{2} + \frac{4a^3T^3}{3} - 2a^2T^2 \right. \\
& \left. + 2aT - 3 + 4e^{-aT} + 2a^2T^2e^{-aT} - e^{-2aT} \right) \\
q_{12} = q_{21} = & \frac{1}{2a^6} \left(1 - 2aT + 2a^2T^2 - a^3T^3 + \frac{a^4T^4}{4} \right)
\end{aligned}$$



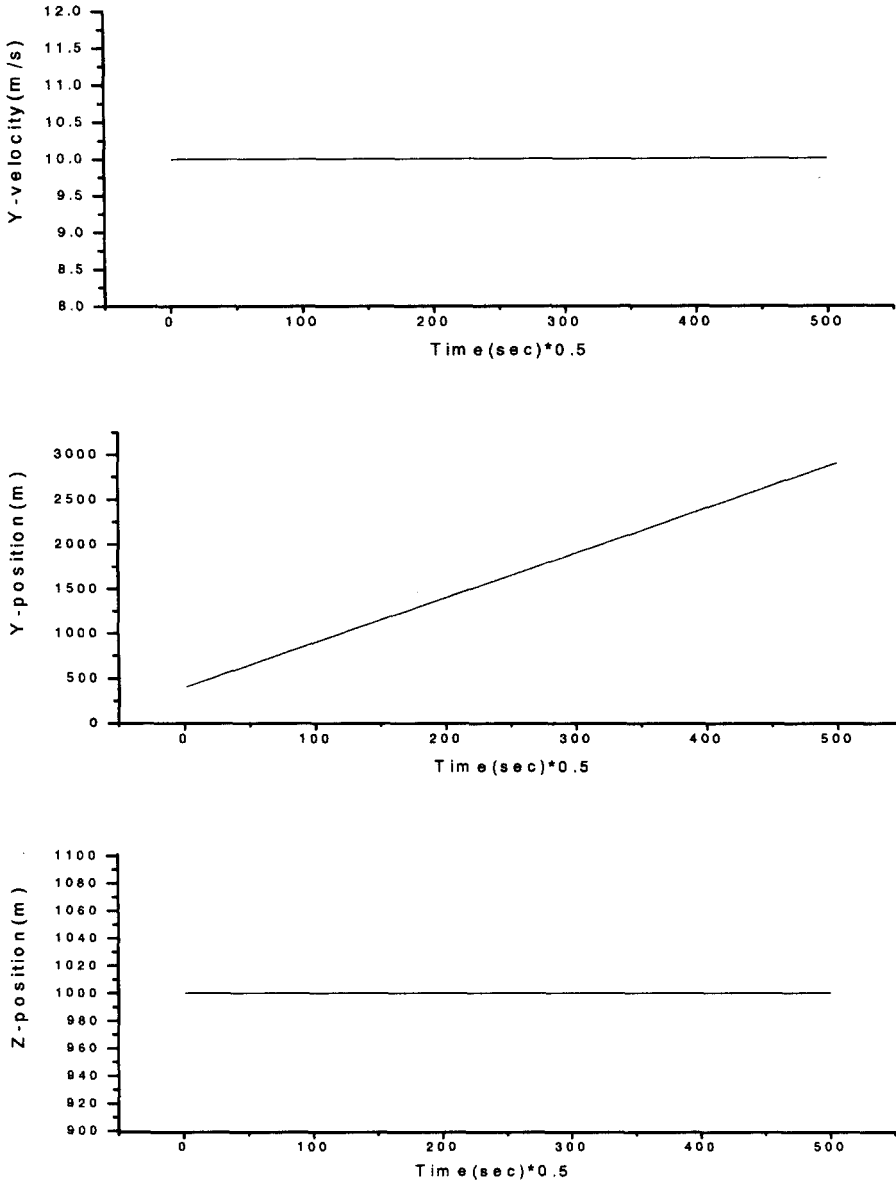


그림 1. 기동 표적의 3차원 좌표 상에서의 위치, 속도, 가속도 변화

$$\begin{aligned}
 & + e^{-2\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} - 2\alpha T - \alpha^2 T^2 e^{-\alpha T} \Big) \\
 q_{13} = q_{31} = & \frac{1}{2\alpha^5} \left(2\alpha T - \alpha^2 T^2 + \frac{\alpha^3 T^3}{3} - 3 + e^{-2\alpha T} \right. \\
 & \left. + 4e^{-\alpha T} + \alpha^2 T^2 e^{-\alpha T} \right) \\
 q_{14} = q_{41} = & (1/2\alpha^4)(1 + e^{-2\alpha T} - 2e^{-\alpha T} - \alpha^2 T^2 e^{-\alpha T}) \\
 q_{22} = & \frac{1}{2\alpha^5} \left(1 - e^{-\alpha T} + \frac{2\alpha^3 T^3}{3} \right. \\
 & \left. + 2\alpha T - 2\alpha^2 T^2 - 4\alpha T e^{-\alpha T} \right) \\
 q_{23} = q_{32} = & (1/2\alpha^4)(1 + \alpha^2 T^2 \\
 & - 2\alpha T + 2\alpha T e^{-\alpha T} + e^{-2\alpha T} - 2e^{-\alpha T}) \\
 q_{24} = q_{42} = & (1/2\alpha^3)(1 - e^{2\alpha T} - 2\alpha T e^{-2\alpha T}) \\
 q_{34} = q_{43} = & (1/2\alpha^4)(1 - e^{-\alpha T} + e^{-2\alpha T}) \\
 q_{44} = & (1/2\alpha)(1 - e^{-2\alpha T}) \tag{32}
 \end{aligned}$$

다음 절에서는 3차원 공간상에서의 표적추적을 위한 jerk 모델과 가속도 모델을 사용하여 이 두 모델의 성능을 비교하도록 한다.

IV. Monte Carlo 시뮬레이션

여기서는 삼차원 공간상에서의 4차 jerk 모델 필터의 성능을 증명하기 위해서 3차 가속도 모델과 비교하였다. 시뮬레이션은 표적의 이동경로에 단일 jerk가 포함된 경우와 2번 이상의 복합 jerk가 포함된 경우로 나누어 시행하였다. jerk 모델을 사용하면 과도상태 응답특성이 필터성능저하를 가져오게 되므로 이에 대한 검토가 필요하다. 따라서 여기서는 가속도 모델과 jerk 모델의 성능을 비교하고 특히 그 과도상태 응답특성을 별도로 해석한다.

4-1 단일 jerk의 경우

그림 1은 기동표적의 삼차원 좌표상에서의 위치, 속도, 가속도, jerk의 변화를 나타낸 것이다. 칼만 필터에 사용된 측정잡음의 분산은 거리의 경우 $22,500m^2$, 방위각과 고도각은 $25 \times 10^{-6}rad^2$ 으로 가정하였다. 프로세스 잡음의 분산은 가속도 모델의 경우 $Q_a = 2a\sigma_m^2$, $\sigma_m = 18m/s^2$, jerk 모델의 경우 $Q_j = 2a\sigma_j^2$, $\sigma_j = 0.09m/s^3$ 이라고 가정하였고 상관계수 a 는 두 모델 모두 0.006으로 가정하였다. 시뮬레이션 결과는 다음과 같다.

그림 2는 각축에서의 위치오차를 나타낸 것이다. y축과 z축의 오차가 계속 증가하는 것은 y축은 등속도 운동이고 z축은 고정된 값으로 가정하였으므로 필터의 mismatch에 의해 발생하는 현상이다. 그림 3과 그림 4는 각각 속도와 가속도 오차를 나타낸 것이다. 1000회 Monte Carlo 시뮬레이션한 결과 오차의 rms값은 그림 5~7과 같다.

여러 가지 상관계수 값에 대한 jerk 모델 필터의 성능을 예증하기 위해서 1000회 Monte Carlo 시뮬레이션을 시행하였다. 오차의 rms값은 표 1과 같다.

표 1로부터 x축은 상관계수 a 값이 커짐에 따라 가속도 모델은 등속도 모델에 가까워지고 jerk 모델

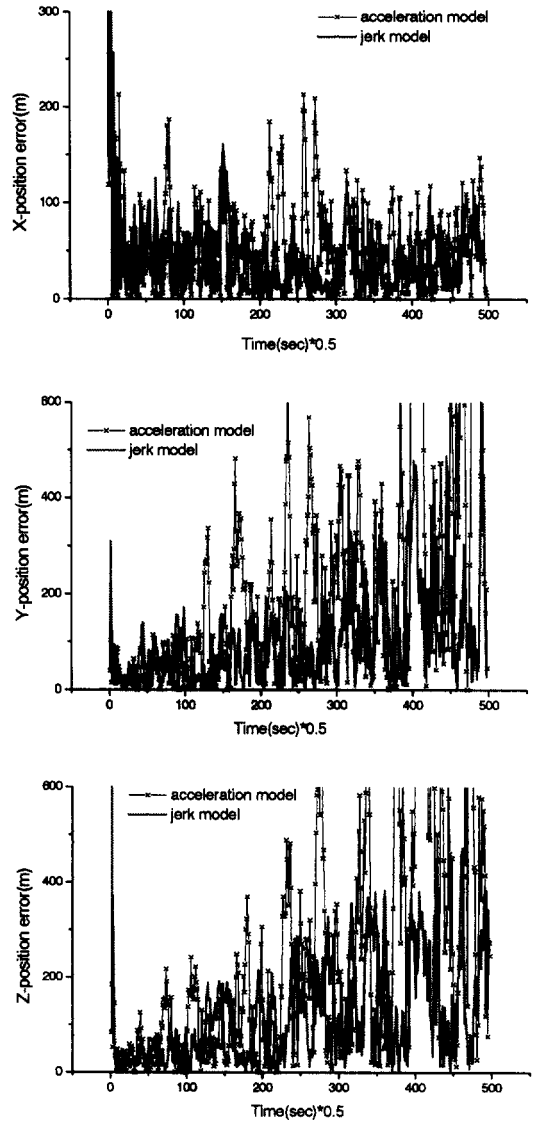


그림 2. 위치 오차

은 가속도 모델에 가까워지므로 오차의 rms값이 점차 증가하는 것을 확인할 수 있다. y축과 z축은 반대로 상관계수가 커짐에 따라 실제의 모델과 가까워지므로 오차의 평균값이 점차 개선되는 것을 확인할 수 있다. 따라서 a 값이 0.6보다 큰 경우에는 jerk 모델의 성능이 별로 개선되지 않음을 알 수 있다.

4-2 복합 jerk의 경우

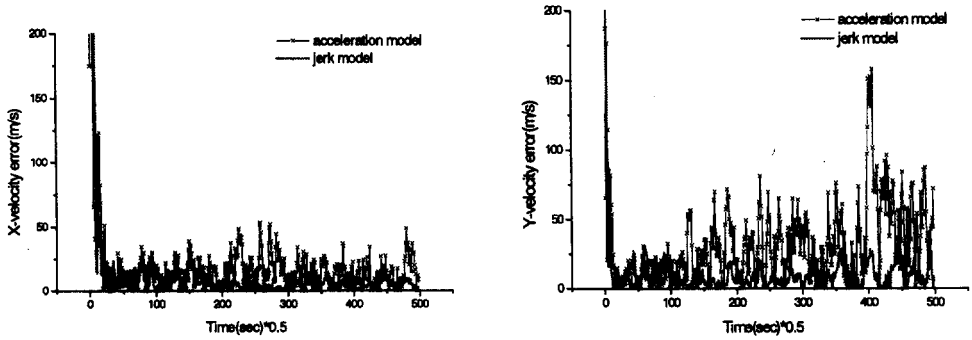


그림 3. 속도 오차

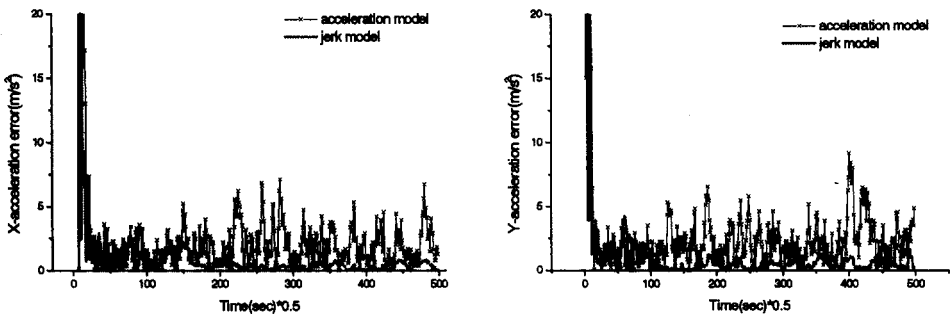


그림 4. 가속도 오차

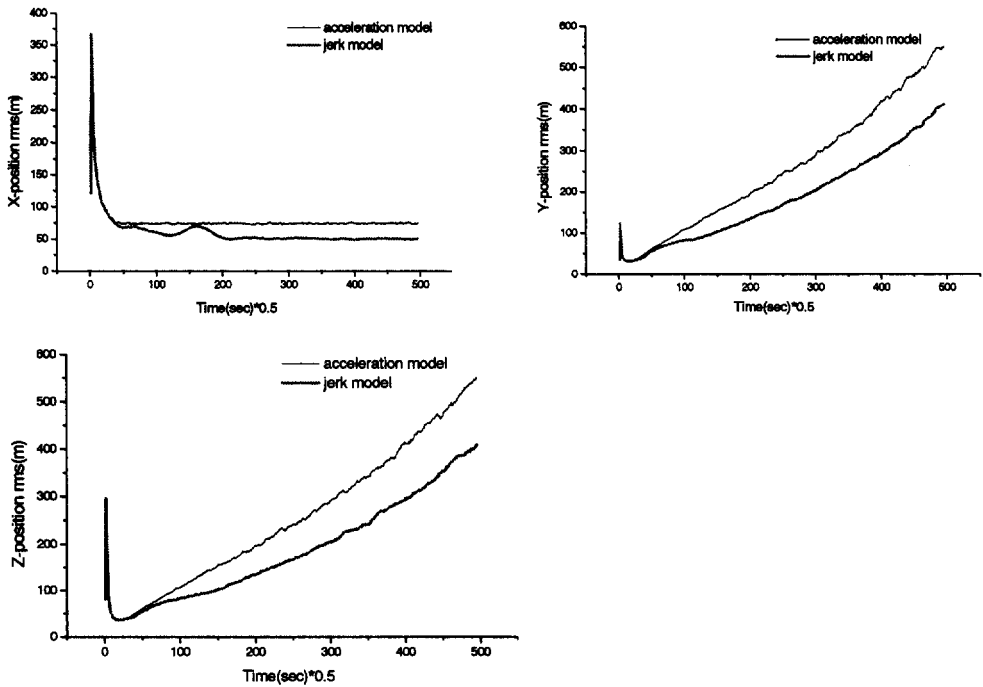


그림 5. 위치 오차 rms값

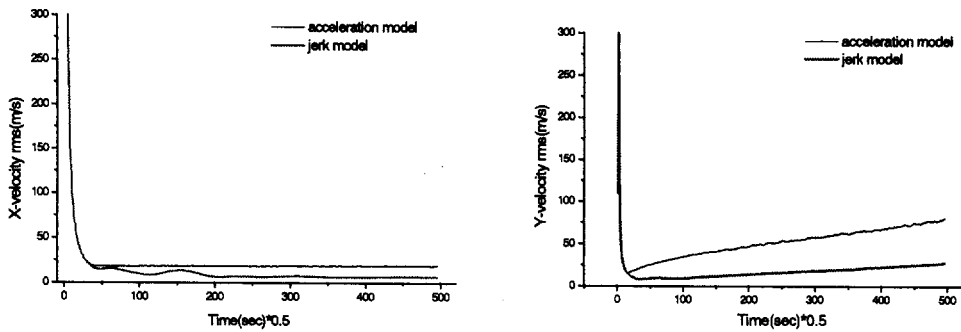


그림 6. 속도 오차 rms값

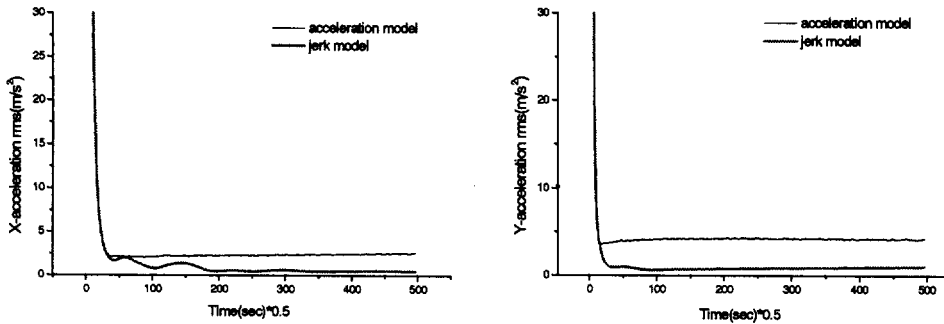


그림 7. 가속도 오차 rms값

표 1. 단일 jerk의 경우 rms 오차 비교

α	가속도 모델							jerk 모델						
	X			Y			Z	X			Y			Z
	위치	속도	가속도	위치	속도	가속도	위치	위치	속도	가속도	위치	속도	가속도	위치
0.006	78.6	26.0	9.3	293.6	52.6	6.5	294.0	61.0	16.6	8.0	194.3	18.4	3.5	195.1
0.06	91.5	36.2	11.5	255.9	36.5	4.9	256.5	63.3	17.9	8.2	184.5	16.7	3.4	186.7
0.6	93.2	38.1	11.8	250.2	34.0	2.95	252.2	75.0	21.3	8.5	163.5	12.2	2.5	165.5

그림 8은 복합 jerk가 적용된 표적의 x축상의 위치, 속도, 가속도, jerk 변화를 나타내고 있다. y축과 z축은 단일 jerk 모델과 같은 경로를 가지고 있다고 가정하였다. 복합 jerk 모델의 경우에도 측정잡음과 프로세스 잡음의 공분산은 단일 jerk 모델과 같다. 시뮬레이션 결과는 그림 9~14와 같다.

1000회 Monte Carlo 시뮬레이션에서 오차의 rms 값 결과는 그림 12~14와 같다.

복합 jerk의 경우에도 여러 가지 상관계수 값에 대하여 1000회 Monte Carlo 시뮬레이션을 각각 시행하였으며 그 결과는 표 2와 같다.

표 2를 보면 표 1에서의 경우와 마찬가지로 복합 jerk가 적용된 표적에 대해서도 jerk 모델을 사용하면 추적오차가 감소하고 필터의 성능이 개선됨을 확인할 수 있다.

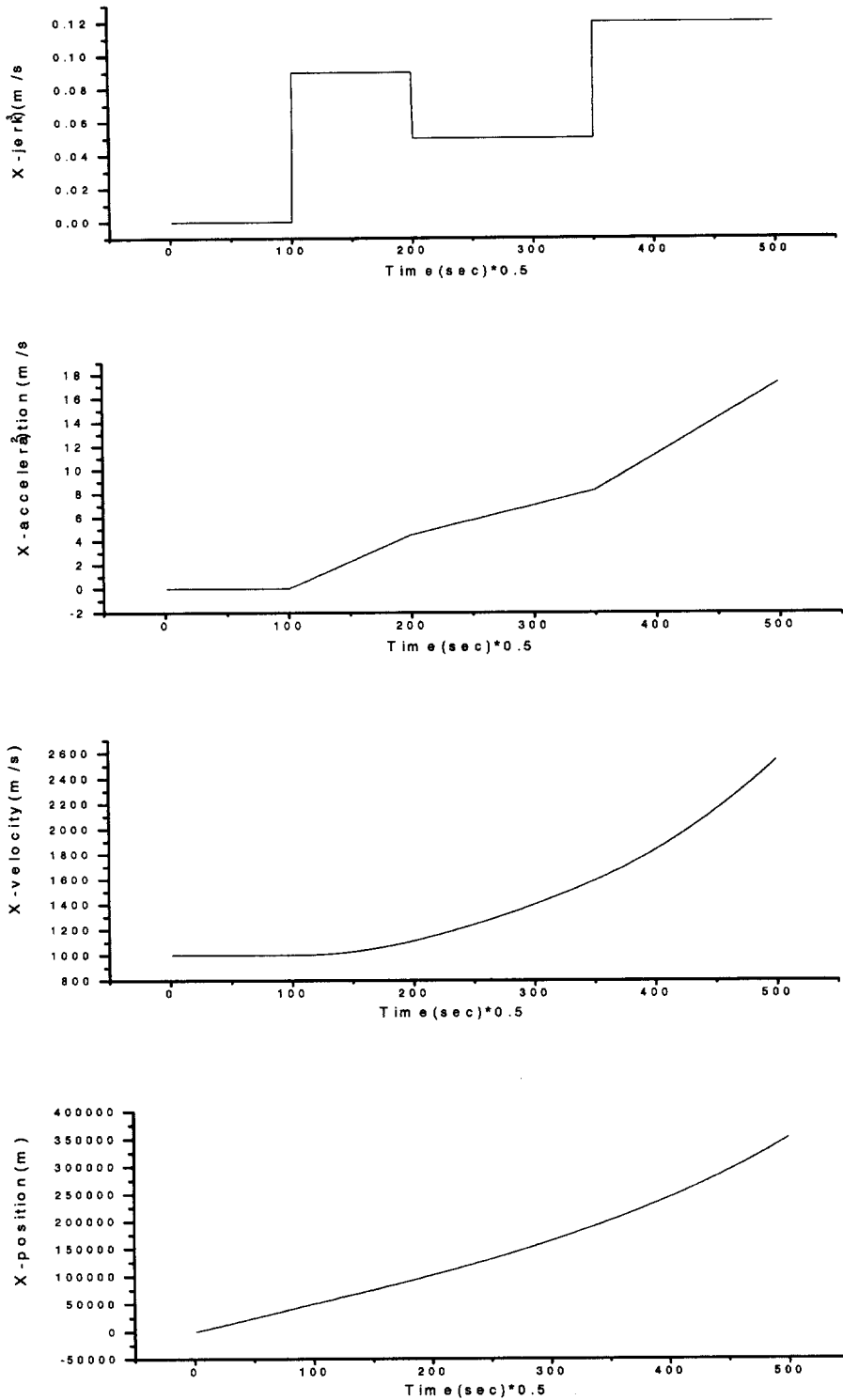


그림 8. 복합 jerk가 적용된 표적의 x축 위치, 속도, 가속도 변화
(y축, z축은 단일 jerk의 경우와 동일)

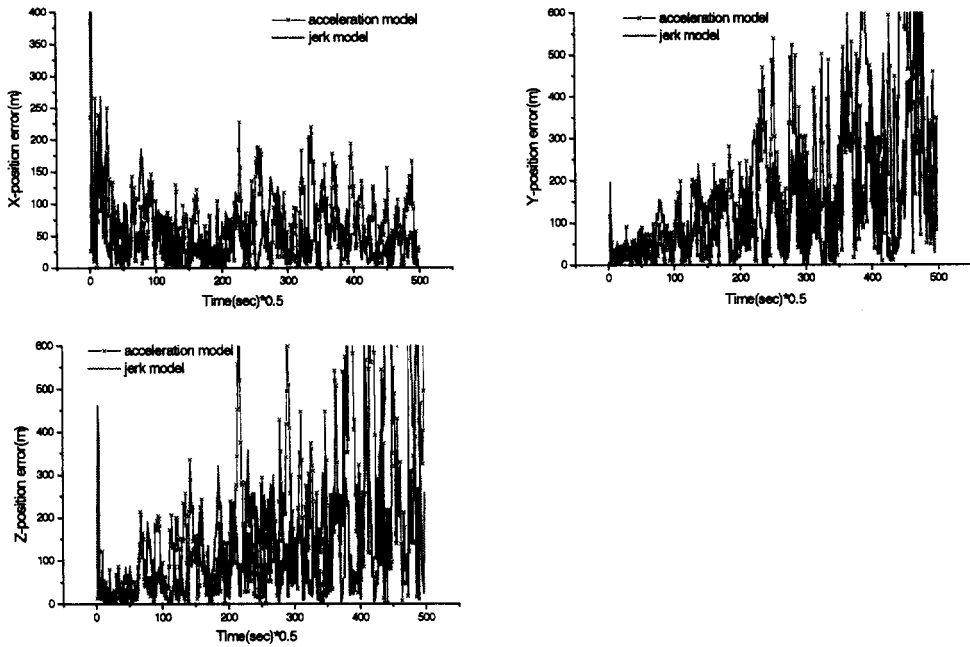


그림 9. 위치 오차

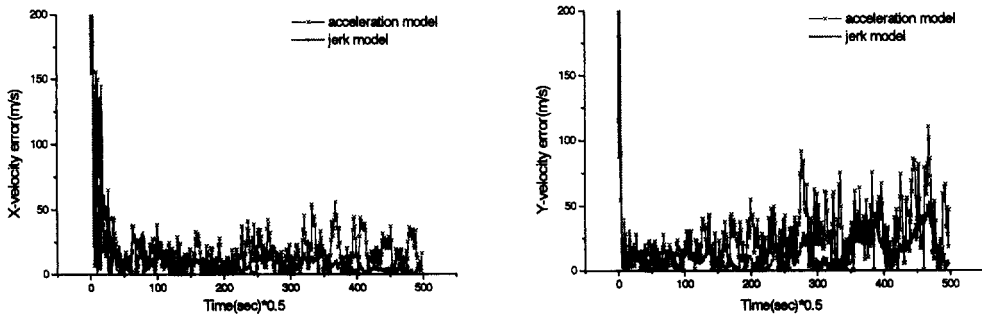


그림 10. 속도 오차

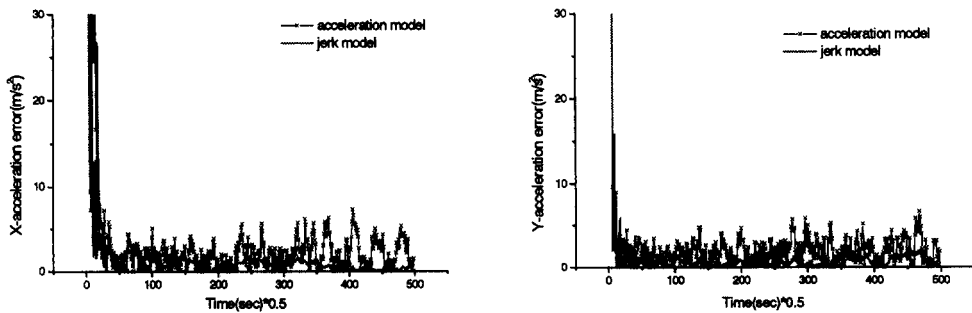


그림 11. 가속도 오차

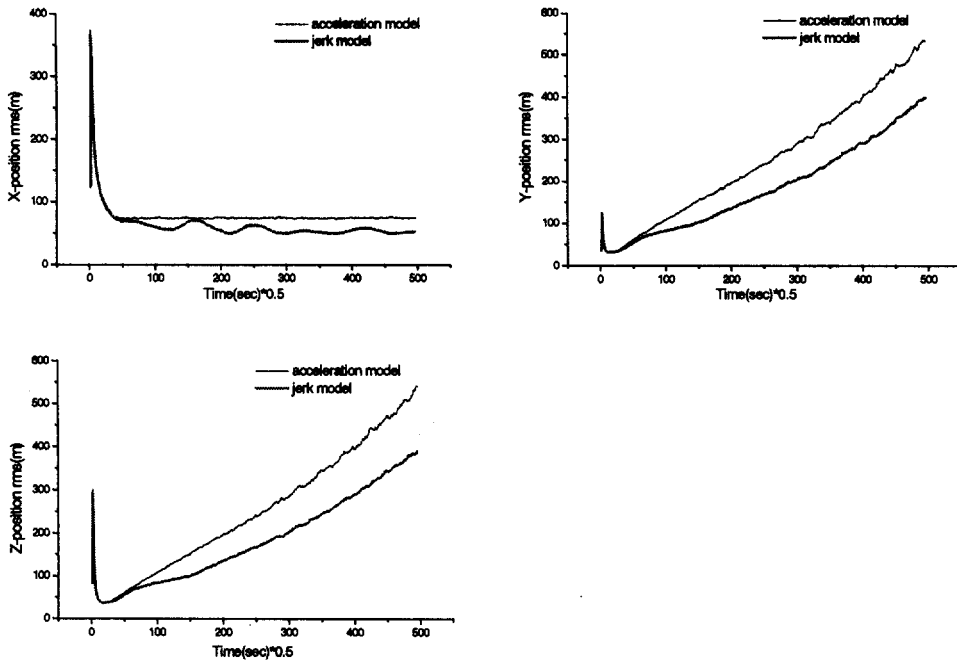


그림 12. 위치 오차 rms값

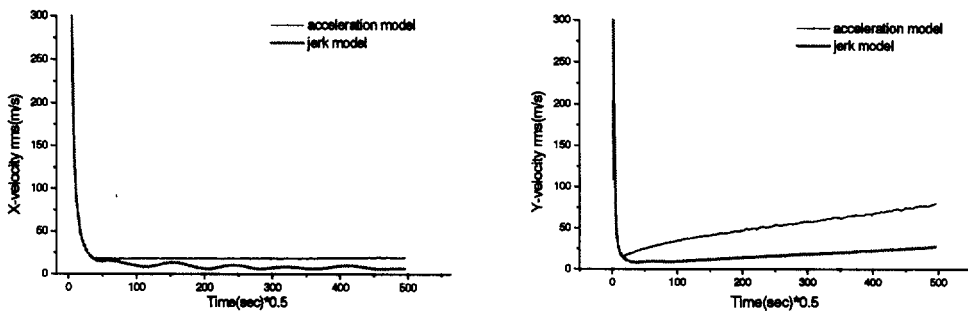


그림 13. 속도 오차 rms값

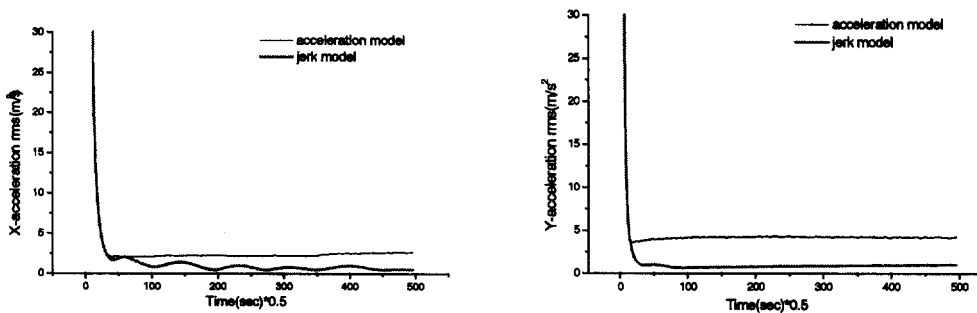


그림 14. 가속도 오차 rms값

표 2. 복합 jerk의 경우 rms 오차 비교

α	가속도 모델						jerk 모델							
	X			Y			Z	X			Y			Z
	위치	속도	가속도	위치	속도	가속도	위치	위치	속도	가속도	위치	속도	가속도	위치
0.006	78.7	26.4	9.5	288.7	52.3	6.6	290.0	62.9	17.4	8.1	190.7	18.2	3.5	194.0
0.06	91.3	36.0	11.4	252.1	36.3	5.0	253.5	63.3	18.0	8.2	182.9	16.6	3.4	184.0
0.6	92.5	37.2	11.6	246.9	33.9	2.9	248.52	73.1	20.6	8.5	161.8	12.5	2.5	163.9

4-3 과도상태 응답해석

여기서는 jerk 모델에 대하여 과도응답특성을 해석한다. 단일 jerk가 발생한 $t=50$ sec 이후에 대한 과도상태응답(transient response) 현상이 그림 5 (x-위치), 그림 6 (x-속도) 및 그림 7 (x-가속도)에서 구간 50~100 sec 에 나타나 있다. 복합 jerk가 발생한 경우에도 단일 jerk와 마찬가지로 거의 유사한 과도현상이 그림 12 (x-위치), 그림 13 (x-속도) 및 그림 14 (x-가속도)에서 jerk가 발생할 때마다 관측되고 있다.

이러한 과도상태의 응답특성을 좀더 명확히 규명하기 위하여 초기 수렴구간 및 jerk가 발생한 구간에 대해서 그림을 확대하여 위치오차의 rms값을 나타내면 그림 15~18과 같다.

그림 15 및 그림 17은 단일 jerk와 복합 jerk 모델을 사용한 경우의 x-위치오차의 rms값을 각각 나타낸다. 이 그림을 보면 초기 수렴구간에서는 가속도 모델이나 jerk 모델은 그 성능에 있어서 별로 차이를 나타내지 않는데, 그 이유는 jerk가 발생하지 않은 상황이기 때문이다.

그림 16 및 그림 18은 단일 jerk 및 복합 jerk가 발생한 경우에 대하여 x-위치오차의 rms값을 각각 나타낸다. 이 결과를 보면, 가속도 모델을 사용한 경우에는 jerk 발생에 대한 과도응답같은 현상이 거의 나타나지 않는다. 한편 jerk 모델을 사용한 경우에는 과도응답 현상이 분명하게 나타나서 그 영향이 $t = 80$ sec(그림 16) 부근에서 rms오차가 가속도 모델의 경우와 비슷한 수준으로 증가하게 된다. 그러나 시간이 경과함에 따라 가속도 모델의 경우 rms오차가

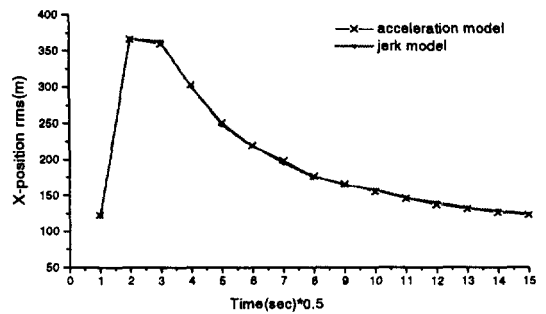


그림 15. 단일 jerk 모델을 사용한 경우 초기 수렴구간에서의 x축 위치오차의 rms값

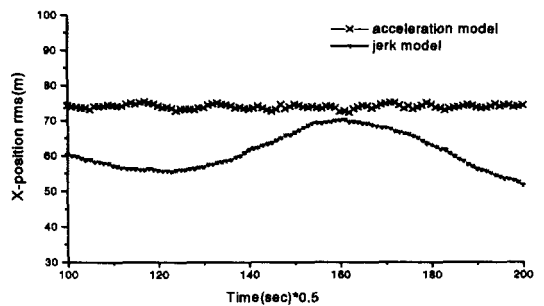


그림 16. 단일 jerk 발생시 x축 위치오차 rms값의 추이

줄어들지 않으나, jerk 모델의 경우, rms오차는 정상상태 응답 수준으로 다시 줄어들게 된다. Jerk가 발생한 시점에서 곧바로 과도현상이 관측되지 않고 지연되는 이유는 상관계수 $\alpha=0.006$ (jerk 시정수 16 sec에 해당함)를 사용하였기 때문이다. 그림 18은 복합 jerk가 발생한 경우의 x-위치오차 rms값을 비교한 경우이며, 이 경우에도 단일 jerk와 거의 유사한 응답특성을 관측할 수 있다. 다만, 복합 jerk가 발생

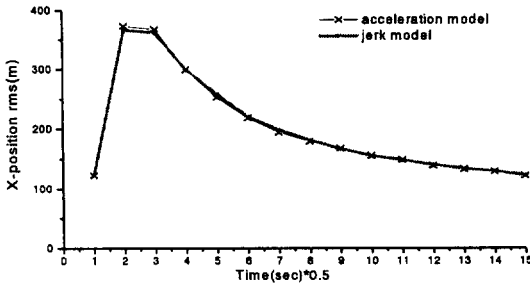


그림 17. 복합 jerk 모델을 사용한 경우 초기 수렴구간에서의 x축 위치오차의 rms값

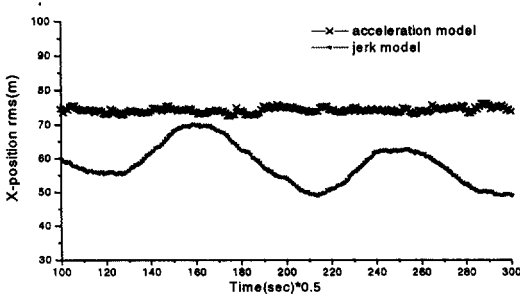


그림 18. 복합 jerk 발생시 x축 위치오차 rms값의 추이

하면 과도현상이 jerk의 변화가 있을 때마다 나타나게 되는데, jerk의 특성상 당연한 결과로 이해된다.

본 절에서는 속도와 가속도에 대한 과도응답 결과는 지연제한으로 나타나지 않았으나 Monte-Carlo 시뮬레이션 결과 x오차와 유사한 경향을 나타내는 것을 확인하였다.

요약하면, jerk 모델은 jerk가 발생함에 따라 과도응답현상을 나타내며 성능이 약간 저하하지만 전반적으로는 가속도 모델보다 양호한 성능을 나타내는 것을 분명히 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 다루기 어려운 표적의 급격한 기동에 대하여 jerk 모델을 채용하는 접근법을 고려했다. Jerk 모델과 같은 고차모델을 개발하게 된 동기는 현대 항공기술의 발달로 전투기가 이전에 갖지 못했던 급격한 기동이 가능해졌기 때문이며, 현재 쓰이고 있는 등속도 모델 또는 가속도 모델로는 이

러한 급격한 기동시 정확한 표적의 추적이 매우 어려워지기 때문이다. Jerk 모델을 사용한 3차원 칼만 필터의 성능을 예증하기 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하였다. 또 가속도 모델이나 jerk 모델이 별 차이를 보이지 않는 조건을 jerk의 시정수의 역수의 함수로 해석하였다. 결과 그래프의 steady state에서는 jerk 모델이 가속도 모델보다 훨씬 좋은 성능을 보인다는 것을 쉽게 알 수 있다. Jerk 발생시 가속도 모델 필터는 전체적으로는 완만한 오차의 증가를 가져오고, jerk 모델은 급격한 오차의 증가를 가져오나 오차의 크기에 있어서 jerk 모델 필터가 가속도 모델 필터보다 작음을 확인할 수 있다. 결론적으로 jerk 모델 필터가 가속도 모델 필터보다 성능이 우수하나 급격한 기동이 빈번히 발생하면 오차의 급격한 증가를 개선할 새로운 알고리즘 개발이 필요하다.

참 고 문 헌

- [1] Y. Bar-Shalom and T. Fortmann, *Tracking and Data Association*, Academic Press, New York, 1988.
- [2] A. V. Skorohod, *Studies in the Theory of Random Processes*, Addison-Wesley, New York, 1965.
- [3] A. H. Jazwinski, *Stochastic Processes and Filtering Theory*, Academic Press, New York, 1974.
- [4] A. Gelb, *Applied Optimal Estimation*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1974.
- [5] R. A. Singer, "Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-6, July, 1970, pp.473-483.
- [6] R. J. McAulay and E. J. Denlinger, "A Decision-Directed Adaptive Tracker", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-9, Mar., 1973, pp. 229-236.
- [7] J. S. Thorp, "Optimal Tracking of Maneu-

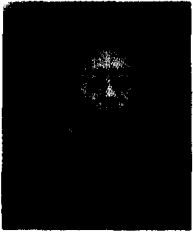
- vering Targets", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-9, July, 1973, pp. 512-519.
- [8] C. B. Chang, R. H. Whitning, and M. Athans, "On the State and Parameter Estimation for Maneuvering Reentry Vehicle", *IEEE Trans. on Automatic Control*, AC-22, Feb., 1977, pp. 99-105.
- [9] Y. Barshalom and K. Birmiwal, "Variable Dimension Filter for Maneuvering Target tracking", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-18, Sept., 1982, pp. 621-629.
- [10] P. L. Bogler, "Tracking a Maneuvering Target using input Estimation", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-23, May, 1987, pp. 298-310.
- [11] H. A. P. Blom and Y. Barshalom, "The Interacting Multiple-Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficients", *IEEE Trans. on Automatic Control*, AC-33, Aug., 1988, pp. 780-783
- [12] Y. Barshalom, K. C. Chang and H. A. P. Blom, "Tracking a Maneuvering Target using input Estimation Versus the Interacting Multiple Model Algorithm", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-25, Mar., 1989, pp. 296-300.
- [13] K. Spingarn, and H. L. Weidemann, "Linear Regression Filtering and Prediction for Tracking Maneuvering Aircraft Vehicles", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-8, Nov., 1972, pp. 800-810.
- [14] R. L. T. Hampton, and J. R. Cooke, "Unsupervised Tracking of Maneuvering Vehicles", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-9, Mar., 1973, pp. 197-207.
- [15] Y. T. Chan, A. G. C. Hu, and J.B. Plant, "A Kalman Filter Based Scheme with Input Estimation", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-15, Mar., 1979, pp. 237-244.
- [16] R. L. Moose, H. F. Vanlandingham, and D. H. McCabe, "Modeling and Estimation for Tracking Maneuvering Target Problem", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-15, May, 1979, pp. 448-445.
- [17] M. Farooq, and S. Bruder, "Information Type Filter for Tracking Maneuvering Target", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-26, 1990, pp. 441-454.
- [18] N. H. Gholson and R. L. Moose, "Maneuvering Target Tracking Using Adaptive State Estimation", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-13, May, 1977 pp. 310-317.
- [19] G. C. Ricker, and J. R. Williams, "Adaptive Tracking Filter for Maneuvering Targets", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-14, Jan., 1978, pp. 185-193.
- [20] K. Demirbas, "Maneuvering Target Tracking with Hypothesis Testing", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-23, Nov., 1987, pp. 757-766.
- [21] N. U. Ahmed and S. S. Lim, "Continuation of the Study of Discontinuous Jump Processes in Omega and Loran-C radio signals", Report for Defence Research Estsblish Ottawa, Department of National Defence, Canada, Aug., 1987.
- [22] T. E. Dabbous, N. U. Ahmed, J. C. McMillan, and D. F. Liang, "Filtering of Discontinuous Process Arising in Marine Integrated Navigation Systems", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-24, 1988, pp. 85-102.
- [23] P. Boel, P. Varaiya, and E. Wong, Martingales on Jump Processes II : *Applications*, *SIAM J. of Control*, vol. 13, 1975, pp. 1022-

1060.

- [24] M. V. Vaca and D. Snyder, "Estimation and Decision for Observation Derived from Martingales : Part II", *IEEE Trans. on Information Theory*, IT-24, no. 1, 1978, pp. 32-45
- [25] R. S. Lipster and A. N. shiryayev, *Statistics of Random Processes*, Springer-Verlag, New-York, 1978.

- [26] S. S. Lim "Tracking Filter Design for Maneuvering Target Using Jump Processes": *Journal of Electrical Engineering and Information Science*, vol. 3, 1998, pp. 373-384.
- [27] Ki Shore Mehrotra and Pravas Mahapatra "A Jerk Model for Tracking Highly Maneuvering Targets", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 33, no. 44, Oct., 1997, pp. 1094-1105.

주 재 석(朱宰石)



INS Integration.

1974년 1월 20일생
 1999년 2월 : 한국항공대학교 항공전자공학과(공학사)
 1999년 3월~현재 : 한국항공대학교 항공전자공학과 대학원 재학 중(석사과정)
 관심분야 : Target Tracking, GPS/

임 상 석(林尙石)



1955년 3월 15일생
 1976년 2월 : 한국항공대학교 항공전자공학과(공학사)
 1984년 10월 : Ottawa 대학교 대학원(공학석사)
 1990년 5월 : Ottawa 대학교 대학원(공학박사)
 1976년 3월~1982년 7월 : 국방과학연구소
 1984년 11월~1987년 8월 : 캐나다 DREO
 1990년 6월~1992년 5월 : Royal Military College of Canada
 1992년 6월~1995년 2월 : 캐나다 DREO
 1995년 3월~현재 : 한국항공대학교 항공전자공학과 부교수
 관심분야 : 항법전자 시스템, 위성항행 시스템, Target Tracking, Filter 설계, 레이더 응용.