

수학 교과서에 나타난 계산 지도 방법의 변화 - 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈

강 완¹⁾

덧셈과 뺄셈의 기초적 원리에 대한 지도 방법은 오랜 전통을 지닌 것이지만, 이러한 계산 알고리즘에 대한 분석 관점과 전개 방식은 각 시기별 교과서에 따라 큰 변화를 보였다. 1, 2차 교과서에서 볼 수 있는 교수학적 변환은 비교적 덜 구조화된 것이다. 3, 4차 교과서에서는 새 수학의 영향을 받아 계산 원리에 대한 이해를 돋는 교수학적 고안이 학생의 인지적 상황보다는 수학적 논리적 원리에 의존하고 있다. 5, 6차 교과서에서는 교수학적 변환이 비교적 절충적이고 안정적인 형태를 지니고 있다. 7차 교과서에서는 교수학적 변환이 수학적 내용의 제시보다는 탐구 활동을 통한 수학적 개념의 형성에 초점을 맞추고 있다. 구성주의 학습관에 의거한 학습자 주도의 학습을 위한 교과서의 제작을 위해서는 이들의 특징과 그 변화 과정에 관한 분석으로부터 유도되는 시사점이 충분히 반영되어야 한다.

I. 서 론

오늘날 위치적 기수법에 따른 산수(arithmetic)는 13세기부터 피보나치(Fibonacci 1180-1250)와 같은 아라비아의 영향을 받은 이탈리아인들이 체계적으로 정리한 것이 발전되어 온 것으로 보인다. 특히, 베니스(Venice)를 비롯한 이탈리아 여러 지방의 상인들은 그들의 상업 거래에서 산수 사용의 중요성을 깨닫기 시작하였다. 14세기경에는 상인들이 복식 부기 방법을 채택하기 시작하였고, 15세기 들어서면서부터는 복식 부기가 금융 관리의 기본 방식으로 자리잡게 되었다. 복식 부기 기법의 보급은 1494년 루카 파치올리(Luca Pacioli)의 *Summa de Arithmetica*와 같은 산수 교과서를 통해서 이루어졌다 (Swetz 1987, p. 13).

물론, 중세의 대학에서도 산수를 가르치고 연구하였다. 그러나, 중세 대학의 교육은 본질적으로 고전적인 것이었으며, 비록 산수가 사과(四科 quadrivium)와 한 교과이긴 하였지만, 당시 스콜라 철학의 영향으로 삼학(三學 trivium)이라 불리는 문법, 논리학, 수사학에 의해 산수의 유용성에 대한 평가는 낮은 편이었다. 따라서, 초기 르네상스 시대의 학생이 상업용 수학을 배우고자 하면, 그는 대학을 찾기보다는 산수의 대가를 찾아가 지도를 받아야 했다(Swetz 1987, pp. 14-15). 이러한 필요성에 따라 이탈리아에는 계산법을 전문적으로 가르치는 소위 산술 학교(reckoning school)라는 것이 생겨나기 시작하였다.

이러한 산술 학교에서 사용되던 교재로 대표적인 것이 1478년 간행된 트레비소 산수 (*Treviso Arithmetic*) 교과서이다. 트레비소는 이탈리아 동북부 베니스 인근에 있는 도시로서 당시 산업과 무역이 발달한 곳이었다. 트레비소 산수 교과서는 트레비소와 베니스 일대의 무역 거래에서 사용되는 산술

1) 서울 교육 대학교 ([135-742] 서울특별시 서초구 서초동 1650)

을 배우고자 하는 학생들을 위한 독학 교과서라고 할 수 있다. 트레비소 산수 교과서는 아라비아 숫자에 대한 소개와 10과 100의 배수에 관한 간단한 지도에 이어, 59와 38의 합을 구하는 방법을 지도하는 내용으로부터 시작한다. 이처럼 초기의 산수 교과서에서 받아올림이 있는 두 자리 수의 덧셈부터 지도하고 있는 것은 이 단계의 덧셈과 뺄셈이 산수의 근간이라고도 말할 수 있음을 보여 주는 것이다.



〈그림 1〉 아버지가 아들을 산술 선생에게 도제로 보내고 있다. (1535년 목판화, Swetz 1987 p. 17)

우리나라에서는 제7차 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서가 2000년에 초등학교 1학년과 2학년부터 적용되기 시작한다. 우리나라의 교육과정은 최근 5년 정도의 주기로 개정되고 있으며, 이미 제8차 교육과정 개정의 절차가 논의되고 있다. 이처럼 주기적으로 개편되는 교육과정에 따른 교과서 개정 과정에 어떤 교수학적 원칙이 어떻게 반영되는지를 파악하고 교수학적으로 보다 효과적인 방안을 모색하는 것은 바람직한 일이다.

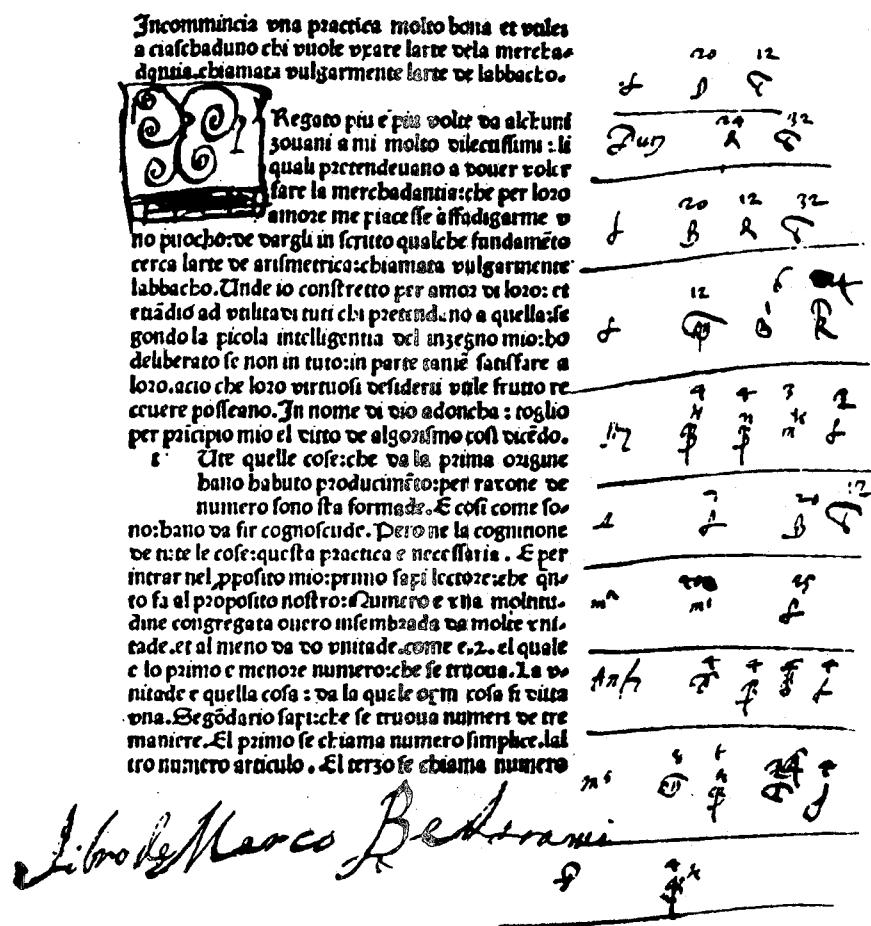
이러한 모색에는 수학적 내용의 지도 방법, 교과서 제시 방법 등에 대한 종래의 방법들이 어떻게 변화되어 왔는지 교수학적 변환의 관점에서 보고, 앞으로 어떤 원리가 적용 가능한지를 알아보는 일이 중요하다. 이때, 초등학교에서 다루는 수학의 모든 내용을 한꺼번에 다루기에 앞서, 중요한 부분을 택하여 분석하는 것은 타당한 방법의 하나이다. 그 중에서도 받아올림이나 받아내림이 있는 덧셈과 뺄셈의 지도는 초등학교 수학 내용 중 핵심이므로 이에 대한 분석은 매우 중요한 의미를 갖는다고 할 수 있다.

II. 본 론

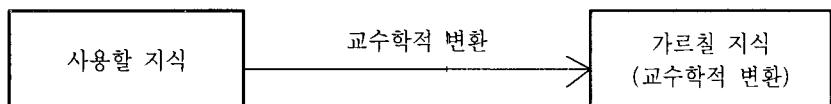
1. 교수학적 변환론의 개요

교수학적 변환론은 인류의 영원한 숙제인 지식의 주관성과 객관성에 대한 타협적 논의의 과정에서 나온 교수학적 산물이다. 교수학적 변환론은 지식을 마치 거기 있는 것인 양 다루고 있지만, 지식은 그 의미가 매우 가변적이며 그 외형은 깨지기 쉬운(fragile) 것임을 인정한다. 모든 지식은 지식의 주체에

의해 밖으로 표현되는 과정에서 형태를 지니게 되며, 안으로 이해되는 과정에서 형태를 벗어버리고 의미를 드러낸다. 이러한 과정이 반복되면서, 지식은 지식을 다루는 인간이 의도하는 목적에 따라 그 의미와 형태가 변형되는데, 특히 가르치려는 목적으로 이루어진 변형의 절차와 산물을 교수학적 변환이라고 부르는 것이다. 교수학적 변환은 대부분 '사용할 지식'으로부터 '가르칠 지식'으로의 변환이다 (강완, 백석윤 1998, pp. 197-207).



〈그림 2〉 트레비소 산수 교과서의 첫 페이지. 밑에는 책 주인의 서명이 적혀 있고, 오른쪽 여백에는 화폐 환산에 관한 문제가 적혀 있다. (Swetz p. 38)



교수학적 변환론은 교육의 3 요소인 교사, 학생, 지식 중 지식에 관심의 초점을 맞춘 것이다. 교수학적 변환을 시도하는 교사의 노력이 어떻게 이루어지며, 이러한 변환을 학생은 어떻게 받아들이는지를 밝혀내려는 것이다.

받아올림이 있는 덧셈과 받아내림이 있는 뺄셈은 사용할 지식으로부터 가르칠 자식으로의 교수학적 변환을 보여주는 대표적인 예이다. 트레비소 산수 교과서에서는 단위 없이 수치만을 가지고 받아올림이 있는 덧셈의 원리가 도입되지만, 이어서 수치가 단위와 함께 나오는 덧셈에 대한 설명이 나온다. 예를 들어, <그림 3>은 트레비소 산수 교과서 6쪽에 나오는 내용으로, 9562 lire 19 soldi 11 pizoli에 892 lire 15 soldi 7 pizoli를 더하는 과정을 설명하는 것이다 (Swetz p. 51).

| | | | |
|------------|-------------|---------------|---------------|
| lire | 9562 | s. i 9 | p. i i |
| lire | 892 | s. i 5 | p. r |
| Sum | lire | i 0455 | s. i 5 |
| | | | p. 6 6 |

<그림 3>

이와 같은 받아올림이 있는 덧셈의 연습은 다양한 여러 가지 단위에 대하여 상당히 많은 분량을 차지 한다. 그러나 오늘날의 산수 교과서에는 받아올림이 있는 덧셈을 지도할 때 수치가 단위와 함께 제시되는 경우를 찾아보기 어렵다. 이것은 단순히 실용적 지식이 퇴화된 것이라고만 보기 어렵다. 단위가 동반되는 수치를 사용하는 방법보다는 교수학적으로 효과적이라고 받아들여지는 여러 가지 장치들을 사용하게 된 것일 뿐이다. 특히, 받아올림이나 받아내림이 있는 덧셈과 뺄셈의 지도를 위해서는 여러 가지 교수학적 고안들이 생겨나게 되었다. 이러한 교수학적 고안에는 계산 과정의 세분화, 생활 장면의 도입, 도식의 사용, 수식의 사용, 세부적인 활동 지시문 등이 있다. 이제 이러한 교수학적 변환들이 어떻게 사용되어 왔는지를 살펴보자.

2. 교과서에 나타난 덧셈과 뺄셈

가. 1차 교과서²⁾

제1차 교육과정은 1955년 8월에 공포되고 그 해부터 국민학교 전학년에 걸쳐서 시행되었다. 받아올림이 있는 두 자리 수의 덧셈과 받아내림이 있는 두 자리 수의 뺄셈은 2학년 2학기에 지도된다. 1학년에서는 +, - 기호를 사용하지 않고 구체적인 경험에 의한 덧셈과 뺄셈의 기초를 다루고, 2학년 1학기에 들어서서 +, - 기호를 도입하였으며, 받아올림, 받아내림이 없는 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 다루다가, 2학기에 들어서서 15+8과 12-8 꼴의 계산을 도입하여 받아올림과 받아내림이 있는 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 다루었다.

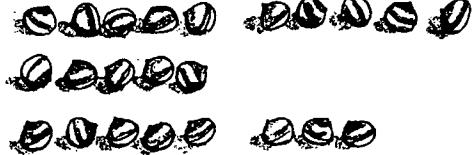
2학년 2학기 교과서 30쪽에서는 15+8의 계산 방법을 지도할 때 밤을 주워 모으는 생활 장면이 실물 삽화와 함께 도입되었고, 15+8에 대한 순이의 계산 방법과 철수의 계산 방법을 비교해 보게 하였다(<그림 4> 참조). 이어서 31쪽에서는 16+7의 계산 방법에 대한 설명이 도식과 함께 나온 후 같은 유형의 덧셈에 대한 연습 문제를 제공하였다(<그림 5> 참조).

뺄셈은 32쪽에서 24-6의 계산에 대하여 생활 장면으로 도입하고, 계산 방법을 몇 가지 보여준 다음 33쪽에서 같은 유형의 뺄셈에 대한 연습 문제를 제공하였다.

2) 교육과정이 개정될 때마다 편의상 시기별로 1차 교육과정, 2차 교육과정 등으로 부르는데, 각 시기의 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서도 편의상 1차 교과서, 2차 교과서 등으로 부르기로 하겠다.

순이는 밥을 15개 줍고, 또 8개를 주웠습니다.

모두 몇 개를 주웠습니까?



순이는 이것을, 5개와 8개는 13개니까, 10개와 13개를 합해서 23개라고 하였습니다.

철수는 다음과 같이 셈을 하였습니다.

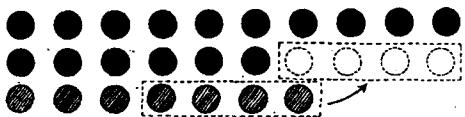
$$15+8=15+5+3=23$$

이것은 어떻게 셈한 것입니까?

〈그림 4〉

16+7은 얼마입니까?

이것은 다음과 같이 셈을 하면 좋습니다.



$$16+7=16+4+3=23$$

35+8은 얼마입니까?

다음 덧셈을 하시오.

| | | | |
|------|------|------|------|
| 31+9 | 73+7 | 82+8 | 36+4 |
| 47+3 | 52+8 | 33+7 | 25+5 |
| 15+8 | 27+6 | 25+9 | 52+9 |
| 35+6 | 38+7 | 27+7 | 56+5 |
| 37+4 | 47+8 | 78+5 | 64+7 |

〈그림 5〉

특이한 것은 덧셈과 뺄셈 알고리즘에 대한 논리적 분석이 엄밀하게 이루어지지 않았다는 점이다. 2학년 2학기에서는 받아내림이 있는 (두 자리 수)-(두 자리 수)에 대한 지도가 없으며 그에 대한 계산 연습 문제도 보이지 않는다. 3학년 1학기에 들어서서 그것도 교과서의 후반부인 106쪽에 가서야 86-59꼴의 연습문제가 등장하는데, 곧이어 108쪽에서는 534-87꼴의 연습문제가 등장한다.

나. 2차 교과서

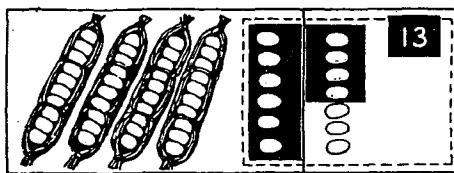
제2차 교육과정은 1963년 2월에 공포되어, 1964년 국민학교 1, 2학년부터 시행되었다. 덧셈과 뺄셈 기호는 1학년 2학기에 도입되며, 그 학기에 받아올림이나 받아내림이 없는 (두 자리 수)±(한 자리 수)의 계산이 지도된다. 2학년 1학기에 들어서서는 받아올림이나 받아내림이 없는 (두 자리 수)±(두 자리 수)를 다룬 후에, 46+7과 53-7꼴의 계산을 도입하여 받아올림이나 받아내림이 있는 계산을 지도하였다.

덧셈의 받아올림에 대한 지도는 2학년 1학기 58쪽에 46+7에 관한 생활 장면을 소재로 도입된다(<그림 6> 참조). 철수의 계산 방법에 대한 설명이 도식과 함께 제공되고, 이어서 같은 덧셈 문제에 대한 영희의 계산 방법이 소개된 다음, 59쪽에서 같은 유형의 덧셈에 대한 연습 문제가 제공된다. 뺄셈은 61쪽에서 53-7에 관한 생활 장면을 소재로 도입되는데, 역시 덧셈과 마찬가지로 철수의 계산 방법과 영희의 계산 방법이 비교된다(<그림 7> 참조). 이때 수수깡 목음의 도식과 세로 형식의 계산이 도입되고, 같은 유형의 뺄셈에 대한 연습 문제는 다음 쪽인 62쪽에서 제공된다.

2차 교과서에서는 받아올림이나 받아내림이 있는 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈의 지도가 이루어지기까지 계산 알고리즘에 대한 세밀한 분석에 따라 지도가 이루어지다가, 일단 받아올림과 받아내림에 대한 지도가 이루어지고 난 다음에는 계산 알고리즘에 대한 지도 속도가 급속히 빨라진다. 예를 들어, 받아내림이 있는 (두 자리 수)-(한 자리 수)를 지도하기 전에 48-28꼴의 계산에 대한 지도가 들어가 있고, 받아올림과 받아내림이 일단 지도된 다음에는 다음 학기인 2학년 2학기에 곧바로 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈에 대한 지도가 이루어지고 있다.

철수네 집 달걀은 어제까지 46 개
였습니다. 오늘은 닭장에서 달걀을 7
개 꺼냈습니다. 모두 몇 개입니까?

철수는 7을 $<\frac{4}{3}$ 으로 나누어서,
 $46+4+3$ 하여 53 개라고 곧 알았
습니다.



영희는 46을 $<\frac{40}{6}$ 으로 나누어서,
 $6+7$ 을 한 것을 40과 합해서 53
개라고 곧 알았습니다.

$$46 + 7 = 53 \text{ 또는 } \frac{46}{+ 7} \overline{53}$$

- 58 -

〈그림 6〉

영희의 아버지는, 영희가 심부름을
잘 했다고 동화책 1권을 사 주셨
습니다. 동화책은 53 페이지입니다.

영희는 이 책을 7페이지 읽었을 때
철수와 함께 몇 페이지 남았나를 알
아보기로 하였습니다. 철수는 7을
 $<\frac{3}{4}$ 로 나누어서, $53-3-4$ 를 하
여 46이라고 곧 알았습니다.



$$53 - 7 = 46 \text{ 또는 } \frac{53}{- 7} \overline{46}$$

이와 달리, 영희는 53을 $<\frac{50}{3}$ 으로
나누어서, $50-7+3$ 을 하여 46이
라고 곧 알았습니다.

- 61 -

〈그림 7〉

다. 3차 교과서

제3차 교육과정은 1973년 2월에 공포되었고, 그 해에 국민학교 1, 2 학년부터 시행되었다. 1960년대에 미국을 중심으로 일어난 “새 수학 운동”的 영향을 받아들인 3차 교과서에서는 덧셈과 뺄셈 기호의 도입이 1학년 1학기로 앞당겨졌고, 받아올림이 있는 덧셈과 받아내림이 있는 뺄셈의 지도는 2학년 1학기 에 27+8, 36-9를 소재로 도입된다.

2학년 1학기 44쪽에서는 생활 장면의 도입 없이, “27과 8의 합을 알아봅시다”라는 문장으로 시작되며, 도식과 세로 형식의 계산이 제시된다(〈그림 8〉 참조). 이어 수의 분해와 덧셈의 결합법칙을 이용한 덧셈 전개식이 나오고, 세로 형식의 계산 알고리즘이 제공된다. 세로 형식의 계산 알고리즘 지도는 1, 2차 교과서에는 없었던 것으로, 3차 교과서 이후 매 시기의 교과서마다 등장하게 된다. 다음 쪽인 45쪽에는 같은 유형의 덧셈에 대한 연습 문제가 제공된다.

27과 8의 합을 알아봅시다.

27
+ 8
—
35

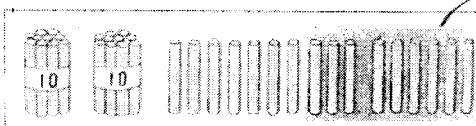
또, 다음과 같이 생각할 수도 있
습니다.

$$\begin{aligned} 27 + 8 &= (20 + 7) + 8 \\ &= 20 + (7 + 8) \\ &= 20 + 15 \\ &= 35 \end{aligned}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\begin{array}{r} 27 \\ + 8 \\ \hline 35 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 27 \\ + 8 \\ \hline 35 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 27 \\ + 8 \\ \hline 35 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 27 \\ + 8 \\ \hline 35 \end{array}$ |
| $7 + 8 = 15$ | $20 = 20$ | $15 + 20 = 35$ | |

〈그림 8〉

36과 9의 차를 알아봅시다.



또, 다음과 같이 생각할
수도 있습니다.

$$\begin{aligned} 36 - 9 &= (20 + 16) - 9 \\ &= 20 + (16 - 9) \\ &= 20 + 7 \\ &= 27 \end{aligned}$$

| | | | |
|--|--|--|--|
| $\begin{array}{r} 21 \\ 36 \\ - 9 \\ \hline 7 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 21 \\ 36 \\ - 9 \\ \hline 7 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 21 \\ 36 \\ - 9 \\ \hline 7 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 21 \\ 36 \\ - 9 \\ \hline 7 \end{array}$ |
| $16 - 9 = 7$ | $20 = 20$ | $7 + 20 = 27$ | |

〈그림 9〉

46쪽에서는 같은 방식으로 받아내림이 있는 (두 자리 수)-(한 자리 수)의 뱀셈에 대한 지도가 시작되는데, “36과 9의 차를 알아봅시다”라는 문장에 이어, 도식, 세로 형식의 계산, 뱀셈 전개식, 세로 형식의 계산 알고리즘이 나오고, 다음 쪽인 47쪽에 같은 유형의 뱀셈에 대한 연습 문제가 제공된다(〈그림 9〉 참조).

3차 교과서에서는 생활 장면을 도입하지 않았다는 특징과 함께, 받아올림과 받아내림이 있는 계산의 지도 시기를 받아올림과 받아내림이 없는 세 자리 수의 덧셈과 뱀셈의 지도 다음으로 늦추었다는 점이 특징이다. 즉, 35쪽부터 세 자리 수의 덧셈과 뱀셈 단원이 시작되는데, 같은 43쪽까지 받아올림이나 받아내림이 없는 세 자리 수의 덧셈과 뱀셈이 지도된 다음, 44쪽부터 받아올림이나 받아내림이 있는 (두 자리 수)±(한 자리 수)의 계산 지도가 시작된다.

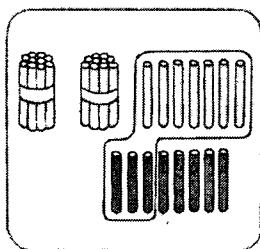
라. 4차 교과서

제4차 교육과정은 1981년 12월에 고시되어 1982년 국민학교 1, 2, 3 학년부터 시행되었다. 특히, 국민학교 1학년 산수 교과서는 자연 교과서와 통합하여 ‘슬기로운 생활’이라는 통합 교과서로 나타났는데, 각 교과의 내용이 융합되기보다는 수학적 내용을 자연 교과의 소재를 빌어 도입하는 수준의 통합에 머문 것이었다. 덧셈과 뱀셈 기호의 도입은 1학년 1학기에 이루어졌고, 1학년 2학기에는 받아올림과 받아내림이 없는 두 자리 수의 덧셈과 뱀셈 지도가 이루어졌으며, 2학년 1학기 산수 교과서는 첫 단원인 “세

자리 수”에 이어, 둘째 단원인 “덧셈과 뺄셈 (1)”에서 곧바로 $27+8$, $36-9$ 꼴의 계산 지도가 시작된다. 이러한 받아올림이나 받아내림이 있는 (두 자리 수)±(한 자리 수)의 도입 시기는 3차 교과서에 비해 앞당겨진 것이다. 4차 교과서 이후, 기초적인 덧셈과 뺄셈의 계산에 대한 이러한 지도 순서와 시기는 큰 변화가 없다.

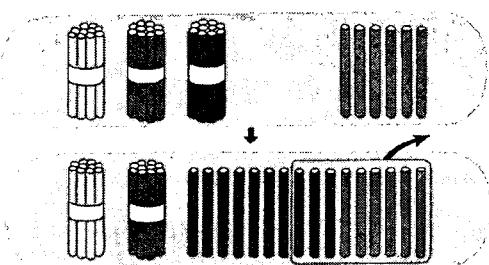
3차 교과서와 마찬가지로, 4차 교과서도 16쪽에서 생활 장면의 도입 없이 “27과 8의 합을 알아봅시다”라는 차시명이 시작되는데, 지도 내용을 설명하는 문장 없이 도식, 덧셈식, 덧셈 전개식, 덧셈 전개식 연습이 나온다(<그림 10> 참조). 그 다음 쪽인 17쪽에서는 세로 형식의 계산 알고리즘에 대한 설명과 연습, 같은 유형의 덧셈에 대한 연습 문제가 제공된다.

27과 8의 합을 알아봅시다.



$$27+8=35$$

36과 9의 차를 알아봅시다.



$$36-9=27$$

$$\begin{aligned} 27+8 &= (20+7)+8 \\ &= 20+(7+8) \\ &= 20+15 \\ &= 35 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ + 8 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 36-9 &= (20+16)-9 \\ &= 20+(16-9) \\ &= 20+7 \\ &= 27 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 9 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 17+8 &= (10+\square)+8 \\ &= 10+(\square+8) \\ &= 10+\square \\ &= \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7+8 &= \square \\ 17+8 &= \square \\ 27+8 &= \square \\ 37+8 &= \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 26-9 &= (10+\square)-9 \\ &= 10+(\square-9) \\ &= 10+\square \\ &= \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16-9 &= \square \\ 26-9 &= \square \\ 36-9 &= \square \\ 46-9 &= \square \end{aligned}$$

<그림 10>

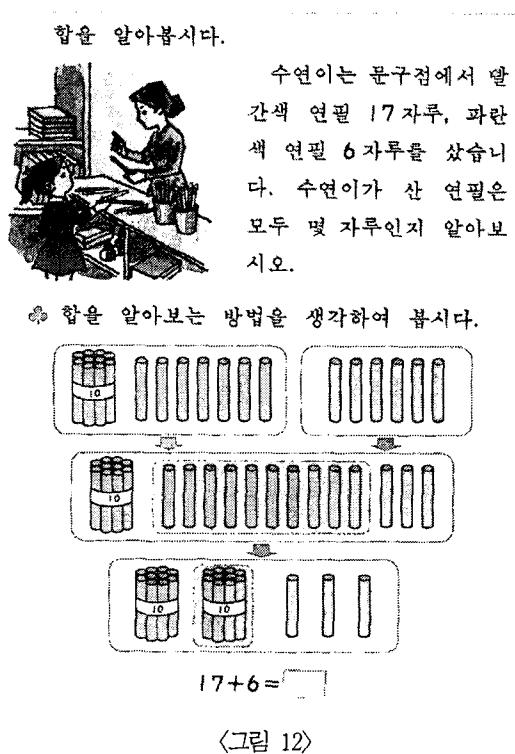
<그림 11>

4차 교과서는 3차 교과서에 비해 계산 알고리즘에 대한 분석이 매우 세부적으로 이루어졌다는 특징을 지닌다. 특히, 1학년 2학기에서는 합이 10이 되는 덧셈에 대한 지도로부터 시작하여 받아올림이나 받아내림이 없는 덧셈과 뺄셈의 지도가 이루어지기까지 덧셈과 뺄셈의 계산 알고리즘의 지도가 무려 25 단계로 나뉘어 제시되고 있다. 또한, 덧셈 전개식과 뺄셈 전개식을 중시하여 이에 대한 연습 문제가 제시되기까지 하였다.

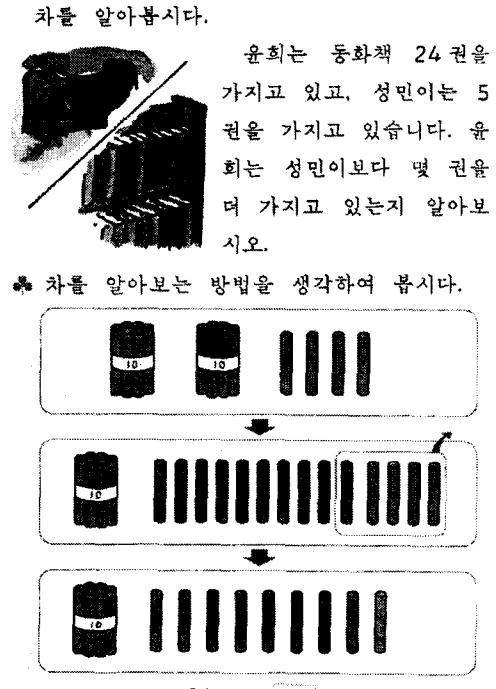
마. 5차 교과서

제5차 교육과정은 1987년 6월 고시되었고, 1989년 국민학교 1, 2, 3 학년부터 시행되었다. 4차 교과서에서와 마찬가지로, 1학년 1학기에서 덧셈과 뺄셈 기호가 도입되었고, 1학년 2학기에서는 받아올림이나 받아내림이 없는 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈이 지도되며, 2학년 1학기에서 세 자리 수의 지도에 이어 받아올림이나 받아내림이 있는 (두 자리 수)±(한 자리 수)가 지도된다.

2학년 1학기 교과서 14쪽에서는 “합을 알아봅시다”라는 차시명 아래, $17+6$ 에 대한 생활 장면이 삽화를 곁들여 도입되고, 이어 합을 구하는 방법에 대한 사고 과정을 도식과 함께 유도하였다(<그림 12> 참조). 다음 쪽인 15쪽에서는 세로 형식의 계산 알고리즘이 지도되고 이어 같은 유형의 덧셈에 대한 연습 문제가 제공된다.



<그림 12>



<그림 13>

뺄셈도 “차를 알아봅시다”라는 차시명 아래 덧셈과 같은 방법으로 삽화를 곁들인 생활 장면 도입, 도식을 통한 차 구하는 방법의 사고 과정 유도가 17쪽에 제시되고, 18쪽에서는 세로 형식의 계산 알고리즘에 대한 지도가 이루어진다(<그림 13> 참조).

5차 교과서부터는 다시 생활 장면의 도입이 중시된다. 특히 수학적 내용과 무관한 삽화를 통해 자연스러운 생활 장면의 도입을 강조하였다. 3차 교과서와 4차 교과서에 보였던 덧셈 전개식과 뺄셈 전개식이 사라졌다.

바. 6차 교과서

제6차 교육과정은 1992년 9월 고시되었고, 1995년 초등학교 1, 2 학년부터 시행되었다. 덧셈과 뺄셈의 기초적 내용에 대한 지도 순서와 시기는 5차와 차이가 없다.

받아올림이나 받아내림이 있는 (두 자리 수)±(한 자리 수)의 지도 방법의 구성도 5차 교과서와 별 차이 없이, 삽화를 곁들인 생활 장면의 도입, 합 또는 차를 구하는 방법에 대한 사고 과정 유도와 이를 위한 도식, 세로 형식의 계산 알고리즘 지도와 그에 대한 연습, 이어 같은 유형의 덧셈이나 뺄셈에 대한 연습 문제 제공 등의 순서로 제시된다.

받아올림이나 받아내림이 있는 (두 자리 수)±(한 자리 수)의 지도에 관한 한, 6차 교과서는 5차 교과서의 틀을 크게 벗어나지 않았다. 다만, 계산 방법에 대한 사고 과정 유도를 위한 도식이 보다 간략하게 되었고, 계산 연습 문제가 늘어나 두 쪽에 걸쳐 제공되었다는 점이 달라진 주된 내용이었다.

사. 7차 교과서

제7차 교육과정은 1997년 12월 고시되었고, 2000년 초등학교 1, 2 학년부터 시행된다. 제7차 교육과정은 수준별 교육과정으로 불리는 데, 초등학교 1학년에서 고등학교 1학년까지를 국민공통기본교육 기간으로 설정하고, 이 기간의 수학 교과에 단계형 수준별 교육과정을 적용하여 10개 학년을 20 단계로 나누어 수학 지도 내용을 제시하였다. 결국, 실질적으로는 각 교육과정상의 소단계가 각 학년의 학기에 해당된다. 즉, 1-가 단계는 1학년 1학기, 1-나 단계는 1학년 2학기 등과 같이 대응된다. 따라서, 교육과정상의 내용 제시가 학기별로 세분화됨으로써, 이전 시기의 교육과정에서처럼 학년 내에서 학기 사이에 지도 내용을 이동할 수 없게 되었다.

받아올림이나 받아내림이 있는 (두 자리 수)±(한 자리 수)의 지도에 이르기까지 내용 제시의 순서나 시기는 4차 교과서 이후 7차 교과서까지 큰 변화가 없다. 그러나, 7차 교과서에서는 덧셈과 뺄셈에 대한 지도 방법 제시가 4, 5, 6차 교과서에 비해 크게 달라졌다. 즉, 내용 제시 방법에 있어서 정적인 설명이나 소극적인 암시 방법보다는 수 모형 등 구체적 조작물을 동원한 동적인 활동과 단계별 발문을 통해 계산 방법에 대한 사고 과정을 적극적으로 유도하는 방법을 사용한 것이다.

7차 교과서는 2-가 단계 교과서의 20쪽에서 27+8에 대한 생활 장면이 삽화와 함께 도입된 후, 이를 바탕으로 수 모형을 이용하여 27과 8의 합을 알아보는 활동 1이 제시된다(<그림 14> 참조). 이 활동은 계산 알고리즘에 대한 분석보다는 수 감각을 통해 합의 개념을 유도하기 위한 것으로서 그 다음 쪽에 나오는 활동 2와 구별된다. 활동 2는 받아올림이 있는 덧셈의 계산 알고리즘을 알아보기 위한 것인데, 활동 2를 도입하기에 앞서, 이러한 계산 알고리즘의 선수 학습 요소인 합이 (십 몇)이 되는 한 자리 수의 덧셈을 다시 생각해 보는 도식이 ‘배운 것을 다시 생각하기’라는 형식으로 제공된다.

이어 21쪽의 활동 2는 받아올림의 과정을 이해시키기 위한 활동이 단계적 발문을 통해 제시되는데, 특히 학생의 자발적이고 자유로운 사고 활동을 촉진하기 위하여 “왜 그렇게 생각했습니까?”라는 발문을 함께 제시하고 있다. 활동 2 다음에는 이러한 알고리즘을 세로 형식의 계산으로 형식화시키는 도식이 제공되고, 이어서 같은 유형의 덧셈에 대한 연습 문제가 제공된다(<그림 15> 참조).

받아내림이 있는 뺄셈도 덧셈의 경우와 마찬가지로, 생활 장면이 삽화와 함께 도입되고, 수 감각을 통해 차의 개념을 유도하는 활동 1, 받아내림이 있는 뺄셈 알고리즘의 기초를 상기시키기 위한 배운 것을 다시 생각하기, 뺄셈 알고리즘의 이해를 위한 활동 2, 세로 형식의 계산 알고리즘, 같은 유형의 뺄셈에 대한 연습 문제의 순서로 제시된다.

7차 교과서에서는 삽화나 도식 또는 설명을 통한 이해보다 학습자의 활동 자체를 통한 이해가 매우 강조되고 있다. 이를 위해서, 학생의 활동 결과를 미리 보여주게 되는 구체물 삽화나 도식의 사용이 절제되었다. 또한, 계산 알고리즘의 획일화를 막기 위해 여러 가지 계산 방법을 강조하였다.

더샘을 알아봅시다.

생활에서 알아보기

냉장고 위칸에 달걀이 27 개, 아래칸에 8 개 있습니다.
달걀은 모두 몇 개인지 알아보시오.

준비물 삼 모형, 날개 모형

활동 ① 27+8은 얼마인지를 수 모형으로 알아보시오.
○ 27+8은 얼마인니까?
○ 왜 그렇게 생각했습니까?
○ 배운 것을 다시 생각하기
날개 모형 7과 8의 합을 알아보시오.

$7 + 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

〈그림 14〉

- 활동 ②** 수 모형을 가지고 27+8을 어떻게 계산하면 좋은지 알아보시오.
※ 27과 8의 수 모형을 놓으시오.
※ 날개끼리 더하시오.
※ 날개끼리 더하면 삼 모형 몇 개, 날개 모형 몇 개가 됩니까?
※ 27+8은 얼마인니까?
※ 왜 그렇게 생각했습니까?

활동 ③ 합을 구하는 방법

위에서 알아본 것을 식으로 써 봅시다.

| | | |
|-----|-----|---|
| 7 : | 8 : | $\begin{array}{r} 27 \\ + 8 \\ \hline 35 \end{array}$ |
|-----|-----|---|

〈그림 15〉

연결 의회기

다음 덧셈을 하시오.

| | | |
|--|--|--|
| $\begin{array}{r} 45 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 69 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 83 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$ |
|--|--|--|

3. 분석

가. 생활 장면의 도입

교과서에서 수학적 개념이나 절차를 지도하기 위한 도입 활동으로 생활 장면을 도입하는 방법은 3차 교과서와 4차 교과서를 제외한 모든 시기의 교과서에 사용되었다. 이 방법은 수학적 개념이나 절차가 학습자에게 의미를 지니도록 하는 교수학적 고안으로서, 학습자의 학습 동기 유발과 수학적 지식의 의미 있는 활용을 목표로 한 가개인화/가배경화(강완, 백석윤 1998, pp. 200-202)가 이루어진 것으로 해석된다.

3, 4차 교과서에서 이러한 생활 장면의 도입을 시도하지 않은 것은 수학적 지식과 실세계와의 연관성에 대한 고려보다는 새 수학의 영향으로 수학의 구조적 측면을 강조한 결과라고 볼 수 있다. 따라서, 3, 4차 교과서에서의 가개인화/가배경화는 형식적 고착(formal abidance) 현상(강완, 백석윤 p. 204)이 나타날 가능성이 높은 교수학적 변환이다. 실제로 4차 교과서에서 보게 되는 덧셈 전개식과 뺄셈 전개식은 이러한 형식적 고착의 전형적 예라고 할 수 있다.

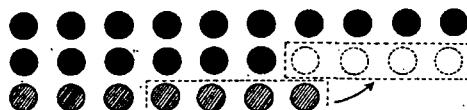
생활 장면의 도입은 1, 2차 교과서에서 사용한 방법과 5, 6, 7차 교과서에서 사용한 방법 사이에 차이

가 있음을 알 수 있다. 1, 2차 교과서에 사용한 방법은 생활 장면의 수학 외적 상황을 그대로 수학적 개념이나 절차의 이해를 위한 지도에 적용하는 포괄적 방법이라고 할 수 있으나, 5, 6, 7차 교과서에 사용한 방법은 생활 장면의 수학 외적 상황이 이후 무시되고 수학적 요소만을 적용하는 한정적 방법이라고 할 수 있다. 수학 외적 상황을 계속 적용하는 포괄적 방법은 학습을 위한 인식 과정의 개인화/배경화를 강력히 지원한다. 5, 6, 7차 교과서에서는 수학 외적 상황을 곧바로 털어내고 수학적 요소만을 다루는 한정적 방법을 사용하였으나, 인식 과정의 개인화/배경화를 지원하는 수단으로 배경 삽화를 사용하였다. 이 삽화는 수학 외적 요소로서, 교과서를 제작하는 사람들 일부는 이것을 ‘분위기 띄우는 그림’이라고 부르기도 한다.

생활 장면의 도입은 수학적 지식의 의미 충실한 학습을 위해서 꼭 필요한 교수학적 변환이다. 생활 장면의 도입을 위해 사용된 수학 외적 요소들을 이후 곧바로 무시하기보다는 적극 활용하기를 바라는 것이 이러한 교수학적 가개인화/가배경화의 의도라고 보아야 할 것이다. 그러나, 실제로 수학 외적 요소의 적극적 사용은 교과서보다는 교실 수업을 이끄는 교사에 의해서 시도되는 것이 효과적이다. 교실 수업에서 수학 외적 요소를 활용하는 방법으로는 연극(drama) 기법과 같은 것이 있다.

나. 도식의 사용

계산 알고리즘의 이해를 돋기 위한 도식이 1차에서 7차까지 모든 시기의 교과서에 사용되고 있다. 이러한 도식은 생활 장면에 사용된 수학 외적 요소를 나타내는 삽화와 구별된다. 계산 알고리즘의 이해를 돋기 위한 도식은 구체물형(<그림 16> 참조)과 수식기호형(<그림 17> 참조)으로 분류된다. 구체물형은 지도하려는 수량의 관계를 구체물 또는 반구체물로 나타낸 삽화이다. 반구체물형을 사용할 경우는 구체물형을 사용할 경우에 비해서 수학적 개념이나 절차의 추상화 과정을 지원한다. 구체물형의 도식에서는 수량의 전체와 부분, 또는 고쳐 묶기(regrouping)를 나타내는 테두리 선과 수량의 이동을 나타내는 화살표의 사용이 필수적이다.



<그림 16>

$$15 + 8 = \overbrace{15 + 5}^{20} + 3 = 23$$

<그림 17>

수식기호형은 지도하려는 계산 알고리즘과 그에 대한 보완적 설명을 동시에 표현하려는 교수학적 고안으로서, 1차 교과서와 2차 교과서에서는 가로 형식의 계산에 대한 설명에 사용되었고, 3차 교과서 이후에는 세로 형식의 계산에 색도 인쇄를 함께 사용하였다. 특히, 2차 교과서에는 가로 형식의 계산을 식보다는 문장으로 설명하는 가운데 더하는 수를 분해하는 과정에 대한 설명을 할 때 간단한 기호를 사용하였다(<그림 6, 7> 참조).

구체물형 도식은 받아올림이나 받아내림의 과정에 대한 수 감각을 기르는 데 도움이 될 것으로 예상 되기는 하지만, 고쳐 묶기를 나타내는 테두리 선과 수량의 이동을 나타내는 화살표 등을 사용할 때 일어 나는 메타 인지적 이동이 최소화되도록 하여야 한다. 수식기호형 도식은 초기에는 이음표나 수형도 등의 기호를 사용하다가 3차 교과서 이후 색도 인쇄 방법을 사용하였다. 그러나, 이러한 교수학적 변환으

로서의 도식의 사용은 받아올림이나 받아내림이 있는 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈의 학습에 어떤 도움이 되는지 알기 위해 보다 철저한 분석과 연구가 필요하다.

다. 전개식의 사용

받아올림이나 받아내림의 원리를 설명하기 위한 덧셈 전개식과 뺄셈 전개식은 3차 교과서와 4차 교과서에서 사용되었다. 이러한 전개식은 덧셈의 결합법칙에 근거한 것인데, 뺄셈의 경우에는

$$\begin{aligned} 36 - 9 &= (20 + 16) - 9 \\ &= 20 + (16 - 9) \\ &= 20 + 7 \\ &= 27 \end{aligned}$$

과 같이 처리하였으나, 뺄셈이 덧셈에서 역원을 더하는 것과 같은 원리를 배우지 않은 학생들에게는 결합법칙이 무리하게 적용되는 오류를 범하고 있다.

덧셈 전개식과 뺄셈 전개식의 사용은 교수학적 변환의 전형적인 형식적 고착 현상으로서, 4차 교과서에는 이러한 전개식의 과정에 대한 연습 문제까지 제공되었다. 5차 교과서 이후로는 이러한 전개식이 사용되지 않았으나, 다음에 논의될 세로 형식의 계산 기능 지도와 관련하여 기능 숙달을 위해 비효율적인 과정을 거치게 하는 요인을 남겨 놓았다.

라. 세로 형식의 계산

덧셈과 뺄셈 계산의 세로 형식은 트레비소 산수 교과서에서 볼 수 있듯이 아주 오랜 전통을 지닌 것이다. 그러나, 브라우넬(Brownell 1940, p. 415)이 지적하듯이 세로 형식의 계산 알고리즘은 아직도 학생들에게 어려움을 주는 학습 요소로 지적된다. 특히, 3차 교과서 이후에는 세로 형식의 계산 과정을 설명할 때 개념적 지식을 강조하는 형태(<그림 18> 참조)가 제시되는데 이것은 계산 기능을 직접적으로 요구하는 형태(<그림 19> 참조)와는 거리가 있는 것으로서, 초등학교 2학년 학생들의 입장에서는 기능 숙달 과정에서 혼동을 일으키는 경우도 생길 수 있다.

$$\begin{array}{r} 36 \\ +28 \\ \hline \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 36 \\ +28 \\ \hline 14 \\ 50 \\ \hline 64 \end{array}$$

<그림 18>

$$\begin{array}{r} 36 \\ +28 \\ \hline 4 \end{array}$$

<그림 19>

$$\begin{array}{r} 36 \\ +28 \\ \hline 64 \end{array}$$

3차 교과서에서는 개념 강조형이 기능 강조형에 대비 보완적 선수 요소로서 비교적 간단히 취급되었

으나, 4차 교과서부터는 이에 대한 연습 문제까지 제시되었다. 6차 교과서까지 계속된 개념 강조형의 세로 형식 계산은 3, 4차 교과서에서 사용된 덧셈 전개식과 뺄셈 전개식의 영향을 받은 것으로 보인다. 7차 교과서에서는 개념 강조형의 세로 형식 계산이 등장하지 않는다.

마. 구체물의 사용과 활동 세부 제시 방법

덧셈과 뺄셈의 기본 원리를 지도하기 위한 구체물의 사용은 1차 교과서 이후 모든 시기의 교과서에서 찾아 볼 수 있다. 1차 교과서에서는 밤알이 제시되었고, 2차 교과서에서는 달걀(10개 묶음 줄과 낱개)이 제시되는 등, 생활에서 보는 실제적인 물건을 소재로 하였다. 3차 교과서부터 6차 교과서까지는 수수깡 묶음과 낱개가 사용되어 조작 활동을 위한 교구로서의 구체물이 등장하였다.

7차 교과서에서는 십 모형과 낱개 모형 등 수 모형이 사용되었는데, 이 수 모형에 대한 아이디어는 디너스 블록(Dienes blocks)에 기초한 것이다(김남희 1999, p. 305). 디너스 블록 중 특히 십진블록의 경우에는 각 구성 요소에 대하여 Unit, Long, Flat, Block 등으로 이름을 붙이는데, 7차 교과서에는 이것을 낱개 모형, 십 모형, 백 모형, 천 모형 등으로 번안하여 사용하였다.

구체물을 사용하는 방법은 각 시기의 교과서에 따라 4 가지 형태로 제시되었다. 1차 교과서와 2차 교과서에서는 구체물을 사용하여 사고하는 과정에 대한 설명이 문장으로 제시되었다(단순 설명 제시형 <그림 20>). 3차 교과서와 4차 교과서에서는 구체물 조작을 통해 알아보려는 계산 원리가 전개식의 형태로 제시되었다(전개식 제시형 <그림 21>).

$$36 - 9 = (20 + 16) - 9$$

$$\begin{aligned} \text{순이는 이것을, } 5 \text{ 개와 } 8 \text{ 개는} \\ 13 \text{ 개니까, } 10 \text{ 개와 } 13 \text{ 개를 합} \\ \text{해서 } 23 \text{ 개라고 하였습니다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 20 + (16 - 9) \\ &= 20 + 7 \\ &= 27 \end{aligned}$$

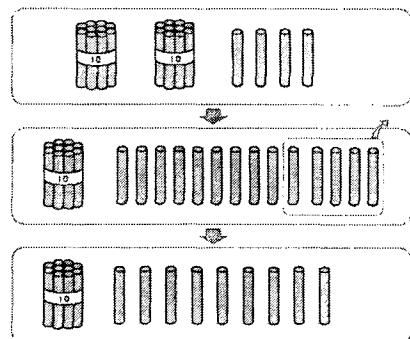
〈그림 20〉

〈그림 21〉

5차 교과서와 6차 교과서에서는 삽화만을 제시하고 이에 대한 설명이나 전개식을 제공하지 않음으로써, 삽화를 이용하여 교실 수업에서 활용할 것을 암시하였다(암시형 <그림 22>). 7차 교과서에서는 계산 절차에 따라 구체물을 조작하는 과정이 활동으로 나타나도록 직접 지시하고 있다(직접 지시형 <그림 23>).

직접 지시형을 택한 이유는 5, 6차 교과서에 사용된 암시형의 경우, 구체물에 대한 삽화가 계산 절차에 대한 모든 활동 과정을 이미 다 포함하고 있어서, 직접적 활동을 통한 사고보다는 그림으로부터 간접적 활동을 통해 사고가 이루어지는 것이 바람직하지 않다고 간주하였기 때문이다. 그러나, 이렇게 직접 활동을 통해 얻은 수학적 개념이 형식화되기 위해서는 시각적 표현 과정을 거쳐야 하는데, 7차 교과서에서도 계산 알고리즘을 정리하는 단계에서는 구체물 조작 과정을 표현한 도식을 다시 사용하였음에서도 볼 수 있듯이, 구체물 사용 방법의 지도는 시각적 표현과 분리하여 생각하기 어려운 것이다.

☞ 차를 알아보는 방법을 생각하여 봅시다.



〈그림 22〉

활동 2 수 모형을 가지고 $27+8$ 을 어떻게 계산하면 좋은지 알아보시오.

※ 27과 8의 수 모형을 놓으시오.

※ 남게 끼리 더하시오.

※ 남개끼리 더하면 십 모형 몇 개, 남개 모형 몇 개가 됩니까?

※ $27+8$ 은 얼마입니다?

※ 왜 그렇게 생각했습니까?

〈그림 23〉

바. 또 다른 지도 방법이 시도될 수 있는가?

아라비아 숫자를 사용한 위치적 기수법이 등장하고, 이에 따른 덧셈과 뺄셈을 지도하는 방법이 모색되어 온 아래, 전통적으로 일의 자리부터 계산하는 세로 형식의 계산 방식이 주류를 형성하였다. 그러나, 아동에게도 그러한 방식은 고유한 것이 아니다. VHS 테이프 Double Column Addition에서는 미리 덧셈이나 뺄셈의 형식을 교사로부터 지도 받지 않은 여려 아동이 다양한 계산 방식을 생각해낼 수 있다는 것을 보여 준다 (NCTM 1989). 교사는 이러한 아동의 불완전하기까지 한 사고 과정을 받아들이고 적극적으로 표현하게 한다. 피아제의 심리학적 이론에 따른 구성주의적 학습관에 의거한 수업 진행이 이루어지고 있는 것이다.

7차 교육과정에서도 여러 가지 계산 방법을 강조하고 있다. 앞으로 미래의 어린이들은 덧셈이나 뺄셈을 어떻게 받아들이게 될 것인가? 우리에게는 익숙해진 일의 자리부터 시작하는 세로 형식의 계산 방식을 그들에게도 확실 되게 받아들이게 할 것인가? Double Column Addition에서 보는 다양한 형태의 접근을 교과서에 어떻게 표현할 것인가? 7차 교과서에 등장하기 시작한 “왜 그렇게 생각하였습니까?”라는 발문은 이러한 개방적 지도 방법에 대한 실마리를 제공할 것으로 보인다. 학생들이 그들의 생각을 드러내도록 하는 교수학적 고안으로서 이보다 더 근본적인 방법은 없기 때문이다.

III. 요약 및 결론

1, 2차 교과서에서 볼 수 있는 교수학적 변환은 비교적 덜 구조화된 것이다. 때로는 친근한 느낌을 주기도 하는 이러한 방법은 교과서에 사용된 긴 문장에 부담을 느끼지 않는 아동에게는 혼자 읽고 공부 할 수 있다는 장점도 지닐 수 있지만, 교실 수업에서는 교사의 일방적 설명에 의존하게 한다.

3, 4차 교과서에서는 새 수학의 영향을 받아 계산 원리에 대한 이해를 돋는 교수학적 고안이 학생의 인지적 상황보다는 수학적 논리적 원리에 의존하고 있다. 이러한 방법은 교수학적 변환을 분석하여야 하는 교사의 입장에서는 도움이 되는 것이지만, 학습자의 입장에서는 여러 가지 개념적 혼선을 불러올 수 있다.

5, 6차 교과서에서는 교수학적 변환이 비교적 절충적이고 안정적인 형태를 지니고 있다. 생활 장면의 재도입으로 수학적 개념의 실세계 연관성을 강조하였으나, 세로 형식의 계산에서는 개념 제시형과 기능 제시형을 병행하여 새 수학의 영향에서 아직도 벗어나고 있지 못하다. 그러나,

내적 동기 부여 → 수학적 원리 탐색 → 수학화

라는 지도 순서가 안정된 형태로 자리잡혀 있다.

7차 교과서에서는 교수학적 변환이 수학적 내용의 제시보다는 탐구 활동을 통한 수학적 개념의 형성에 초점을 맞추고 있다. 학생이 해야 할 활동을 직접적이고 세부적으로 지시하는 방식을 취하고 있는데, 이러한 방식이 문장을 통해 표현될 때 일어날 수 있는 교사 역할의 한계에 대하여 보완되어야 한다.

덧셈과 뺄셈의 기초적 원리에 대한 지도 방법은 오랜 전통을 지닌 것으로서, 이에 대한 교과서 전개 방식에 큰 변화가 있을 수 없을 것이라는 생각이 들게 되지만, 의외로 각 시기의 교과서마다 계산 알고리즘에 대한 분석이 서로 다른 특징을 보인다. 계산 방법의 지도는 뻔한 것이므로 지루하고 따분한 것이 려니 하는 선입관은 잘못된 것이다. 구성주의 학습관에 의거한 학습자 주도의 학습을 위한 교과서의 제작을 위해서도 이에 대한 연구가 보다 심도 있게 이루어져야 한다.

참고 문헌

- 강완 외 18인 (역) (1998). *초등 수학 학습 지도의 이해*. 서울: 양서원.
- 강완, 백석윤 (1998). *초등수학교육론*. 서울: 동명사.
- 교육부 (1996). 수학 1-1, 1-2, 2-1, 2-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- 교육부 (2000). 수학 1-가, 1-나, 2-가, 2-나. 서울: 대한교과서주식회사.
- 김남희 (1999). 수학의 기본 구조 지도와 딘즈 블록. *대한수학교육학회지 학교수학* 1(1), 305-324.
- 문교부 (1955). 산수 1-1, 1-2, 2-1, 2-2. 서울: 대한문교서적주식회사.
- 문교부 (1965). 산수 1-1, 1-2, 2-1, 2-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- 문교부 (1979). 산수 1-1, 1-2, 2-1, 2-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- 문교부 (1983). 산수 1-1, 1-2, 2-1, 2-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- 문교부 (1989). 산수 1-1, 1-2, 2-1, 2-2. 서울: 국정교과서주식회사.
- Brownell, William A. (1940). Borrowing in Subtraction. *Journal of Educational Research* 33, 415-424.
- Mueller, Francis J. (1956). *Arithmetic: Its Structure and Concepts*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc.
- NCTM (1989). *Double-Column Addition: A Teacher Uses Piaget's Theory* (VHS Tape).
- Rosenquist, Lucy Lynde (1949). *Young Children Learn to Use Arithmetic*. Boston: Ginn and Company.
- Swetz, Frank J. (1987). *Capitalism and Arithmetic: The New Math of the 15th Century*. La Salle, IL: Open Court.

<Abstract>

Teaching Addition and Subtraction with Reduction in Elementary Mathematics Textbooks

Kang, Wan³⁾

Although methods about teaching basic principles and skills of addition and subtraction is long traditional, view points of interpreting those algorithms and ways of introducing those calculating skills are various according to textbooks at each historical stage of elementary mathematics curriculum development in Korea. The 1st and 2nd stage shows didactic transpositions less systemic. In the 3rd and 4th stage, didactic devices, which were influenced by the new math, for help of understanding the principles of addition and subtraction muchly depends on mathematical and logical mechanism rather than psychological and intellectual structure of students who learn those algorithms. Relatively compromising and stable forms appear in the 5th and 6th stages. Didactic transpositions in the 7th stage focus on the formation of mathematical concepts by exploration activities rather than on the presentation of mathematical contents by text. Anyone who wishes to design an elementary mathematics textbooks based upon the constructive view should consider the suggestions derived from such transition.

3) Seoul National University of Education (1650 Seocho-dong, Seocho-gu, Seoul 137-742, Korea.
Tel: 02-3475-2442; FAX: 02-3475-2263; E-mail: wkang@ns.seoul-e.ac.kr)