

엔진실린더내의 유동해석을 위한 수치해석방법

최종욱^{*1}, 이용호^{*2}, 박찬국^{*3}

Numerical Analysis Method for the Flow Analysis in the Engine Cylinder

J. W. Choi, Y. H. Lee, C. K. Park

In general, FDM(finite difference method) and FVM(finite volume method) are used for analyzing the fluid flow numerically. However it is difficult to apply them to problems involving complex geometries, multi-connected domains, and complex boundary conditions. On the contrary, FEM(finite element method) with coordinates transformation for the unstructured grid is effective for the complex geometries. Most of previous studies have used commercial codes such as KIVA or STAR-CD for the flow analyses in the engine cylinder, and these codes are mostly based on the FVM. In the present study, using the FEM for three-dimensional, unsteady, and incompressible Navier-Stokes equation, the velocity and pressure fields in the engine cylinder have been numerically analyzed. As a numerical algorithm, 4-step time-splitting method is used and ALE(arbitrary Lagrangian Eulerian) method is adopted for moving grids. In the Piston-Cylinder, the calculated results show good agreement in comparison with those by the FVM and the experimental results by the LDA.

Key Words: Finite Element Method(유한요소법), 4-Step Time-Splitting Method(4단계 시간분할방법), Engine Cylinder(엔진실린더), Moving Grids(움직이는 격자), ALE Method(ALE 방법)

1. 서론

엔진실린더내의 유동해석은 복잡한 형상과 움직이는 경계로 인하여 매우 복잡하고 난해하다. 이러한 이유로 대부분의 엔진실린더내의 유동해석은 KIVA나 STAR-CD와 같은 상용프로그램이 이용된다[1,2]. 물론 이러한 상용프로그램들에는 유동해석 이외에 분무유동이나 연소과정이

포함되어 있으며, 프로그램을 개발하는데 있어서 많은 연구인력과 오랜 기간이 소요된다. 그리고 대부분 유한체적법이 이용되고 있으며, 임의의 형상에 대해서도 해석이 가능하도록 만들어져 있다[3,4,5].

한편, 임의의 형상에 대한 유동해석만을 하기 위해서 프로그램을 만들 경우, 유한요소법을 이용한 수치해석방법은 유한체적법을 이용한 수치해석 방법보다 용이하다. 왜냐하면 유한체적법을 이용할 경우, 좌표변환에 의한 형상변환법이 적용되며 지배방정식과 경계조건식이 매우 복잡하게 변환되기 때문이다[6]. 반면, 유한요소법은 국소좌표계를 이용한 좌표변환이 기본 알고리즘

*1 정희원, 포항제철 광양기술연구소

*2 여수공업대학 기계설계과

*3 정희원, 전남대학교 기계공학과

이기 때문에 복잡한 형상이나 여러개로 연결된 영역에 대하여 적용하기가 용이하며 특히, 경계조건을 적용하기가 유한체적법과 비교하여 매우 편리하다[7].

본 연구에서는 유한요소법을 이용한 엔진실린더내의 유동해석에 대한 수치해석방법을 제시하고자 한다. 이 때 사용되는 유한요소법 알고리즘으로 4단계 시간분할 방법을 이용한다[8]. 이 방법은 계산시간과 컴퓨터 저장공간면에서 다른 알고리즘 보다 이점을 가지고 있으며, 최근에는 대부분 이 방법이 많이 사용되고 있다[9-11]. 그리고 움직이는 밸브와 피스톤의 격자에 대해서는 ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian)방법을 적용한다[12]. 한편, 실제 엔진실린더내의 유동에 대해서는 고속회전수에 의한 압축성유동해석을 수행하여야 하지만, 본 연구에서는 수치해석방법을 제시하는데 목적을 두어서 저속회전수에 의한 3차원, 비정상상태, 비압축성유동해석을 수행한다. 그리고 이러한 수치해석 결과를 검증하기 위하여 피스톤-실린더내의 유동해석을 수행하여 그 계산결과를 실험결과와 비교한다[13].

2. 본론

본 장에서는 ALE 방법이 적용된 운동량방정식에 대하여 4단계 시간분할 방법을 적용하고, 피스톤-실린더내의 유동해석을 수행하여 그 결과를 실험결과와 비교한다. 이러한 유동해석방법을 기초로하여 엔진실린더내의 유동해석에 대한 수치해석을 수행한다.

2.1 지배방정식

ALE방법을 적용한 3차원, 비정상상태, 비압축성 유동에 대한 연속방정식과 운동량방정식은 식(1)-식(2)와 같다.

$$\frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial u_j}{\partial t} + \rho \tilde{u}_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i^2} \quad (2)$$

여기서, $\tilde{u}_k = u_k - u_{kg}$ 는 움직이는 격자에 대한

유체의 상대속도이고, u_k 는 유체의 속도, u_{kg} 는 움직이는 격자의 속도, ρ 는 밀도, p 는 압력, μ 는 점성계수이다. ALE 방법은 대류항에 대하여 격자의 이동속도를 고려한 것이다.

2.2 유한요소법을 이용한 수치해석

4단계 시간분할방법을 이용하여 운동량방정식을 전개하고 Galerkin 방법을 적용한다. 그리고 유한요소법에서 경계조건을 적용하는 방법에 대하여 알아본다.

2.2.1 4단계 시간분할방법

4단계 시간분할방법은 대류항, 확산항, 압력항, 속도보정단계로 나누어진다[8]. 운동량방정식에 대하여 대류항, 확산항, 압력항을 고려한 식은 각각 식(3), 식(4), 식(5)이다.

$$\rho \frac{\partial u_j}{\partial t} + \rho \tilde{u}_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial u_j}{\partial t} - \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i^2} = 0 \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial u_j}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_j} = 0 \quad (5)$$

한편, 연속방정식은 식(5)의 해를 구할 때 적용된다. 이러한 이유로 압력항에서 구한 압력값은 연속방정식을 만족한다. 그러나 확산항에서 구한 속도값은 일반적으로 연속방정식을 만족하지 못하기 때문에 이에 대한 속도보정과정이 필요하다. 속도보정단계식은 압력항식인 식(5)를 이용하여 구하며 이산화식으로 나타내면 식(6)과 같다.

$$u_j^n = u_j^\nu - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_j} \quad (6)$$

여기서, 첨자 n 은 다음 단계의 값을 나타내고, ν 는 확산항에서 계산된 값을 나타낸다.

이와 같이 4단계 시간분할 방법은 전 단계의 속도값을 이용하여 대류항에서의 속도를 구하고(1단계), 이 속도를 이용하여 확산항에서의 속도를 구한다(2단계). 그리고, 확산항에서 구한 속도를 이용하여 연속방정식을 만족하는 압력을 구하고(3단

계), 이 압력을 이용하여 연속방정식을 만족하는 보정된 속도값을 구한다(4단계). 이때, 대류항과 확산항에 대해서는 diagonalized mass matrix를 이용하여 explicit 방법에 의해 해를 구하며, 압력항에 대해서는 implicit 방법에 의해 해를 구한다. 수치해석방법으로는 유한요소법에서 자주 사용되는 Galerkin 방법을 이용한다[7]. Galerkin 방법은 지배방정식에 보간함수를 곱한 후 모든 요소에 대하여 적분한 값이 0이 되는 속도와 압력값을 구하는 알고리즘이다.

2.2.2 경계조건

유한요소법에서 경계조건의 적용은 유한차분법이나 유한체적법에 비교하여 용이하다. 특히, 경계를 따라 종속변수의 normal gradient로 주어지는 Neumann 경계조건은 유한요소법에서 수치해석적으로 고려할 필요가 없다[7]. 즉, 유한요소법에서는 각각의 미소한 요소에 대하여 연속방정식을 만족시키면서 계산되기 때문에 모든 요소의 경계부분에서의 Neumann 경계조건을 항상 만족한다. 이와같은 이유로 유한요소법을 이용하면 복잡한 경계조건을 갖는 문제에 대해서는 쉽게 계산할 수 있다.

2.3 피스톤-실린더내의 유동해석

ALE방법을 적용한 3차원 유한요소법 code의 검증 위하여 피스톤-실린더내의 유동현상에 대하여 LDA(laser doppler anemometer)를 이용한 실험결과[13]와 비교한다.

2.3.1 격자생성

피스톤과 실린더로 구성된 형상은 Fig. 1과 같다. 여기서, 입구파이프의 직경은 0.019m, 실린더의 직경은 0.045m, 입구파이프의 길이는 0.1m, 그리고 실린더의 길이는 0.04m~0.0643m이다. 그리고 피스톤의 속도는 실린더가 팽창하는 방향으로 0.0119m/s이다.

Fig. 1의 형상에 대해 3차원 격자를 생성하면 Fig. 2와 같다. 여기서, 요소의 수는 6080개이고 격자점의 수는 6681개이다. 시간에 따른 격자의 움직임은 실린더부분에서 격자의 크기를 변화시키면서 고려된다.

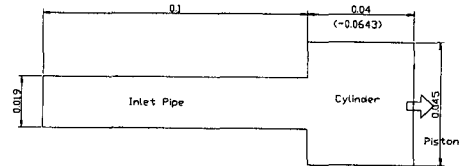


Fig. 1 Piston-cylinder configuration

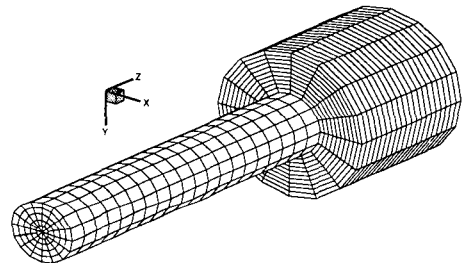


Fig. 2 Mesh shape in piston-cylinder combination

2.3.2 경계조건 및 계산조건

속도에 대한 경계조건은 피스톤을 제외한 벽면에 대해서 no slip 조건인 $u=v=w=0$ (m/s)이고, 움직이는 피스톤 벽면에 대해서는 피스톤의 속도인 0.0119(m/s)이다. 그리고 파이프의 입구에서의 속도는 연속방정식을 만족시키기 위해 주어지지 않고, 압력에 대해서만 $p=0$ (Pa)로 주어진다. 한편, 초기값은 전 구간에 대하여 $u=v=w=0$ (m/s), $p=0$ (Pa)이다. 계산조건으로 Reynolds 수는 98이고, 시간간격은 0.01(sec)이다.

2.3.3 결과

피스톤-실린더내에서 유한요소법에 의한 수치해석 결과를 LDA를 이용한 실험결과[13]와 비교한다. Fig. 3은 실험결과와 비교할 z단면의 위치이다. 실린더부분을 크게 세부분으로 나누어서 실험결과와 비교한다.

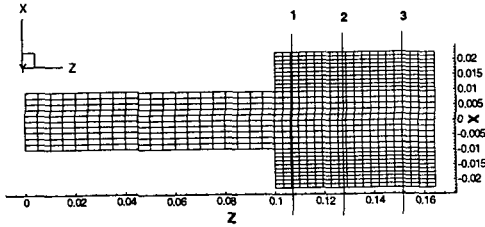


Fig. 3 Positions of the z cross-section

Fig. 4는 z 가 0.107086(m)에서의 속도분포이고, Fig. 5는 z 가 0.127890 (m)에서의 속도분포이며, Fig. 6은 z 가 0.151320(m)에서의 속도분포이다. 축 중심에서의 속도가 유입되는 유체의 관성력으로 인하여 빠르게 나타나고 있다. 그리고 실린더 벽면부근에서는 연속방정식을 만족하기 위하여 음의 성분을 갖는 속도분포를 나타내고 있다. Fig. 6의 피스톤 중심부에서 실험결과와의 차이는 피스톤 벽면에서 속도와 압력의 구배가 크에도 불구하고 조밀한 격자(fine mesh)를 사용하지 못하여 발생한 수치적인 오차라고 볼 수 있다.

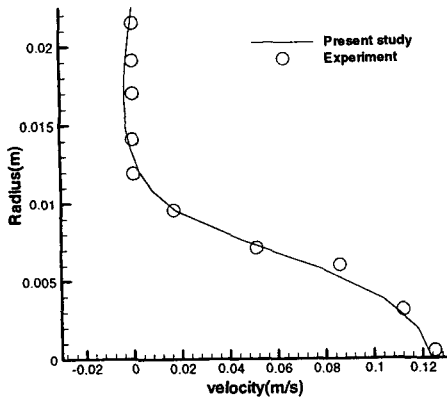


Fig. 4 Predicted and measured w-velocity profiles for $z=0.107086(m)$

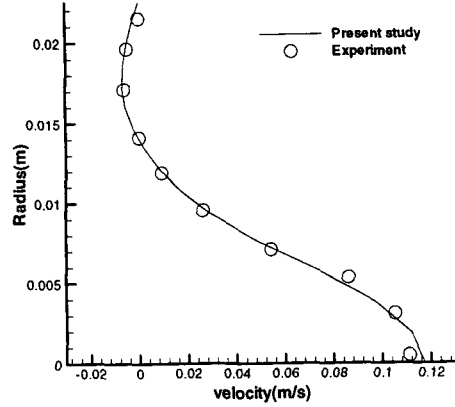


Fig. 5 Predicted and measured w-velocity profiles for $z=0.127890(m)$

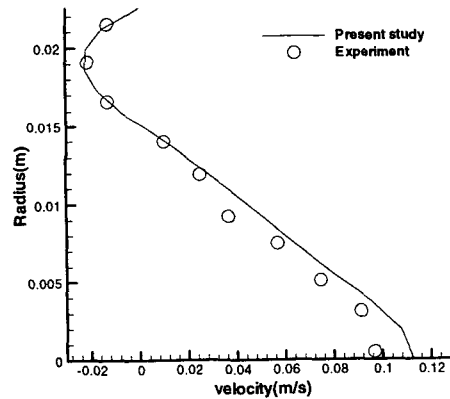


Fig. 6 Predicted and measured w-velocity profiles for $z=0.151320(m)$

결과적으로 세부분의 z 단면에서 속도분포는 실험결과와 거의 일치하고 있다. 참고로 본 유동해석에서 소요된 계산시간은 4,050분이며, 사용된 컴퓨터 기종은 Workstation IBM RS/6000 43P-140이다.

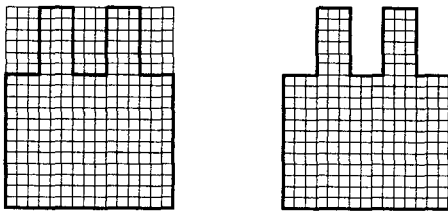
2.4 펜트루프형상을 갖는 엔진실린더내의 유동해석

본 유동해석에서는 펜트루프 형상의 실린더헤드를 갖는 엔진실린더에 대하여 유한요소법에 의한

수치해석을 수행한다. 수치해석은 크랭크각도가 50° 일때를 시작으로 크랭크각도가 70° 일때까지 수행한다. 여기서, 흡기밸브와 흡기포트는 각각 2개씩 고려하고 배기밸브와 배기포트는 생략한다.

2.4.1 격자생성

유한요소법에 적용되는 격자구성데이터는 격자점의 좌표값과 그에 따른 번호, 그리고 격자를 연결하여 주는 번호들로 구성되어 있다. 그리고 유한요소법에서 사용되는 좌표값들은 유한차분법이나 유한체적법과는 달리 좌표계에 독립되어 있다. 이러한 관계로 임의의 형상이나 여러개로 연결된 영역에 대하여 이점을 가지고 있다. 즉, 복잡한 형상을 갖는 밸브나 여러개의 영역으로 연결된 포트들에 대하여 적용하기가 매우 용이하다.



(a) FVM, FDM (b) FEM

Fig. 7 Mesh configuration

예를 들어 설명하면 다음과 같다. Fig. 7의 (a)는 유한체적법이나 유한차분법에서 사용되는 격자구조이고, Fig. 7의 (b)는 유한요소법에서 사용되는 격자구조이다. 굵은선 안쪽은 수치계산이 필요한 부분이고, 굵은선 바깥쪽은 수치계산이 불필요한 부분이다. 이와 같이 유한차분법이나 유한요소법에서는 불필요한 부분까지 격자를 생성한 후 수치계산을 수행하기 때문에 3차원이고 격자의 수가 많은 경우에 대해서는 불필요한 작업량이 많아지게 된다.

한편, 엔진실린더에 대한 격자생성은 엔진해석 프로그램인 GTT 코드[14]에 사용되는 Fortran 프로그램을 이용하였다. 이 프로그램은 유한체적법의 격자생성을 하는 것으로 본 수치해석에서는 유한요소법의 격자생성이 가능하도록 수정하였다.

엔진실린더에 대한 형상은 포트, 밸브, 실린더루프, 실린더 4부분으로 나누어지며 격자를 생성한

후 각 부분에 대하여 격자를 연결한다. Fig. 8은 크랭크 각도가 50° 일 때 생성된 격자이고, Fig. 9는 크랭크 각도가 70° 일 때 생성된 격자로 실린더 부분의 격자의 길이가 늘어나면서 피스톤이 움직인다. 포트의 위치는 실린더 원점에 대하여 x축으로 0.017(m), y축으로 ±0.016(m)로 편심되어 있고 팬트루프형상은 z축에 대하여 17.85°의 각도를 갖는다. 여기서, 요소의 수는 10,900개이고, 격자점의 수는 13,090개이다.

움직이는 밸브와 피스톤에 대한 격자는 매 시간 간격마다 다시 구성하였으며, 이때 격자의 갯수는 변화시키지 않고, 격자의 크기를 변화시켜서 움직이는 격자에 대한 유동해석을 수행하였다.

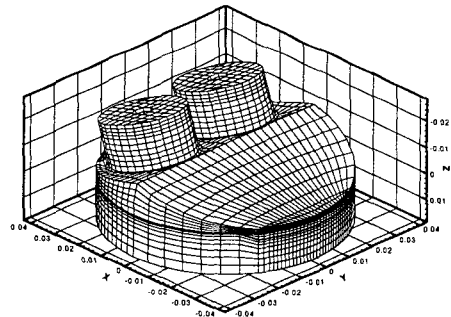


Fig. 8 Grid generation in the cylinder at crank angle 50°

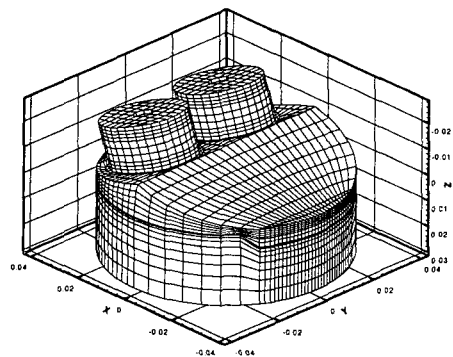


Fig. 9 Grid generation in the cylinder at crank angle 70°

2.4.2 경계조건 및 계산조건

속도와 압력에 대한 경계조건은 다음과 같다. 먼저, 밸브와 피스톤에 대한 경계조건은 움직이는 격자의 속도로 주어지고, 포트와 실린더 벽면에 대한 경계조건은 no slip 조건인 $u=v=w=0$ (m/s)으로 주어진다. 그리고 포트입구에 대한 경계조건은 $p=0$ (Pa)으로 주어진다. 여기서 속도에 대한 경계조건은 연속방정식을 만족하여야 하므로 주어지지 않는다. 초기조건은 속도와 압력에 대해서 모두 0으로 주어진다.

계산조건으로 시간간격 Δt 는 0.001초로 주고, 시간간격에 따른 크랭크 각도 증분은 0.0125° 로 한다.

2.4.3 결과

Fig. 10은 $y=0.016$ (m)의 단면에 대하여 크랭크 각도가 70° 일 때의 속도분포이다. 연속방정식을 만족하기 위하여 밸브와 포트사이의 속도가 가장 빠르며, 실린더 벽면을 따라 유입된 유체는 밸브 아래서 2개의 vortex를 형성하고 있다.

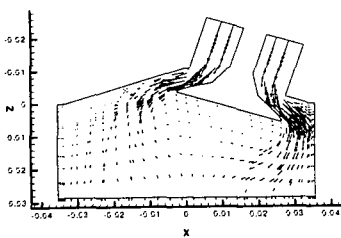


Fig. 10 Velocity vector plot at crank angle 70° , $y=0.016$ (m)

Fig. 11은 $y=0.016$ (m)의 단면에 대하여 크랭크 각도가 70° 일 때의 압력분포이다. 압력이 가장 낮은 부분은 밸브의 양쪽 끝 부분이고, 실린더 양쪽벽면에서는 유입되는 유체가 벽면과 충돌하면서 속도에 의한 운동에너지가 압력에너지로 변환되면서 상대적으로 실린더 내부와 비교하여 압력이 높게 나타났다. 한편, 본 유동해석에 소요된 계산시간은 109시간 16분이며, Workstation RS/6000 43P-140을 이용하였다.

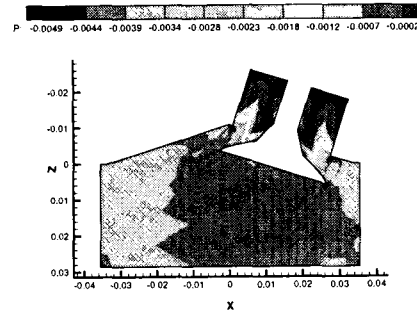


Fig. 11 Pressure distribution at crank angle 70° , $y=0.016$ (m)

3. 결론

지금까지 엔진실린더내의 유동해석에는 주로 KIVA와 STAR-CD와 같은 상용프로그램이 사용되어져 왔다. 이러한 상용프로그램은 유한체적법을 기초로 하여 만들어진 프로그램으로 임의의 형상에 대해서도 적용이 가능하도록 부가적인 알고리즘이 추가되어 만들어졌다. 하지만 유한요소법은 좌표변환을 기초로 한 알고리즘으로 복잡한 형상이나 여러개의 영역으로 이루어진 엔진실린더 문제에 대하여 적용하기가 용이하다.

유한요소법은 행렬을 이용하여 지배방정식의 해를 구하기 때문에 유한차분법이나 유한체적법에 비교하여 계산시간과 컴퓨터 저장공간이 많이 필요하다는 단점이 있다. 이에 대해 시간분할방법은 대류항, 확산항, 속도보정 단계에 대하여 대각선화된 질량행렬(diagonalized mass matrix)를 이용하여 해를 구하기 때문에 계산시간과 컴퓨터 저장공간 측면에서 다른 유한요소법 알고리즘보다 이점을 가지고 있다.

유동해석을 할 때 유한요소법은 각각의 요소에 대하여 지배방정식을 적용한 후 미지수에 대하여 전체적인 행렬을 구성하기 때문에 경계조건을 적용하기가 유한차분법이나 유한체적법에 비교하여 매우 용이하다.

움직이는 격자를 처리하기 위하여 ALE 방법을 유한요소법에 적용하여 피스톤-실린더내의 유동문제와 엔진실린더내의 유동문제에 대하여 잘 일치

하는 결과를 얻었다.

앞으로, 실제 엔진실린더내의 유동해석을 하기 위해서는 상태방정식을 고려한 압축성 유동해석이 수행되어야 하고 난류유동해석도 병행되어야 할 것이다. 또한 밸브의 개폐를 완벽하게 수행할 수 있는 기법의 개발도 필요하다.

참고문헌

- [1] Huh, K.Y., Kim, K.K., and Choi, C.R., "Scavenging Flow Simulation of a Four-Poppet-Valved Two-Stroke Engine," SAE 930500 (1993), p.662-671.
- [2] Befru, B.A., "CFD Simulation and Comparison with Measurement of Steady Flow in Intake Ports and Combustion Chambers," *COMODIA 94 (The Third International Symposium on Diagnostics and Modeling of Combustion in Internal Combustion Engines, Yokohama, Japan)* (1994), p.535-540.
- [3] Amsden, A.A., O'Rourke, P.J. and Butler, T.D., *KIVA-II : A Computer Program for Chemically Reactive Flows*, Los Alamos (1989)
- [4] Amsden, A.A., *KIVA-3 : A KIVA Program with Block-Structured Mesh for Complex Geometries*, Los Alamos (1993)
- [5] *STAR-CD Manuals*, Version 2.30, Computational Dynamics Limited (1995)
- [6] 문훈영, "형상변환법에 의한 임의의 3차원 형상에서의 전도열전달의 수치해석에 관한 연구," 박사학위논문, 전남대학교(1994)
- [7] Huebner, K.H., Thornton, E.A. and Byrom, T.G., *The Finite Element Method for Engineers*, Third Edition, John Wiley & Sons, Inc. (1995)
- [8] Akin, J.E., *Finite Elements for Analysis and Design*, Academic Press Limited (1994)
- [9] 최형권, "분리유한요소법을 이용한 Navier-Stokes 방정식의 해법에 대한 연구," 박사학위논문, 서울대학교 (1996).
- [10] 성재용, 최형권, 유정열, "이동격자계에서 분리유한요소법에 의한 운동에너지 보존," 대한기계학회 춘계학술대회논문집 B (1997), p.246-251
- [11] 木村 亨, 羽生 崇, 脇坂 知行, "非構造格子による複雑形状流路内の熱・流動解析手法," 研究論文, 京都大學 (1997)
- [12] Hirt, C.W., Amsden, A.A., and Cook, J.L., "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds," *Journal of Computational Physics*, Vol.14 (1994), p.227-253.
- [13] Ströll, H., Durst, F., Peric, M., Pereira, J.C.F., and Scheuerer, G., "Study of Laminar, Unsteady Piston-Cylinder Flows," *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol.115 (1993), p.687-693.
- [14] Wakisaka, T., Takeuchi, S.I., Imamura, F., Ibaraki, K., and Isshiki, Y., "Numerical Analysis of Diesel Sprays Impinging on Combustion Chamber Walls by Means of a Discrete Droplet/Liquid-Film Model," *COMODIA 98 (The Fourth International Symposium on Diagnostics and Modeling of Combustion in Internal Combustion Engines, Kyoto, Japan)* (1998).